

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2514494

基于线性相位 FIR 滤波器自适应设计的色噪声白化方法^{*}

罗忠涛, 刘宇桐

(重庆邮电大学通信与信息工程学院 重庆 400065)

摘要:电子电气等领域数据普遍考虑高斯白噪声,此假设下设计的最佳系统在色噪声环境中性能下降严重,故需采用适当的噪声白化处理方法。基于随机信号白化滤波理论,提出了一种线性相位有限脉冲响应(FIR)滤波器自适应设计方法,以实现稳定便捷的色噪声白化处理。首先,简要总结了现有主流的白化滤波方法,将其分为基于正交基或变换域两类。然后考虑基于正交基的协方差矩阵白化原理,分析其关键白化矩阵具有Toeplitz结构和Hermitian性质。因为该矩阵元素具有收敛性,推导表明其行或列向量均具有近似白化功能。进一步地,利用近似白化向量的收敛性,设置合适阈值对其截短,从而自动确定滤波器长度。所设计滤波器被称为近似白化横向滤波器(AWTF),是一类线性相位FIR滤波器,可直接基于噪声样本进行自适应设计,具有绝对稳定、结构简单、无相位失真和运算量较低等优点。此外,讨论白化滤波后的信号检测问题,给出基于广义匹配滤波的信号检测方案。实验仿真基于自回归模型的色噪声,验证了近似白化向量的收敛性,表明AWTF能有效噪声白化,结合广义匹配滤波所得误码率与传统最优方法基本相同。最后,分析了AWTF应用于天波雷达系统,实测数据处理实验表明射频干扰符合噪声假设,且AWTF能够有效抑制射频干扰。

关键词:色噪声;白化处理;FIR滤波器设计;线性相位;目标检测

中图分类号: TH70 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 510. 40

A colored noise whitening method based on adaptive design of linear phase FIR filter

Luo Zhongtao, Liu Yutong

(School of Communication and Information Engineering, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

Abstract: Gaussian white noise is commonly assumed for data for date in fields such as electrical and electronic engineering. However, optimal systems designed under this assumption experience severe performance degradation in colored noise environments, necessitating effective whitening. Based on the theory of random signal whitening filtering, this paper proposes an adaptive design method for linear-phase finite impulse response (FIR) filters to achieve stable and practical colored noise whitening. First, the mainstream existing whitening filtering methods are briefly summarized and classified into two categories: orthogonal basis-based and transform domain-based approaches. Subsequently, leveraging the covariance matrix whitening principle of orthogonal basis-based methods, it is shown that the key whitening matrix possesses a Toeplitz structure and Hermitian property. Due to the convergence of its elements, it is shown that both the row and column vectors of this matrix possess approximate whitening capability. Furthermore, utilizing the convergence of the approximate whitening vectors, a suitable threshold is set for truncation to automatically determine the filter length. The proposed filter, named the approximate whitening transversal filter (AWTF), is a type of linear-phase FIR filter that can be adaptively designed directly from noise samples. It offers advantages including absolute stability, simple structure, zero phase distortion, and low computational complexity. In addition, the issue of signal detection after whitening filtering is discussed, and a signal detection scheme based on generalized matched filtering is proposed. Simulations are conducted using colored noise generated by autoregressive (AR) models. The results verify the convergence of

the approximate whitening vectors and demonstrate that the AWTF can effectively whiten colored noise. When combined with generalized matched filtering, the resulting bit error rate (BER) is essentially consistent with that of traditional optimal methods. Finally, the application of the AWTF in a sky-wave radar system is analyzed. Measured data processing experiments indicate that the radio frequency interference (RFI) conforms to the noise assumption in this paper, and the AWTF can effectively suppress RFI.

Keywords: colored noise; whitening processing; FIR filter design; linear phase; target detection

0 引言

随机噪声普遍存在且常被视为一种随机过程。从广义平稳随机过程的角度来看,白噪声具有平坦功率谱密度(power spectral density, PSD)而色噪声具有不平坦的PSD^[1]。在电子电气等领域,常规的信号接收与处理系统一般考虑加性白噪声,某些特别场景又需考虑加性色噪声。加性色噪声的时频特性使其信号处理比白噪声处理更为复杂^[2-3]。如果将白噪声假设下设计的系统用于色噪声环境,系统性能会显著降低。例如天波雷达系统射频干扰会明显降低目标检测信噪比^[4]。因此,针对色噪声的信号处理方法研究长期受到关注。

本文考虑广义平稳加性色噪声的处理问题。色噪声信号处理研究长期以来普遍采用“白化”的思想,即将其PSD变得平坦。研究对象可分为连续时间信号与离散时间信号。在连续信号方面,经典的卡亨南洛维(Karhunen-Loeve, K-L)^[5]展开方法将色噪声转化为多分量的白噪声^[2];基于频域^[6]或复频域的方法则先求取色噪声功率谱,然后进行谱分解并构造逆滤波器。与连续信号频域白化相对应,离散信号可基于z域白化,基本思路是估计噪声功率谱,分解出因果的最小相位系统以构造逆滤波器,从而实现噪声白化。文献[7-11]将色噪声视为自回归(autoregressive, AR)模型,利用Yule-Walker方程及Levinson-Durbin等算法估计自回归系数,进而构建AR模型逆滤波器做白化滤波,可视为基于z域白化的一种特殊情况。随着数字信号处理硬件和算法的发展,离散色噪声研究重点关注噪声协方差矩阵。在经典统计信号处理理论中,加性高斯色噪声下信号检测方法的关键是协方差矩阵求逆运算^[1,6]。实际上,协方差矩阵求逆也出现于作为线性最小估计器的维纳滤波器^[2,12]与最小二乘滤波^[3,13]。将协方差矩阵作为色噪声处理之关键,人们开展后续研究并提出了新的方法。例如,基于干扰子空间的滤波器设计和基于对角加载的接收滤波器设计^[14-15]均可视为传统协方差矩阵方法的优化设计。

色噪声白化处理研究至今,人们已解决其基本原理,也提出了有效算法,但仍存在若干问题。例如,有些文献混用概念,对于白化滤波器是否包含信号检测,没有统一说法。有文献的白化方法是专门针对某类特别噪声而提出,例如量测差分方法针对一阶相关噪声^[16-17],靳凯迪

等^[18]提出了扩展Harvey方程方法专注去除移动平均噪声,适用范围有限。有文献研究色噪声处理但无明显的白化过程^[19-20],如文献[21]提出改进传统滤波器结构以适应色噪声下的信号处理。最后,目前还没有一种方便简单的横向滤波器设计方法来实现噪声白化。

对此,本研究首先简要综述现有的白化处理研究,从算法原理上将现有主要方法分为基于变换域和基于正交基两类,分清噪声白化和信号检测的界线,总结现有白化处理方法的特点。然后基于色噪声和白噪声协方差矩阵特性,设计了一种线性相位有限脉冲响应(finite impulse response, FIR)滤波器,可作为横向滤波器实现色噪声的近似白化,并通过截短滤波器长度来减少处理计算量。最后采用仿真色噪声和天波雷达干扰噪声数据来验证本文方法的有效性。

