

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2514039

# 基于动态人工势场的机器人重构轨迹平滑避障方法研究

林金亮<sup>1,2</sup>, 苏永彬<sup>1</sup>, 刘暾东<sup>1</sup>

(1. 厦门大学萨本栋微米纳米科学技术研究院 厦门 361005; 2. 闽西职业技术学院信息工程学院 龙岩 364021)

**摘要:**针对传统避障算法在处理机器人重构轨迹时无法保证轨迹相似性和平滑性的问题,提出了一种基于动态人工势场的机器人重构轨迹平滑避障方案。首先采用高斯混合模型和高斯混合回归对采样的轨迹进行建模和重构,分别构建吸引子的引力势场和障碍物的斥力势场,在空间中叠加出一个V形延伸的势场,将轨迹限制在演示区域内,从而提高轨迹的相似性。在此基础上采用动态人工势场法来引导避障轨迹的生成,通过设计吸引子的运动方式和障碍物的斥力模型来实现轨迹的跟踪和避障。最后,提出了一种基于sigmoid函数的正向-逆向融合规划策略,将正向规划轨迹的后半段和逆向规划轨迹的后半段融合在一起,进一步提高轨迹的平滑性。为验证方案的有效性,分别进行了人类手写字母数据集的仿真实验和六轴机器人的轨迹避障实物实验。实物实验表明,使用该方案生成的避障轨迹平均曲率仅为 $0.035\text{ cm}^{-1}$ ,平均跟踪误差仅为2.96 cm,相较于快速扩展随机树法分别降低了20.1%和66.9%,相较于动态运动基元算法分别降低了28.5%和20.8%。本研究实现了保留机器人重构轨迹形状和特征下的轨迹平滑避障,在避障过程中能够同时兼顾轨迹相似性和平滑性,使得基于演示学习技术控制的机器人能够更加灵活地应用在复杂工业场景中。

**关键词:**机器人;人工势场法;平滑避障;演示学习;高斯混合模型

中图分类号: TP241.2 TH166 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 510.8050

## Research on smooth obstacle avoidance for robot reconstructed trajectories based on dynamic artificial potential fields

Lin Jinliang<sup>1,2</sup>, Su Yongbin<sup>1</sup>, Liu Tundong<sup>1</sup>

(1. Pen-Tung Sah Institute of Micro-Nano Science and Technology, Xiamen University, Xiamen 361005, China;  
2. Information Engineering College, Minxi Vocational and Technical College, Longyan 364021, China)

**Abstract:** In response to the problem that traditional obstacle avoidance algorithms cannot guarantee trajectory similarity and smoothness when processing robot reconstruction trajectories, this paper proposes a robot reconstruction trajectory smooth obstacle avoidance scheme based on dynamic artificial potential field. Firstly, Gaussian mixture model and Gaussian mixture regression are used to model and reconstruct the sampled trajectories. The gravitational potential field of the attractor and the repulsive potential field of the obstacle are constructed separately, and a V-shaped extended potential field is superimposed in space to confine the trajectories within the demonstration area, thereby improving the similarity of the trajectories. On this basis, the dynamic artificial potential field method is adopted to guide the generation of obstacle avoidance trajectories, with trajectory tracking and obstacle avoidance achieved by designing the motion mode of attractors and the repulsive force model of obstacles. Finally, a forward-backward fusion planning strategy based on sigmoid function is proposed, which integrates the latter half of the forward planning trajectory and the latter half of the backward planning trajectory together to further improve the smoothness of the trajectory. To verify the effectiveness of the proposed scheme, simulation experiments were conducted on a human handwritten letter dataset and physical experiments were conducted on the trajectory obstacle avoidance of a six-axis robot. Physical experiments have shown that the average curvature of the obstacle avoidance trajectory generated using this scheme is only  $0.035\text{ cm}^{-1}$ , and the average tracking error is only 2.96 cm. Compared with the rapidly-exploring random tree method, these values are reduced by 20.1% and 66.9% respectively, and compared with the dynamic motion element algorithm, they are reduced by 28.5% and 20.8% respectively. This study achieved smooth obstacle avoidance while preserving the

shape and features of the reconstructed trajectory. During the obstacle avoidance process, both trajectory similarity and smoothness were taken into account, enabling robots controlled by demonstration learning techniques to be more flexibly applied in complex industrial scenarios.

