

基于全局阈值与多约束的弱光双目鱼眼相机标定^{*}

刘文昊^{1,2}, 宋涛^{2,3,4}, 刘兆伦¹, 产佳³, 李宁^{2,3}

(1. 燕山大学信息科学与工程学院 秦皇岛 066000; 2. 燕山大学河北省测试计量技术及仪器重点实验室 秦皇岛 066000;
3. 燕山大学电气工程学院 秦皇岛 066000; 4. 燕山大学河北省绿智散货大型装备智能运维技术创新中心 秦皇岛 066000)

摘要:为了提高相机标定中特征点提取的精度并减小重建后三维空间的误差,故提出一种基于全局阈值分割与多约束的双目鱼眼相机标定算法。该方法针对传统标定过程中边缘区域噪声大、特征点拟合精度不足的问题,首先在已有的鱼眼镜头统一成像模型的基础上,利用高斯函数对灰度直方图进行迭代拟合,通过全局阈值分割方法精确提取标定圆的特征点,实现对畸变图像的高精度特征识别。然后,在反投影求取空间点的阶段,充分利用三维信息,在原有的距离约束与极线约束基础上,进一步引入垂直约束与共线约束,构建了融合多几何约束的优化函数,该函数能够同时考虑整体空间结构与局部几何关系。在实现上,采用圆形标定板结合全局阈值椭圆边界检测策略,并利用 Levenberg-Marquardt 算法对多约束目标函数进行迭代求解,从而提高参数估计的收敛性与稳定性。实验部分在双目鱼眼系统下完成了多组标定测试,设置了距离误差、极线误差、垂直误差与共线误差等指标进行评估。最终结果表明,所提方法在特征点检测与参数优化方面均具有较高精度,平均重投影误差(MRE)较传统方法降低 30.85%,三维空间误差降低约 45%,测试图像的平均误差低于 0.3%,验证了算法在精度与鲁棒性上的显著提升。该研究为鱼眼双目视觉系统的高精度标定提供了可靠的参量依据。

关键词:机器视觉;鱼眼相机标定;阈值分割;多约束优化;特征点提取

中图分类号: TP391 TH89 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 460.4099

Weak-light binocular fisheye camera calibration cased on global threshold and multi-constraints

Liu Wenhao^{1,2}, Song Tao^{2,3,4}, Liu Zhaolun¹, Chan Jia³, Li Ning^{2,3}

(1. School of Information Science and Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066000, China; 2. Hebei Key Laboratory of Measurement Technology and Instrumentation, Yanshan University, Qinhuangdao 066000, China; 3. School of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066000, China; 4. Hebei Green & Intelligent Bulk Cargo Large Equipment Intelligent Operation and Maintenance Technology Innovation Center, Yanshan University, Qinhuangdao 066000, China)

Abstract: In order to improve the accuracy of feature point extraction and reduce the error in the reconstructed 3D space in camera calibration, we propose a full-threshold segmentation and multi-constraint binocular fisheye camera calibration algorithm in this paper. To address the problems of large noise in edge regions and insufficient fitting accuracy of feature points in traditional calibration, firstly, based on the unified fisheye imaging model, a Gaussian function is used to iteratively fit the grayscale histogram and a global full-threshold segmentation method is applied to accurately extract circular calibration feature points, thereby achieving high-precision feature identification in distorted images. In addition, multi-constraint optimization function that integrates vertical and collinear constraints is proposed as a supplement to distance and epipolar constraints. It fully exploits 3D information in the inverse-projection stage of spatial point reconstruction, simultaneously considers the overall 3D spatial structure and local geometric relationships of the reconstructed points. In implementation, a circular calibration board combined with a global-threshold-based ellipse boundary detection strategy is adopted, and the multi-constraint objective function is iteratively solved using the Levenberg-Marquardt algorithm, thereby improving the convergence and stability of parameter estimation. Experiments are conducted on a binocular fisheye system, where multiple calibration tests are performed and evaluation metrics including distance error, epipolar error, vertical error, and

collinear error were used. The experimental results show that the proposed method attains high accuracy in feature-point detection and parameter optimization; the mean reprojection error (MRE) is reduced by 30.85% compared with traditional methods, the 3D spatial error is reduced by about 45%, and the average error on the test images is below 0.3%, which verifies significant improvements in both accuracy and robustness. This study provides a reliable parameter foundation for high-precision calibration of binocular fisheye vision systems.