1 现有白化处理研究

本章归纳总结现有主要的白化处理技术。从信号系统的时域角度,可将现有方法分为基于连续时间和基于离散时间。从算法原理的角度,可将现有白化方法分为基于变换域和基于正交基。基于变换域的白化方法的基本思路是估计噪声功率谱函数,在变换域中将其平坦化以实现白化效果,包括基于频域^[6](ω 域)、基于复频域(s 域)、基于 z 域以及基于AR模型^[7]的白化方法。基于正交基的白化方法主要通过将噪声各分量分解或投影到正交基上,使得各分量不相关来实现白化。常见的方法包括基于K-L展开^[5]、基于协方差矩阵求逆^[1]、自适应滤波及基于子空间或对角加载^[14]的方法。后续将具体介绍各个方法的基本原理。

1.1 现有白化处理技术总览

纵观现有色噪声白化处理研究,从信号系统和算法原理两个方面来归纳,结果如表1所示。除了AR白化和自适应滤波方法,其余技术面对色噪声下信号检测估计任务时,其步骤可分解为白化滤波和信号检测两步,而最佳检测应为广义匹配。与之相对,AR白化法可以白化噪声但不含广义匹配;自适应滤波不能同时做目标检测和噪声白化。

现有文献的色噪声下目标检测技术,大部分过程可分为两步:第1步是实现噪声白化,其结果是输出白噪声,如图1所示;第2步是对白噪声中的有用信号进行检

表 1 现有白化处理技术总览

Table 1 Overview of existing whitening techniques

代表技术	信号系统		算法原理	
	连续	离散	正交基	变换域
频域(ω 域)滤波	✓			✓
复频域(s 域)滤波	✓			✓
复频域(z 域)滤波		✓		✓
AR 白化		✓		✓
K-L 展开	✓	✓	✓	
协方差矩阵分析		✓	✓	
子空间/对角加载		✓	✓	
自适应滤波	✓	✓		

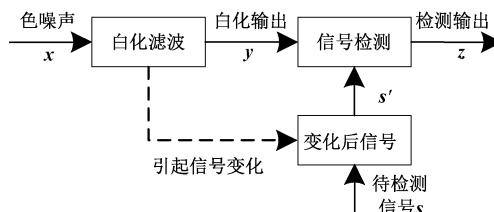


图 1 色噪声处理的一般流程

Fig. 1 General procedure of colored noise processing

测,由于此时有用信号已在第 1 步中被改变,第 2 步信号检测不是匹配原信号,而是匹配变化后信号,故称为广义匹配;第 1、2 步组合完成检测估计任务。注意,目前文献对白化滤波器的说明也有区别,有些仅指噪声的白化^[8,10],有些会完成信号检测^[1,5]。本文认为,“白化处理”或“白化滤波”的准确定义应指由色噪声处理为白噪声这一阶段,不包含后续广义匹配部分。后文均采用此说法。

考慮有用信号受到加性高斯色噪声影响,其连续时间信号模型为:

$$x(t) = As(t) + c(t) \quad (1)$$

其中, $x(t)$ 为接收数据, $s(t)$ 为有用信号, A 为其幅度, $c(t)$ 为加性色噪声。噪声白化后,原信号 $x(t)$ 变成 $y(t)$,广义匹配后记为 $z(t)$ 。相应的,离散信号模型记为

$$\mathbf{x} = A\mathbf{s} + \mathbf{c} \quad (2)$$

其中, \mathbf{x} 、 \mathbf{s} 、 \mathbf{c} 分别为 N 维接收数据、有用信号和加性色噪声列向量。

结合表 1,后面简要阐述现有白化处理技术的原理。

1.2 基于频域或复频域

色噪声的显著特征是功率谱分布不均,一个直接做法是在频域平坦化其幅度频谱,即可实现白化效果。先考虑连续时间噪声,设噪声 $c(t)$ 的功率谱为 $N_c(\omega)$,从系统函数来说,构造白化滤波器,即:

$$H_{wf}(\omega) = N_c^{-1/2}(\omega) \quad (3)$$

考慮 $H_{wf}(\omega)$ 对有用信号的影响,构造广义匹配检测,即:

$$H_{gm}(\omega) = S^{1/2}(\omega)N_c^{-1/2}(\omega) \quad (4)$$

该方法能在色噪声背景下实现输出信噪比(signal-to-noise ratio, SNR)的最大化。然而,该方法面临的主要挑战在于如何基于频域的系统函数设计时域滤波器。

其次考虑复频域分析方法,假设噪声 $c(t)$ 的功率谱为 $N_c(s)$,则谱分解结果可表示为:

$$N_c(s) = N_c^-(s)N_c^+(s) \quad (5)$$

其中, $N_c^-(s)$ 包含 s 平面上所有左半平面的零点和极点,满足最小相位系统要求; $N_c^+(s)$ 包含 s 平面上所有右半平面点和零点和极点。如果 $N_c^-(s)$ 和 $N_c^+(s)$ 的零、极点在 s 平面上关于 Y 轴对称,则可物理实现的系统传递函数构造白化滤波器,即:

$$H_{wf}(s) = 1/N_c^-(s) \quad (6)$$

利用设计的传输函数 $H_{wf}(s)$ 即可使色噪声的功率谱变得平坦。

最后简述离散信号的 z 域白化。如果色噪声 $c(n)$ 的功率谱 $N_c(z)$ 是 z 的有理式,且可分解为:

$$N_c(z) = B(z)B(z^{-1}) \quad (7)$$

其中, $B(z)$ 由单位圆内的零、极点构成, $B(z^{-1})$ 则由对应的单位圆外的零、极点构成。 $B(z)$ 所代表的系统应是一个因果的最小相位系统。此时白化滤波器为:

$$H_{wf}(z) = 1/B(z) \quad (8)$$

此外,基于 AR 模型的色噪声白化方法可看作 z 域白化的一种发展^[7-11]。其原理在于将色噪声 $c(n)$ 建模为 p 阶自回归过程,即:

$$c(n) = - \sum_{k=1}^p a_k c(n-k) + v(n) \quad (9)$$

其中, $v(n)$ 为零均值的高斯白噪声。可利用 Yule-Walker 方程或 Levinson-Durbin 算法,基于色噪声数据来估计自回归系数 a_k ,然后构建 AR 模型的逆滤波器作为白化滤波器来实现噪声白化,即:

$$H_{wf}(z) = 1 + \sum_{k=1}^p a_k z^{-k} \quad (10)$$

总体来说,基于频域、复频域及 z 域的噪声白化方法,出发点均是考慮色噪声功率谱不平坦,从变换域角度设计滤波器的系统函数,使噪声通过滤波器后具有平坦的功率谱。然而,谱分解方法只对一部分满足功率谱条件的噪声有效,故其实用范围受限。

1.3 基于 K-L 展开方法

K-L 展开^[5]是一种正交变换,将随机过程表示为一组不相关的随机变量的线性组合,可实现噪声白化。对于连续信号,K-L 展开的关键是找到特征函数组 $g_k(u)$,满足:

$$\int_0^T C_c(t, u) g_k(u) du = \lambda_k g_k(u), \quad 0 \leq t \leq T \quad (11)$$

其中, $C_c(t, u)$ 为噪声 $c(t)$ 的协方差函数, λ_k 是特征值。可得白化滤波器为:

$$h_{wf}(t, u) = \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k^{-1/2} g_k(t) g_k(u) \quad (12)$$