**Keywords:** robot; artificial potential field method; smooth obstacle avoidance; demonstration learning; Gaussian mixture model

## 0 引言

工业机器人的应用场景逐渐从流水线式的标准化转向小批量多品种的定制化,传统的示教再现编程方法已无法满足频繁切换任务轨迹的需求<sup>[1-2]</sup>。相比之下,机器人的演示学习技术能够灵活地微调重构轨迹,在应对复杂动态任务场景、提高编程效率上有着天然的优势,因此逐渐成为工业领域的重要研究方向之一<sup>[3]</sup>。在人机协作的工业场景中,由于环境复杂,机器人提前设定的作业轨迹经常会受到计划之外出现的障碍物阻挡,导致安全问题频发<sup>[4]</sup>。传统的二次避障方法仅关注避障的成功率,无法在保证轨迹相似性的情况下兼顾平滑性,导致机器人运动稳定性差。因此,在演示学习过程中,对机器人的重构轨迹进行平滑避障的同时完整保留原有的演示特征具有重要意义。

基于演示学习模型的重构轨迹避障方法主要分为两种:一种是在重构阶段根据障碍物的信息来调整模型参数;另一种是在重构轨迹的基础上加入其他经典避障算法进行二次规划。基于调整模型参数的方法包括运动基元<sup>[5]</sup>的方法和统计模型的方法<sup>[6]</sup>。基于运动基元的方法由于需要协调和整合多个基函数,容易导致在基函数之间转换时出现振荡<sup>[7]</sup>,因此在轨迹重构阶段的平滑度差。而基于统计模型的方法,如概率运动基元、高斯混合模型和隐马尔可夫模型,在接近障碍物时容易出现参数偏差和轨迹变形<sup>[8-9]</sup>。为了提高避障轨迹平滑度,许多方法将这些模型与其他避障算法结合。例如 Wang 等<sup>[10]</sup>提出了一种基于快速扩展随机树 (rapidly-exploring random tree, RRT) 算法的轨迹平滑避障方法。该方法引入了随机搜索策略,在障碍区域进行二次规划,并利用贝塞尔曲线<sup>[11]</sup>进行轨迹平滑处理。Zhang 等<sup>[12]</sup>将遗传算法与高斯混合模型相结合,将轨迹点视为一个种群,并将终点视为最优个体,在障碍物附近搜索平滑的过渡曲线<sup>[13-14]</sup>。此外,其他一些智能仿生算法,如粒子群优化<sup>[15-16]</sup>、蚁群优化<sup>[17-18]</sup>和人工蜂群算法<sup>[19]</sup>也被广泛应用于机器人轨迹避障中。然而,尽管这些方法能够实现平滑避障,它们往往因演示特征丢失导致轨迹相似性不高,这是不理想的<sup>[20]</sup>。为了解决这一问题,刘瞰东等<sup>[21]</sup>提出了一种基于分段动态运动基元的机械臂轨迹学习与避障方法,利用动态运动基元进行轨迹学习和建模,通过 RRT 算法确定避障中间点,使用分段动态运动基元进行轨迹的重构。

然而该方法在障碍物多的情况下,重构轨迹会因为拐点多而导致轨迹不平滑。

综上所述,基于调整模型参数的方法虽然能很好地保留轨迹特征,但容易带来轨迹的震荡和变形,导致轨迹平滑性差。基于二次规划的方法由于轨迹重构和避障算法是分开的,因此无法同时满足轨迹相似性和平滑性。为此,本文提出了一种融合高斯混合模型/高斯混合回归 (Gaussian mixture model/gaussian mixture regression, GMM/GMR)<sup>[22]</sup> 和动态人工势场法的机器人重构轨迹平滑避障方法。通过 GMM 将动觉示教产生的若干条轨迹进行建模,以学习当前任务的轨迹特征,随后使用 GMR 来构建回归轨迹和演示区域。得到回归轨迹和演示区域后,引入了一个“吸引子”的概念,通过构建“吸引子”的引力模型,在演示区域内形成一个两边高中间低的 V 形延伸势场。在这个势场的作用下,从起点出发的机器人将沿着回归轨迹的路线“滑”向终点,并且有效地避开中途出现的势场高的障碍物。此外,在靠近障碍物的区域,提出了一种“正向-逆向融合规划算法”来进一步提高轨迹的平滑性。通过仿真实验和六轴机器人的可控避障实验,证明该方法不仅能够很好地保证轨迹相似性,还能平滑地避开障碍物,从而验证了所提方法的有效性。

