

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2514638

# 基于 F-P 标准具的微小角度测量装置的 误差建模与修正\*

李泽林, 沈小燕, 李 蕾, 刘 畅, 杨昊泽

(中国计量大学计量测试与仪器学院 杭州 310018)

**摘 要:**测角仪器或装置中,反射镜和转台对测角精度具有不可避免且往往是主导性的影响。为深入揭示这些因素在基于 F-P 标准具的测角系统中所引入的系统性偏差,系统建立了反射镜与转台造成的微小角度测量误差数学模型,并在此基础上展开综合分析 with 误差修正研究。模型严格考虑反射镜俯仰角误差、初始零位角误差、偏心误差以及转台安装误差和转轴偏心误差多种误差源,结合矩阵运算、矢量描述和三维坐标变换方法,推导不同误差作用下干涉圆环圆心在成像面上发生的位移规律,从而构建能够完整反映系统误差传播路径的理论框架。进一步利用 MATLAB 软件对上述误差对微小角度测量结果的影响程度进行定量分析,并分别研究误差源之间不存在耦合与存在耦合两种情形下的误差主导性。结果显示,当忽略误差耦合时,反射镜偏心误差对微小角度测量精度影响最为显著;而在考虑误差之间可能存在的耦合关系后,通过主成分分析(PCA)方法提取主要影响成分,可见反射镜偏心误差与初始零位角误差共同成为影响微小角度测量的主要因素。依据分析结论,对反射镜偏心误差进行针对性修正,在测量范围为 1 800"时,测量精度由 $\pm 1.93\%$  FS 显著提升至 $\pm 0.22\%$  FS,微小角度测量误差整体降低达 91.9%,验证了模型与修正方法的有效性。

**关键词:** 误差模型;坐标变换;微小角度测量;误差修正

中图分类号: TH71 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 460.4030

## Error modeling and correction of a small-angle measurement device based on F-P standard etalon

Li Zelin, Shen Xiaoyan, Li Lei, Liu Chang, Yang Haoze

(College of Metrology Measurement and Instrument, China Jiliang University, Hangzhou 310018, China)

**Abstract:** In angle-measurement instruments, the mirror and rotary stage inevitably influence and often determine measurement accuracy. To clarify the systematic deviations introduced in the F-P etalon-based angle-measurement system, this article formulates a mathematical model describing micro-angle measurement errors caused by the mirror and the rotary stage, followed by a comprehensive analysis and correction. The model incorporates mirror pitch-angle error, initial zero-position angle error, eccentricity error, rotary-stage installation error, and rotation-axis eccentricity error. Through matrix operations and three-dimensional coordinate transformations, the displacement of the interference-ring center on the imaging plane under various errors is derived, forming a complete error-propagation framework. MATLAB is used to quantify the influence of each error source, examining cases with and without coupling. Results show that without coupling, the mirror eccentricity error dominates, whereas with coupling, principal component analysis (PCA) indicates that the mirror eccentricity error and initial zero-position angle error jointly exert the greatest impact. Based on this analysis, a targeted correction for mirror eccentricity is implemented. Within a measurement range of 1 800", accuracy improves from  $\pm 1.93\%$  FS to  $\pm 0.22\%$  FS, reducing micro-angle measurement error by 91.9%. The effectiveness of the model and correction strategy is evaluated.

**Keywords:** error model; coordinate transformation; small-angle measurement; error correction

## 0 引 言

角度计量是几何量计量的重要组成部分,它首先要保障测角仪器或设备的测角精度。随着对角度测量精度需求越来越高,研究者们提出了多种提升角度测量精度的方法。2022 年庞静茹等<sup>[1]</sup>提出了一种基于最小二乘拟合波矢估计的角位移测量方法。该方法结合数字全息与二次曝光技术,通过角谱分析提取波矢并利用最小二乘拟合计算角位移,实现了  $3.9^\circ$  范围的微弧度级测量,测量均值误差为  $2.5 \times 10^{-7}$  rad,标准差为  $2.0 \times 10^{-7}$  rad; 2018 年劳达宝等<sup>[2]</sup>提出了一种基于动态光学理论的精密光电小角度测量系统。该系统建立了光电小角度测量与空间基准传递模型,并采用最小二乘法进行角度误差补偿。实验结果表明,系统小角度测量误差为  $\pm 0.6''$ ,空间角度基准传递误差不超过  $1''$ 。2025 年叶程俊等<sup>[3]</sup>提出了一种基于谐波分析和泰勒级数建模的实时动态补偿方法,实验结果显示在不同转速下补偿后的动态角度测量精度优于  $3.43''$ ; 2022 年 Quan 等<sup>[4]</sup>提出了一种紧凑型光学角度传感系统,用于刻度光栅微小衍射角的节距偏差测量。该系统通过优化光学路径与棱镜结构,将传统测头的工作距离缩短至约 45 mm,并提升测角分辨率至约  $0.48 \mu\text{rad}$ ; 2024 年 Song 等<sup>[5]</sup>提出了一种基于 Talbot effect 的二维角度传感方法。研究中利用 3D 打印制造的光栅原型,在自像距离处检测光栅移位,并通过频域滤波算法提高精度,实验结果表明,该方法检测分辨率可以达到  $0.4''$ ; 2025 年 Shin 等<sup>[6]</sup>提出了一种基于宽带固体法布里-珀罗腔和模锁飞秒激光器的宽范围绝对角度测量方法,实验证明在  $10^\circ \sim 40^\circ$  范围,系统最大测量误差  $< 9.26''$ 。

其次,角度计量要具备可溯源性<sup>[7]</sup>。Deng 等<sup>[8]</sup>指出溯源链结构至关重要,而通过自校准可显著简化溯源链、提升角度测量的准确性与效率。本课题组前期开展了基于 F-P 标准具微小角度自校准测量原理与溯源路径<sup>[9]</sup>的研究,并在此基础上设计了一套微小角度测量装置<sup>[10]</sup>。为了进一步提高该装置的测角精度,通过分析上述以及当前各测角精度提升方法发现,误差建模被普遍应用于精度提升方法中。针对该装置测角光路及器具,对反射镜以及转台对微小角度测量所造成的误差进行误差建模分析,并通过仿真对各测角误差影响因素进行分析,探讨不同因素对于微小角度测量误差影响的重要程度,同时设计误差修正实验,对其中部分误差进行修正。

## 1 误差结构分析与误差建模

基于 F-P 标准具的微小角度测量原理如图 1 所示,

其中反射镜固定在转台上,光线穿过滤波片后进入 F-P 标准具产生多光束干涉,形成干涉圆环图像,通过反射镜反射到面阵器件,当转台转动时带动反射镜旋转。由于 F-P 标准具的高精细度干涉特性使得干涉图像带有更多的信息,通过面阵器具采集旋转前后的两张 F-P 干涉圆环图像可以实现高精度的转角测量。具体来说,通过特殊图像算法<sup>[11]</sup>,可获得两张干涉圆环图片中圆环的圆心坐标,通过圆心坐标位移变化量和成像透镜焦距的计算,实现微小角度的测量。采用图 1 中相同的设置,通过多波长法可测量所用的透镜焦距与 F-P 标准具间隔,实现微小角度自校准<sup>[12]</sup>,使微小角度测量结果溯源至光波波长。