其输出的噪声分量为白噪声, 即:

$$c'(t) = \int_0^T h_{wf}(t, u) c(u) du, \quad 0 \leq t \leq T \quad (13)$$

为了完成信号检测, $h_{wf}(t, u)$ 也会用于后续的广义匹配中。此外, K-L 展开也适用于离散噪声, 此时正交基需要满足的方程为:

$$C_c \varphi_k = \lambda_k \varphi_k \quad (14)$$

其中, C_c 为 $c(t)$ 的协方差矩阵, φ_k 为特征向量, λ_k 为特征值。有了正交基之后的白化处理和广义匹配的推导与下一节的协方差矩阵方法类似。然而, 如何找到特征函数组 $g_k(u)$ 是 K-L 展开法的难点。

1.4 基于协方差矩阵分析

功率谱从频域描述色噪声特性, 协方差矩阵从时域描述色噪声各采样点的相关特性, 即:

$$C_c = E\{\mathbf{c}\mathbf{c}^H\} \quad (15)$$

其中, $E\{\cdot\}$ 表示期望。如果 \mathbf{c} 为高斯白噪声, 则 $C_c = \sigma^2 I$, 其中 I 表示单位矩阵, σ^2 为噪声方差。对于色噪声, C_c 一般为正定的 Toeplitz 矩阵, 满足 $C_c^H = C_c$, 其中 $(\cdot)^H$ 表示共轭转置。对 C_c 进行特征值分解, 记为 $C_c = VAV^H$, 则 V 作为特征向量空间, 其各列可视为 C_c 的正交基。令 $D = VA^{-1/2}V^H$ 有 $C_c^{-1} = D^H D$, 则线性变换 D 能够产生高斯白噪声 $\mathbf{c}' = D\mathbf{c}$, 因为:

$$C_{c'} = E(\mathbf{c}'\mathbf{c}'^H) = DC_c D^H = I \quad (16)$$

故可将 D 作为白化滤波器^[1], 其输出为 Dx 。相应的, 将 Ds 作为广义匹配滤波器, 其输出为 $T(x) = (Ds)^H(Dx) = (C_c^{-1}s)^Hx$ 。因此, 也可以采用 $C_c^{-1}s$ 一步完成色噪声下的信号检测任务。

此外通过调整特征空间即正交基 V , 可以发展出更多滤波器。例如, 将 V 的某些特征向量视作需要处理的色噪声子空间, 而其他是需要保留的白噪声子空间, 可设计基于子空间的滤波器。又考虑 A 中的一些特征值太小会影响稳健性, 可为对角线元素加上一定幅度, 即为基于对角加载的滤波器设计^[14-15]。这些滤波器可视为基于正交类的白化滤波器的变形与发展。

1.5 基于自适应滤波器

自适应信号处理也考虑色噪声问题^[22]。这里介绍两个代表性技术: 维纳滤波和最小二乘逆滤波。维纳滤波器是一种线性最小均方误差估计器^[2], 旨在从被噪声污染的观测信号 $x=s+c$ 中恢复出原始信号 s 。应用正交性原理, 推导的维纳滤波器为:

$$\mathbf{h}_{un} = \mathbf{C}_{xx}^{-1} \mathbf{q}_{dx} \quad (17)$$

其中, \mathbf{C}_{xx} 是 x 的协方差矩阵, \mathbf{q}_{dx} 是 x 与 d 的互相关函数, 且 s 与 c 相互独立, 期望信号 d 为原信号 s , 则 $\mathbf{h}_{un} = \mathbf{C}_{xx}^{-1} \mathbf{q}_{ss}$ 即为在均方误差意义下估计信号 s 的线性最优滤波器。由 \mathbf{C}_{xx}^{-1} 可见, 维纳滤波可理解为将噪声白化与后期估计集为一体的信号估计器。

文献[3]考虑了原信号 s 通过系统 g 后的观测数据 x , 需要设计滤波器 \mathbf{h} 恢复原信号, 即需要 $g * h = \delta$, 其中 $*$ 表示卷积, δ 表示由单位脉冲序列 $\delta(m)$ 构成的向量。此时 \mathbf{h} 满足正则方程, 即:

$$\mathbf{R}_{gg} \mathbf{h} = \mathbf{q}_{dg} \quad (18)$$

其中, \mathbf{R}_{gg} 为 g 的自相关矩阵, \mathbf{q}_{dg} 是 g 与期望输出 $d = \delta$ 的互相关函数。在最小二乘意义下, 所得滤波器为:

$$\mathbf{h}_{LS} = \mathbf{R}_{gg}^{-1} \mathbf{q}_{dg} \quad (19)$$

考虑 s 是白噪声, x 是色噪声, 则该滤波器被称为白化滤波。如果考虑最小二乘滤波的输出期望信号 d 为高斯白噪声, d 只与 s 当前数值有关, 也可以得到为 $\mathbf{h}_{LS} = \mathbf{C}_{xx}^{-1} \mathbf{q}_{dx}$ 。综上, 最小二乘与维纳滤波器所得结果一致。若原始信号为高斯白噪声, 则两种滤波器都完成了白噪声恢复功能。

由前文综述可见, 目前色噪声白化处理技术还没有提出一个快捷有效的横向滤波器设计方法。协方差矩阵方法的白化滤波器 D 是矩阵而非向量; 频域设计法和 K-L 展开法既复杂又不利于数字信号处理实现; 自适应滤波器不能同时完成噪声白化和信号检测。对此, 本文将提出一种线性相位 FIR 滤波器设计方法, 可作为横向滤波器方便实现。

2 近似白化横向滤波器设计

2.1 近似白化向量

考虑色噪声 $c(n)$ 是一个随机过程, 满足的假设为:

假设 1: 随机过程 $c(n)$ 是广义平稳的, 其协方差矩阵 C 为可逆、Toeplitz 及 Hermitian 矩阵。

对于待设计的横向滤波器 $w(m)$, 其长度为 M (设 M 为偶数), 输入 $c(n)$ 时的输出为:

$$y(n) = \sum_{m=1}^M c(n+m) w^*(m) = \mathbf{w}^H \mathbf{c}_n \quad (20)$$

其中, \mathbf{w} 和 \mathbf{c}_n 表示为:

$$\mathbf{w} = [w(1), \dots, w(M)]^T \quad (21)$$

$$\mathbf{c}_n = [c(n+1), c(n+2), \dots, c(n+M)]^T \quad (22)$$

欲使 $y(n)$ 为白噪声, 其自相关函数 (autocorrelation function, ACF) $r_y(k)$ 应为单位脉冲序列

$$r_y(k) = E[y(n+k)y^*(n)] = \mathbf{w}^H \mathbf{C}_k \mathbf{w} = \delta(k) \quad (23)$$

其中, \mathbf{C}_k 是 C 的水平方向移位, 且 $k > 0$ 表示向右移

位; $k < 0$ 表示向左移位。因此白化的任务是找到满足式(23)的横向滤波器 w 。

$$\mathbf{C}_k = \begin{bmatrix} r(k) & \cdots & r(0) & \cdots & r(k+1-M) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r(M) & \cdots & r(k) & \cdots & r(0) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r(k-1+M) & \cdots & r(M) & \cdots & r(k) \end{bmatrix} \quad (24)$$