## 1 演示轨迹的建模与重构

### 1.1 基于高斯混合模型的轨迹建模

假设通过人类动觉示教收集的演示轨迹集定义为  $X_m = \{(\mathbf{x}_{1,m}, \mathbf{x}_{2,m}, \dots, \mathbf{x}_{N_m,m})\}_{m=1}^M$ , 其中  $M$  表示轨迹的总数,  $N_m$  代表第  $m$  条轨迹中的采样点数量, 每个采样点是一个  $D$  维向量, 即  $\mathbf{x}_{n,m} = (x_{n,m}^1, x_{n,m}^2, \dots, x_{n,m}^D)$ 。

GMM<sup>[22]</sup>是一种基于高斯混合概率密度函数的方法,用于描述现实世界的数据分布。以二维数据为例,假设 GMM 由  $K$  个高斯分布组成,每个高斯分布称为一个高斯簇。演示中的点被分组形成多个高斯簇,如图 1 所示。

其中第  $i$  个高斯簇的概率密度函数可以使用式(1)计算,即:

$$N_i(p_j | \boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\sigma}_i) = \frac{\exp\left(-\frac{1}{2}(p_j - \boldsymbol{\mu}_i)^T \boldsymbol{\sigma}_i^{-1} (p_j - \boldsymbol{\mu}_i)\right)}{(2\pi)^{\frac{D}{2}} |\boldsymbol{\sigma}_i|^{\frac{1}{2}}} \quad (1)$$

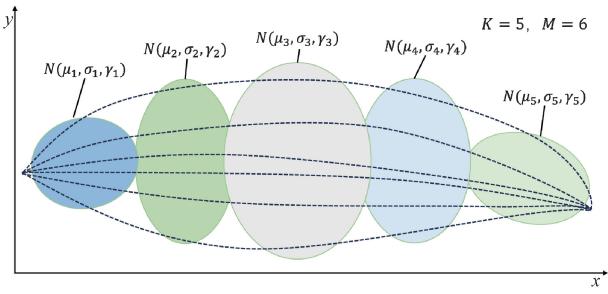


图 1 高斯混合模型(GMM)的构建

Fig. 1 Construction of Gaussian mixture models (GMM)

式中:  $p_j$  表示来自演示路径的一个采样点的位置,  $j = 1, 2, \dots, N_M$ , 其中  $N_M$  表示所有演示轨迹的采样点数量之和;  $\boldsymbol{\mu}_i$  表示第  $i$  个高斯簇的均值, 是一个  $1 \times 2$  的向量,  $\boldsymbol{\sigma}_i$  表示协方差矩阵, 是一个  $2 \times 2$  的矩阵, 两者共同决定高斯分布的位置和形状;  $D$  表示数据维度, 此处取值为 2。

通过为所有高斯簇分配权重并求和, 可获得当前演示轨迹集的 GMM。其中 GMM 的概率密度函数表示为  $P_{\text{GMM}}$ , 可以通过如式(2)计算, 即:

$$P_{\text{GMM}} = \sum_{i=1}^K \gamma_i \cdot N_i(p_j | \boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\sigma}_i) \quad (2)$$

