

自适应周期事件触发的网络化 PMSM 系统 H_∞ 控制 *

黄江林¹, 李帅虎¹, 肖伸平², 施星宇¹

(1. 长沙理工大学电气与信息工程学院 长沙 410114; 2. 湖南工业大学交通与电气工程学院 株洲 412007)

摘要: 针对网络化永磁同步电机(PMSM)系统中存在网络资源受限、负载扰动及传输延迟影响系统控制性能的问题,提出了一种自适应周期事件触发的 H_∞ 控制策略。首先,在传统周期事件触发控制的基础上,将定触发阈值改为随系统状态信息变化的自适应阈值并采用不同权值的矩阵代替相同权值的矩阵,从而构建了一种自适应周期事件触发控制(APETC)策略,以进一步提升触发策略的灵活性和效率。同时,为更准确地描述系统的特性,建立了考虑 APETC 策略及传输延迟的网络化 PMSM 系统数学模型。其次,基于 Lyapunov 稳定性理论及自由权矩阵的思想,推导出保证系统渐近稳定且满足 H_∞ 性能的充分条件,进而给出一种自适应周期事件触发控制策略与 H_∞ 控制器的综合设计方法,以进一步缓解网络拥堵、提高网络资源利用率。最后,在 YXSPACE-SP2000 快速原型控制实验平台上,通过负载突变运行、带载运行和变转速运行 3 种典型工况的对比实验验证所提方法的有效性与优越性。实验结果表明:与传统周期事件触发控制相比,自适应周期事件触发控制策略在保证系统控制性能的同时,能够显著减少不必要的信息传输;与 PI 控制策略相比,所设计的 H_∞ 控制策略在动态响应速度和抗干扰能力方面具有明显优势,充分证明了所提方法在提高网络资源利用率和增强系统鲁棒性方面的有效性与优越性。

关键词: 传输延迟; 自适应周期事件触发控制; 网络化控制; 永磁同步电机; H_∞ 控制

中图分类号: TM351 TH39 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 470.40

Adaptive periodic event-triggered H_∞ control of networked PMSM system

Huang Jianglin¹, Li Shuaihu¹, Xiao Shenping², Shi Xingyu¹

(1. School of Electrical & Information Engineering, Changsha University of Science & Technology, Changsha 410114, China;
2. School of Transportation and Electrical Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou 412007, China)

Abstract: To address the problems of limited network resources, load disturbances and transmission delays affecting the control performance of networked permanent magnet synchronous motor (PMSM) systems, an adaptive periodic event-triggered control strategy is proposed. Firstly, based on conventional periodic event-triggered H_∞ control, the fixed triggering threshold is replaced with an adaptive threshold that varies with the system state information, and different weighting matrices are used instead of identical ones. In this way, an adaptive periodic event-triggered control (APETC) strategy is developed to further enhance the flexibility and efficiency of the triggering mechanism. Simultaneously, to more accurately characterize the system behavior, a mathematical model of the networked PMSM system considering APETC and transmission delay is established. Second, based on Lyapunov stability theory and the concept of the free weight matrix, deriving the sufficient conditions for the system asymptotic stability and satisfaction of the H_∞ performance. Based on these results, a co-design method for the APETC and H_∞ controller is developed, which effectively alleviates network congestion and improves the utilization of network resources. Finally, the effectiveness and superiority of the proposed method are demonstrated through comparative experiments, including sudden change operation, loaded operation, and variable-speed operation on a YXSPACE-SP2000 rapid prototype control platform. The experimental results show that, compared with the traditional periodic event-triggered control, the proposed APETC can significantly reduce unnecessary data transmissions while maintaining control performance. Moreover, relative to the PI control, the designed H_∞ control exhibits a markedly faster dynamic response and stronger disturbance rejection. These results

verify the effectiveness and superiority of the proposed method in improving network resource utilization and enhancing system robustness.

Keywords: transmission delay; adaptive periodic event-triggered control; networked control system; permanent magnet synchronous motor; H_∞ control

0 引言

永磁同步电机 (permanent magnet synchronous motor, PMSM) 因其具有结构简单、高功率密度以及高效率等优点被广泛应用在工业生产、电动汽车和机器人等领域^[1-4]。传统 PMSM 控制系统通常以点对点的接线方式与传感器、执行器、控制器等设备进行信息交互, 导致系统布线复杂、维护成本高且扩展性差。与点对点的控制系统相比, 网络化控制系统^[5] (networked control system, NCS) 通过通信网络形成闭合回路进行信息交互, 具有成本低、安装与维护方便、灵活性高等优点^[6-7], 所以有学者提出将 NCS 引入到永磁同步电机来解决点对点连接存在的问题^[8]。

然而, 网络资源是有限的, 若沿用传统的时间触发控制, 所有被测量的信息将直接通过网络进行传输, 届时大量冗余信息涌入通信网络容易造成网络拥堵, 进而降低 NCS 的性能^[9]。为缓解网络拥堵, 事件触发控制应运而生, 使得只有满足触发条件的信息才能通过网络进行传输^[10-11]。尽管事件触发控制可在保证系统性能的同时有效地节约通信资源, 但该事件触发是连续事件触发, 需要特殊的硬件连续地监测当前系统状态信息, 限制了其应用。

为克服需连续监测的弊端, 周期事件触发控制 (periodic event-triggered control, PETC) 被提出并受到广泛地关注^[12-13]。但现有研究多集中于定触发阈值的 PETC, 这种不可动态调整的触发阈值, 制约了网络资源的进一步优化。为解决此问题, 文献[14]提出了一种能自动调整触发阈值的周期事件触发控制 (adaptive event-triggered control, APETC), 其触发阈值可根据预设的微分函数自动调整, 从而更好地节约网络资源。与之不同, 文献[15]则提出一种随触发条件变化的自适应阈值机制, 为 APETC 的设计提供了新思路。然而, 文献[9-15]中所采用的事件触发条件权矩阵均为定值, 使得触发条件的灵活性不足。此外, 为实现给定的系统性能, 通常采用仿真方法^[16-17], 将控制器与事件触发条件分开发设计, 即先设计合适的控制器再确定事件触发条件。该方法虽可满足给定的系统性能要求, 但通过该方法设计的控制器难以充分反映事件触发条件下的系统状态特征, 限制了整体性能的进一步提升。

尽管网络化控制系统在理论方面的研究已取得诸多进展, 但其在 PMSM 系统中的应用探索仍显不足。目前,

该领域的研究成果主要可分为两类, 一类致力于提高网络资源利用率; 另一类则聚焦于抑制传输延迟对系统性能的影响。在提高网络资源利用率方面, 文献[18]针对网络化 PMSM 系统存在外部扰动和网络拥堵的问题, 提出一种基于超螺旋的自触发滑模控制器, 但自触发只能使用最小的触发间隔, 灵活性不足。不同于文献[18], 文献[19]所提出的周期事件触发滑模控制, 其触发间隔由周期触发条件根据系统状态信息确定, 因而在缓解网络拥堵方面更具优势。文献[20]则提出一种动态事件触发滑模控制策略, 但该策略需要连续的监测状态信息, 不利于其在数字平台上的应用。需要指出的是, 文献[18-20]的研究均未考虑传输延迟的影响, 这限制了其在实际场景中的应用。

在抑制传输延迟影响方面, 文献[21-23]开展了深入研究。文献[21]借助排队理论将时变延迟转化为固定延迟, 并结合多步预测控制与滑模控制, 有效提升了系统对传输延迟的鲁棒性。然而, 该方法尚未经过实验验证, 也未涉及网络资源利用的优化。文献[22-23]则基于 Lyapunov 稳定性理论对网络化 PMSM 系统的传输延迟问题进行了研究。其中, 文献[22]构建了考虑延迟的网络化 PMSM 数学模型, 并据此设计了相应的 H_∞ 控制器, 以增强系统在非理想网络环境下的稳定性。尽管文献[21-23]在抑制延迟影响方面取得了积极进展, 但其研究视角仍主要局限于延迟问题, 尚未深入结合网络资源有限性进行综合优化。

综上所述, 针对网络化 PMSM 控制系统所面临的网络资源受限、传输延迟和负载扰动等多重挑战, 提出了一种自适应周期事件触发的 H_∞ 控制策略, 旨在缓解网络拥堵并有效地抑制传输延迟和负载扰动对系统性能的负面影响, 从而提高系统的鲁棒性。主要贡献包括:

1) 提出了一种自适应周期事件触发控制策略, 该策略采用随系统状态动态调整的触发阈值与非对称权矩阵的设计, 显著增强了触发机制的灵活性, 从而有效提高了网络资源利用率;

2) 建立了同时考虑 APETC 和传输延迟的网络化 PMSM 系统的数学模型;

3) 引入自由权矩阵以降低传统固定权矩阵所带来的保守性并给出一种 APETC 与 H_∞ 控制器的综合设计方法。

最后通过快速原型控制实验证明了所提方法的有效性和优越性。

1 永磁同步电机的数学模型及网络化永磁同步电机的数学模型

1.1 永磁同步电机的数学模型

为便于永磁同步电机数学模型的建立,做出 3 方面假设:1)磁路不饱和;2)忽略铁芯的磁滞损耗和涡流损耗;3)转子永磁磁场和定子电枢反应磁场在气隙中均为正弦分布。则采用 $i_d^*(t)=0$ 矢量控制策略的表贴式永磁同步电机,在 dq 坐标系下的数学模型^[24]为:

$$\begin{cases} \frac{di_q(t)}{dt} = -\frac{R_s}{L}i_q(t) - \frac{n_p\psi_f}{L}\omega(t) + \frac{u_q(t)}{L} \\ \frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{1.5n_p\psi_f}{J}i_q(t) - \frac{B_0}{J}\omega(t) - \frac{T_L(t)}{J} \end{cases} \quad (1)$$