Keywords: machine vision; fisheye camera calibration; threshold segmentation; multi-constraint optimization; feature point extraction

0 引言

双目视觉系统作为一种视觉测量技术^[1],在工业生产^[2,3]、交通安全^[4,6]、农业技术^[7,8]等各个领域起着越来越重要的作用。鱼眼镜头的出现解决了视场范围局限性的问题,然而,由于其焦距短的特点以及光学原理的约束,在获取大视场的图像同时也会带来很大的形变。在对鱼眼相机进行标定的过程中,影响标定结果精度的因素有很多,例如相机曝光时间、特征点提取的精度、图像的数量与噪声的影响^[9]等,因此,实现鱼眼相机标定的高精度与鲁棒性依然是一个挑战。文献[10-11]对相机提出自标定的方法,这种方法可以灵活快速的完成标定但却牺牲了标定精度,因此它并不适用于需要高精度的应用场景。吴军等^[12]提出了一种基于棋盘格标定板的球形投影模型的标定方法,但鱼眼图像的边缘部分变形明显。Bu 等^[13]指出圆形标定板比棋盘格式标定板表现为中心拟合精度高,受噪声的影响较小,因此根据同心圆的通用自极三角形算法计算出特征点的亚像素坐标。Cai 等^[14]利用相移法生成的圆光栅而取代同心圆进行标定,获得摄像机的内部参数,但该方法相对复杂耗时。为了得到更精准的参数,通过最小化三维坐标系中的各种误差来进行相机校准也是一种流行的做法。Cui 等^[15]提出了一种精确的双目系统标定方法,在三维测量坐标系中通过最优三角测量来最小化重建点与地面真实值之间的度量距离误差,并结合了极线约束和相邻特征点之间恒定距离约束来增强了优化过程。Nie 等^[16]引入 3 个度量误差标准来评估三维重建的精度,建立并解决非线性多目标优化问题。

由于圆形目标模式易于检测和定位精度高的优点^[17],采用圆形标定板取代传统的棋盘格标定板进行实验,并提出一种全局阈值算法对图像进行阈值分割,对标定圆进行识别与排序,完成相机的标定。另外,为了最小化由相机参数计算出来的三维信息与真实信息之间的误差^[18],提出了一种融合垂直约束与共线约束的优化多约束函数,迭代待标定参数,最终获取完整的双目鱼眼相机参数。

1 鱼眼相机标定算法

传统研究表明,鱼眼相机的成像过程可近似视为球面投影,其非线性畸变特性可由统一成像模型加以描述^[19,20],国内也有研究在鱼眼相机的视觉标定与畸变校正中取得进展^[21]。本研究以该模型所得参数作为标定的初始估计,并在此基础上进一步优化。

特征点的提取是鱼眼图像处理工作的重要一步。由于鱼眼镜头的成像规律,入射光线经过鱼眼透镜发生折射,空间标定圆在鱼眼成像平面的投影形成椭圆^[22-23]。为了更好提取图像边缘部分的椭圆轮廓,本章提出一种全局阈值算法对图像进行拟合,从而提取图像的特征点。

基于全局阈值椭圆轮廓检测的特征点提取算法的步骤为:

1) 将原始图像转换为灰度级为 L (一般情况下 $L = 256$) 灰度图像,并统计其灰度直方图,得到灰度值为 i 的像素个数 N_i ,总体像素个数为 $N = N_0 + N_1 + N_2 + \dots + N_{L-1}$,因此灰度图像中灰度值 i 的像素点出现的概率为 $p_i = N_i/N$,得到初始阈值 T_0 。

2) 灰度直方图被阈值 T_n 分割成 Q_{1n} 和 Q_{2n} 两个部分,其中 n 代表迭代次数。分别计算灰度直方图中 Q_{1n} 和 Q_{2n} 两部分的灰度均值 μ_{1n} 、 μ_{2n} 以及方差 σ_{1n}^2 、 σ_{2n}^2 ,计算方法如式(1)和式(2)所示。