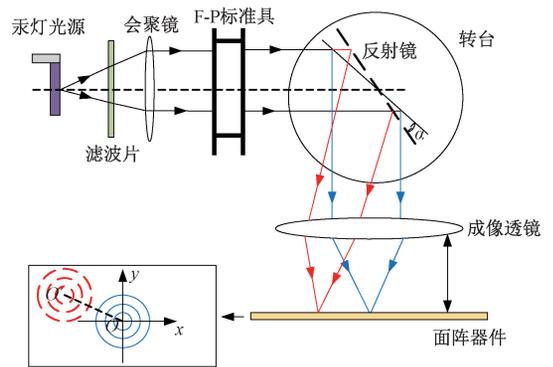


图 1 微小角度测量原理示意图

Fig. 1 Diagram of the principle of small-angle measurement

基于图 1 原理的测角系统中,由反射镜所带来的误差通常包括俯仰角误差<sup>[13]</sup>与初始零位角误差<sup>[14]</sup>,同时由于反射镜安装在转台上,还要考虑反射镜安装的偏心误差,即反射镜本身中心轴与转台理想转轴的偏心。由转台所带来的误差通常包括转轴偏心误差与设备安装误差<sup>[15]</sup>,即转台实际转轴与理想转轴之间存在偏心所导致的误差以及转台安装在平台平面时,由于机械等问题导致的转台翘起所带来的误差。因此通过分步建立坐标系<sup>[16]</sup>,对上述误差来源进行建模分析。

### 1.1 反射镜引起的误差建模

首先在只关注反射镜相关误差的情况下,建立转台坐标系,以转台转轴为  $z$  轴,入射光光轴为  $x$  轴<sup>[17]</sup>,考虑误差包括反射镜俯仰角误差、初始零位角误差、偏心误差。

转台坐标系下反射镜旋转所产生的误差如图 2 所示。设反射镜  $ABCD$  初始状态下,其法线与  $z$  轴夹角为  $\varepsilon_0$ 、法线在  $xoy$  面内投影与  $x$  轴夹角为  $\varphi_0$ 、偏心误差为  $e_x, e_y$ ,反射镜旋转角度为  $\theta$ ,成像面位置为  $y = -d$ 。

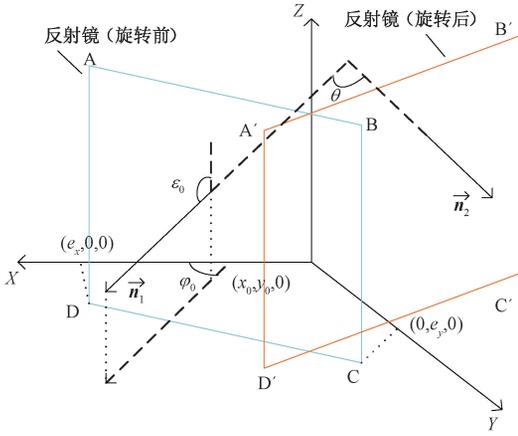


图2 反射镜误差建模示意图

Fig. 2 Diagram of mirror error modeling

反射镜初始位置可为任意位置,所以设反射镜的初始法线  $\vec{n}_1$  为:

$$\vec{n}_1 = \begin{bmatrix} \sin \varepsilon_0 \cos \varphi_0 \\ \sin \varepsilon_0 \sin \varphi_0 \\ \cos \varepsilon_0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

因为  $x$  轴方向为入射光线方向,所以入射光线方向向量  $\vec{I}_1 = [1 \ 0 \ 0]^T$ 。在反射镜未进行旋转时,基于法线,反射光线方向向量  $\vec{r}_1$  为:

$$\vec{r}_1 = \vec{I}_1 - 2(\vec{n}_1 \cdot \vec{I}_1)\vec{n}_1 \quad (2)$$

将入射光线方向向量  $\vec{I}_1$  与式(1)代入式(2)中,得反射光线方向向量  $\vec{r}_1$  为:

$$\vec{r}_1 = \begin{bmatrix} 1 - 2\sin^2 \varepsilon_0 \cos^2 \varphi_0 \\ -2\sin^2 \varepsilon_0 \cos \varphi_0 \sin \varphi_0 \\ -2\sin \varepsilon_0 \cos \varphi_0 \cos \varepsilon_0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

设此时反射镜上反射点  $P_0$  的位置为  $P_0 = (e_x, e_y, 0)$ , 基于反射点,设反射光线的参数方程为  $P(t) = P_0 + t\vec{r}_1$ , 同时在当前坐标系中,成像面位置为  $(0, -d, 0)$ , 将反射点坐标与成像面位置坐标带入参数方程中  $P(t)$ , 可解得  $t$  为:

$$t = \frac{-d - e_y}{-2\sin^2 \varepsilon_0 \cos \varphi_0 \sin \varphi_0} \quad (4)$$

将  $t$  代入反射光线的参数方程  $P(t)$ , 可以求出反射镜未旋转时,成像面上成像点  $P_{img1}$  坐标矩阵表示为:

$$P_{img1} = \begin{bmatrix} e_x + \frac{-d - e_y}{-2\sin^2 \varepsilon_0 \cos \varphi_0 \sin \varphi_0} (1 - 2\sin^2 \varepsilon_0 \cos^2 \varphi_0) - d \\ \frac{-d - e_y}{-2\sin^2 \varepsilon_0 \cos \varphi_0 \sin \varphi_0} (-2\sin \varepsilon_0 \cos \varphi_0 \cos \varepsilon_0) \end{bmatrix} \quad (5)$$

当反射镜旋转角度  $\theta$  后,且反射镜法向量的方向向量不会受到偏心的影响,则旋转后反射镜法向量  $\vec{n}_2$  表示为:

$$\vec{n}_2 = \begin{bmatrix} \sin \varepsilon_0 \cos(\varphi_0 + \theta) \\ \sin \varepsilon_0 \sin(\varphi_0 + \theta) \\ \cos \varepsilon_0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

根据式(2),反射镜旋转后,反射光线方向向量  $\vec{r}_2$  可以表示为  $\vec{r}_2 = \vec{I}_1 - 2(\vec{n}_2 \cdot \vec{I}_1)\vec{n}_2$ , 代入式(6)与入射光线方向向量  $\vec{I}_1$ , 求得反射光线方向向量  $\vec{r}_2$  为:

$$\vec{r}_2 = \begin{bmatrix} 1 - 2\sin^2 \varepsilon_0 \cos^2(\varphi_0 + \theta) \\ -2\sin^2 \varepsilon_0 \cos(\varphi_0 + \theta) \sin(\varphi_0 + \theta) \\ -2\sin \varepsilon_0 \cos(\varphi_0 + \theta) \cos \varepsilon_0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