其中:

$$\sum_{i=1}^K \gamma_i = 1, \quad 0 \leq \gamma_i \leq 1 \quad (3)$$

式中:  $K$  表示高斯簇的总数;  $\gamma_i$  是第  $i$  个高斯簇的权重。

因此, 具有  $K$  个高斯簇的 GMM 可以由  $K$  个集合确定, 每个集合包含 3 个参数, 即  $\{\gamma_i, \boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\sigma}_i\}_{i=1}^K$ 。在获得一组演示轨迹后, 可以通过 EM 算法<sup>[23]</sup> 计算这些参数。每个高斯分布的参数的最终计算公式为:

$$\gamma_i = \frac{1}{N_M} \sum_{j=1}^{N_M} \gamma_{j,i} \quad (4)$$

$$\boldsymbol{\mu}_i = \frac{\sum_{j=1}^{N_M} \gamma_{j,i} \cdot p_j}{\sum_{j=1}^{N_M} \gamma_{j,i}} \quad (5)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_i = \frac{\sum_{j=1}^{N_M} \gamma_{j,i} \cdot (p_j - \boldsymbol{\mu}_i) \cdot (p_j - \boldsymbol{\mu}_i)^T}{\sum_{j=1}^{N_M} \gamma_{j,i}} \quad (6)$$

式中:  $\gamma_{j,i}$  表示第  $i$  个高斯簇的每个采样点  $p_j$  的后验概率。根据贝叶斯定理, 可以使用式(7)计算, 即:

$$\gamma_{j,i} = \frac{\gamma_i \cdot N_i(p_j | \boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\sigma}_i)}{\sum_{i=1}^K \gamma_i \cdot N_i(p_j | \boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\sigma}_i)} \quad (7)$$

所有数据点都使用 K-means 算法聚类到  $K$  个初始高斯簇中,  $\gamma_i$  是根据第  $i$  个高斯簇中包含的点数按比例确定的。

## 1.2 基于高斯混合回归的轨迹重构

得到 GMM 后, 可以使用 GMR<sup>[6]</sup> 来重构回归路径。为了实现 GMR, 添加了一系列时间步长  $t = (t_1, \dots, t_j, \dots, t_m)$ , 以均匀划分每条演示路径。每条路径的点可以通过重采样改写为  $[(t_1, \mathbf{p}_1), \dots, (t_j, \mathbf{p}_j), \dots, (t_m, \mathbf{p}_m)]$ 。因此, 每条路径都有相同数量的点, 以便在演示轨迹之间更好地对齐。

GMR 的计算过程分别基于  $x_j, y_j$  和  $z_j ((x_j, y_j, z_j) \in \mathbf{p}_j)$ , 以  $x_j$  的计算过程为例, 根据条件概率定理, 联合概率  $P(t_j, x_j)$  的计算公式如式(8)所示。

$$P(t_j, x_j) = \sum_{i=1}^K (\gamma_i \cdot N_i(x_j | t_j; m_i(t_j), cov_i)) \quad (8)$$

其中:

$$\sum_{i=1}^K \gamma_i = 1, \quad 0 \leq \gamma_i \leq 1 \quad (9)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \boldsymbol{\mu}_i = \begin{bmatrix} \mu_{it} \\ \mu_{ix} \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{\sigma}_i = \begin{bmatrix} \sigma_{itt} & \sigma_{itx} \\ \sigma_{ixt} & \sigma_{ixx} \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (10)$$

式中:  $\mu_{it}$  表示第  $i$  个高斯分布的  $t_j$  的均值;  $\sigma_{itt}, \sigma_{ixt}, \sigma_{itx}$  和  $\sigma_{ixx}$  分别表示第  $i$  个高斯分量的  $(t_j, t_j), (x_j, t_j), (t_j, x_j)$  和  $(x_j, x_j)$  的协方差;  $N_i(x_j | t_j; m_i(t_j), cov_i)$  表示  $x_j$  相对于  $t_j$  的条件概率密度函数;  $m_i(t_j)$  和  $cov_i$  分别是平均值和协方差, 可以通过式(11)和(12)计算, 即:

$$m_i(t_j) = \mu_{ix} + \sigma_{ixt} \cdot \sigma_{itt}^{-1} \cdot (t_j - \mu_{it}) \quad (11)$$

$$cov_i = \sigma_{ixx} - \sigma_{ixt} \cdot \sigma_{itt}^{-1} \cdot \sigma_{itx} \quad (12)$$