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_{1n} = \frac{\sum_{i=0}^{T_n} i \cdot \frac{p_i}{\sum_{i=0}^{T_n} p_i}}{\sum_{i=0}^{T_n} p_i} \\ \mu_{2n} = \frac{\sum_{i=T_n+1}^{L-1} i \cdot \frac{p_i}{\sum_{i=T_n+1}^{L-1} p_i}}{\sum_{i=T_n+1}^{L-1} p_i} \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{1n}^2 = \frac{\sum_{i=0}^{T_n} p_i \cdot (1 - \mu_0)^2}{\sum_{i=0}^{T_n} p_i} \\ \sigma_{2n}^2 = \frac{\sum_{i=T_n+1}^{L-1} p_i \cdot (1 - \mu_1)^2}{\sum_{i=T_n+1}^{L-1} p_i} \end{array} \right. \quad (2)$$

3) 由于待处理图像的灰度直方图呈双峰分布^[24],所

以可以根据均值 μ_{1n}, μ_{2n} 以及方差 $\sigma_{1n}^2, \sigma_{2n}^2$ 分别拟合出 Q_{1n} 和 Q_{2n} 两部分的高斯分布 $N_{1n}(\mu_{1n}, \sigma_{1n}^2), N_{2n}(\mu_{2n}, \sigma_{2n}^2)$, 计算公式为:

$$f_{in}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{in}} \exp\left(-\frac{(x - \mu_{in})^2}{2\sigma_{in}^2}\right), \quad i = 1, 2 \quad (3)$$

4) 根据高斯分布计算出 Q_{1n} 和 Q_{2n} 两部分各处的概率密度值, 由于两个高斯分布在两个均值 μ_{1n}, μ_{2n} 间必存在一个灰度值 x_n , 使得两个高斯分布的概率密度值相等, 因此在两个均值 (μ_{1n}, μ_{2n}) 之间进行遍历搜索寻找最佳阈值, 当 $f_{1n}(x_n) \leq f_{2n}(x_n)$ 时, 则迭代遍历到的最佳阈值为 x_n , 令 $T_{n+1} = x_n$, 如果 $|T_{n+1} - T_n| \leq 1$, 则停止迭代, T_n 即为全局最佳阈值, 否则跳转至步骤 2)。

5) 根据最佳阈值 T_n 将灰度图像进行二值化, 最终提取图像椭圆的边界部分。

由于图像畸变的存在, 标定圆的圆心和图像椭圆的质心并不是对应点^[25], 因此需要进一步的修正。设标定板上某一标定圆的圆心坐标为 $X_c = (X_0, Y_0, 0)^T$, 半径为 R , 则该圆内任意一点 P_i 表示为:

$$P_i(\rho, \omega) = (X_0 + \rho \sin \omega, Y_0 + \rho \cos \omega, 0)^T \quad (4)$$

由质心的定义可知, 投影椭圆的质心 \hat{m} 为:

$$\hat{m} = \frac{\int_0^R \int_0^{2\pi} \hat{m}(\rho, \omega) |\det J_i(\rho, \omega)| d\omega d\rho}{\int_0^R \int_0^{2\pi} |\det J_i(\rho, \omega)| d\omega d\rho} \quad (5)$$

式中: $J(\rho, \omega)$ 为二阶雅可比行列式, 通过对函数求解最终获得特征点坐标。

2 融合垂直约束与共线约束的多约束函数的鱼眼相机参数优化

在分别对鱼眼相机进行单目标定之后, 得到左相机内部参数矩阵 \mathbf{p}_l 和左相机外部参数旋转矩阵 \mathbf{R}_l 、平移矩阵 \mathbf{t}_l , 右相机内部参数矩阵 \mathbf{p}_r 和右相机外部参数旋转矩阵 \mathbf{R}_r 、平移矩阵 \mathbf{t}_r , 并作为双目相机的初始参数, 求出两个鱼眼相机的相对位置, 即:

$$\begin{cases} \mathbf{R} = \mathbf{R}_r \mathbf{R}_l^{-1} \\ \mathbf{t} = \mathbf{t}_r - \mathbf{R}_r \mathbf{R}_l^{-1} \mathbf{t}_l \end{cases} \quad (6)$$