因为反射镜存在偏心误差,所以在旋转过程中,反射点也会产生变化。反射镜旋转角度  $\theta$  后,反射点的坐标  $P_1$  可以表示为  $P_1 = R_z(\theta) [e_x \ e_y \ 0]^T$ , 其中,  $R_z(\theta)$  为绕  $z$  轴旋转时的旋转矩阵<sup>[18]</sup>, 即:

$$R_z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

将式(8)代入  $P_1$  表达式,得:

$$P_1 = \begin{bmatrix} e_x \cos \theta - e_y \sin \theta \\ e_x \sin \theta + e_y \cos \theta \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

设反射镜旋转后反射光线参数方程为  $P(t) = P_0 + t\vec{r}_2$ , 在成像面位置不变的前提下,将反射点坐标  $P_1$  与反射镜位置坐标带入参数方程,解得  $t$  为:

$$t = \frac{-d - (e_x \sin \theta + e_y \cos \theta)}{-2\sin^2 \varepsilon_0 \cos(\varphi_0 + \theta) \sin(\varphi_0 + \theta)} \quad (10)$$

解得  $t$  后将  $t$  代入参数方程,则最终成像点  $P_{img2}$  的坐标矩阵可用式(11)表示。

$$P_{img2} = \begin{bmatrix} e_x \cos \theta - e_y \sin \theta + \frac{[-d - (e_x \sin \theta + e_y \cos \theta)] [1 - 2\sin^2 \varepsilon_0 \cos^2(\varphi_0 + \theta)]}{-2\sin^2 \varepsilon_0 \cos(\varphi_0 + \theta) \sin(\varphi_0 + \theta)} - d \\ \frac{[-d - (e_x \sin \theta + e_y \cos \theta)] [\sin \varepsilon_0 \cos(\varphi_0 + \theta) \cos \varepsilon_0]}{\sin^2 \varepsilon_0 \cos(\varphi_0 + \theta) \sin(\varphi_0 + \theta)} \end{bmatrix} \quad (11)$$

## 1.2 转台与反射镜引起的误差建模

将转台所引起的微小角度测量误差加入模型,包括转台的倾角误差  $\alpha$ 、转台实际转轴相对与理想转轴的偏心误差  $(E_x, E_y)$ 。因此在转台坐标系的基础上,再次加入平面坐标系,将转台所引起的误差与反射镜引起的误差统一到平面坐标系中进行推导<sup>[19]</sup>, 如图3所示。其中  $X_T Y_T Z_T$  为转台坐标系,  $X_P Y_P Z_P$  为平面坐标系。

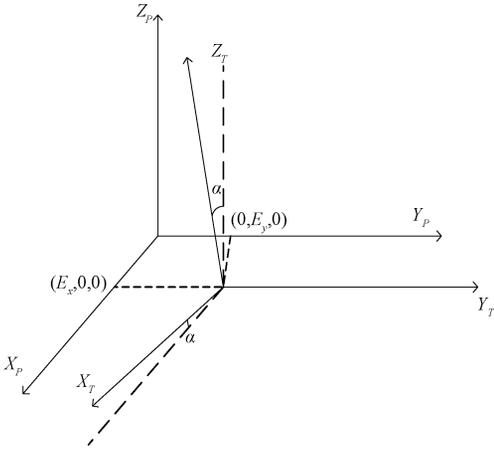


图 3 转台与反射镜建模误差示意图

Fig. 3 Diagram of turntable and mirror modeling errors

平面坐标系以转台理想转轴为  $z$  轴, 以入射光光轴为  $x$  轴进行建立, 成像面位置在转台坐标系中不变。反射镜在未旋转时, 在转台坐标系中法向量  $\vec{n}_{r_1}$  表示与 1.1 节中相同, 即  $\vec{n}_{r_1} = \vec{n}_1$ 。转台的相关误差在平面坐标系中, 可以将其表示为转台坐标系在平面坐标系中, 先绕某一轴进行旋转, 其次进行平移。所以将在转台坐标系中表示的初始法线转换到平面坐标系中表示, 其转换公式为  $\vec{n}_{p_1} = \mathbf{R}_{Y_p}(\alpha) \vec{n}_{r_1}$ , 其中  $\mathbf{R}_{Y_p}(\alpha)$  为平面坐标系中绕  $y$  轴旋转的旋转矩阵, 其表示为:

$$\mathbf{R}_{Y_p}(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (12)$$

将式(12)代入  $\vec{n}_{p_1}$  表达式, 得平面坐标系中反射镜法向量为:

$$\vec{n}_{p_1} = \begin{bmatrix} \cos \alpha \sin \varepsilon_0 \cos \varphi_0 + \sin \alpha \cos \varepsilon_0 \\ \sin \varepsilon_0 \sin \varphi_0 \\ -\sin \alpha \sin \varepsilon_0 \cos \varphi_0 + \cos \alpha \cos \varepsilon_0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

在平面坐标系中, 入射光线方向向量  $\vec{I}_1$  仍为  $\vec{I}_1 = [1 \ 0 \ 0]^T$ , 根据式(2)并更换对应参数, 将式(13)代入, 解得反射光线  $\vec{r}_{p_1}$  公式如式(14)所示。

$$\vec{r}_{p_2} = \begin{bmatrix} 1 - 2\cos^2 \alpha \sin^2 \varepsilon_0 \cos^2(\varphi_0 + \theta) - 4\cos \alpha \sin \alpha \sin \varepsilon_0 \cos \varepsilon_0 \cos(\varphi_0 + \theta) - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \varepsilon_0 \\ -2\cos \alpha \sin^2 \varepsilon_0 \cos(\varphi_0 + \theta) \sin(\varphi_0 + \theta) - 2\sin \alpha \cos \varepsilon_0 \sin \varepsilon_0 \sin(\varphi_0 + \theta) \\ 2\cos \alpha \sin^2 \varepsilon_0 \cos^2(\varphi_0 + \theta) - 2\cos^2 \alpha \sin \varepsilon_0 \cos \varepsilon_0 \cos(\varphi_0 + \theta) + \\ 2\sin^2 \alpha \sin \varepsilon_0 \cos^2 \varepsilon_0 \cos(\varphi_0 + \theta) - 2\sin \alpha \cos \alpha \cos^2 \varepsilon_0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

与式(15)推导过程同理。在反射镜旋转后, 反射点在转台坐标系中, 可以表示为  $\mathbf{P}_{T_1} =$

$$\vec{r}_{p_1} = \begin{bmatrix} 1 - 2\cos^2 \alpha \sin^2 \varepsilon_0 \cos^2 \varphi_0 - 4\cos \alpha \sin \alpha \sin \varepsilon_0 \cos \varepsilon_0 \cos \varphi_0 \\ -2\sin^2 \alpha \cos^2 \varepsilon_0 - 2\cos \alpha \sin^2 \varepsilon_0 \cos \varphi_0 \sin \varphi_0 - \\ 2\sin \alpha \cos \varepsilon_0 \sin \varepsilon_0 \sin \varphi_0 \\ 2\cos \alpha \sin^2 \varepsilon_0 \cos^2 \varphi_0 - 2\cos^2 \alpha \sin \varepsilon_0 \cos \varepsilon_0 \cos \varphi_0 + \\ 2\sin^2 \alpha \sin \varepsilon_0 \cos^2 \varepsilon_0 \cos \varphi_0 - 2\sin \alpha \cos \alpha \cos^2 \varepsilon_0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