$x_j$  回归的公式可以从联合概率和边际概率中推断出来。条件概率  $P(x_j | t_j; m_i(t_j), cov_i)$  可以通过式(13)计算, 即:

$$P(x_j | t_j; m_i(t_j), cov_i) = \frac{P(t_j, x_j)}{P(t_j)} = \sum_{i=1}^K \alpha_i(t_j) \cdot N_i(x_j | t_j; m_i(t_j), cov_i) \quad (13)$$

式中:  $P(t_j)$  表示边际概率;  $\alpha_i(t_j)$  是 GMR 的混合权重, 分别通过式(14)和(15)计算, 即:

$$P(t_j) = \int P(t_j, x_j) dx = \sum_{i=1}^K \gamma_i \cdot N_i(t_j | \boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\sigma}_i) \quad (14)$$

$$\alpha_i(t_j) = \frac{\gamma_i \cdot N_i(t_j | \boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\sigma}_i)}{\sum_{i=1}^K \gamma_i \cdot N_i(t_j | \boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\sigma}_i)} \quad (15)$$

来自 GMR 的最终回归数  $x_j^{\text{GMR}}$  可以通过式(16)得到, 即:

$$x_j^{\text{GMR}} = E(x_j | t_j) = \sum_{i=1}^K \alpha_i(t_j) \cdot m_i(t_j) \quad (16)$$

同理,可以计算出  $y_j^{\text{GMR}}$  和  $z_j^{\text{GMR}}$ , 最终得到高斯混合回归轨迹。

整个 GMM-GMR 过程可以用 LASA 数据集<sup>[24]</sup> 中的人类手写字母“W”的轨迹来进行演示说明。图 2(a)描述了 5 组原始输入轨迹点。通过指定  $K = 6$ , 获得的 GMM 如图 2(b)所示。最后,通过 GMR 生成重构轨迹和演示区域,如图 2(c)所示。

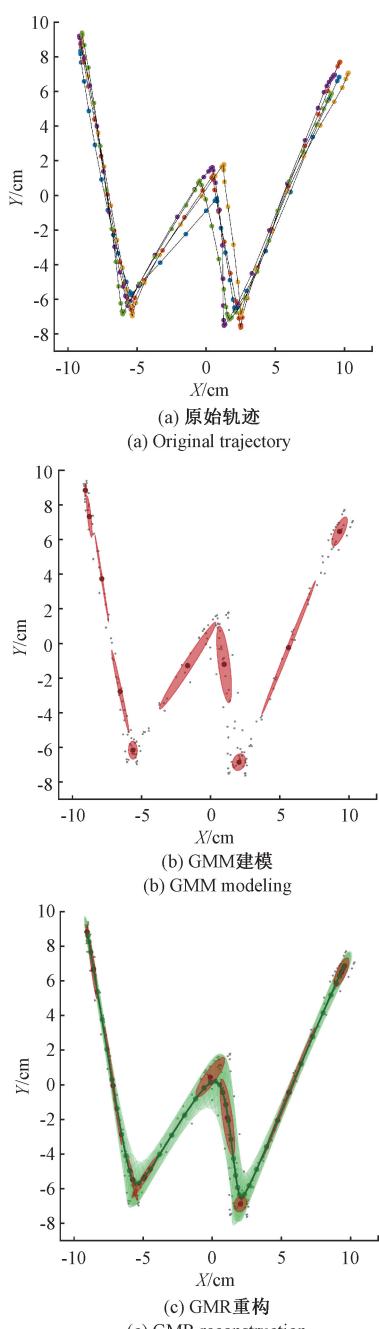


图 2 通过 GMM/ GMR 得到重构轨迹和演示区域

Fig. 2 The reconstructed trajectory and demonstration area obtained through GMM/GMR

## 2 基于动态人工势场的重构轨迹平滑避障算法

### 2.1 传统人工势场法的避障原理

人工势场法最早由 Khatib 于 1986 年提出<sup>[25]</sup>, 他巧妙地将物理学中的势场和力学的原理应用于轨迹规划中。该方法将智能体抽象为在虚拟人工势场影响下运动的点, 势函数将目标点视为吸引极, 将障碍物视为排斥极。吸引力和排斥力的矢量和决定了智能体的运动速度和方向。