其中, \mathbf{R} 和 \mathbf{t} 代表右鱼眼相机坐标系相对于左鱼眼相机坐标系的旋转矩阵与平移向量。由于图像噪声的存在, 因此通过式(6)计算出的 \mathbf{R}, \mathbf{t} 的数值并不相同^[26-27]。为了提高标定结果的精度与鲁棒性, 需要对外部参数进行进一步的优化。首先, 根据所有三维重建点之间单位距离的平方和, 可以得到第 1 个误差函数, 即:

$$J_{dis} = \sum_k \sum_v \|L_{dis} - d(m_k, m_v)\|^2 \quad (7)$$

其中, L_{dis} 为常数, 代表圆形标定物图案的最小间隔,

m_k 和 m_v 是在标定板上通过水平和垂直方向的反投影计算出的相邻特征点。其次, 根据极线几何原理, 可以得到:

$$J_e = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M (d(m_{nl,i,j}, \mathbf{E}^T m_{nr,i,j})^2 + d(m_{nr,i,j}, \mathbf{E} m_{nl,i,j})^2) \quad (8)$$

其中, $d(A, B)$ 代表 A, B 两点之间的几何距离, $m_{nl,i,j}, m_{nr,i,j}$ 代表第 i 幅图像第 j 个匹配点对。 \mathbf{E} 是可以将单个场景的两张图像联系起来的 3×3 的本质矩阵^[20]。

大视场镜头的畸变与距离光心的距离有关, 距离光心越远的地方畸变也越明显^[28-29], 即使在对特征点进行距离约束与极线约束后, 重建点可能依然存在误差, 因此有必要对边缘部分进行进一步的约束。本章提出了一种融合垂直约束与共线约束的多约束优化函数进行补充, 使约束条件更加完整。所建立的优化函数包含对整体三维空间信息与局部细节的优化, 在保证实际环境要求的同时, 充分利用信息对参数进行进一步的优化, 提高相机的标定精度。

由于鱼眼镜头的边缘部分畸变较大, 因此在进行优化时应以重建之后的中间部分特征点部分为基准, 对重建之后边缘部分特征点进行优化。垂直约束可以描述为重建后的内部特征点的左边三维重建点与右边三维重建点的连线垂直于其上边三维重建点与下边三维重建点的连线, 对所有内部特征点进行垂直约束, 因此误差函数可表示为:

$$J_{ver} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^L \|\mathbf{a}_{ij} \mathbf{b}_{ij}\|^2 \quad (9)$$

其中, \mathbf{a}_{ij} 表示第 i 个图像的第 j 个特征点的左边三维重建点指向右边三维重建点的向量, \mathbf{b}_{ij} 表示第 i 个图像的第 j 个特征点的上方三维重建点指向下方三维重建点的向量。共线约束可以描述为任一边缘位置的三维重建点, 处于其所在列的内部三维重建点的连线上, 以及处于其所在行的内部三维重建点的连线上, 因此误差函数可表示为:

$$J_{col} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \frac{|(p_{ij} - x_{1ij}) \times (p_{ij} - x_{2ij})|}{|(x_{2ij} - x_{1ij})|} \quad (10)$$

其中, p_{ij} 表示第 i 个图象中处于边缘的第 j 个特征点, x_{1ij}, x_{2ij} 表示第 i 个图象中与 p_{ij} 处于同一行或同一列的内部 p_{ij} 特征点。将式(7) ~ (10) 结合在一起, 最终得到了完整的优化函数如式(11) 所示。

$$J = J_e + J_{dis} + J_{ver} + J_{col} \quad (11)$$

由于目标优化函数包含了多个约束项, 因此系数的设置相当复杂。目前的做法是将各项约束项的系数设为 1, 采用 Levenberg-Marquardt 算法进行迭代更新参数, 并通过实验结果对系数进行调整, 使目标函数的值最小化, 最终得到完整的相机参数。

3 实验分析

实验设备如图 1 所示,具体硬件设备有:两台 NM33-F 型鱼眼摄像头,分辨率均 640×480 ;686 mm 平面液晶显示器上的显示圆形标定物图像用于校准鱼眼照相机,其中标定物背景为黑色,白色圆形图案以等间距的排布在显示器上,根据液晶显示器的实际尺寸与分辨率的比例,求出圆心之间的距离为 29.452 6 mm,圆形图案半径的尺寸为 11.044 8 mm。左右鱼眼镜头同时从 11 个不同方向拍摄得到图像对。