在转台坐标系中, 反射镜上反射点  $\mathbf{P}_{T_0}$  用矩阵表示为  $\mathbf{P}_{T_0} = [e_x \ e_y \ 0]^T$ , 依据旋转矩阵式(12) 将其转换到平面坐标系中, 则反射点  $\mathbf{P}_{p_{01}}$  可以被表示为  $\mathbf{P}_{p_{01}} = \mathbf{R}_{Y_p}(\alpha) \mathbf{P}_{T_0} = [e_x \cos \alpha \ e_y \ -e_x \sin \alpha]^T$ 。再考虑转台坐标系相对于平面坐标系的偏心量, 则最终反射点  $\mathbf{P}_{p_0}$  为  $\mathbf{P}_{p_0} = [e_x \cos \alpha + E_x \ e_y + E_y \ -e_x \sin \alpha]^T$ 。与式(11) 推导过程同理。设反射光线参数方程为  $\mathbf{P}(t) = \mathbf{P}_{p_0} + t \vec{r}_{p_1}$ , 成像面位置依然为  $(0, -d, 0)$ , 通过反射点坐标  $\mathbf{P}_{p_0}$  与成像面坐标解得  $t$  后代入反解, 最终解得初始成像点  $\mathbf{P}_{img3}$  为式(15)。

$$\mathbf{P}_{img3} = \begin{cases} \begin{bmatrix} e_x \cos \alpha + E_x + t^*(1 - 2n_{p_{1x}}^2) \\ -d \\ -e_x \sin \alpha + t^*(-2n_{p_{1x}} n_{p_{1z}}) \end{bmatrix} \\ t^* = \frac{-d - (e_y + E_y)}{-2n_{p_{1x}} n_{p_{1y}}} \\ n_{p_{1x}} = \cos \alpha \sin \varepsilon_0 \cos \varphi_0 + \sin \alpha \cos \varepsilon_0 \\ n_{p_{1y}} = \sin \varepsilon_0 \sin \varphi_0 \\ n_{p_{1z}} = -\sin \alpha \sin \varepsilon_0 \cos \varphi_0 + \cos \alpha \cos \varepsilon_0 \end{cases} \quad (15)$$

当反射镜在转台坐标系中旋转了一个角度  $\theta$  后, 反射镜法线  $\vec{n}_{r_2}$  在转台坐标系中就可以被表示为  $\vec{n}_{r_2} = [\sin \varepsilon_0 \cos(\varphi_0 + \theta) \ \sin \varepsilon_0 \sin(\varphi_0 + \theta) \ \cos \varepsilon_0]^T$ 。通过式(12) 将  $\vec{n}_{r_2}$  转换到平面坐标系中, 可得式(16)。

$$\vec{n}_{p_2} = \begin{bmatrix} \cos \alpha \sin \varepsilon_0 \cos(\varphi_0 + \theta) + \sin \alpha \cos \varepsilon_0 \\ \sin \varepsilon_0 \sin(\varphi_0 + \theta) - \\ \sin \alpha \sin \varepsilon_0 \cos(\varphi_0 + \theta) + \cos \alpha \cos \varepsilon_0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

根据公式  $\vec{r}_{p_2} = \vec{I}_1 - 2(\vec{n}_{p_2} \cdot \vec{I}_1) \vec{n}_{p_2}$ , 代入式(16) 与  $\vec{I}_1$  得式(17)。

$[e_x \cos \theta - e_y \sin \theta e_x \sin \theta + e_y \cos \theta 0]^T$ 。将反射点转换到平面坐标系中, 先根据公式  $\mathbf{P}_{p_{11}} = \mathbf{R}_{Y_p}(\alpha) \mathbf{P}_{T_1}$  进行旋转,

再经过平移,最终的反射点  $\mathbf{P}_{P_1}$  表示为式(18)。建立参数方程  $\mathbf{P}(t) = \mathbf{P}_{P_0} + t\vec{r}_{P_2}$ , 反射镜旋转角度  $\theta$  后的成像点坐标矩阵表示为式(19)。

$$\mathbf{P}_{P_1} = \begin{bmatrix} \cos\alpha (e_x \cos\theta - e_y \sin\theta) + E_x \\ e_x \sin\theta + e_y \cos\theta + E_y \\ \sin\alpha (e_x \cos\theta - e_y \sin\theta) \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\begin{cases} \mathbf{P}_{img4} = \begin{bmatrix} \cos\alpha (e_x \cos\theta - e_y \sin\theta) + E_x + t^* r_{p_x} \\ -d \\ -\sin\alpha (e_x \cos\theta - e_y \sin\theta) + t^* r_{p_z} \end{bmatrix} \\ t^* = \frac{-d - (e_x \sin\theta + e_y \cos\theta + E_y)}{r_{p_y}} \\ r_{p_x} = 1 - 2[\cos\alpha \sin\varepsilon_0 \cos(\varphi_0 + \theta) + \sin\alpha \cos\varepsilon_0]^2 \\ r_{p_y} = -2[\cos\alpha \sin\varepsilon_0 \cos(\varphi_0 + \theta) + \sin\alpha \cos\varepsilon_0] \sin\varepsilon_0 \sin(\varphi_0 + \theta) \\ r_{p_z} = -2[\cos\alpha \sin\varepsilon_0 \cos(\varphi_0 + \theta) + \sin\alpha \cos\varepsilon_0] [-\sin\alpha \sin\varepsilon_0 \cos(\varphi_0 + \theta) + \cos\alpha \cos\varepsilon_0] \end{cases} \quad (19)$$

为了探讨不同误差源对微小角度测量结果的影响程度,采用 MATLAB 实现式(1)~(19)的计算平台的代码,便于后续分析。

## 2 微小角度测量误差影响度分析

根据微小角度测量原理,认为  $x$  方向位移为应测圆心位移,因此将反射镜旋转前后的成像点坐标的  $x$  值做差,认为实际位移  $s$ ,根据公式  $\theta = \arctan(s/d)/2$ ,计算出仿真中实际位移旋转角度  $\theta$ ,将该值作为测量值,将旋转值的输入量  $\theta_1$  作为真值,进行后续分析。其中  $d$  认定为成像面所在位置,其物理意义实际为成像透镜焦距。