式中: $i_q(t)$ 、 $u_q(t)$ 分别表示 q 轴的定子电流和电压; R_s 和 L 分别表示定子电阻和电感; n_p 为电机极对数; $\omega(t)$ 和 ψ_f 分别是转子角速度和转子磁链; B_0 、 T_L 和 J 分别是摩擦系数、负载转矩和转动惯量。

为便于后续研究将式(1)转化为具有扰动的式(2),即:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{Ax}(t) + \mathbf{Bu}(t) + \mathbf{Dw}(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{Cx}(t) \end{cases} \quad (2)$$

式中: $\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} i_q(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix}$; $\mathbf{y}(t) = 30\omega(t)/\pi$; $\mathbf{u}(t) = u_q(t)$;

$$\mathbf{w}(t) = T_L(t); \mathbf{B} = [1/L \ 0]^T; \mathbf{C} = [0 \ 30/\pi];$$

$$\mathbf{D} = [0 \ -1/J]^T; \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -R_s/L & -n_p\psi_f/L \\ 1.5n_p\psi_f/J & -B_0/J \end{bmatrix}.$$

1.2 网络化永磁同步电机的数学模型

本节从网络化 PMSM 系统的结构出发,首先说明网络化 PMSM 系统的组成,然后给出自适应周期事件触发控制的网络化 PMSM 系统结构图及数学模型。

网络化 PMSM 系统主要由本地 PMSM 系统、通信网络和中央控制器构成,如图 1 所示。其中,本地控制器通过网络与中央控制器进行信息交互并控制本地 PMSM 系统工作。

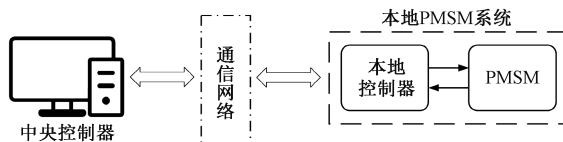


图 1 网络化 PMSM 系统结构

Fig. 1 Structure of the networked PMSM system

为在有限的网络资源下兼顾系统性能与通信效率,将自适应周期事件触发控制策略引入网络化 PMSM 系统中,并设计了基于自适应周期事件触发的 H_∞ 控制器,其

系统结构如图 2 所示。在该结构中,本地 PMSM 系统以采样周期 h ($h > 0$) 进行周期采样。若当前采样信息满足自适应周期事件触发条件,其将通过网络传输至中央控制器;否则将不传输,此时中央控制器中的信息仍沿用上一次传输过来的信息,从而显著减少非必要的信息传输,缓解网络拥堵。中央控制器主要负责转速环的控制,本地 PMSM 系统中 H_∞ 控制器和 PI 控制器分别负责 q 轴和 d 轴电流回路的控制。考虑到实际通信过程中存在传输延迟,为便于理论分析与控制器设计,参照文献[21]做法,将传输延迟 τ ($\tau > 0$) 建模为定值。

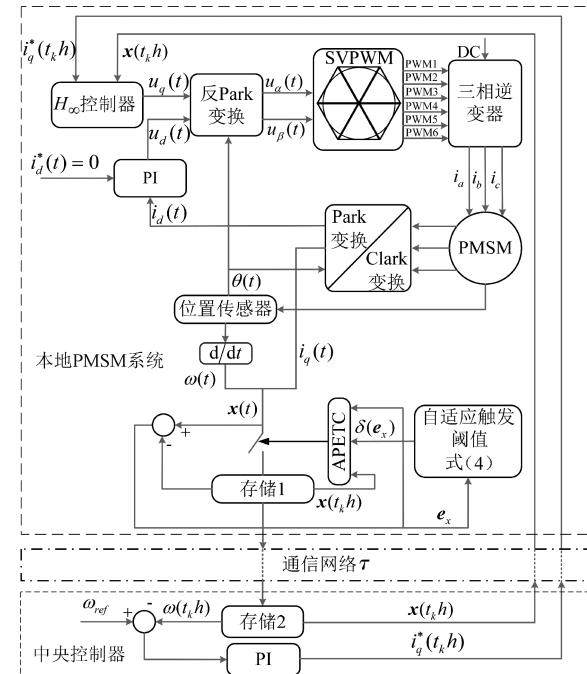


图 2 APETC 的网络化 PMSM 系统结构

Fig. 2 The networked PMSM system structure diagram of APETC

令 t_kh ($t_k \in \mathbb{N}$) 为满足自适应周期事件触发条件的采样序列,设计如式(3)所示的自适应周期事件触发条件,即:

$$\mathbf{e}_x^T \mathbf{\Omega}_1 \mathbf{e}_x > \delta(\mathbf{e}_x) \mathbf{x}^T(t_kh) \mathbf{\Omega}_2 \mathbf{x}(t_kh) \quad (3)$$

式中: $\mathbf{e}_x = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}(t_kh)$ 是系统状态偏差, $\mathbf{x}(t)$ 是当前采样时刻的状态, $\mathbf{x}(t_kh)$ 是上一个传输采样时刻的状态; $\mathbf{\Omega}_1$ 和 $\mathbf{\Omega}_2$ 是两个待设计的权矩阵; $\delta(\mathbf{e}_x)$ 为自适应触发阈值,具体如式(4)所示。

$$\delta(\mathbf{e}_x) = \max \{ \alpha/1 + e^{-\beta \|\mathbf{e}_x\|}, \delta_0 \} \quad (4)$$

式中: $\delta_0 = \delta(0)$ 是 $\delta(\mathbf{e}_x)$ 的下界,且 $\delta_0 > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ 。

则下一个满足 APETC 条件的采样时刻为:

$$\begin{aligned} t_{k+1}h &= t_kh + \min_{j \geq 1} \{jh \mid \mathbf{e}_x^T \mathbf{\Omega}_2 \mathbf{x}(t_kh) > \delta(\mathbf{e}_x) \mathbf{x}^T(t_kh) \mathbf{\Omega}_2 \mathbf{x}(t_kh) \} \end{aligned} \quad (5)$$

式中: j 为整数。

由上述分析可知, 自适应周期事件触发的间隔 $\geq jh$, 因此可以避免 Zeno 现象(在有限时间内无限次触发)的发生。

在 PMSM 系统中, $i_q(t)$ 和 $\omega(t)$ 是可获得的。因此, 式(3)将系统状态信息作为自适应周期事件触发条件的输入信息是合理且可实现的。与文献[9-13, 16-17, 25]中采用的定触发阈值不同, 所设计的触发阈值 $\delta(\mathbf{e}_x)$ 能根据系统状态自动调整, 从而能更有效地节约网络资源。此外, 区别于文献[9-17, 25]中采用对称权矩阵的做法, 所设计的自适应周期事件触发条件式(3)在左右两侧引入了两个待设计的不同权矩阵, 从而能更独立地调节状态量与误差项的权重, 实现了触发机制在灵活性与性能上的进一步提升。

设状态反馈控制器如式(6)所示。

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{K}\mathbf{x}(t) \quad (6)$$

式中: \mathbf{K} 为待求增益矩阵。考虑传输延迟和自适应周期事件触发控制, 则式(6)可转化为:

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{K}\mathbf{x}(t_k h), \quad t \in [t_k h + \tau, t_{k+1} h + \tau] \quad (7)$$

为将式(2)转化为考虑自适应周期事件触发控制及传输延迟的网络化 PMSM 系统数学模型, 令 $\rho_k = t_{k+1} - t_k - 1$, 则在 $t \in [t_k h + \tau, t_{k+1} h + \tau]$ 中有:

$$\begin{aligned} d(t) = & \begin{cases} t - t_k h, & t \in [t_k h + \tau, t_k h + h + \tau) \\ t - t_k h - h, & t \in [t_k h + h + \tau, t_k h + 2h + \tau) \\ \vdots & \vdots \\ t - t_k h - \rho_k h, & t \in [t_k h + \rho_k h + \tau, t_{k+1} h + \tau) \end{cases} \\ \Delta(t) = & \begin{cases} \mathbf{x}(t_k h) - \mathbf{x}(t_k h), & t \in [t_k h + \tau, t_k h + h + \tau) \\ \mathbf{x}(t_k h) - \mathbf{x}(t_k h + h), & t \in [t_k h + h + \tau, t_k h + 2h + \tau) \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{x}(t_k h) - \mathbf{x}(t_k h + \rho_k h), & t \in [t_k h + \rho_k h + \tau, t_{k+1} h + \tau) \end{cases} \end{aligned}$$

显然 $\tau \leq d(t) < \tau + h$, 令 $d_M = \tau + h$, 则有 $\tau \leq d(t) < d_M$ 。

由上述定义可知:

$$\mathbf{x}(t_k h) = \mathbf{x}(t - d(t)) + \Delta(t) \quad (8)$$

因此, 式(3)可写为式(9), 即:

$$\Delta^T(t) \mathbf{Q}_1 \Delta(t) \leq \delta_0 \mathbf{x}^T(t_k h) \mathbf{Q}_2 \mathbf{x}(t_k h) \quad (9)$$

将式(7)和(8)代入式(2)得到考虑 APETC 及传输延迟的网络化 PMSM 系统数学模型, 如式(10)所示。

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{K}\mathbf{x}(t - d(t)) + \\ \mathbf{B}\mathbf{K}\Delta(t) + \mathbf{D}\mathbf{w}(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{cases} \quad (10)$$