3.1 鱼眼相机内外参数的求取

首先在图像上选取感兴趣的区域,在实验中每张图片选取 9×7 标定圆进行实验。在获取特征点之后,依据第 1 章所述的单目鱼眼相机标定方法分别计算左右相

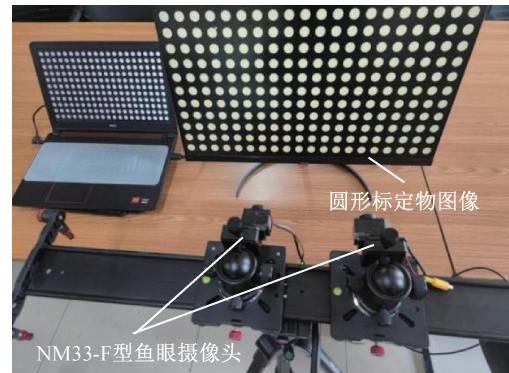


图 1 实验设备平台

Fig. 1 Experimental equipment platform

机的内外参数,并利用第 2 章介绍的多约束优化模型进一步精炼参数。最终标定结果如表 1 所示。

表 1 参数标定结果

Table 1 Parameter calibration results

参数	左鱼眼相机	右鱼眼相机
(m_x, m_y)	(133.266 8, 133.086 0)	(131.827 4, 131.830 6)
(u_0, v_0)	(318.700 6, 241.244 4)	(318.707 1, 241.239 8)
(k_1, k_2)	(0.940 8, 0.023 8)	(0.943 9, 0.024 2)
(k_3, k_4, k_5)	(0.010 3, -0.000 6, 0.000 5)	(0.012 5, -0.004 1, 0.002 2)
R	(0.999 4, 0.032 6, 0.003 6; -0.032 6, 0.999 6, 0.001 8; -0.003 7, -0.002 0, 0.999 9)	
t	(-47.939 4; -3.489 7; 2.387 7)	

3.2 评价指标

本节在统一数据与设置下,对比 3 种方法:所提出方法、基于 Kannala-Brandt 鱼眼成像模型的标定方法(简称 Kannala-Brandt 方法,下文简写为 Kannala 方法)^[20,26]与基于角点定位的双目超广角长波红外相机标定方法(简称 Wang 方法)^[30];其中边界拟合精度仅展示所提出方法与 Kannala 方法的代表性可视化对比,二维平面误差和三维空间误差给出覆盖 3 种方法的定量评估。

1) 边界拟合精度

为了求取鱼眼图像的特征点,需要对标定圆的边界提取,标定圆边界拟合的精度直接决定了特征点提取的精度。为评估标定圆边界的拟合效果,图 2 给出了代表性的可视化对比,分别采用所提出的方法与 Kannala 方法进行实验。可以看到,两种方法对于未处于边缘位置的标定圆都能很好地拟合,虽然存在细微地差别,但是这对接下来计算椭圆的质心影响并不大。

然而,当两种方法对边缘位置的标定圆进行拟合时,由于边缘位置的标定圆存在的噪声比较大,Kannala 方法

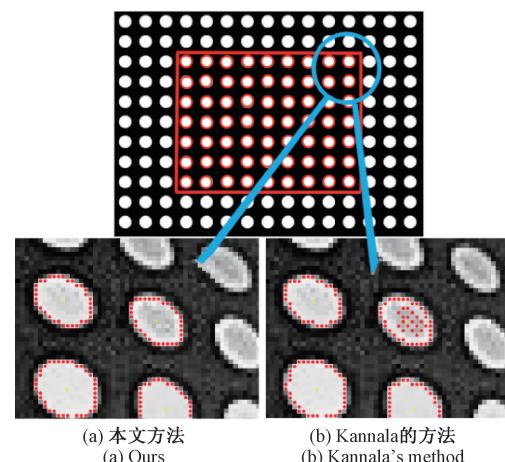


图 2 不同方法获取标定圆边界的代表性可视化

Fig. 2 Representative visualization of circle-boundary fitting

在进行拟合时容易引起误差,从而导致计算椭圆质心时会带来误差,而采用所提出的方法则能够很好地对标定圆进行拟合,受噪声的影响较小。

2) 二维平面误差

为了进一步评判所提出方法在二维平面中的效果,采用平均重投影误差 (mean relative error, MRE) 与均方根误差 (root mean square error, RMS) 两个最常用的评价指标进行评价, MRE 代表图像的实际特征点与模型反投影特征点之间的平均欧氏距离, RMS 用于测量图像的实际特征点与模型反投影特征点之间的偏差。这里将 MRE 作为“精度”指标, 将 RMS 作为“稳定性”指标, 它们的定义可表示为:

$$MRE = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \| m_{ij} - \hat{m}_{ij} \|}{MN} \quad (12)$$