### 2.1 单误差源作用下对微小角度测量结果影响分析

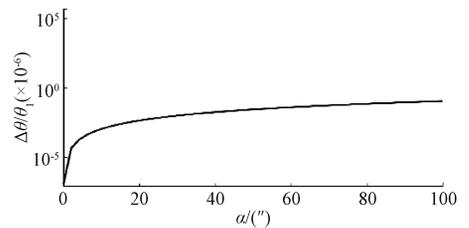
首先在只有一种误差源作用下对微小角度测量结果进行分析,即不考虑各个误差源之间的耦合影响。考虑反射镜俯仰角误差  $\varepsilon_0$ 、反射镜初始零位角误差  $\varphi_0$ 、反射镜偏心误差  $e$ 、转台抬头角误差  $\alpha$ 、转台转轴偏心误差  $E$ ,其中偏心误差为  $x$  方向与  $y$  方向合成偏心量进行表示。基于式(15)与(19),可以发现微小角度测量误差与各个误差之间存在数学关系,如式(20)所示。

$$\Delta\theta = \left| \frac{1}{2} \arctan \left[ \left| (\mathbf{P}_{img4x} - \mathbf{P}_{img3x}) / d \right| - \theta_1 \right] \right| =$$

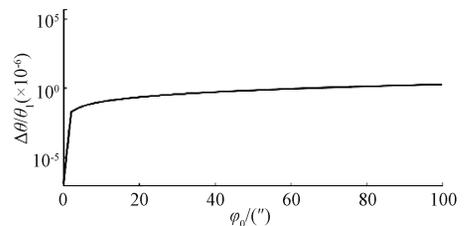
$$f(e, E, \varepsilon_0, \varphi_0, \alpha) \quad (20)$$

其中,  $\Delta\theta$  为微小角度的测量误差。设置  $e, E$  范围为  $0 \sim 20$  mm;  $\varepsilon_0, \alpha, \varphi_0$  范围为  $0 \sim 100''$ ,数据集包含 50 个均匀分布的样本点。设旋转角度  $\theta_1$  为  $100''$ ,在对某一误差源进行逐步扫描<sup>[20]</sup>时,保持其他参数为常值,并计算测量角度输出的相对偏差  $\Delta\theta/\theta_1$ ,结果如图 4 所示,为便于比较,纵轴采用  $10^{-6}$  量级缩放标注。

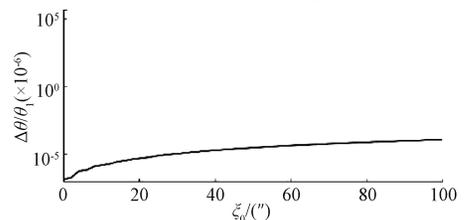
对结果分析可知,各误差源对应的影响曲线均呈单调递增趋势,其中反射镜偏心误差与转台转轴偏心误差对测角精度的影响最为显著,其相对误差在较小的扰动量下便迅速增大,达到  $10^2$  以上;而俯仰角、零位角及抬头角扰动在相同量级下的影响相对较小,误差随扰动增加缓慢上升,范围始终保持在  $10^{-6}$ 。该结果表明,在系统误差控制中,应优先降低反射镜与转台的偏心安装误差,其次再考虑角度类扰动的补偿与标定。



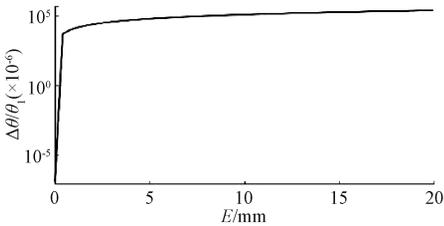
(a) 转台抬头角误差对微小角度测量影响  
(a) Influence of turntable pitch angle error



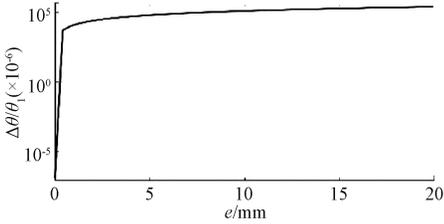
(b) 反射镜初始零位角误差对微小角度测量影响  
(b) Influence of the initial zero-angle error of the mirror



(c) 反射镜俯仰角误差对微小角度测量影响  
(c) Influence of mirror pitch angle error



(d) 转台转轴偏心误差对微小角度测量影响  
(d) The impact of turntable spindle eccentricity error



(e) 反射镜偏心误差对微小角度测量影响  
(e) The effect of mirror eccentricity error

图 4 反射镜与转台模型下单误差对测量的影响

Fig. 4 The impact of ordering errors under reflector and turntable models on measurement

2.2 多误差源作用下对微小角度测量结果影响分析

然而实际情况中,无法确定各个误差源对微小角度测量的影响之间是否存在耦合关系。为了揭示多误差共同作用下的主要变化模式及各误差源的耦合关系,基于主成分分析方法 (principal component analysis, PCA)<sup>[21-22]</sup>对随机采样得到的误差样本矩阵进行统计分解。首先,对标准化后的误差矩阵  $X_{N \times 5}$  计算协方差矩阵,其中  $N=2\ 000$ ,包含反射镜俯仰角误差  $\varepsilon_0$ 、反射镜初始零位角误差  $\varphi_0$ 、反射镜偏心误差  $e$ 、转台抬头角误差  $\alpha$ 、转台转轴偏心误差  $E$  五类误差源。

$$C = \frac{1}{N-1} X_{norm}^T X_{norm} \quad (21)$$

式中:  $X_{norm}$  为零均值标准化后的误差样本矩阵;  $C$  为五维变量间的协方差矩阵,用于描述各误差源之间的线性关系。对协方差矩阵进行特征值分解:

$$C v_i = \lambda_i v_i \quad (22)$$

式中:  $\lambda_i$  为第  $i$  个主成分对应的特征值,反映该主成分对系统总体方差的贡献量;  $v_i$  为对应的特征向量,表示第  $i$  个主成分的方向。所有特征向量按特征值大小依次排列成载荷矩阵,即:

$$V = [v_1, v_2, \dots, v_5] \quad (23)$$

式中:  $V$  为载荷矩阵,其列向量为各主成分方向,行向量对应原始误差变量在各主成分上的投影权重。样本在主成分方向上的投影坐标可由式(24)得到:

$$T = X_{norm} V \quad (24)$$

式中:  $T$  为得分矩阵,其每一行表示一个样本在不同主成分方向上的坐标分布,用于描述样本在主成分空间中的

方差结构与聚类特征。各主成分对系统方差的解释程度由其特征值比例确定,其方差贡献率定义为:

$$\eta_i = \frac{\lambda_i}{\sum_j \lambda_j} \times 100\% \quad (25)$$

式中:  $\eta_i$  表示第  $i$  个主成分的方差贡献率,反映该主成分对总体方差的解释比例;  $\sum_j \lambda_j$  为系统全部方差的总量。根据式(21)~(25),方差贡献率计算结果如图 5 所示。