式(10)所构建的网络化 PMSM 系统数学模型突破了文献[18-20]中未考虑传输延迟与状态信息利用单一的局限。通过综合考虑传输延迟 τ 、上次触发时刻的信

息 $\mathbf{x}(t_k h)$ 、当前采样时刻的信息 $\mathbf{x}(t)$ 以及触发条件的信息 $\Delta(t)$, 建立了更全面的模型, 从而为系统的稳定性分析与控制器综合设计提供了更可靠的基础。

2 网络化 PMSM 系统的稳定性

为便于系统的稳定性分析及后续研究的开展, 引入下面的引理。

1) 引理^[25]

对于一个 $n \times n$ 维的实数正定矩阵 \mathbf{R} 和一个实数矩阵 $\mathbf{\Gamma}$ 以及一个 p 维向量 ξ 满足 $\text{col}\{\mathbf{x}(b), \mathbf{x}(a), \frac{1}{b-a} \int_a^b \mathbf{x}(s) ds\} = \mathbf{\Gamma}\xi$, $\text{col}\{\cdot\}$ 表示块列矩阵(向量), 则对于任意矩阵 $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{2n \times p}$ 下列不等式(11)都成立。

$$-\int_a^b \dot{\mathbf{x}}^T(s) \mathbf{R} \dot{\mathbf{x}}(s) ds \leq \xi^T \mathbf{F}_a^b(\mathbf{\Gamma}, \mathbf{R}, \mathbf{M}) \xi \quad (11)$$

式中: $\mathbf{F}_a^b(\mathbf{\Gamma}, \mathbf{R}, \mathbf{M}) = \mathbf{\Gamma}^T \mathbf{\Theta}^T \mathbf{M} + \mathbf{M}^T \mathbf{\Theta} \mathbf{\Gamma} + (b-a) \mathbf{M}^T \bar{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{M}$; $\mathbf{\Theta} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{I} & \mathbf{I} & -2\mathbf{I} \end{bmatrix}$; $\bar{\mathbf{R}} = \text{diag}\{\mathbf{R}, 3\mathbf{R}\}$, $\text{diag}\{\cdot\}$ 表示对角矩阵(向量)。

2) 定理 1

当扰动 $\mathbf{w}(t) = 0$ 时, 在给定标量 $\alpha > 0$ 、 $\beta > 0$ 、 $\delta_0 > 0$, 实对称矩阵 $\mathbf{\Omega}_1$ 、 $\mathbf{\Omega}_2$ 及控制器增益 \mathbf{K} 的条件下, 若存在实对称矩阵 $\mathbf{P} > 0$, $\mathbf{Q}_i > 0$ ($i = 1, 2$), $\mathbf{R} > 0$ 以及具有适当维数的实矩阵 \mathbf{M} 和 \mathbf{N} , 使下面矩阵不等式(12)成立, 则网络化 PMSM 系统是渐近稳定的。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{\Phi}_1 + \mathbf{\Phi}_2 + \mathbf{\Phi}_3 + \mathbf{\Phi}_4 & d_M \mathbf{M}^T \\ d_M \mathbf{M} & -d_M \bar{\mathbf{R}} \end{bmatrix} < 0 \quad (12)$$

式中: $\mathbf{\Phi}_1 = \mathbf{H}e \{ \mathbf{e}_2^T \mathbf{P} \mathbf{e}_1 + \mathbf{M}^T \mathbf{\Theta} \mathbf{\Gamma} \}$, $\mathbf{H}e \{ \mathbf{X} \} = \mathbf{X}^T + \mathbf{X}$; $\mathbf{\Gamma} = \text{col}\{\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_5\}$; $\mathbf{\Phi}_2 = \mathbf{e}_2^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_3^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{e}_3 + \mathbf{e}_2^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_4^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{e}_4 + d_M \mathbf{e}_1^T \mathbf{R} \mathbf{e}_1$; $\mathbf{\Phi}_3 = \mathbf{H}e \{ \mathbf{N}^T \mathbf{C}_{20} \}$; $\mathbf{C}_{20} = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{A}\mathbf{e}_2 + \mathbf{B}\mathbf{K}\mathbf{e}_4 + \mathbf{B}\mathbf{K}\mathbf{e}_6$; $\mathbf{\Phi}_4 = \delta_0 \mathbf{C}_{10}^T \mathbf{\Omega}_2 \mathbf{C}_{10} - \mathbf{e}_6^T \mathbf{\Omega}_2 \mathbf{e}_6$; $\mathbf{C}_{10} = \mathbf{e}_4 + \mathbf{e}_6$; $\bar{\mathbf{R}} = \text{diag}\{\mathbf{R}, 3\mathbf{R}\}$; $\mathbf{e}_i \in \mathbb{R}^{n \times 6n}$ ($i = 1, 2, \dots, 6$) 是从 $6n$ 维单位矩阵从上到下依次取行块向量; $\mathbf{\Theta} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{I} & \mathbf{I} & -2\mathbf{I} \end{bmatrix}$, \mathbf{I} 是合适维度的单位矩阵。

$$\begin{aligned} \text{令 } \xi(t) = \text{col}\{ & \dot{\mathbf{x}}(t), \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - d_M), \mathbf{x}(t - d(t)), \\ & \frac{1}{d_M} \int_{t-d_M}^t \mathbf{x}(s) ds, \Delta(t) \} \end{aligned}$$

3) 定理 1 的证明

构建 Lyapunov 函数如式(13)所示。

$$\mathbf{W}(t) = \mathbf{V}(t) + \mathbf{V}_0(t) \quad (13)$$

式中: $V(t) = \mathbf{x}^T(t) \mathbf{P} \mathbf{x}(t)$; $V_0(t) = \int_{t-d_M}^t \mathbf{x}^T(s) \mathbf{Q}_1 \mathbf{x}(s) ds +$

$$\int_{t-d(t)}^t \mathbf{x}^T(s) \mathbf{Q}_2 \mathbf{x}(s) ds + \int_{t-d_M}^t \int_s^t \dot{\mathbf{x}}^T(v) \mathbf{R} \dot{\mathbf{x}}(v) dv ds$$

式(13)对 t 求导可得: $\dot{W}(t) = \dot{V}(t) + \dot{V}_0(t)$, $\dot{V}(t) = 2\mathbf{x}^T(t) \mathbf{P} \dot{\mathbf{x}}(t)$, $\dot{V}_0(t) = \mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q}_1 \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}^T(t-d_M) \mathbf{Q}_1 \mathbf{x}(t-d_M) + \mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q}_2 \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}^T(t-d(t)) \mathbf{Q}_2 \mathbf{x}(t-d(t)) + d_M \dot{\mathbf{x}}^T(t) \mathbf{R} \dot{\mathbf{x}}(t) - \int_{t-d_M}^t \dot{\mathbf{x}}^T(v) \mathbf{R} \dot{\mathbf{x}}(v) dv$ 。

对 $\dot{V}(t)$ 和 $\dot{V}_0(t)$ 进一步整理得:

$$\dot{V}(t) = \xi^T(t) \{ 2\mathbf{e}_2^T \mathbf{P} \mathbf{e}_1 \} \xi(t) = \xi^T(t) H e \{ \mathbf{e}_2^T \mathbf{P} \mathbf{e}_1 \} \xi(t) \quad (14)$$

$$\dot{V}_0(t) = \xi^T(t) \{ \mathbf{e}_2^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_3^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{e}_3 + \mathbf{e}_2^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_4^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{e}_4 + d_M \mathbf{e}_1^T \mathbf{R} \mathbf{e}_1 \} \xi(t) - \int_{t-d_M}^t \dot{\mathbf{x}}^T(v) \mathbf{R} \dot{\mathbf{x}}(v) dv \quad (15)$$

由式(11)可知:

$$- \int_{t-d_M}^t \dot{\mathbf{x}}^T(v) \mathbf{R} \dot{\mathbf{x}}(v) dv \leq \xi^T(t) \mathbf{F}_{t-d_M}^T(\mathbf{F}, \mathbf{R}, \mathbf{M}) \xi(t)$$

式中: $\mathbf{F} = \text{col}\{\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_5\}$; $\bar{\mathbf{R}} = \text{diag}\{\mathbf{R}, 3\mathbf{R}\}$; $\mathbf{F}_{t-d_M}^T(\mathbf{F}, \mathbf{R}, \mathbf{M}) = \mathbf{F}^T \mathbf{\Theta}^T \mathbf{M} + \mathbf{M}^T \mathbf{\Theta} \mathbf{F} + d_M \mathbf{M}^T \bar{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{M}$, $\mathbf{\Theta} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{I} & \mathbf{I} & -2\mathbf{I} \end{bmatrix}$ 。故式(15)可写为式(16), 即:

$$\dot{V}_0(t) \leq \xi^T(t) \{ \mathbf{e}_2^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_3^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{e}_3 + \mathbf{e}_2^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_4^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{e}_4 + d_M \mathbf{e}_1^T \mathbf{R} \mathbf{e}_1 + H e \{ \mathbf{M}^T \mathbf{\Theta} \mathbf{F} \} + d_M \mathbf{M}^T \bar{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{M} \} \xi(t) \quad (16)$$

$$\text{令 } \mathbf{\Phi}_1 = H e \{ \mathbf{e}_2^T \mathbf{P} \mathbf{e}_1 + \mathbf{M}^T \mathbf{\Theta} \mathbf{F} \}, \mathbf{\Phi}_2 = \mathbf{e}_2^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_3^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{e}_3 + \mathbf{e}_2^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_4^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{e}_4 + d_M \mathbf{e}_1^T \mathbf{R} \mathbf{e}_1$$