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \| m_{ij} - \hat{m}_{ij} \|^2}{MN}} \quad (13)$$

式中: m_{ij} 为第 i 图中第 j 个标定圆的实际特征点坐标; \hat{m}_{ij} 为反投影计算得到的第 i 图中第 j 个标定圆的特征点坐标。将所提出方法与 Kannala 方法和 Wang 方法进行比较, 标定结果的总体评价如表 2 所示。

表 2 不同方法的二维重投影误差

Table 2 2D reprojection error for different methods

方法	左鱼眼相机		右鱼眼相机	
	MRE	RMS	MRE	RMS
本文方法	0.105 5	0.123 3	0.102 7	0.118 7
Wang 方法	0.152 7	0.177 8	0.148 4	0.178 6
Kannala 方法	0.111 0	0.129 8	0.106 4	0.123 8

可以看到, 本文方法与 Wang 方法相比, MRE 降低了 4.22%, 与 Kannala 方法相比, MRE 降低了 30.85%, 且误差波动更稳定。结果表明, 该方法具有较高的特征点检测精度和良好的稳定性。

3) 三维空间误差

三维测量误差是评价立体视觉精度的标准, 通过三维重建值与真实值求误差进行评估, 更满足实际要求。此部分比较了不同方法的距离误差 $E(J_{dis})$ 、极线误差 $E(J_e)$ 、垂直误差 $E(J_{ver})$ 和共线误差 $E(J_{col})$, 整体三维评价结果如表 3 所示。

表 3 不同方法的三维空间误差

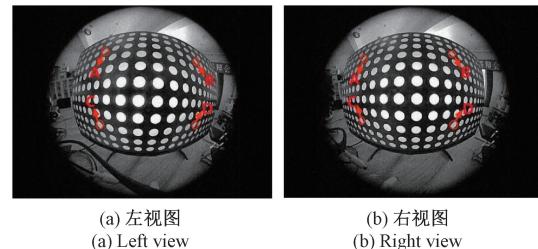
Table 3 3D spatial error for different methods

方法	$E(J_{dis})$	$E(J_e)$	$E(J_{ver})$	$E(J_{col})$
本文方法	0.057 2	0.004 8	11.434 3	0.836 7
Wang 方法	0.060 4	0.004 8	12.107 1	0.921 2
Kannala 方法	0.108 7	0.004 9	20.071 0	1.555 6

可以看到 3 种方法的极线误差均比较小且相差不大, 说明 3 种方法均可以进行良好的匹配, 而本文方法的距离误差、垂直误差与共线误差要小于其他两种方法, 说明该方法具有良好的精度。其中距离、垂直与共线误差较传统方法平均降低约 45%, 进一步验证了所提出多约束优化策略的有效性。

3.3 噪声实验

为了进一步研究所提出方法的有效性, 采用了 3 张测试图片来评估参数校准的精度。由于测试图像没有进行标定过程, 因此从测试数据中计算出的评价结果更有说服力。在测试图片中加入均值为 0、标准差为 0~10 像素的随机高斯噪声, 如图 3 所示, 分别检测对角线 AD 与对角线 BC 之间的距离, 实验结果如表 4 所示。



(a) 左视图
(a) Left view
(b) 右视图
(b) Right view

图 3 测试鱼眼图像

Fig. 3 Test fisheye images

表 4 不同方法的测试图片误差

Table 4 Test picture error for different methods

项目	本文方法	Wang 方法	Kannala 方法
AD 与 BC 真实长度/mm	294.525 7	294.525 7	294.525 7
AD 测量长度/mm	293.665 1	296.421 4	293.552 1
误差/%	0.292 2	0.632 6	0.330 6
BC 测量长度/mm	295.322 1	286.255 5	295.533 1
误差/%	0.270 4	2.808 0	0.342 0

通过实验可以看到, 本文方法的对角线误差均小于 Wang 方法和 Kannala 方法, 证明了该方法可以有效地减少三维空间误差, 平均误差约为 0.28%, 低于 0.3%, 进一步说明方法具有较高的鲁棒性和标定精度。