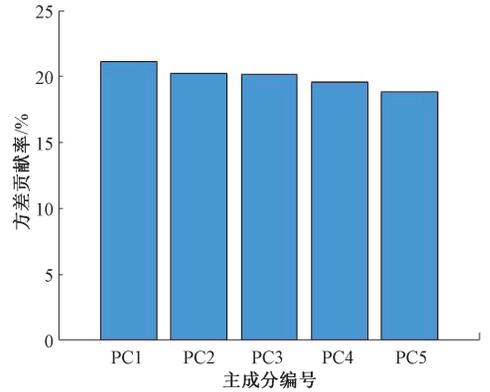


图 5 PCA 各主成分占比

Fig. 5 Proportion of each principal component

由图 5 可见,PC1~PC5 的方差贡献率分别为 21.4%、20.6%、20.1%、19.2% 和 18.7%,累计解释率达到 100%,表明 5 个主成分已完整表征系统方差信息。前两主成分累计解释约 42% 的总方差,能够代表系统的主要变化趋势。根据式(22)PCA 分解结果可得到载荷矩阵,结果如表 1 所示。其中每个数据表示对应误差源在主成分方向上的投影权重。

表 1 载荷矩阵  
Table 1 Load matrix

PCA 主成分	$e$	$E$	$\varepsilon_0$	$\varphi_0$	$\alpha$
PC1	0.617 100	0.504 38	-0.541 42	-0.258 95	0.067 798
PC2	0.384 930	-0.391 20	-0.303 63	0.777 28	-0.049 353
PC3	-0.014 772	-0.405 88	-0.183 93	-0.213 61	0.869 240
PC4	0.312 890	0.429 73	0.641 79	0.341 24	0.426 770
PC5	0.610 650	-0.493 12	0.402 48	-0.408 29	-0.235 050

分析表 1 可知,在 PC1 上,  $e=0.617\ 1$ 、 $E=0.504\ 4$ 、 $\varphi_0=-0.258\ 9$  三者载荷值较大且符号一致,说明 PC1 主要反映偏心与零位角的协同变化模式;在 PC2 中,  $\varphi_0$  的载荷最大,为 0.777 8,其次为  $E$ ,为 0.384 9,表明 PC2 主要由零位角误差主导同时仍受镜面偏心影响。为进一步分析,基于载荷矩阵与式(24)所表示的得分矩阵的前两主成分绘制主成分双变量投影图,如图 6 所示。

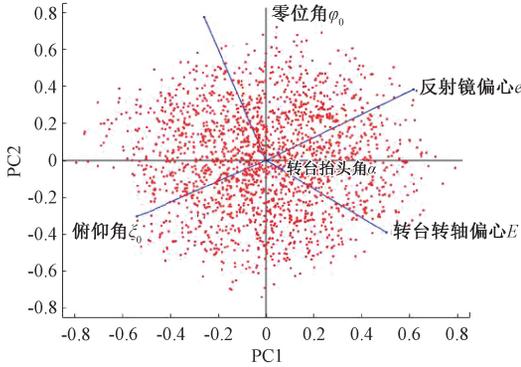


图6 主成分双变量投影

Fig. 6 Principal component bivariate projection

分析图6可知,  $e$ 、 $E$  与  $\varphi_0$  的载荷方向接近,三者均位于第一、二象限,且箭头夹角  $< 30^\circ$ ,说明这3类误差在主成分空间中具有较强的正相关性与耦合关系,是影响系统误差变化的主要耦合群体。相比之下,  $\varepsilon_0$  与  $\alpha$  的方向几乎与前述三者垂直,分别分布在第三、第四象限,表明它们在 PC1~PC2 平面中相对独立,对系统误差的影响具有互补性。

综合上述结果,PC1 对应系统的主要变化模式,即偏心—零位角耦合方向,是方差的主导分量;PC2 反映零位角主导的独立变化,是次级模式;其余主成分对应残余误差的次要影响。

### 3 基于反射镜误差模型下的角度测量实验

根据误差模型与仿真分析,认为偏心误差对微小角度的测量的影响占据主导地位,因此设计相关实验,对偏心量进行测量,同时对偏心所引起的角度测量误差进行补偿。由于实际器件以及测量装置等的限制,仅考虑反射镜误差模型中,偏心量对微小角度的影响。

#### 3.1 实验装置与偏心量测量与修正原理

依据在 2.1 节中所描述的 F-P 测角原理,搭建如图7所示的测量装置,其中, F-P 标准具反射率为 90%,工业相机型号为 HIKVISION MV-CH430-90XM,其像元尺寸为  $2.8 \mu\text{m}$ ,所搭配镜头型号为 HIKVISION MVL-LF8040M-F,标称焦距为 80 mm。小角度转台为德国 Physik Instrumente 公司生产的高精度小角度转台,其分辨力可以达到  $0.001''$ ,能够满足实验需求。

在微小角度测量中,反射镜的旋转会引起面阵器具上圆心位置的变化,理想状态下,圆心位移应与旋转角度呈线性关系<sup>[23]</sup>,即:

$$\begin{cases} x(\theta) = A + B\theta \\ y(\theta) = D + E\theta \end{cases} \quad (26)$$



图7 微小角度测量实验装置

Fig. 7 Experimental setup for small-angle measurement

式中:  $A$ 、 $D$  的物理意义即为当前反射镜状态下,微小角度测量装置的绝对零位。

但是由于偏心的存在,所以圆心坐标位移与旋转角度之间的关系并不遵循式(26)。假设圆心坐标由两部分组成,分别为理想状态下的圆心坐标与偏心量  $e$  所带来的圆心坐标,称其为偏心中心。设初始位置  $\theta = 0$  时,偏心中心初始坐标为  $(e_x, e_y)$ ,其中  $e_x = e \cos \varphi$ ,  $e_y = e \sin \varphi$ ,  $\varphi$  为偏心方向角。当反射镜转动角度  $\theta$  时,偏心中心的坐标表示为:

$$\begin{pmatrix} \tilde{e}_x(\theta) \\ \tilde{e}_y(\theta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_x \\ e_y \end{pmatrix} \quad (27)$$

将旋转后的偏心中心坐标与初始偏心坐标做差,可以得由于偏心所带来圆心位移  $\Delta x_{ecc}(\theta)$ 、 $\Delta y_{ecc}(\theta)$ ,并将式(27)展开计算得:

$$\begin{cases} \Delta x_{ecc}(\theta) = \tilde{e}_x(\theta) - e_x = \\ (e_x \cos \theta - e_y \sin \theta) - e_x = \\ e_x(\cos \theta - 1) - e_y \sin \theta \\ \Delta y_{ecc}(\theta) = \tilde{e}_y(\theta) - e_y = \\ (e_x \sin \theta + e_y \cos \theta) - e_y = \\ e_x \sin \theta + e_y(\cos \theta - 1) \end{cases} \quad (28)$$

再将  $e_x = e \cos \varphi$ ,  $e_y = e \sin \varphi$  带入式(28),同时令  $C = e \cos \varphi$ ,  $S = e \sin \varphi$ ,即可写为:

$$\begin{cases} \Delta x_{ecc}(\theta) = C(\cos \theta - 1) - S \sin \theta \\ \Delta y_{ecc}(\theta) = S(\cos \theta - 1) + C \sin \theta \end{cases} \quad (29)$$

结合式(26)与(29),即可得到在存在偏心的情况,圆心坐标与旋转角度的关系表达式为:

$$\begin{cases} x(\theta) = A + B\theta + C(\cos \theta - 1) - S \sin \theta \\ y(\theta) = D + E\theta + S(\cos \theta - 1) + C \sin \theta \end{cases} \quad (30)$$