设 \mathbf{C} 的特征分解为:

$$\mathbf{C}\mathbf{V} = \mathbf{V}\Lambda \quad (25)$$

其中, Λ 为特征值构成的对角矩阵, \mathbf{V} 为特征向量构成的酉矩阵。定义 \mathbf{D} 为:

$$\mathbf{D} = \mathbf{V}\Lambda^{-1/2}\mathbf{V}^H \quad (26)$$

可推导得到:

$$\mathbf{D}^H \mathbf{C} \mathbf{D} = \mathbf{I} \quad (27)$$

此处 \mathbf{D} 即为基于协方差矩阵的传统白化矩阵^[1], 后文简称为白化矩阵。由于 \mathbf{D} 为 Toeplitz 和 Hermitian 矩阵, 将 \mathbf{D} 中各元素记为一个序列, 即:

$$d(k - k') = \mathbf{D}(k, k') \quad (28)$$

满足 $\mathbf{D}(k, k') = \mathbf{D}^*(k', k)$, $d(k - k') = d^*(k' - k)$ 。由于实测数据具有非零带宽和有限时宽, 当 $|k - k'|$ 增长时 $|d(k - k')|$ 必将收敛。因此, 可以做假设 2。

假设 2: 对于广义平稳随机过程 $c(n)$ 的 $d(k)$ 序列, 存在一个正整数 K , 满足 $K \ll M$ 。

$$d(k)/d(0) \approx 0, \quad |k| > K \quad (29)$$

在假设 1 与假设 2 下, 取矩阵 \mathbf{D} 的中间列为:

$$\mathbf{d} = [d(1 - M/2), \dots, d(0), \dots, d(M/2)]^T \quad (30)$$

可以使输出噪声近似白化, 因为:

$$\mathbf{d}^H \mathbf{C}(k) \mathbf{d} \approx \delta(k) \quad (31)$$

其证明过程见 2.2 节。后文称 \mathbf{d} 为近似白化向量。

2.2 近似白化的证明

本节证明式(31)在假设 1 和假设 2 下成立。由于 \mathbf{D} 是 Toeplitz 和 Hermitian 矩阵, 记为:

$$\mathbf{D} = [\mathbf{d}(1), \mathbf{d}(2), \dots, \mathbf{d}(M)] \quad (32)$$

其中 $\mathbf{d}(k)$ 是 \mathbf{D} 的第 k 列

$$\mathbf{d}(k) = [d(1 - k), d(2 - k), \dots, d(M - k)]^H \quad (33)$$

可将 \mathbf{D} 以 $d(0)$ 做归一化, 不失一般性, 设 $d(0) = 1$ 。由假设 2 可知:

$$\mathbf{D}(k, k') = d(k - k') \approx 0, \quad |k - k'| > K \quad (34)$$

因此, \mathbf{D} 的右上三角区域和下三角区域的数值接近于 0。如图 2 中深色区域表示近零区域。

图 2 的 4 列分别表示矩阵 \mathbf{D}^H 、 \mathbf{C} 、 \mathbf{D} 和 \mathbf{I} , 每一行描述了 3 个矩阵乘运算和乘积, 例如图 2 第 1 行描述了式(27)中 $\mathbf{D}^H \mathbf{C} \mathbf{D} = \mathbf{I}$ 。将矩阵相乘计算分裂为向量与矩阵相乘, 则可以体现 $\mathbf{d}(k)$ 的作用。例如, 第 1 行 $\mathbf{D}^H \mathbf{C} \mathbf{D} = \mathbf{I}$ 等价于式(35), 即:

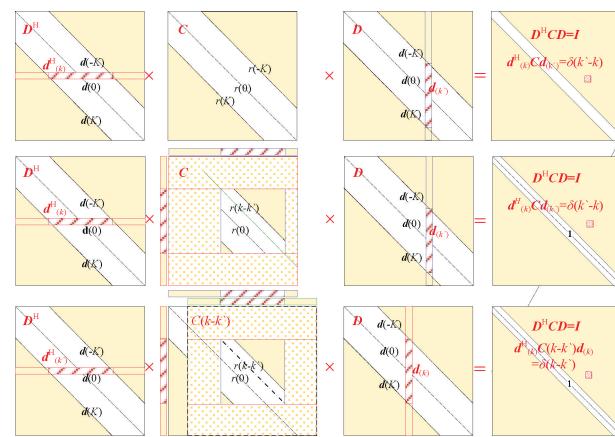


图 2 计算 $\mathbf{d}^H(k)\mathbf{C}\mathbf{d}(k') = \delta(k - k')$ 的示意图

Fig. 2 Diagram of the calculation of $\mathbf{d}^H(k)\mathbf{C}\mathbf{d}(k') = \delta(k - k')$

$$\mathbf{d}^H(k)\mathbf{C}\mathbf{d}(k') = \mathbf{I}(k, k') = \delta(k - k') \quad (35)$$

注意到向量 $\mathbf{d}(k)$ 的两端有近似零区域 ($1 - k \leq -K$ 和 $M - k \geq K$), 反过来考虑 $K + 1 \leq k \leq M - K$, $\mathbf{d}(k)$ 所有非零元素与矩阵 \mathbf{D} 相对应。在计算 $\mathbf{d}^H(k)\mathbf{C}\mathbf{d}(k')$ 时, $\mathbf{d}(k)$ 的近零区域乘以 \mathbf{C} 的相应区域, 使 \mathbf{C} 中这些区域数值无效(因为它们与 0 相乘), 如图 2 中的阴影区域。将阴影区域置 0, 中间正方形的剩余区域为 \mathbf{C} 的有效区。通过观察 \mathbf{C} 的正方形有效区域, 可以发现它等同于 \mathbf{C} 在水平位移后 $\mathbf{C}(k - k')$ 的对角线区域。同时 $\mathbf{d}(k')$ 也相应地等效同向移位了 $k - k'$, 变成了 $\mathbf{d}(k)$ 。对于式(35), 用 $\mathbf{C}(k - k')$ 代替 \mathbf{C} , $\mathbf{d}(k)$ 代替 $\mathbf{d}(k')$, 有:

$$\mathbf{d}^H(k)\mathbf{C}(k - k')\mathbf{d}(k) = \delta(k - k') \quad (36)$$

特别地, 选矩阵 \mathbf{D} 的中间列为 \mathbf{d} , 令 $k'' = k - k'$, 可得 $\mathbf{d}^H \mathbf{C}(k'') \mathbf{d} \approx \delta(k'')$ 即式(31)。

2.3 FIR 滤波器的设计

在假设 2 下向量 \mathbf{d} 两端元素接近于 0, 考虑将其置零, 结果为:

$$\mathbf{d}_k = [\dots, 0, d^*(K), \dots, d(0), \dots, d(K), 0, \dots]^T \quad (37)$$

式(37)等效于对 \mathbf{d} 截短。对于 K 的取值, 可设置门限 γ (例如 10^{-5}), 寻找整数 K 满足的条件, 即:

$$d(k)/d(0) \leq \gamma, \quad |k| > K \quad (38)$$

其优点是白化效果相似, 工作时计算量更低。假设 $c(n)$ 数据长度为 N , \mathbf{d} 长度为 M , 滤波工作的时域卷积运算乘法数为 MN , 与传统滤波器^[1]一样; 对于 \mathbf{d}_k , 有效长度减小为 $2K + 1$, 乘法数是传统方法的 $(2K + 1)/M$ 。反之, 如果 $2K + 1 > M$, 表明当前自相关长度 M 过小, 时域特性估计不足; 对此的解决办法是增大 M 。这也是本文滤波器长度灵活可调的优点。

总结来说, 在假设 1 和假设 2 下, \mathbf{d} 和 \mathbf{d}_k 具有近似白化效果。以 \mathbf{d}_k 作为横向滤波器的权系数, 称为近似白化。