4 结 论

本研究提出了一种双目鱼眼相机的内外参数标定及计算新方法。首先, 采用全局阈值算法精确求出标定圆的特征点; 其次, 为了减小三维空间中的误差, 在距离约束和极线约束的基础上, 引入了垂直约束和共线约束, 从而建立新的优化函数并利用 Levenberg-Marquardt 优化算法计算鱼眼相机的模型参数。实验结果表明, 该方法可

以更精准的标定双目鱼眼相机的参数,验证了方法的有效性;其中二维重投影误差相比传统方法下降30%以上,三维误差降低约45%,测试图像的平均误差均低于0.3%,为鱼眼双目视觉系统后续的研究提供了可靠的参数依据。

参考文献

- [1] JIA ZH Y, YANG J H, LIU W, et al. Improved camera calibration method based on perpendicularity compensation for binocular stereo vision measurement system [J]. *Optics Express*, 2015, 23(12): 15205-15223.
- [2] SALAH M, AYYAD A, HUMAIS M, et al. E-Calib: A fast, robust, and accurate calibration toolbox for event cameras [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2024, 33: 3977-3990.
- [3] 熊琨, 何旭然, 王春喜, 等. 用于高精度准直测量的鱼眼相机标定方法 [J]. 红外与激光工程, 2024, 53(2): 117-127.
- XIONG K, HE X R, WANG CH X, et al. Calibration method of fisheye camera for high-precision collimation measurement [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2024, 53(2): 117-127.
- [4] YANG L M, ZHOU F Q, ZHANG W N, et al. A novel camera calibration method based on the circle projection model [J]. *Measurement*, 2023, 222(10): 113651.
- [5] 王红平, 王宇, 赵世辰, 等. 基于十字激光的双目视觉钻孔质量检测 [J]. *中国激光*, 2022, 49(21): 98-110.
- WANG H P, WANG Y, ZHAO SH CH, et al. Quality inspection of countersunk holes using binocular vision with crossed laser lines [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2022, 49(21): 98-110.
- [6] ZHANG X Y, SHAO W B, ZHOU M, et al. A scene comprehensive safety evaluation method based on binocular camera [J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2020, 128(12): 103503.
- [7] 梁卓凡, 方遒, 李伟林. 基于鱼眼相机混合模型的棋盘格角点检测方法 [J]. *激光杂志*, 2024, 45(1): 211-217.
- LIANG ZH F, FANG Q, LI W L. Chessboard corner detection method based on fisheye camera hybrid model [J]. *Laser Journal*, 2024, 45(1): 211-217.
- [8] ZENG R, ZHAO Y, CHEN Y Y. Camera calibration using the dual double-contact property of circles [J]. *Journal of the Optical Society of America A, Optics*, *Image Science, and Vision*, 2023, 40(11): 2084-2095.
- [9] DURAN O, TURAN B. Vehicle-to-vehicle distance estimation using artificial neural network and a toe-in-style stereo camera [J]. *Measurement*, 2022, 190: 110732.
- [10] ZHANG Y Y, TIAN K P, HUANG J CH, et al. Field obstacle detection and location method based on binocular vision [J]. *Agriculture*, 2024, 14(9): 1493.
- [11] LIU Q, SUN K J, TANG X Y, et al. Camera calibration based on lightweight fan-shaped target detection and fitness-distance-balance chaotic marine predators algorithm [J]. *Optics & Laser Technology*, 2024, 176: 110883.
- [12] 吴军, 王玲容, 黄明益, 等. 多几何约束下的鱼眼相机单像高精度标定 [J]. *光学学报*, 2018, 38(11): 199-210.
- WU J, WANG L R, HUANG M Y, et al. High precision calibration of fisheye camera with single image under multiple geometric constraints [J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(11): 199-210.
- [13] BU L B, HUO H T, LIU X Y, et al. Concentric circle grids for camera calibration with considering lens distortion [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2021, 140: 106527.
- [14] CAI B L, WANG Y W, WU J J, et al. An effective method for camera calibration in defocus scene with circular gratings [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2019, 114: 44-49.
- [15] CUI Y, ZHOU F Q, WANG Y X, et al. Precise calibration of binocular vision system used for vision measurement [J]. *Optics Express*, 2014, 22(8): 9134-9149.
- [16] NIE L, YE Y P, SONG ZH. Method for calibration accuracy improvement of projector-camera-based structured light system [J]. *Optical Engineering*, 2017, 56(7): 074101.
- [17] LIU D, ZHANG R, ZHANG J, et al. Constructing a virtual large reference plate with high-precision for calibrating cameras with large FOV [J]. *Instrumentation*, 2023, 10(2): 1-8.
- [18] YU Z Y, SHEN G T, ZHAO ZH Y, et al. An out-of-focus image calibration method based on accurate positioning of concentric circle projection center [J]. *IEEE Access*, 2023, 11: 69216-69226.
- [19] MORU D K, BORRO D. Analysis of different parameters of influence in industrial cameras calibration process-