根据式(30),采集若干张干涉圆环图片,为了使得拟合准确,采用最小二乘拟合法,拟合求解相关参数  $A$ 、

$B, C, D, E, S$ 。通过参数  $C, S$ , 反解即可得到偏心距离  $e$  与方向  $\varphi$ 。

在完成相关参数的求解后, 将式 (30) 进行变化, 可以写为:

$$\vec{r}(\theta) = \begin{pmatrix} A \\ D \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B \\ E \end{pmatrix} \theta + e \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta - 1 \\ \sin \theta \end{pmatrix} \quad (31)$$

在该二维模型中, 偏心部分  $\Delta r_{ecc}(\theta)$  由右边最后一项表示, 为了消除由于偏心所带来的圆心额外位移, 可以在式 (31) 中, 直接减去该项, 从而得到去除偏心后圆心坐标位移  $r_{corr}(\theta)$  与旋转角度  $\theta$  的理论线性关系, 即:

$$\vec{r}_{corr}(\theta) = \vec{r}(\theta) - \Delta \vec{r}_{ecc}(\theta) = \begin{pmatrix} A \\ D \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B \\ E \end{pmatrix} \theta \quad (32)$$

根据式 (32), 可以得到去除偏心后, 角度  $\theta$  的计算式为:

$$\theta = \frac{(\vec{r}_{corr} - [A, D]^T) \cdot [B, E]^T}{B^2 + E^2} \quad (33)$$

### 3.2 实验结果与分析

试验验证发现, 当角度旋转超过  $2\ 000''$  时, 会出现圆环数量不足、圆环不清晰等现象, 对微小角度测量产生巨大的影响。因此将  $-2\ 000'' \sim 2\ 000''$  做为微小角度测量装置的测量范围。首先, 采集角度分别为  $0, \pm 400'', \pm 800'', \pm 1\ 200'', \pm 1\ 600'', \pm 2\ 000''$  时的 11 张干涉圆环图像, 相关角度采用转台进行产生, 典型干涉圆环图像如图 8 所示。

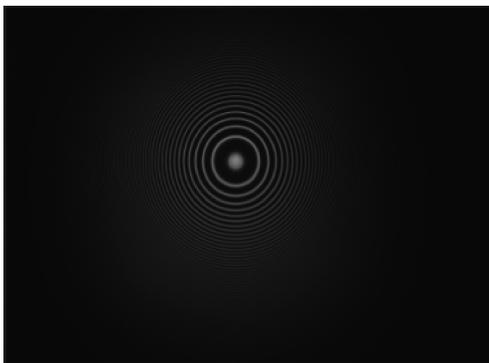


图 8 典型干涉圆环图像(角度值为  $0''$ )

Fig. 8 Typical interference ring pattern (angle is  $0''$ )

圆心坐标数据如表 2 所示, 控制转台旋转相应的角度  $\theta$ , 并根据文献 [10] 中的图像算法进行圆心坐标  $(x(\theta), y(\theta))$  的计算, 其中圆心坐标单位为像素 (pixel)。

表 2 拟合用圆心坐标

Table 2 Center coordinates used for fitting

角度值 $\theta/('')$	圆心坐标/pixel
0	(3 709.916, 2 339.340)
-400	(3 606.426, 2 337.507)
400	(3 824.108, 2 335.788)
-800	(3 497.587, 2 338.597)
800	(3 933.556, 2 335.357)
-1 200	(3 383.427, 2 340.361)
1 200	(4 037.160, 2 336.322)
-1 600	(3 274.538, 2 340.773)
1 600	(4 145.436, 2 336.094)
-2 000	(3 165.787, 2 341.597)
2 000	(4 254.036, 2 334.765)

依据表 2 数据进行拟合求解式 (30) 中的相关参数, 拟合后的公式为式 (34), 即:

$$\begin{cases} x(\theta) = 3\ 710.15 + 74\ 777.5\theta + \\ (4\ 131.15)(\cos\theta - 1) - 18\ 642.6\sin\theta \\ y(\theta) = 2\ 338.97 - 4\ 466.24\theta + \\ (18\ 642.6)(\cos\theta - 1) + 4\ 131.15\sin\theta \end{cases} \quad (34)$$

结合式 (30), 可以得到偏心的合成距离为  $53.4\ \text{mm}$ , 偏心角为  $77.51^\circ$ 。为了验证偏心对微小角度测量的影响, 控制转台使反射镜旋转一定角度  $\beta$ , 并认为该角度为微小角度的真值, 然后分别基于式 (30) 与 (33) 进行计算, 得到未去除偏心的测量结果  $\beta_1$  以及去除偏心影响的测量结果  $\beta_2$ , 同时分别计算两种测量结果所对应的绝对误差  $\Delta\beta_1, \Delta\beta_2$ , 相关结果如表 3 所示。

表 3 微小角度测量实验结果对比

Table 3 Comparison of experimental results for small-angle measurement

角度标称值 $\beta/(')$	未去除偏心时转角 $\beta_1/(')$	绝对误差 $\Delta\beta_1/(')$	去除偏心影响后转角 $\beta_2/(')$	绝对误差 $\Delta\beta_2/(')$
200.000	194.19	-5.81	197.95	-2.05
400.000	392.45	-7.55	400.05	0.05
600.000	584.65	-15.35	595.95	-4.05
800.000	783.61	-16.39	798.75	-1.25
1 000.000	981.67	-18.33	1 000.62	0.62
1 400.000	1 372.63	-27.37	1 399.09	-0.91
1 800.000	1 765.19	-34.81	1 799.19	-0.81

由表3中数据可以发现,去除偏心误差影响后平均绝对误差由 $17.09''$ 降至 $1.39''$ ,测量误差降低了91.9%,在测量试验范围为 $1\ 800''$ 时测量精度由 $\pm 1.93\% FS$ 提升到 $\pm 0.22\% FS$ ,表明对偏心误差进行修正有效地提高了微小角度测量系统的整体精度与稳定性。

## 4 结 论

采用坐标系转换的方法,对反射镜与转台所产生的微小角度测量误差进行数学建模分析。同时基于MATLAB,对误差影响微小角度测量结果程度大小进行分析。分析结果表明,在无耦合关系时反射镜偏心误差对微小角度测量影响最大,存在耦合关系时反射镜偏心误差与初始零为角误差对微小角度测量影响最大。并设计实验进行偏心量测量与误差修正。实验结果表明去除偏心所造成的测量误差后,微小角度的测量精度由 $\pm 1.93\% FS$ 提升到 $\pm 0.22\% FS$ 。通过以上分析与实验,对该基于F-P标准具的微小角度测量装置的精度提升提供有效指导与理论依据。