结合式(14)和(16)可得式(17), 即:

$$\dot{W}(t) \leq \xi^T(t) \{ \mathbf{\Phi}_1 + \mathbf{\Phi}_2 + d_M \mathbf{M}^T \bar{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{M} \} \xi(t) \quad (17)$$

在 $t \in [t_k h + \tau, t_{k+1} h + \tau]$ 中, 由式(8)和(9)可得式(18), 即:

$$0 \leq \delta_0(\mathbf{x}(t-d(t)) + \Delta(t))^T \mathbf{Q}_2(\mathbf{x}(t-d(t)) + \Delta(t)) - \Delta^T(t) \mathbf{Q}_1 \Delta(t) \quad (18)$$

对式(18)整理得式(19), 即:

$$0 \leq \xi^T(t) \{ \delta_0(\mathbf{e}_4 + \mathbf{e}_6)^T \mathbf{Q}_2(\mathbf{e}_4 + \mathbf{e}_6) - \mathbf{e}_6^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{e}_6 \} \xi(t) \quad (19)$$

此外,

$$0 = 2\xi^T(t) \mathbf{N}^T [-\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{K} \mathbf{x}(t-d(t)) + \mathbf{B} \mathbf{K} \Delta(t) + \mathbf{D} \mathbf{w}(t)] \quad (20)$$

式中: \mathbf{N} 是自由权矩阵。

对式(20)整理可得式(21), 即:

$$0 = 2\xi^T(t) \mathbf{N}^T \{ -\mathbf{e}_1 + \mathbf{A} \mathbf{e}_2 + \mathbf{B} \mathbf{K} \mathbf{e}_4 + \mathbf{B} \mathbf{K} \mathbf{e}_6 \} \xi(t) + 2\xi^T(t) \mathbf{N}^T \mathbf{D} \mathbf{w}(t) \quad (21)$$

$$\text{令 } \mathbf{C}_{10} = \mathbf{e}_4 + \mathbf{e}_6, \mathbf{C}_{20} = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{A} \mathbf{e}_2 + \mathbf{B} \mathbf{K} \mathbf{e}_4 + \mathbf{B} \mathbf{K} \mathbf{e}_6,$$

$$\mathbf{\Phi}_3 = H e \{ \mathbf{N}^T \mathbf{C}_{20} \}, \mathbf{\Phi}_4 = \delta_0 \mathbf{C}_{10}^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{C}_{10} - \mathbf{e}_6^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{e}_6, \text{结合式(19)和(21)可得式(22), 即:}$$

$$0 \leq \xi^T(t) [\mathbf{\Phi}_3 + \mathbf{\Phi}_4] \xi(t) + 2\xi^T(t) \mathbf{N}^T \mathbf{D} \mathbf{w}(t) \quad (22)$$

又 $\mathbf{w}(t) = 0$, 由式(17)和(22)可知:

$$\dot{W}(t) \leq \xi^T(t) \{ \mathbf{\Phi}_1 + \mathbf{\Phi}_2 + \mathbf{\Phi}_3 + \mathbf{\Phi}_4 +$$

$$d_M \mathbf{M}^T \bar{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{M} \} \xi(t)$$

若:

$$\mathbf{\Phi}_1 + \mathbf{\Phi}_2 + \mathbf{\Phi}_3 + \mathbf{\Phi}_4 + d_M \mathbf{M}^T \bar{\mathbf{R}}^{-1} < 0 \quad (23)$$

则 $\dot{W}(t) < 0$, 即网络化 PMSM 系统是渐近稳定的。

由 Schur 补可知, 式(23)可转化为式(12), 证毕。

3 H_∞ 性能分析及反馈增益 \mathbf{K} 与权矩阵 $\mathbf{\Omega}_1$ 、 $\mathbf{\Omega}_2$ 的综合设计

3.1 H_∞ 性能分析

给定标量 $\gamma > 0$, 若闭环网络化 PMSM 系统渐近稳定且在零初始条件下满足式(24), 则闭环网络化 PMSM 系统满足 H_∞ 性能指标 γ 。

$$\| \mathbf{y}(t) \|_2 \leq \gamma \| \mathbf{w}(t) \|_2 \quad (24)$$

1) 定理 2

当 $\mathbf{w}(t) \neq 0$ 时, 在给定标量 $\alpha > 0, \beta > 0, \delta_0 > 0, \gamma > 0$, 实对称矩阵 $\mathbf{\Omega}_1 > 0, \mathbf{\Omega}_2 > 0$ 及控制器增益 \mathbf{K} 的条件下, 若存在实对称矩阵 $\mathbf{P} > 0, \mathbf{Q}_i > 0 (i=1,2), \mathbf{R} > 0$ 以及适当维数的实矩阵 \mathbf{M} 和 \mathbf{N} , 使下面矩阵不等式(25)成立, 则网络化 PMSM 系统在零初始条件下满足性能指标 γ 。

$$\mathbf{P} =$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{\Phi}_1 + \mathbf{\Phi}_2 + \mathbf{\Phi}_3 + \mathbf{\Phi}_4 & \mathbf{N}^T \mathbf{D} & \mathbf{e}_2^T \mathbf{C}^T & d_M \mathbf{M}^T \\ * & -\gamma^2 \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ * & * & -\mathbf{I} & \mathbf{0} \\ * & * & * & -d_M \bar{\mathbf{R}} \end{bmatrix} < 0 \quad (25)$$

式中: * 表示对称矩阵中的对称项; 其他符号定义见定理 1。

2) 定理 2 的证明

$$\begin{aligned} \text{令 } J_{yw} &= \int_0^\infty [\mathbf{y}^T(t) \mathbf{y}(t) - \gamma^2 \mathbf{w}^T(t) \mathbf{w}(t)] dt, \text{ 则 } J_{yw} = \\ &\int_0^\infty [\mathbf{y}^T(t) \mathbf{y}(t) - \gamma^2 \mathbf{w}^T(t) \mathbf{w}(t) + \dot{W}(t)] dt + W(t) \Big|_{t=0} - \\ &W(t) \Big|_{t=\infty} \text{ 在零初始条件下, 有 } W(t) \Big|_{t=0} = 0, W(t) \Big|_{t=\infty} \geq 0, \text{ 故有:} \\ J_{yw} &\leq \int_0^\infty [\mathbf{y}^T(t) \mathbf{y}(t) - \gamma^2 \mathbf{w}^T(t) \mathbf{w}(t) + \dot{W}(t)] dt \end{aligned} \quad (26)$$

由定理 1 中的式(17)和(22)可得:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}^T(t)\mathbf{y}(t) - \gamma^2 \mathbf{w}^T(t)\mathbf{w}(t) + \dot{W}(t) &\leqslant \\ \begin{bmatrix} \xi(t) \\ \mathbf{w}(t) \end{bmatrix}^T \Xi \begin{bmatrix} \xi(t) \\ \mathbf{w}(t) \end{bmatrix} & \end{aligned} \quad (27)$$

式中: $\Xi = \begin{bmatrix} \Sigma_1 & N^T D \\ * & -\gamma^2 I \end{bmatrix}$, $\Sigma_1 = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4 + d_M M^T \bar{R}^{-1} M + e_2^T C^T C e_2$ 。

则:

$$J_{yw} \leqslant \int_0^\infty \begin{bmatrix} \xi(t) \\ \mathbf{w}(t) \end{bmatrix}^T \Xi \begin{bmatrix} \xi(t) \\ \mathbf{w}(t) \end{bmatrix} dt \quad (28)$$

当式(28) < 0 时, 即 $\Xi < 0$, 由 Schur 补可将 $\Xi < 0$ 转化为式(25), 转化过程如式(29)所示。

$$\begin{aligned} \Xi &= \begin{bmatrix} \Sigma_2 & N^T D \\ * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_2^T C^T C e_2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} < 0 \\ &\Downarrow \\ \Xi_1 &= \begin{bmatrix} \Sigma_2 & N^T D & e_2^T C^T \\ * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \end{aligned} \quad (29)$$

式中: $\Sigma_2 = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4 + d_M M^T \bar{R}^{-1} M$ 。令 $\Sigma_3 = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4$, 并对 Ξ_1 进行进一步的整理得:

$$\begin{aligned} \Xi_1 &= \begin{bmatrix} \Sigma_3 & N^T D & e_2^T C^T \\ * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & -I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_M M^T \bar{R}^{-1} M & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} < 0 \\ &\Downarrow \\ &\begin{bmatrix} \Sigma_3 & N^T D & e_2^T C^T & d_M M^T \\ * & -\gamma^2 I & 0 & 0 \\ * & * & -I & 0 \\ * & * & * & -d_M \bar{R} \end{bmatrix} < 0 \end{aligned} \quad (30)$$

又系统渐近稳定且 $\mathbf{w}(t) \in L_2[0, \infty)$, 因此可推导出 $\|\mathbf{y}(t)\|_2 \leqslant \gamma \|\mathbf{w}(t)\|_2$, 故网络化 PMSM 系统满足性能指标 γ , 证毕。