横向滤波器 (approximate whitening transversal filter, AWTF)。AWTF 具有的特点为:1) AWTF 是 FIR 滤波器, 具有绝对稳定、结构简单等优点;2) 由于 \mathbf{d} 和 \mathbf{d}_k 共轭对称, AWTF 具有第 1 类线性相位, 无相位失真, 群延迟为常数;3) AWTF 可基于噪声样本自适应设计, 适用于广义平稳噪声或近似广义平稳噪声。

最后将 AWTF 的设计步骤总结为:

1) 获取噪声协方差矩阵 \mathbf{C} , 或基于噪声样本 $c(n)$ 估计 \mathbf{C} ;

2) 做特征分解 $\mathbf{C} = \mathbf{V}\Lambda\mathbf{V}^H$, 构造 $\mathbf{D} = \mathbf{V}\Lambda^{-1/2}\mathbf{V}^H$;

3) 取 \mathbf{D} 的中间 (对 $M/2$ 取整) 列, 为近似白化向量 \mathbf{d} ;

4) 根据阈值 γ 计算 K , 截短 \mathbf{d} 为 \mathbf{d}_k , 即为 AWTF 权系数。

2.4 信号检测的讨论

本节讨论色噪声在白化处理后的信号检测问题。考虑有用信号 s 和加性色噪声 c , 接收数据 x 通过 AWTF(为方便描述, 用 \mathbf{d} 表示 AWTF 的单位脉冲响应), 输出为:

$$\mathbf{y} = \mathbf{x}^* \mathbf{d} = \mathbf{A}s^* \mathbf{d} + \mathbf{c}^* \mathbf{d} \quad (39)$$

式中: * 表示卷积运算且滤波器前后数据保持零时移和同长度。已知 \mathbf{y} 中噪声近似白化, 下面考虑如何检测原信号 s 。

首先, 传统方法直接用 s 做常规的匹配, 结果为:

$$z_s = s^H \mathbf{y} \quad (40)$$

但是传统方法并非最优, 因为原信号 s 在白化时已被改变。例如, 基于传统协方差矩阵的白化方法将 s 变成 Ds , 故采用 Ds 做广义匹配。既然 AWTF 输出的信号成分是 $s^* \mathbf{d}$, 用来做广义匹配的输出, 即

$$z_{s^* \mathbf{d}} = (s^* \mathbf{d})^H \cdot \mathbf{y} \quad (41)$$

此外, 鉴于 \mathbf{d} 与 \mathbf{D} 的密切关系, 可用 Ds 作为 AWTF 的广义匹配滤波器, 即:

$$z_{Ds} = s^H D \mathbf{y} \quad (42)$$

后文实验表明用 Ds 或 $s^* \mathbf{d}$ 做广义匹配的信号检测性能几乎相同。

图 3 展示了应用 AWTF 对接收数据做白化处理与信号检测的全流程。

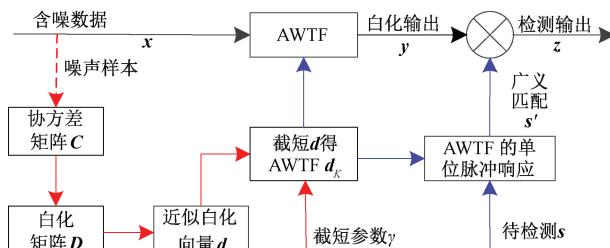


图 3 AWTF 白化与信号检测的流程

Fig. 3 Process of AWTF whitening and signal detection

3 色噪声仿真验证

3.1 AR 模型色噪声模拟

本节模拟色噪声来验证 AWTF 的白化功能。采用广泛用于色噪声建模的 AR 模型, 将零均值高斯白噪声序列 $v(n)$ 通过一个 p 阶自回归模型 $AR(p)$, 生成色噪声, 即:

$$c_{ar}(n) = -\sum_{k=1}^p a_k c_{ar}(n-k) + v(n) \quad (43)$$

仿真设置自回归系数 $a_1 = -2r\cos(2\pi f_c T_s)$, $a_2 = r^2$, 其中 $r = 0.9$ 为极点半径, 噪声频率 $f_c = 30$ Hz, 采样间隔 $T_s = 0.01$ s, $v(n)$ 方差为 1, 自相关阶数 $M = 512$ 。仿真色噪声样本点为 25 600, 计算其功率谱密度 (PSD) 如图 4 所示, 可见 PSD 并不平坦, ± 30 Hz 处出现高峰, 在 0 Hz 呈现谷底, 属于典型的色噪声。

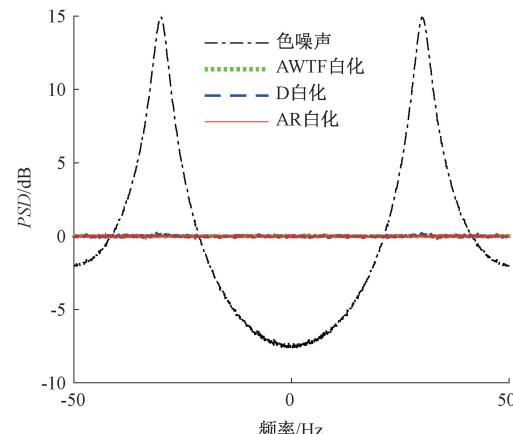


图 4 白化前后的噪声 PSDs

Fig. 4 The noise PSDs before and after whitening

为验证关于色噪声的假设 2, 计算了 $d(k)/d(0)$ 并绘于图 5。可见, 当 $k=0$ 时 $d(k)/d(0)=1$, 当 k 增大时 $d(k)/d(0)$ 迅速衰减。这一变化趋势说明 $d(k)/d(0)$ 能量高度集中于较小 k 值, 在 k 增大时显著收敛, 这与假设 2 的描述相符。然后验证式 (31), 即 $\mathbf{d}^H \mathbf{C}(k) \mathbf{d} \approx \delta(k)$ 。计算 $\mathbf{d}^H \mathbf{C}(k) \mathbf{d}$ 随 k 的变化, 如图 5 所示。可见, 当 $k=0$ 时, $\mathbf{d}^H \mathbf{C}(k) \mathbf{d} = 1$, 当 $k \geq 1$ 时 $\mathbf{d}^H \mathbf{C}(k) \mathbf{d} \approx 0$, 表明它近似单位脉冲序列。

3.2 噪声白化的仿真验证

本节验证 AWTF 的白化作用。为比较性能, 仿真了式 (16) 的传统白化滤波器和式 (10) 的 AR 模型白化方法。这 3 种方法的白化滤波输出 PSD 如图 4 所示。可见, 3 个功率谱都很平坦, 说明 3 种滤波器都能成功白化色噪声。不过, AWTF 与 AR 白化的原理并不同。为进一步分析, 实验仿真了这两种白化滤波器的单位脉冲响