## 参考文献

- [1] 庞静茹,谭景升,牛亦琰,等. 基于最小二乘拟合波矢估计的角位移测量方法[J]. 光学技术,2022,48(5): 589-596.  
PANG J R, TAN J SH, NIU Y Y, et al. Angular displacement measurement method based on least square fitting wave vector estimation[J]. Optical Technique, 2022,48(5): 589-596.
- [2] 劳达宝,王国名,崔成君,等. 精密光电小角度测量技术研究[J]. 仪器仪表学报,2018,39(9):106-113.  
LAO D B, WANG G M, CUI CH J, et al. Research on precision photoelectric small angle measurement technology[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2018,39(9):106-113.
- [3] 叶程俊,朱维斌,黄垚,等. 转台动态角度测量误差实时补偿方法研究[J]. 传感技术学报,2025,38(5): 802-808.  
YE CH J, ZHU W B, HUANG Y, et al. A real-time compensation of rotary table for dynamic angle measurement[J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2025,38(5):802-808.
- [4] QUAN L, SHIMIZU Y, SATO R, et al. Design and testing of a compact optical angle sensor for pitch deviation measurement of a scale grating with a small angle of diffraction[J]. International Journal of Automation Technology, 2022, 16(5): 572-581.
- [5] SONG L X, WANG X Y, HE J P, et al. High-precision two-dimensional angular sensor based on talbot effect[J].

Sensors, 2024, 24(22): 7333.

- [6] SHIN D, MATSUKUMA H, SATO R, et al. Wide-range absolute angle measurement based on a broadband solid etalon fringe using a mode-locked femtosecond laser[J]. Precision Engineering, 2025,95:484-494.
- [7] GECKELER R D, KRAUSE M, JUST A, et al. New frontiers in angle metrology at the PTB[J]. Measurement, 2015, 73: 231-238.
- [8] DENG X, SHEN J Y, XIONG Y F, et al. Self-traceable angle standards with simplified traceability chain for dimensional metrology[J]. Applied Physics Express, 2024, 17(11): 115001.
- [9] 沈小燕,孙志鹏,胡佳成,等. 基于F-P标准具的透射物镜焦距测量方法[J]. 仪器仪表学报,2018, 39(5):1-8.  
SHEN X Y, SUN ZH P, HU J CH, et al. Method for measuring focal length of transmission objective lens based on F-P etalon[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2018,39(5):1-8.
- [10] 刘源,沈小燕,周世南,等. 基于法布里-珀罗标准具的微小角度测量及不确定度评定方法(英文)[J]. 光子学报,2021,50(7):169-180.  
LIU Y, SHEN X Y, ZHOU SH N, et al. Micro-angle measurement method and its accuracy evaluation based on Fabry-Perot etalon(English)[J]. Acta Photonica Sinica, 2021,50(7):169-180.
- [11] SHEN X Y, ZHOU SH N, LI D SH. Microdisplacement measurement based on F-P etalon: Processing method and experiments[J]. Sensors, 2021, 21(11): 3749.
- [12] 李蕾,沈小燕,张旭洋,等. 微小角度测量装置不确定度分析及实验研究[J]. 实验室研究与探索,2024, 43(6):1-6,15.  
LI L, SHEN X Y, ZHANG X Y, et al. Uncertainty analysis and experimental study of micro-angle measuring device[J]. Research and Exploration in Laboratory, 2024,43(6):1-6,15.
- [13] 杨明洋,向长波. 相关干涉仪测向算法俯仰角误差分析[J]. 电子测量技术,2020,43(18):1-5.  
YANG M Y, XIANG CH B. Elevation error analysis of correlative interferometer algorithm for direction finding[J]. Electronic Measurement Technology, 2020, 43(18):1-5.
- [14] 刘雯,沈妮,李天初. 用多齿分度台标定激光小角度干涉仪[J]. 计量学报,2004(4):298-301.  
LIU W, SHEN N, LI T CH. Calibration of small-angle laser interferometer by means of multi-teeth table[J]. Acta Metrologica Sinica,2004(4):298-301.
- [15] 李红光,纪明,寿少俊,等. 上反射镜式光电系统复合

- 轴稳定机理[J]. 红外与激光工程, 2016, 45(7): 285-291.
- LI H G, JI M, SHOU SH J, et al. Complex axes stabilization theory of optics-electricity system with upside mirror [J]. Infrared and Laser Engineering, 2016, 45(7): 285-291.
- [16] 王凤祥, 张志杰, 陈昊泽. 六自由度机械臂系统设计与控制方式研究[J]. 电子测量技术, 2021, 44(4): 1-8.  
WANG F X, ZHANG ZH J, CHEN H Z. Design of 6-Dof manipulator system and research on control method[J]. Electronic Measurement Technology, 2021, 44(4): 1-8.
- [17] FAN Y, MA W L, JIANG P, et al. Improving angular accuracy of a scanning mirror based on error modeling and correction[J]. Sensors, 2019, 19(2): 367.
- [18] 尚鸿雁. 激光自准直角度测量系统建模方法研究[J]. 测试技术学报, 2007(1): 6-12.  
SHANG H Y. Research on modeling method for laser auto-collimation angle measurement system [J]. Journal of Test and Measurement Technology, 2007(1): 6-12.
- [19] YANG R H, DENG CH, YU K G, et al. A new way for cartesian coordinate transformation and its precision evaluation[J]. Remote Sensing, 2022, 14(4): 864.
- [20] PIANOSI F, BEVEN K, FREER J, et al. Sensitivity analysis of environmental models: A systematic review with practical workflow[J]. Environmental Modelling & Software, 2016, 79: 214-232.
- [21] XING K L, MAYER J R R, ACHICHE S. Machine tool volumetric error features extraction and classification using principal component analysis and K-Means [J]. Journal of Manufacturing and Materials Processing, 2018, 2(3): 60.
- [22] 刘馨雅, 马超, 黄民, 等. 变转速工况下基于角度重采样与 PCA-XGBoost 轴承故障诊断方法研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2024, 38(3): 45-54.  
LIU X Y, MA CH, HUANG M, et al. Research on angle resampling and PCA-XGBoost bearing fault diagnosis method under variable speed working condition[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2024, 38(3): 45-54.
- [23] TANG SH ZH, WANG ZH, GAO J M, et al. Measurement method for roll angular displacement with a high resolution by using diffraction gratings and a heterodyne interferometer[J]. Review of Scientific Instruments, 2014, 85(4): 045110.

### 作者简介



**李泽林**, 2022 年于中国计量大学获得学士学位, 现为中国计量大学硕士研究生, 主要研究方向为几何量的精密测量。

E-mail: 853113473@ qq. com

**Li Zelin** received his B.Sc. degree from China Jiliang University in 2022. He is currently a master's student at China Jiliang University. His main research interest includes the precise measurement of geometric quantities.



**沈小燕**(通信作者), 2010 年于天津大学获得博士学位, 现为中国计量大学教授, 主要研究方向为光学检测、精密测试技术、智能传感。

E-mail: xyshen@ cjlu. edu. cn

**Shen Xiaoyan** (Corresponding author) received her Ph. D. degree from Tianjin University in 2010. She is currently a professor at China Jiliang University. Her main research interests include optical inspection, precision measurement technology, and intelligent sensing.