3.2 反馈增益 \mathbf{K} 与权矩阵 Ω_1 、 Ω_2 的综合设计

1) 定理 3

对于给定标量 $\alpha > 0$ 、 $\beta > 0$ 、 $\delta_0 > 0$ 、 $\gamma > 0$ 和 ε_i , 若存在实对称矩阵 $\bar{\Omega}_1 > 0$ 、 $\bar{\Omega}_2 > 0$ 、 $\bar{P} > 0$ 、 $\bar{Q}_i > 0$ ($i = 1, 2$)、 $\bar{R} > 0$, 适当维数的实矩阵 \bar{M} 、 $X > 0$ 及 Y 使得下面线性矩阵不等式(31)成立, 则存在反馈增益 $\mathbf{K} = YX^{-1}$ 使网络化 PMSM 系统渐近稳定且满足性能指标 γ 。此外, 还可同步求出自适应周期事件触发中的权矩阵 $\Omega_1 = X^{-T} \bar{\Omega}_1 X^{-1}$ 和 $\Omega_2 = X^{-T} \bar{\Omega}_2 X^{-1}$ 。

$$\begin{bmatrix} E & * & * & * \\ D^T \varepsilon & -\gamma^2 I & * & * \\ CXe_2 & 0 & -I & * \\ d_M \bar{M} & 0 & 0 & -d_M \hat{R} \end{bmatrix} < 0 \quad (31)$$

式中: $\hat{R} = \text{diag}\{\bar{R}, 3\bar{R}\}$, $\bar{R} = X^T RX$, R 为 Lyapunov 函数中的对称正定矩阵; $\mathbf{E} = \bar{\Phi}_1 + \bar{\Phi}_2 + \bar{\Phi}_3 + \bar{\Phi}_4$, $\bar{\Phi}_1 = He\{e_2^T \bar{P} e_1 + \bar{M}^T \bar{\Theta} \Gamma\}$, $e_i \in \mathbf{R}^{n \times 6n}$ ($i = 1, 2, \dots, 6$), $\bar{\Theta}$ 、 Γ 和 C_{10} 的定义见定理 1; $d_M = \tau + h$; δ_0 为 APETC 中自适应触发阈值的下界; $\varepsilon = e_1 + \varepsilon_1 e_2 + \varepsilon_2 e_3$ 是一个由基向量 e_1 、 e_2 和 e_3 构成的向量, 可实现对自由权矩阵 N 的分解以便反馈增益矩阵 \mathbf{K} 和权矩阵 Ω_1 及 Ω_2 的综合设计; $\bar{\Phi}_2 = e_2^T \bar{Q}_1 e_2 - e_3^T \bar{Q}_1 e_3 + e_2^T \bar{Q}_2 e_2 - e_4^T \bar{Q}_2 e_4 + d_M e_1^T \bar{R} e_1$; $\bar{\Phi}_3 = He\{\varepsilon^T (-Xe_1 + AXe_2 + BYe_4 + BYe_6)\}$; $\bar{\Phi}_4 = \delta_0 C_{10}^T \bar{\Omega}_2 C_{10} - e_6^T \bar{\Omega}_1 e_6$ 。

2) 定理 3 的证明

令自由权矩阵 $N = H\varepsilon$, $\varepsilon = e_1 + \varepsilon_1 e_2 + \varepsilon_2 e_3$, ε_1 和 ε_2 是两个常数。由式(25)成立, 可得式(32), 即:

$$e_1\{\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4\}e_1^T < 0 \quad (32)$$

$$\text{又 } e_1 \Phi_1 e_1^T = e_1 He\{e_2^T \bar{P} e_1 + \bar{M}^T \bar{\Theta} \Gamma\} e_1^T = e_1 (e_2^T \bar{P} e_1 + M^T \bar{\Theta} \Gamma + e_1^T \bar{P} e_2 + \Gamma^T \bar{\Theta}^T M) e_1^T = 0$$

$$\text{同理可得: } e_1 \Phi_2 e_1^T = d_M R, e_1 \Phi_3 e_1^T = -H^T - H, e_1 \Phi_4 e_1^T = 0.$$

故式(32)可转化为式(33), 即:

$$e_1\{\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4\}e_1^T = d_M R - H^T - H < 0 \quad (33)$$

又因为 $R > 0$, 由式(33)可知 H 是可逆的, 令 $X = H^{-1}$, $A_1 = e_1^T X e_1 + e_2^T X e_2 + \dots + e_6^T X e_6$, $A_2 = \text{diag}\{X, X\}$, $\Lambda = \text{diag}\{A_1, I, I, A_2\}$, 则对式(25)进行左乘和右乘有:

$$\Lambda^T \Lambda =$$

$$\begin{bmatrix} \Lambda_1^T Z \Lambda_1 & \Lambda_1^T \varepsilon^T H^T D & \Lambda_1^T e_2^T C^T & d_M \Lambda_1^T M^T \Lambda_2 \\ * & -\gamma^2 I & 0 & 0 \\ * & * & -I & 0 \\ * & * & * & -d_M \Lambda_2^T \bar{R} \Lambda_2 \end{bmatrix} \quad (34)$$

式中: $Z = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4$ 。

由上述定义可知: $\bar{\Theta} \Gamma \Lambda_1 = \begin{bmatrix} Xe_2 - Xe_3 \\ Xe_2 + Xe_3 - 2Xe_5 \end{bmatrix}$, 又

因为 $\Lambda_2 \bar{\Theta} \Gamma = \begin{bmatrix} Xe_2 - Xe_3 \\ Xe_2 + Xe_3 - 2Xe_5 \end{bmatrix}$, 因此 $\bar{\Theta} \Gamma \Lambda_1 = \Lambda_2 \bar{\Theta} \Gamma$,

根据矩阵乘法的结合律有:

$$\Lambda_1^T M^T \bar{\Theta} \Gamma \Lambda_1 = (\Lambda_1^T M^T) \bar{\Theta} \Gamma \Lambda_1 = (\Lambda_1^T M^T) \Lambda_2 \bar{\Theta} \Gamma \quad (35)$$

为对式(34)进行进一步的化简, 令 $\bar{P} = X^T P X$, $\bar{Q}_i = X^T Q_i X$ ($i = 1, 2$), $\bar{\Omega}_1 = X^T \Omega_1 X$, $\bar{\Omega}_2 = X^T \Omega_2 X$, $\bar{M}^T = \Lambda_1^T M^T \Lambda_2$, $Y = KX$, $\bar{R} = X^T R X$, 则:

$$\begin{aligned} \bar{\Phi}_1 &= \Lambda_1^T \Phi_1 \Lambda_1 = \Lambda_1^T H e\{e_2^T \bar{P} e_1 + M^T \bar{\Theta} \Gamma\} \Lambda_1 = \\ &= H e\{e_2^T X^T P X e_1 + \Lambda_1^T M^T \bar{\Theta} \Gamma \Lambda_1\} = H e\{e_2^T \bar{P} e_1 + \bar{M}^T \bar{\Theta} \Gamma\} \end{aligned} \quad (36)$$

同理可得: $\bar{\Phi}_2 = e_2^T \bar{Q}_1 e_2 - e_3^T \bar{Q}_1 e_3 + e_2^T \bar{Q}_2 e_2 - e_4^T \bar{Q}_2 e_4 + d_M e_1^T \bar{R} e_1$, $\bar{\Phi}_3 = H e\{\varepsilon^T (-Xe_1 + AXe_2 + BYe_4 + BYe_6)\}$, $\bar{\Phi}_4 = \delta_0 C_{10}^T \bar{\Omega}_2 C_{10} - e_6^T \bar{\Omega}_1 e_6$ 。

$$\bar{\Phi}_4 = \delta_0 C_{10}^T \bar{\Omega}_2 C_{10} - e_6^T \bar{\Omega}_1 e_6, \epsilon^T D = A_1^T \epsilon^T H^T D, e_2^T X^T C^T =$$

$A_1^T e_2^T C^T, \hat{R} = A_2^T \bar{R} A_2$, 所以式(34)可转化为式(37), 即:

$$A^T \Pi A =$$

$$\begin{bmatrix} \bar{\Phi}_1 + \bar{\Phi}_2 + \bar{\Phi}_3 + \bar{\Phi}_4 & * & * & * \\ D^T \epsilon & -\gamma^2 I & * & * \\ CXe_2 & 0 & -I & * \\ d_M \bar{M} & 0 & 0 & -d_M \hat{R} \end{bmatrix} \quad (37)$$

若式(37) < 0 , 便可得到式(31)。求解式(37) < 0 , 则可得到 $K = YX^{-1}$, $\Omega_1 = X^{-T} \bar{\Omega}_1 X^{-1}$, $\Omega_2 = X^{-T} \bar{\Omega}_2 X^{-1}$, 即实现 K , Ω_1 和 Ω_2 的综合设计, 证毕。

文献[10-12, 16-17]所采用的控制器与事件触发条件分离设计的方法存在固有局限。该方法(或先设计控制器再求触发条件中的权矩阵, 或反之)仅可满足特定的系统性能且设计过程较繁杂。相比之下, 所提出的综合设计方法通过求解统一的线性矩阵不等式(linear matrix inequality, LMI), 可将权矩阵 Ω_1 、 Ω_2 和控制器增益 K 一同求出, 这不仅简化了设计过程, 更有利于系统期望性能的实现。

4 实验分析

4.1 实验平台及参数

为验证所提方法的有效性, 根据图 2 搭建以 YXSPACE-SP2000 快速原型控制器为核心的网络化永磁同步电机调速系统实验平台, 如图 3 所示。该平台包括 TMS320F28335+FPGA 芯片、通信板卡(采用网络方式通信)、模拟采集板卡、DA 模拟输出板卡等模块, 可通过上位机的组态软件实现监控, 并利用磁粉制动器实现对电机进行加载的操作。PMSM 标称参数如表 1 所示。