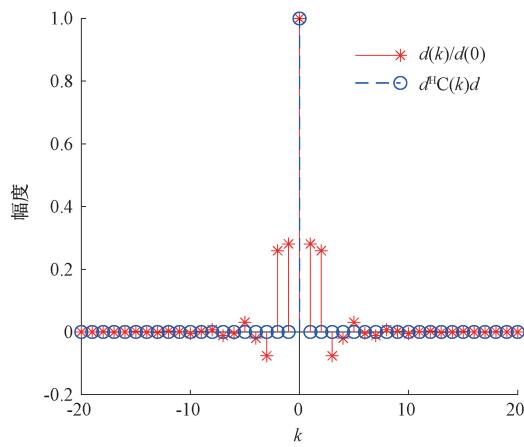


图 5 AR 色噪声验证收敛性

Fig. 5 Convergence demonstration by AR colored noise

应和频响特性,如图 6 所示。在图 6(a)中,AWTF 的有效值在 0 附近对称分布,符合 \mathbf{d} 共轭对称的特性;AR 白化的单位脉冲响应只在 $k \geq 0$ 时有数个有效值;二者在 k 增大时迅速收敛到 0 时,有相同趋势。再观察它们的频响特性,如图 6(b)所示,可见其幅频特性相同,相频特性不同,且 AWTF 相频函数为线性。这表明噪声白化可以有多种方法,而 AR 白化方法无法实现线性相位。

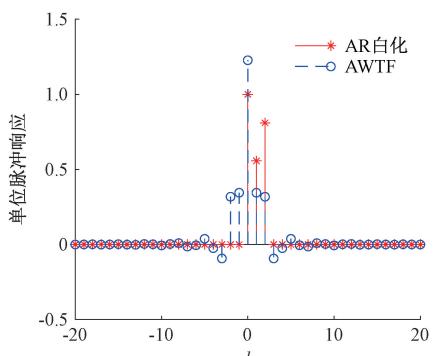
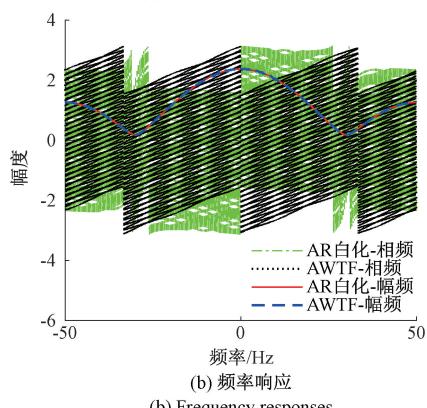
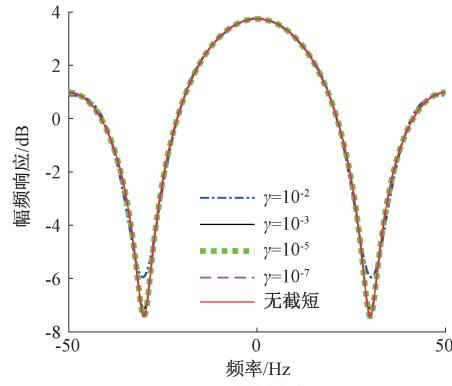
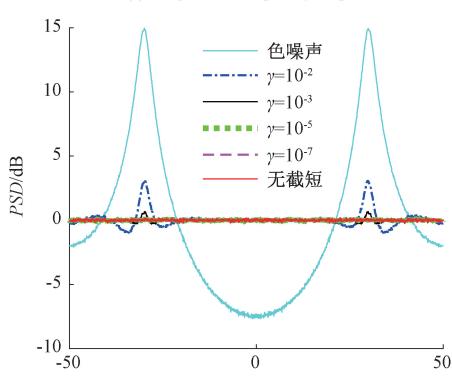
(a) 单位脉冲响应
(a) Unit impulse responses(b) 频率响应
(b) Frequency responses

图 6 AWTF 与 AR 白化滤波器的对比

Fig. 6 Comparison of AWTF and AR whitening filter

下面验证截短操作的影响。当阈值 γ 分别为 10^{-2} 、 10^{-3} 、 10^{-5} 、 10^{-7} 时,对应的 K 值分别为 6、14、41、74。对应的 \mathbf{d}_k 做 AWTF 的幅频响应和噪声白化后的 PSD 如图 7 所示。观察图 7(a),截短后的 \mathbf{d}_k 仍具有相同趋势的频域特性,只是在噪声频率处的凹陷程度不同,因此白化程度也不同。总体来说, γ 越小, K 越大, 凹陷越深, 白化效果越好。由图 7(b)可见,当阈值 $\gamma = 10^{-5}$ 时,白化效果基本达到最佳;此时 $K = 41$, 远小于 $M = 512$, 大幅降低了滤波处理的运算量。对于本节仿真噪声,设置 γ 为 10^{-3} 可以兼顾计算效率和白化效果。

(a) 幅频响应
(a) Magnitude-frequency responses(b) 噪声白化前后的 PSDs
(b) Noise PSDs before and after whitening图 7 截短 \mathbf{d}_k 对 AWTF 的影响Fig. 7 Effects of clipping \mathbf{d}_k on AWTF

3.3 信号检测误码率仿真

本节仿真色噪声下的信号检测问题。考虑通信场景,以色噪声数据和二相正交键控信号之和为原始接收数据 x 。信号处理包括白化滤波和信号匹配,然后统计不同方法的输出 SNR 和误码率(bit error rate, BER)。多种信号处理方法如表 2 所示。白化滤波后的信号与噪声功率比称为滤波输出 SNR;信号检测的匹配或广义匹配的输出为检测输出 SNR。两种 SNR 数值如表 2 所示。可见,在白化滤波阶段,白化后 SNR 比原始 SNR 提升约

15 dB, AWTF 方法与最优白化 \mathbf{D} 几乎相同, 但 \mathbf{C}^{-1} 方法明显更差(其输出并非白噪声); 在信号检测阶段, AWTF 的最佳检测为广义匹配滤波 $\mathbf{s} * \mathbf{d}$ 和 \mathbf{Ds} , 与传统最佳处理方案②和③的检测 SNR 基本相同, 而传统 \mathbf{s} 匹配的效果稍差。

表 2 多种处理方案的输出 SNRs

Table 2 Output SNRs of multiple processing schemes

(dB)

处理方案	白化滤波	信号检测	滤波输出	检测输出 SNR
			SNR	
方案①	无白化	\mathbf{s} 匹配	-42.22	-11.28
方案②	\mathbf{D} 白化	\mathbf{Ds}	-26.81	0.27
方案③	\mathbf{C}^{-1} 白化	\mathbf{s} 匹配	-28.62	0.27
方案④	AWTF	\mathbf{s} 匹配	-26.80	-0.14
方案⑤	AWTF	\mathbf{Ds}	-26.80	0.28
方案⑥	AWTF	$\mathbf{s} * \mathbf{d}$	-26.80	0.28

各处理方法的 BER 结果如图 8 所示。观察可见: 1) 相比方案①的无色噪声抑制, 其他方案均明显降低了 BER, 且 SNR 提升数值与表 2 相当; 2) 方案②和③具有相同的白化原理和 BER 数值, 属于最优处理; 3) 方案⑤和⑥采用 AWTF 白化后分别用 \mathbf{Ds} 和 $\mathbf{s} * \mathbf{d}$ 做匹配, 所得 BER 与最优处理基本一致; 4) 方案④在 AWTF 白化后用 \mathbf{s} 匹配, 比最优处理稍差, 说明广义匹配有其必要性。