传统人工势场法在空间中的力学分布情况如图 3(a)所示, 图中圆圈代表障碍物, 箭头代表此处的智能体的受力方向。在终点吸引力的作用下, 物体将沿着箭头的方向往终点移动。当智能体靠近障碍物时, 排斥力将阻止其与障碍物发生碰撞。通过图 3(b)中的三维图可以更直观地展示该势场的分布情况。

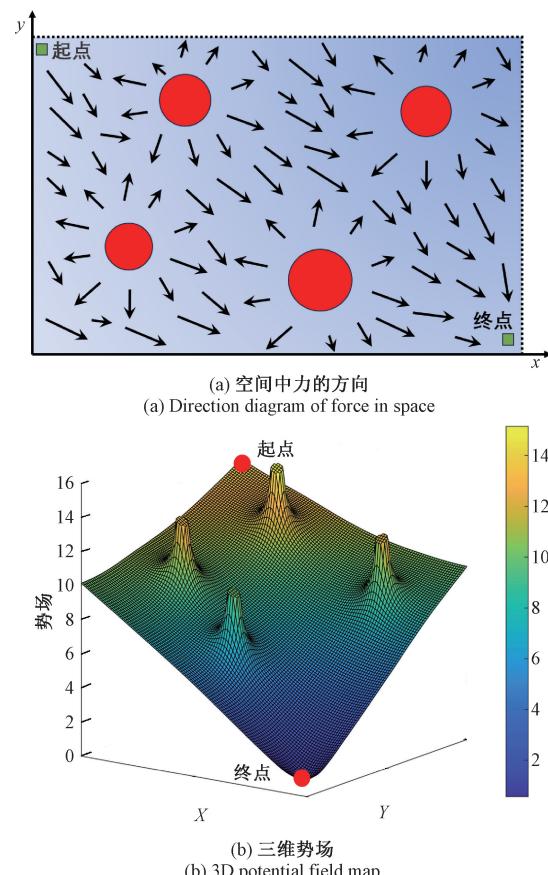


图 3 传统人工势场法的概念

Fig. 3 Concept of the traditional artificial potential field method

在机器人的轨迹规划中, 引力势场是一个模拟目标点对机器人末端的吸引力的概念, 引力势场通常由

式(17)表示,即:

$$U_{att} = \frac{1}{2} k_{att} \| q - q_{goal} \|^2 \quad (17)$$

式中: $k_{att}$ 是引力系数; $q$ 是机器人末端的当前位置; $q_{goal}$ 是目标点的位置。

斥力势场用于防止机器人与障碍物发生碰撞。当机器人末端接近障碍物时,斥力势场会产生排斥力,使机器人远离障碍物。斥力势场可以用式(18)表示,即:

$$U_{rep} = \begin{cases} \frac{1}{2} k_{rep} \left( \frac{1}{\| q - q_{obs} \|} - \frac{1}{d_{obs}} \right)^2, & \| q - q_{obs} \| \leq d_{obs} \\ 0, & \| q - q_{obs} \| > d_{obs} \end{cases} \quad (18)$$

式中: $k_{rep}$ 是排斥系数; $q_{obs}$ 是障碍物的位置; $d_{obs}$ 是障碍物的影响范围。

总势场可以表示为引力势场和排斥势场之和,即:

$$U_{total} = U_{att} + U_{rep} \quad (19)$$

因此,机器人末端在势场中受到的合力大小可以通过式(20)计算,即:

$$F_{total} = -\dot{U}'_{total} = -k_{att}(q - q_{goal}) - \begin{cases} k_{rep} \left( \frac{1}{\| q - q_{obs} \|} - \frac{1}{d_{obs}} \right) \frac{\nabla(q - q_{obs})}{\| q - q_{obs} \|^2}, & \| q - q_{obs} \| \leq d_{obs} \\ 0, & \| q - q_{obs} \| > d_{obs} \end{cases} \quad (20)$$