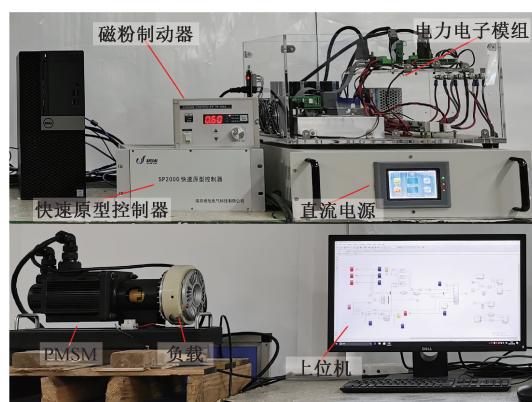


图 3 快速原型控制实验平台

Fig. 3 Rapid prototyping control experiment

表 1 PMSM 标称参数

Table 1 PMSM nominal parameters

参数	单位	数值
额定转速	$r \cdot min^{-1}$	1 500
定子电阻	Ω	1.29
定子电感	mH	2.53
磁链	Wb	0.2
转动惯量	$kg \cdot m^2$	0.002 77
极对数		4
摩擦系数	$N \cdot m \cdot s$	0.000 157

根据式(2)和 PMSM 参数可知:

$$A = \begin{bmatrix} -509.8814 & -316.2055 \\ 433.2130 & -0.0567 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 395.2569 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & \frac{30}{\pi} \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 \\ -361.0108 \end{bmatrix}.$$

系统采样周期为 $h = 0.0002$ s, $\tau = h$, $\gamma = 0.3$, $\delta_0 = 0.02$, $\alpha = 0.04$, $\beta = 1000$, $\varepsilon_1 = 2$, $\varepsilon_2 = 3$ 。

利用 Matlab、Yalmip 工具箱以及上述参数和式(31), 可同时计算出 K , Ω_1 和 Ω_2 :

$$K = [0.6768 \ 0.1971], \Omega_1 = \begin{bmatrix} 380.8942 & 244.8452 \\ 244.8452 & 168.6537 \end{bmatrix},$$

$$\Omega_2 = \begin{bmatrix} 347.4893 & 223.5799 \\ 223.5799 & 154.6725 \end{bmatrix}.$$

为便于后续实验, 给出传统 PETC 触发条件:

$$e_x^T \Omega e_x > \delta_0 x^T(t_k h) \Omega x(t_k h) \quad (38)$$

式中: e_x 和 $x(t_k h)$ 的定义见式(3); Ω 为权矩阵, 且令 $\Omega = \Omega_1$ 。

4.2 实验结果分析

为验证所提方法的有效性在快速原型控制平台上进行了 3 种典型工况的对比实验且每个工况的实验均考虑了传输延迟的影响。为确保实验公平, 转速环和 d 轴电流环的 PI 参数均保持一致, 参数分别为 $K_p = 0.075$, $K_i = 0.00002$; $K_p = 8$, $K_i = 0.00008$ 且实验时长均设置为 10 s。

1) 负载突变运行实验

网络化 PMSM 空载启动, 在 4 s 左右处利用磁粉制动器突加负载 1.8 N·m 直至电机运行结束(突加负载是手动进行的, 导致其在时间上出现偏差, 但这并不会影响控制器的效果), 设置电机参考转速为 1 000 r/min。为验证所提 H_∞ 控制器的有效性, 在负载突变并采用 APETC 的情况下进行了不同控制器的转速跟踪对比实验, 结果如图 4 所示。

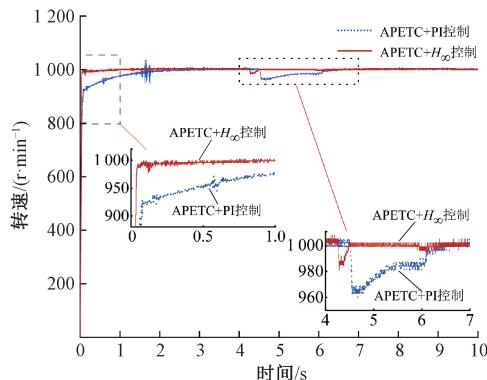


图 4 负载突变运行时不同控制器的转速响应

Fig. 4 Speed response of different controllers during load sudden change operation

由图 4 可知, H_∞ 控制下 PMSM 的响应速度更快且超调更小, 突加负载后 H_∞ 控制也可让 PMSM 更快速地跟踪参考速度。此外, 突加负载后, H_∞ 控制下的 PMSM 转速下降 15 r/min, 而 PI 控制下的 PMSM 转速下降 38 r/min。故该研究所提出的 H_∞ 控制能更有效地抑制延迟和负载扰动对系统的负面影响。

为验证所设计 APETC 的性能, 在负载突变的情况下进行了 APETC+ H_∞ 控制和 PETC+ H_∞ 控制的转速跟踪对比实验, 结果如图 5 及表 2 所示。

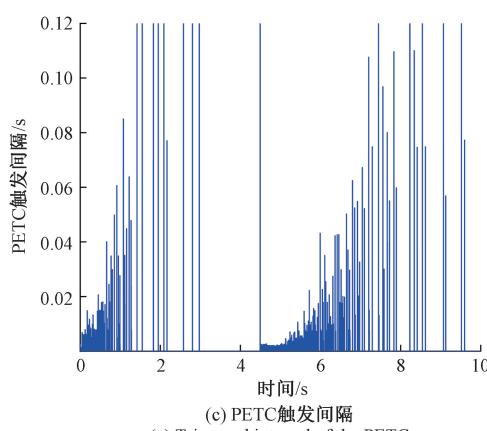
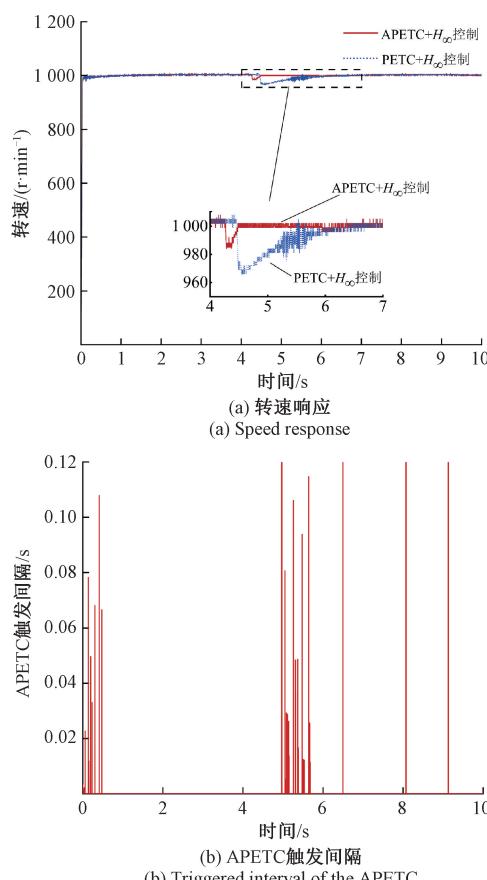


图 5 负载突变运行时不同事件触发的转速响应及其触发间隔

Fig. 5 Speed response and triggered intervals of different event-triggered control during load sudden change operation

表 2 图 5 中的关键性能参数

Table 2 Key performance parameters in Fig. 5

控制器	上升时间/s	转速恢复时间/s	触发次数	超调/%
PETC+ H_∞	0.028 6	1.412 4	1 271	0.8
APETC+ H_∞	0.028 6	0.214 2	148	0.8

由图 5 及表 2 可知, 所设计的 APETC 能在不牺牲系统控制性能的同时显著减少触发次数。此外, 负载突变后, 网络化 PMSM 在 APETC+ H_∞ 控制下的表现也明显强于 PETC+ H_∞ 控制下的, 其中 APETC+ H_∞ 控制下的电机转速下降 15 r/min 并能快速地跟踪参考转速, 而 PETC+ H_∞ 控制下的电机转速下降 35 r/min 且接近 2 s 后才跟随参考转速。因此, 所设计的 APETC 更有效且 APETC+ H_∞ 的控制策略不仅能提高网络资源利用率还能更好地抑制延迟及负载扰动带来的负面影响。

2) 带载运行实验

设置电机参考转速为 1 000 r/min 并让网络化 PMSM 系统带载 1.2 N·m 运行直至运行结束。为验证所提控制方法在带载实验时的有效性, 先在采用 APETC 的情况下进行了 H_∞ 控制器与 PI 控制器的转速跟踪对比实验, 结果如图 6 所示。

由图 6 可知, 带载运行时所设计的 H_∞ 控制器能使网络化 PMSM 更快地跟踪参考速度且其超调仅为 0.2%, 而 PI 控制器下的电机启动 7 s 左右才跟踪参考转速且其超调为 5.3%。因此, 所设计的 H_∞ 控制器在带载运行时能更好地抑制传输延迟带来的负面影响。

其次, 在带载运行的情况下进行了 APETC+ H_∞ 控制和 PETC+ H_∞ 控制的转速跟踪对比实验, 以进一步验证

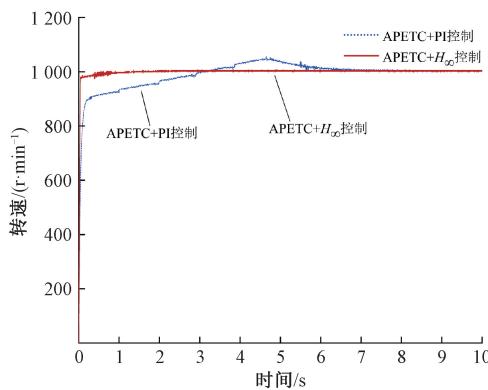


图 6 带载运行时不同控制器的转速响应

Fig. 6 Speed response of different controllers during load operation

所设计 APETC 能否在减少网络拥堵的同时保证系统的性能,实验结果如图 7 及表 3 所示。

通过对图 7 及表 3 的分析可知,该研究所设计的自适应周期事件触发控制策略能大大减少不必要的触发,从而提高网络资源利用率。此外,这种利用率的提升并不会造成系统性能的下降且 APETC+ H_∞ 控制能使网络化 PMSM 在更少的信息传输下仍能更快地跟随给定转速,这进一步地证明了所提控制方法的有效性。