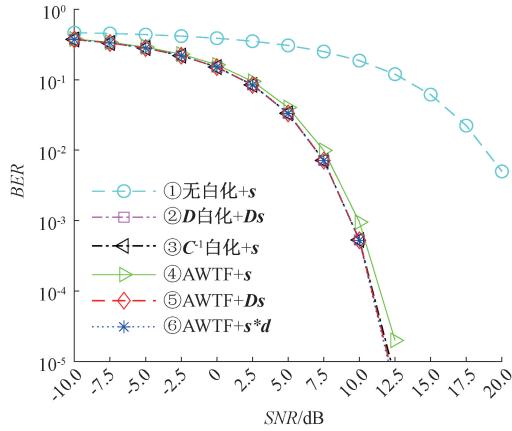


图 8 多种处理方案的仿真误码率

Fig. 8 Simulation BERs of multiple processing schemes

4 AWTF 用于天波雷达实测噪声

本章考虑将 AWTF 用于雷达的色噪声抑制。天波超视距 (over-the-horizon, OTH) 雷达利用电离层折射高频电

磁波来探测视线之外的目标^[23]。天波雷达工作于高频段, 常受到来自其他用户的干扰, 被称为射频干扰 (radio frequency interference, RFI)^[24]。本章实验数据来源于天波雷达发射站工作时实测数据, 同时包含了雷达信号和干扰噪声。可采用动目标指示器延迟线消除方法抑制海杂波, 提取出较纯净的干扰噪声样本。

首先, 基于噪声样本验证关于收敛性的假设。由噪声样本计算得 $d(k)/d(0)$ 和 $d^H \mathbf{C}(k) \mathbf{d}$, 如图 9(a) 所示, 可见 $d(k)$ 展示出较强收敛性, 与假设 2 相符。仅在 $k=0$ 时, $d^H \mathbf{C}(k) \mathbf{d}=1$, 近似于单位脉冲序列。图 9(b) 展示了噪声 ACF $r_x(k)$ 及白化后的 ACF $r_y(k)$, 可见 $r_x(k)$ 的时域相关性强, 而 $r_y(k)$ 近似于单位脉冲序列。这表明实测噪声经过 AWTF 处理后由色噪声变成了白噪声。

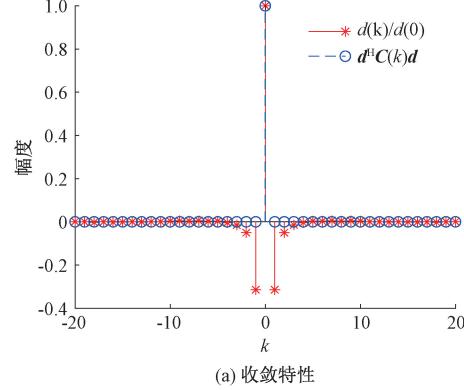
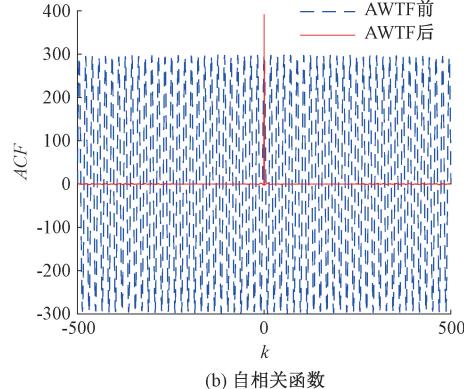
(a) 收敛特性
(a) Convergence characteristics(b) 自相关函数
(b) Autocorrelation functions

图 9 对 OTH 雷达实测数据的 AWTF 处理结果

Fig. 9 Results of AWTF processing on real data of OTH radar

然后, 考虑将 AWTF 用于天波雷达 RFI 抑制。现有基于时频域的 RFI 抑制主要在脉冲压缩 (pulse compression, PC) 过程中或 PC 前。例如, 文献 [14] 提出的接收滤波器设计算法属于在 PC 过程中抑制色噪声, 也即本文的协方差矩阵求逆方法。本文提出的 AWTF 可用于 PC 阶段之前或之后, 其工作方案如图 10 所示。考虑 4 种信号处理方案, 包括: 1) 传统匹配滤波 (matched filter, MF) 方法无白化处理, 即 PC 中直接匹配滤波; 2)

PC 中用白化矩阵 D 做滤波;3) PC 前用 AWTF 滤波后再用 MF 做 PC;4) 用 MF 做 PC 后再用 AWTF 滤波。

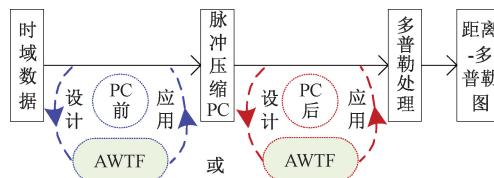


图 10 AWTF 应用于 OTH 雷达干扰抑制

Fig. 10 AWTF application in OTH radar interference suppression

仿真不同 RFI 和目标情况下 4 种处理方法输出的距离-多普勒图,然后分别采用 4 种恒虚警率(constant false alarm rate, CFAR)检测技术,包括单元平均恒虚警率检测(cell averaging CFAR, CA-CFAR)、选大恒虚警率检测(greatest of CFAR, GO-CFAR)、选小恒虚警率检测(smallest of CFAR, SO-CFAR)、有序统计恒虚警率检测(ordered statistic CFAR, OS-CFAR)、截断均值恒虚警率检测(trimmed mean CFAR, TM-CFAR),统计各种情况的目标检测 SNR,其平均检测 SNR 如表 3 所示。

表 3 多种滤波方案下的检测 SNRs

Table 3 Detection SNRs under different filtering schemes
(dB)

滤波方法	PC 中 MF	PC 中 D 白化	PC 前 AWTF	PC 后 AWTF
CA-CFAR	2.68	19.26	19.33	6.55
GO-CFAR	1.42	18.55	18.60	5.57
SO-CFAR	4.60	20.06	20.16	7.71
OS-CFAR	0.33	17.10	17.17	5.03
TM-CFAR	2.71	19.26	19.35	7.12

可见,采用一般 MF 处理的性能最差,检测 SNR 接近于 0,无法检测目标;采用 PC 中或 PC 前做噪声抑制,均可大幅提升检测 SNR,提升约 17 dB;在 PC 后采用 AWTF 也能改善检测 SNR,但效果明显不如在 PC 前。这说明 AWTF 确实可以有效抑制色噪声,但不宜用于信号检测之后。

5 结 论

针对有色噪声白化处理问题,本文在基于协方差矩阵的白化理论的基础之上,提出了一种近似白化横向滤波器(AWTF)的自适应设计方法。理论分析表明,AWTF 是一种具有线性相位的 FIR 滤波器,能够实现对色噪声的近似白化处理。AWTF 是基于噪声自相关特性自适应

设计,其长度可在预设阈值后自适应调整,从而降低滤波工作的运算量。在实验部分,本研究采用仿真 AR 色噪声和实测天波雷达数据,证实了收敛性假设和白化作用,验证了 AWTF 能够有效白化色噪声。在通信和雷达系统中,基于输入数据自适应设计的 AWTF 能有效抑制色噪声,AWTF 后接广义匹配滤波可以取得接近最优的检测误码率和检测信噪比。