- ses[J]. Measurement, 2021, 171: 108750.
- [20] 张春森, 严露, 于振. 一种 Kannala 模型的鱼眼相机标定方法优化[J]. 西安科技大学学报, 2019, 39(6): 1026-1032.
ZHANG CH S, YAN L, YU ZH. A fisheye camera calibration optimization method based on Kannala model[J]. Journal of Xi'an University of Science and Technology, 2019, 39(6): 1026-1032.
- [21] 宋阳, 周亚丽, 张奇志. 鱼眼镜头径向畸变的校正方法[J]. 仪器仪表学报, 2017, 38(4): 1014-1023.
SONG Y, ZHOU Y L, ZHANG Q ZH. Correction method for radial distortion of fisheye lens[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2017, 38(4): 1014-1023.
- [22] RONG L, ZHANG Y ZH, GE L, et al. Uniformity optimization of galvanometric illumination[J]. Optics & Laser Technology, 2025, 181: 111665.
- [23] HAO Y N, TAI V C, TAN Y CH. A systematic stereo camera calibration strategy: Leveraging latin hypercube sampling and 2^k full-factorial design of experiment methods[J]. Sensors, 2023, 23(19): 8240.
- [24] FRYER J G, BROWN D C. Lens distortion for close-range photogrammetry[J]. Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, 1986, 52: 51-58.
- [25] LIU Q L, DAI G Y, DONG M L, et al. Camera optimal projection model identification and calibration method based on the NGO-BA architecture[J]. Applied Optics, 2024, 63(3): 793-803.
- [26] KANNALA J, HEIKKILÄ J, BRANDT S S. Geometric camera calibration[J]. Wiley Encyclopedia of Computer Science and Engineering, 2008, 13(6): 1-20.
- [27] ZHANG X W, LYU T G, DAN W, et al. High-precision binocular camera calibration method based on a 3D calibration object[J]. Applied Optics, 2024, 63(10): 1-16.
- [28] 关玮童, 罗哉, 江文松, 等. 基于多目视觉的立体靶标位姿测量方法[J]. 仪器仪表学报, 2025, 46(4): 218-227.
GUAN W T, LUO Z, JIANG W S, et al. A stereoscopic target position measurement method based on multi-camera vision [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2025, 46(4): 218-227.
- [29] WEI L, HUO J, YUE L. Iterative camera calibration method based on concentric circle grids[J]. Applied Sciences, 2024, 14(5): 1813.
- [30] WANG Z ANG, LIU B Q, HUANG F Y, et al. Corners positioning for binocular ultra-wide angle long-wave infrared camera calibration[J]. Optik, 2020, 206: 163441.

作者简介



刘文昊, 2023 年于燕山大学获得学士学位, 现为燕山大学硕士研究生, 主要研究方向为相机标定、视觉感知。

E-mail: whliu2000@163.com



Liu Wenhao received his B.Sc. degree from

Yanshan University in 2023. He is currently a master student at Yanshan University. His main research interests include visual perception, and camera calibration.

宋涛(通信作者), 2005 年于燕山大学获得学士学位, 2008 年于燕山大学获得硕士学位, 2017 年于燕山大学获得博士学位, 现为燕山大学电气工程学院教授级高级工程师, 主要研究方向为视觉感知、具身人工智能与数字孪生。

E-mail: tsong@ysu.edu.cn

Song Tao (Corresponding author) received his B.Sc., M.Sc., and Ph.D. degrees all from Yanshan University in 2005, 2008, and 2017, Respectively. He is currently a professor-level senior engineer in the School of Electrical Engineering at Yanshan University. His main research interests include visual perception, embodied artificial intelligence, and digital twins.