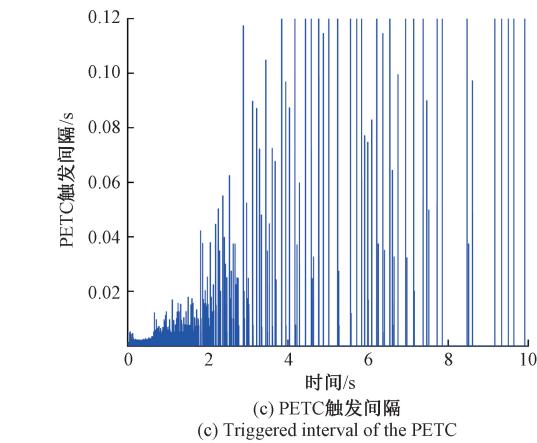
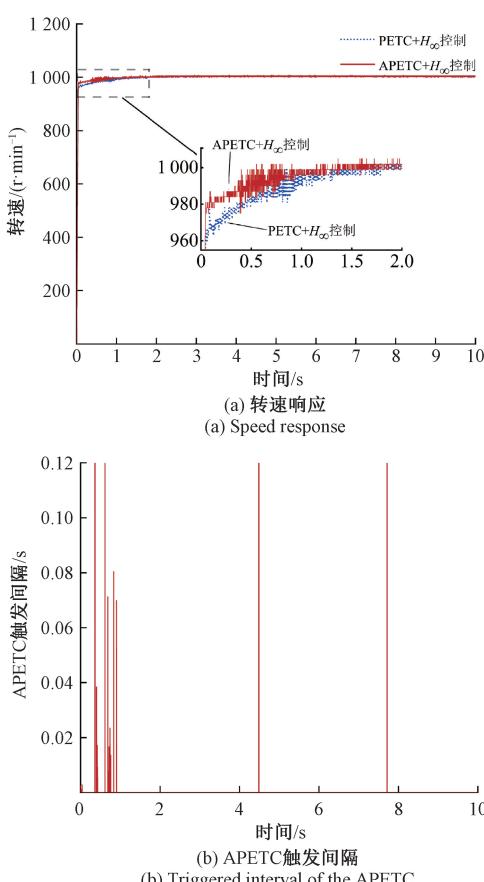


图 7 带载运行时不同事件触发的转速响应及其触发间隔

Fig. 7 Speed response and triggered intervals of different event-triggered control during load operation

表 3 图 7 中的关键性能参数

Table 3 Key performance parameters in Fig. 7

控制器	上升时间/s	触发次数	超调/%
PETC+ H_∞	0.037 4	1 023	0.8
APETC+ H_∞	0.033 0	111	0.8

3) 变转速运行实验

网络化 PMSM 系统分别以不同的参考转速运行,设置电机参考转速分别为: 600、800、1 000 r/min, 网络化 PMSM 系统空载运行直至结束。为再次验证所提 H_∞ 控制器的有效性, 在变转速运行并采用 APETC 的情况下进行了不同控制器的转速跟踪对比实验, 结果如图 8 所示。

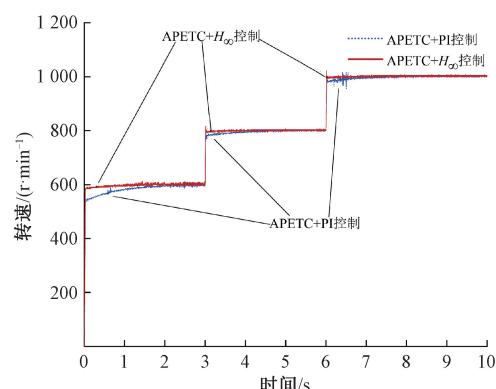


图 8 变转速运行时不同控制器的转速响应

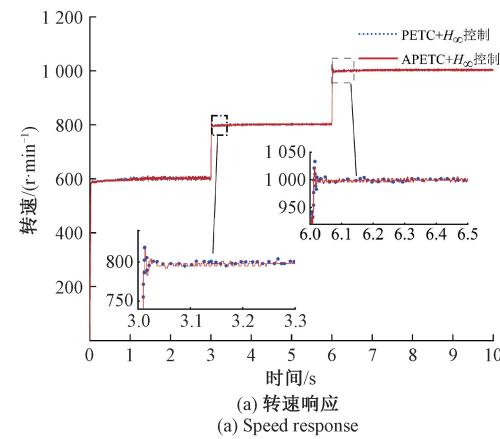
Fig. 8 Speed response of different controllers during variable-speed operation

由图 8 可知,在相同条件下,采用 H_∞ 控制器的电机响应速度更快。此外,在参考转速为 600 r/min 时, H_∞ 控制器和 PI 控制器下的转速超调相同; 在参考转速为

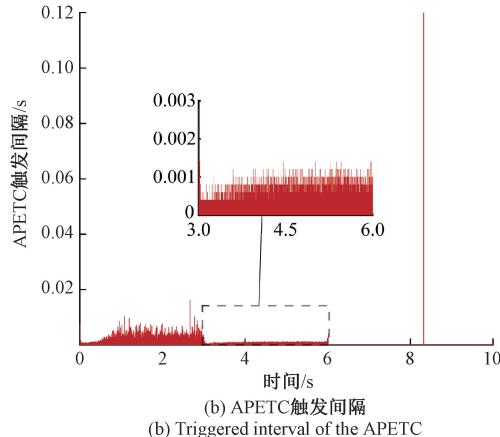
800 r/min 时, H_∞ 控制和 PI 控制下的转速超调分别为 2% 和 1%; 在参考转速为 1 000 r/min 时, H_∞ 控制和 PI 控制下的转速超调分别为 2.3% 和 4.6%。因此, 所提出的 H_∞ 控制器能更有效地抑制延迟和负载扰动对系统的负面影响。

为再次验证所设计 APETC 的性能优势, 在变转速运行的情况下进行了 APETC+ H_∞ 控制和 PETC+ H_∞ 控制的转速跟踪对比实验, 结果如图 9 及表 4 所示。

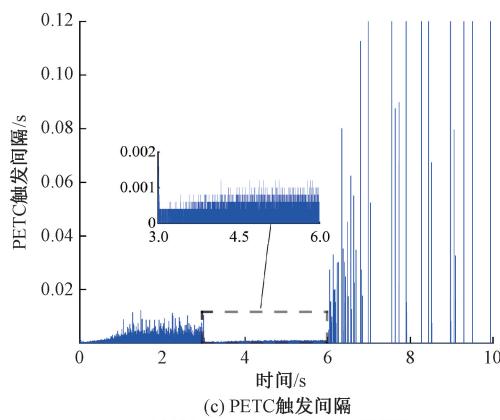
由图 9 及表 4 可知, APETC+ H_∞ 控制策略可使网络化 PMSM 在更少信息传输次数下更快更稳定地跟踪电机参考转速。此外, APETC 在减少触发次数的同时并没有



(a) 转速响应
(a) Speed response



(b) APETC触发间隔
(b) Triggered interval of the APETC



(c) PETC触发间隔
(c) Triggered interval of the PETC

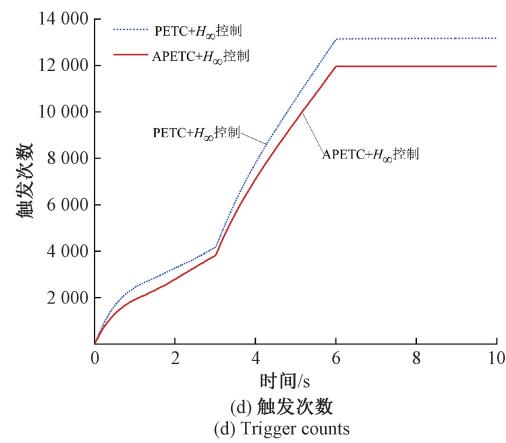


图 9 变转速运行时不同事件触发的转速响应, 触发间隔及相应的触发次数
Fig. 9 Speed response, triggered intervals and corresponding trigger counts of different event-triggered control during variable-speed operation

表 4 图 9 中的关键性能参数

Table 4 Key performance parameters in Fig. 9

控制器	上升时间/s	触发次数	超调/%
PETC+ H_∞	0.017 6	13 177	3.8
APETC+ H_∞	0.017 6	11 959	2.3

牺牲系统的控制性能, 还减小了超调。这再次验证了所提方法在提高网络资源利用率同时, 还能更好地抑制延迟及负载扰动带来的负面影响。

5 结 论

针对网络化 PMSM 系统面临的网络资源受限、负载扰动及传输延迟影响系统控制性能的问题, 提出一种自适应周期事件触发的 H_∞ 控制策略。通过设计自适应触发阈值与非对称权矩阵的 APETC, 显著降低了网络通信负担; 构建更全面的网络化 PMSM 数学模型, 为系统的稳定性分析与控制器综合设计提供了更可靠的基础; 采用 Lyapunov 稳定性理论与自由权矩阵方法得出的综合设计方法, 实现了自适应周期事件触发条件与 H_∞ 控制器的协同优化, 使二者的优势得到充分发挥。实验结果表明, 相较于 PETC 与 PI 控制, 所提出的控制策略在负载突变、带载及变转速等多种工况下均能有效减少通信触发次数, 同时保持良好的转速跟踪性能与动态响应能力。后续研究将进一步考虑时变传输延迟、数据丢包等因素的影响并提出相应的解决方法。

参考文献

[1] 吴振宇, 张捷, 王慧, 等. 基于电磁多维时空特性的

永磁同步电机高阻故障智能诊断研究 [J]. 仪器仪表学报, 2025, 46(3): 219-230.