参 考 文 献

- [1] KAY S M. Fundamentals of statistical signal processing, volume II: Detection theory [M]. Englewood Cliffs: Prentice Hall PTR, 1998.
- [2] 何子述,夏威. 现代数字信号处理及其应用[M]. 北京:清华大学出版社,2009.
- [3] HE Z SH, XIA W. Modern digital signal processing and its applications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2009.
- [4] 胡宗福,赵晓群. 现代信号处理基础及应用[M]. 北京:电子工业出版社,2012.
- [5] HU Z F, ZHAO X Q. Fundamentals and applications of modern signal processing[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2012.
- [6] LUO Z T, LI J X, SONG T CH, et al. Range-Doppler image classification for interference detection in over-the-horizon radar[J]. Digital Signal Processing, 2024, 155: 104727.
- [7] 陆大金. 随机过程及其应用[M]. 北京:清华大学出版社,2012.
- [8] LU D J. Stochastic processes and their applications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2012.
- [9] ADHIKARI K, KAY S, COSTA R. Prewhitenning followed by sampling versus sampling followed by prewhitening for detection[J]. IEEE Access, 2024, 12: 179478-179487.
- [10] WEI Q Q, XIA Y SH, JIANG SH B. A novel prewhitening subspace method for enhancing speech corrupted by colored noise [C]. 2013 6th International Congress on Image and Signal Processing, 2013: 1282-1286.
- [11] 杨天霖,杜选民,周胜增. 预白化与小波变换联合的混响抑制方法研究[J]. 声学技术, 2021, 40(1): 110-116.
- [12] YANG T L, DU X M, ZHOU SH Z. Research on the

- reverberation suppression method combining pre-whitening and wavelet transform[J]. Technical Acoustics, 2021, 40(1): 110-116.
- [9] 李春龙, 刘莹. 一种高斯色噪声混响背景的宽带信号检测算法[J]. 科学技术与工程, 2011, 11(3): 480-483.
- LI CH L, LIU Y. A broadband signal detection algorithm in Gaussian colored noise reverberation background [J]. Science Technology and Engineering, 2011, 11 (3): 480-483.
- [10] 罗勇江, 杨腾飞, 赵冬. 色噪声下基于白化频谱重排鲁棒主成分分析的语音增强算法[J]. 电子与信息学报, 2021, 43(12): 3671-3679.
- LUO Y J, YANG T F, ZHAO D. Speech enhancement algorithm based on robust principal component analysis with whitened spectrogram rearrangement in colored noise[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2021, 43(12): 3671-3679.
- [11] JIANG X H, WEI T, WANG X L, et al. Research on frequency-domain adaptive line enhancement based on pre-whitening matched filter[C]. 2021 OES China Ocean Acoustics, 2021: 748-752.
- [12] FAKHRY M, GALLARDO-ANTOLÍN A. Noise prewhitening using supervised nonnegative matrix factorization and wiener filtering[C]. 2024 International Conference on Computer and Applications, 2024: 1-5.
- [13] 蒋佳佳, 杨绪宝, 郭同同, 等. 基于SFTRLs算法的水下自干扰抑制方法研究[J]. 仪器仪表学报, 2025, 46(7): 225-234.
- JIANG J J, YANG X B, GUO T T, et al. Research on underwater self-interference suppression method based on SFTRLs algorithm [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2025, 46(7): 225-234.
- [14] 罗忠涛. 新体制天波超视距雷达信号处理研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2015.
- LUO ZH T. Study on signal processing for future sky-wave over-the-horizon radar system[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2015.
- [15] 赵辰乾, 刘益辰, 刘欣. 有色噪声下GNSS空时抗干扰算法的性能分析和改进[J]. 电子与信息学报, 2022, 44(4): 1388-1394.
- ZHAO CH Q, LIU Y CH, LIU X. Effect of colored noise on STAP algorithm for GNSS anti-jamming and algorithm improvement [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2022, 44(4): 1388-1394.
- [16] 秦月梅, 周倩倩, 杨衍波, 等. 有色量测噪声下带广义未知扰动的递推上限滤波[J]. 控制理论与应用, 2023, 40(8): 1457-1465.
- QIN Y M, ZHOU Q Q, YANG Y B, et al. Recursive upper bound filtering with generalized unknown disturbances in the presence of colored measurement noises[J]. Control Theory & Applications, 2023, 40 (8): 1457-1465.
- [17] 宋国东, 姜守达, 刘晓东, 等. 带有色噪声非线性广义系统 Kalman 估值器[J]. 仪器仪表学报, 2014, 35(7): 1532-1538.
- SONG G D, JIANG SH D, LIU X D, et al. Nonlinear descriptor system Kalman estimator with colored noise[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2014, 35(7): 1532-1538.
- [18] 靳凯迪, 柴洪洲. 顾及有色噪声的光纤陀螺随机噪声自适应滤波方法[J]. 测绘学报, 2022, 51(1): 80-86.
- JIN K D, CHAI H ZH. Adaptive Kalman filter method with colored noise for fiber optic gyroscope random drift[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2022, 51(1): 80-86.
- [19] 单泽彪, 鲁胜麟, 刘小松, 等. 基于高阶累积量的阵列式超声波传感器风速风向测量[J]. 仪器仪表学报, 2021, 42(6): 279-286.
- SHAN Z B, LU SH L, LIU X S, et al. Wind speed and direction measurement with array ultrasonic sensors based on high-order cumulant[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42(6): 279-286.
- [20] 董聚兵, 刘晓东. 基于四阶累积量的测深侧扫声纳波达方向估计方法研究[J]. 仪器仪表学报, 2022, 43(8): 235-244.
- DONG J B, LIU X D. Research on the DOA estimation method of bathymetric side scan sonar based on fourth-order cumulant[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2022, 43(8): 235-244.
- [21] JIANG T T, WANG J L, HE Y L, et al. Design of the modified fractional central difference Kalman filters under

- stochastic colored noises [J]. ISA transactions, 2022, 127: 487-500.
- [22] 牛克骁, 刘元正, 王宇晨, 等. 基于 ARMA 模型的原子干涉陀螺噪声滤波方法 [J]. 仪器仪表学报, 2025, 46(9): 72-82.
- NIU K X, LIU Y ZH, WANG Y CH, et al. Filtering methods of AIG random noise based on the ARMA model [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2025, 46(9): 72-82.
- [23] LUO ZH T, LI J X, GONG Y R, et al. Range-Doppler spectrum anomaly detection for sky-wave over-the-horizon radar based on image recognition and data augmentation [J]. IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine, 2025, 40(10): 58-71.
- [24] 罗忠涛, 严美慧, 卢琨, 等. 超视距雷达海杂波与干扰信号的多域特征与海杂波检测 [J]. 电子与信息学报, 2021, 43(3): 580-588.
- LUO ZH T, YAN M H, LU K, et al. The characteristics of sea-clutter and interferences in various domains and the detection of sea-clutter for OTH Radar [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2021, 43(3): 580-588.

作者简介



罗忠涛(通信作者), 分别在 2007 年和 2015 年于电子科技大学获得学士学位和博士学位, 现为重庆邮电大学副教授, 主要研究方向为统计信号处理、多维信号处理与机器学习。

E-mail: luozt@cqupt.edu.cn

Luo Zhongtao (Corresponding author) received his B. Sc. and Ph. D. degrees both from University of Electronic Science and Technology of China in 2007 and 2015, respectively. He is currently an associate professor at Chongqing University of Posts and Telecommunications. His main research interests include statistical signal processing, multidimensional signal processing and machine learning.



刘宇桐, 2023 年于重庆理工大学获得学士学位, 现为重庆邮电大学硕士研究生, 主要研究方向为统计信号处理。

E-mail: 13370755543@163.com

Liu Yutong received her B. Sc. degree from Chongqing University of Technology in 2023. She is currently a master's student at Chongqing University of Posts and Telecommunications. Her main research interest includes statistical signal processing.