WU ZH Y, ZHANG J, WANG H, et al. Research on intelligent diagnosis of high resistance faults in permanent magnet synchronous motors based on electromagnetic multidimensional characteristics [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2025, 46(3): 219-230.

[2] 尹诗荀, 郑志安, 朱俊杰. 基于延迟补偿的永磁同步电机并行自抗扰控制 [J]. 仪器仪表学报, 2024, 45(3): 275-285.

YIN SH X, ZHENG ZH AN, ZHU J J. Time delay compensation-based parallel active disturbance rejection control for permanent magnet synchronous motors [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2024, 45(3): 275-285.

[3] 余洋, 张千慧, 余宗哲, 等. 基于反推控制的永磁同步电机稳定性单矢量控制策略 [J]. 电工技术学报, 2024, 39(14): 4377-4390.

YU Y, ZHANG Q H, YU Z ZH, et al. Stable single vector control strategy of permanent magnet synchronous motor based on backstepping control [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2024, 39(14): 4377-4390.

[4] 黄康杰, 熊斌, 崔刚, 等. 基于 Pearson 相关性分析的双 V 型永磁同步电机失磁故障动态识别方法 [J]. 电工技术学报, 2024, 39(22): 7111-7125.

HUANG K J, XIONG B, CUI G, et al. Dynamic identification method of demagnetization fault of double V-shaped PMSM based on Pearson correlation analysis [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2024, 39(22): 7111-7125.

[5] WU J C, PENG CH, ZHANG J, et al. A sampled-data-based secure control approach for networked control systems under random DoS attacks [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2024, 54(8): 4841-4851.

[6] JIANG X W, LI J H, LI B, et al. Output tracking and regulation of networked control systems under finite bandwidth constraints and its applications [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2024, 69(9): 6490-6497.

[7] ZHANG X M, HAN Q L, GE X H, et al. Sampled-data control systems with non-uniform sampling: A survey of methods and trends [J]. Annual Reviews in Control, 2023, 55: 70-91.

[8] LIU Y CH, WANG CH, WEN Y Q, et al. Quantified energy saving analysis of PMSM networked control system [C]. 2009 International Conference on Sustainable Power Generation and Supply, 2009: 1-5.

[9] YUE D, TIAN EN G, HAN Q L. A delay system method for designing event-triggered controllers of networked control systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2013, 58(2): 475-481.

[10] XU D SH, WANG X F, SU H. Delay event-triggered control for stability analysis of complex networks [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2023, 70(3): 1104-1108.

[11] YANG R N, LI G T, ZHU Y ZH, et al. Event-triggered control for networked predictive control systems with time delay and external disturbance [J]. IEEE Transactions on Control of Network Systems, 2023, 10(4): 2120-2129.

[12] YU H, CHEN T W. Periodic event-triggered networked control systems subject to large transmission delays [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2023, 68(1): 63-79.

[13] LI CH CH, ZHAO X D, WU CH Y, et al. Periodic event-triggered dynamic output feedback control for networked control systems subject to packet dropouts [J]. ISA Transactions, 2023, 140: 97-108.

[14] LIU J L, LIU Q H, CAO J, et al. Adaptive event-triggered H_∞ filtering for T-S fuzzy system with time delay [J]. Neurocomputing, 2016, 189: 86-94.

[15] TANG X M, ZHAO K, ZHANG L, et al. Adaptive event-triggered output feedback control for uncertain networked T-S fuzzy system with data loss and bounded disturbance: An efficient MPC strategy [J]. Journal of the Franklin Institute, 2024, 361(6): 106687.

[16] SUN J K, ZENG ZH G. Periodic event-triggered control for networked control systems with external disturbance and input and output delays [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2023, 53(10): 6386-6394.

[17] WANG ZH, SUN J, BAI Y Q. Stability analysis of event-triggered networked control systems with time-varying delay and packet loss [J]. Journal of Systems Science and Complexity, 2021, 34(1): 265-280.

[18] SONG J, ZHENG W X, NIU Y G. Self-triggered sliding mode control for networked PMSM speed regulation system: A PSO-optimized super-twisting algorithm [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2022, 69(1): 763-773.

[19] 汪煜坤, 张志娜, 侯志伟, 等. 基于周期事件触发的永磁同步电机滑模控制 [J]. 华东理工大学学报(自然科学版), 2022, 48(6): 832-840.

WANG Y K, ZHENG ZH N, HOU ZH W, et al. Periodic event-triggered sliding mode control of permanent magnet synchronous motor [J]. Journal of East China University of Science and Technology (Natural

Science Edition), 2022, 48(6): 832-840.

[20] SONG J, WANG Y K, NIU Y G. Dynamic event-triggered terminal sliding mode control under binary encoding: Analysis and experimental validation [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2022, 69(9): 3772-3782.

[21] WANG Y M, DUAN G X, LIU Y CH. Networked PMSM system with multiple-step predictive control and sliding mode control [C]. IECON 2021-47th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, 2021: 1-5.

[22] 汪石川, 祝小元, 李豆豆, 等. 非理想网络环境下永磁同步电机转速鲁棒控制 [J]. 排灌机械工程学报, 2020, 38(4): 421-426, 432.

WANG SH CH, ZHU X Y, LI D D, et al. Speed robust control of permanent magnet synchronous motor in non-ideal network environment [J]. Journal of Drainage and Irrigation Machinery Engineering, 2020, 38(4): 421-426, 432.

[23] 张志翔. 具有时滞的永磁同步电机网络化系统分析与控制 [D]. 株洲: 湖南工业大学, 2024.

ZHANG ZH X. Time delayed network system and its application in permanent magnet synchronous motor control [D]. Zhuzhou: Hunan University of Technology, 2024.

[24] 王禹智, 吴志强, 徐世超. 一种 PMSM 位置伺服系统的动态建模与控制 [J]. 仪器仪表学报, 2024, 45(4): 226-233.

WANG Y ZH, WU ZH Q, XU SH CH. Dynamic modeling and control of a PMSM position servo system [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2024, 45(4): 226-233.

[25] ZHANG X M, HAN Q L, ZHANG B L, et al. Accumulated-state-error-based event-triggered sampling scheme and its application to H_∞ control of sampled-data systems [J]. Science China Information Sciences, 2024, 67(6): 162206.

作者简介



黄江林, 2022 年于长春工业大学获学士学位, 2025 年于湖南工业大学获硕士学位, 现为长沙理工大学博士研究生, 主要研究方向为网络化控制及微电网鲁棒控制。

E-mail: HIZ0688@163.com

Huang Jianglin received his B. Sc. degree from Changchun University of Technology in 2022, and his M. Sc. degree from Hunan University of Science and Technology in 2025. He is currently a Ph. D. candidate at Changsha University of Science & Technology. His main research interests include networked control and robust control of microgrids.



李帅虎(通信作者), 2005 年于西南石油大学获学士学位, 2015 年于湖南大学获博士学位(硕博连读)。现为长沙理工大学电气与信息工程学院教授, 主要研究方向为电力系统稳定性分析与控制及智能电网自愈调控。

E-mail: lishuahu2010@126.com

Li Shuaihu (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Southwest Petroleum University in 2005 and his Ph. D. degree from Hunan University in 2015 (a continuous academic project that involves postgraduate and doctoral study). He is currently a professor in the School of Electrical & Information Engineering at Changsha University of Science & Technology. His main research interests include the analysis and control of power system stability, as well as self-healing regulation in smart grids.



肖伸平, 1988 年于东北大学获学士学位, 2002 年于中南林业科技大学获硕士学位, 2008 年于中南大学获博士学位。现为湖南工业大学交通与电气工程学院教授, 主要研究方向为时滞系统鲁棒控制理论及应用、电力时滞系统稳定性分析等。

E-mail: xsph_519@163.com

Xiao Shenping received his B. Sc. degree from Northeastern University in 1988, his M. Sc. degree from Central South University of Forestry and Technology in 2002, and his Ph. D. degree from Central South University in 2008. He is currently a professor in the School of Transportation and Electrical Engineering at Hunan University of Technology. His main research interests include the robust control theory and applications for time-delay systems, stability analysis of power time-delay systems, etc.



施星宇, 分别在 2011 年和 2014 年于北京理工大学获学士学位和硕士学位, 2020 年于湖南大学获博士学位。现为长沙理工大学电气与信息工程学院副教授, 主要研究方向为新能源电力系统稳定性分析与控制、电力信息物理系统等。

E-mail: sxy_csust@csust.edu.cn

Shi Xingyu received his B. Sc. and M. Sc. degrees both from Beijing Institute of Technology in 2011 and 2014, respectively, and his Ph. D. degree from Hunan University in 2020. He is currently an associate professor in the School of Electrical & Information Engineering at Changsha University of Science & Technology. His main research interests include the stability analysis and control of new energy power systems, as well as cyber-physical power systems.