## 2.2 动态人工势场的设计

在机器人任务执行过程中,期望最终的运行轨迹能够保留演示轨迹的特征,同时平滑地避开障碍物。本方法在传统的人工势场法的基础上构建了一个动态目标点(假设命名为“吸引子”),以在机器人末端周围创建一个引力势场。假设轨迹规划开始后,“吸引子”始终以一定的速度严格沿着 GMR 生成的重构轨迹向终点移动,并且在此过程中不受障碍物的影响,如图 4 所示。图中的长方形阴影区域代表演示区域(见 2.2 节),中间的实线表示重构轨迹。图片右侧的 7 个虚线箭头表示“吸引子”对演示区域内机器人的引力方向和大小,其中箭头的粗

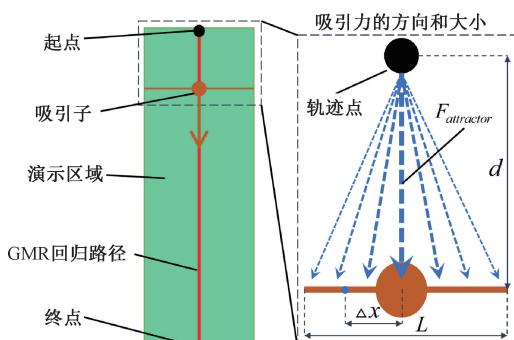


图 4 “吸引子”的构建过程

Fig. 4 The construction process of the “attractor”

细代表了力的大小,它们合力方向指向“吸引子”的中心。

假设“吸引子”的影响范围为  $L$ ,代表重构轨迹上“吸引子”位置的法线方向上演示区域的宽度。假设“吸引子”产生的势场记为  $U_{attractor}$ ,而施加在机器人上的吸引力记为大小  $F_{attractor}$ ,其计算公式分别式(21)和(22)所示。

$$U_{attractor}(\Delta x) = \frac{1}{2} k_{att} d^2 \quad (21)$$

$$F_{attractor} = k_{att} d \quad (22)$$

式中: $d$ 表示当前时刻“吸引子”与机器人的欧氏距离,而距离“吸引子” $\Delta x$ 处产生的吸引力可以表示为:

$$F_{\Delta x} = \left( \frac{4\Delta x^2}{L^2} + 1 \right) \cdot F_{attractor} \quad (23)$$

因此在没有障碍物的情况下,机器人的运动速度通过式(24)计算。

$$v_r = k_v \cdot \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} F_{\Delta x} \quad (24)$$

式中: $k_v$ 表示速度因子比例系数。

“吸引子”的速度设计需要遵循一定的原则,如果速度过大,机器人跟不上“吸引子”会导致其无法沿着回归轨迹运动。速度过小则导致机器人在遇到障碍物时没有预判能力。定义“吸引子”的速度最大值为  $v_1$ ,与机器人的距离最大值为  $d_a$ ,则“吸引子”的运动速度  $v_a$  遵循如下原则,即:

$$v_a = \begin{cases} v_1, & d \leq d_a \\ 0, & d > d_a \end{cases} \quad (25)$$

障碍物产生的势场可以用式(26)表示,即:

$$U_{rep}(X) = \begin{cases} \frac{1}{2} \eta \left( \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} \right)^2 (X - X_{goal})^2, & \rho \leq \rho_0 \\ 0, & \rho > \rho_0 \end{cases} \quad (26)$$

式中: $\eta$ 代表位置增益系数; $\rho$ 代表机器人位置  $X$  与障碍物之间的最短距离; $\rho_0$ 是一个常数,代表障碍物的影响范围; $(X - X_{goal})^2$ 项用于引入机器人和目标之间的相对距离,确保整个势场在目标位置  $X_{goal}$  只有一个全局最小值。同理,排斥力大小可以表示为:

$$F_{rep}(X) = \begin{cases} \frac{\eta}{\rho^2} \left( \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} \right) \left[ \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\partial \rho}{\partial y} \right]^T (X - X_{goal})^2 - \\ \eta \left( \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} \right)^2 (X - X_{goal}), & \rho \leq \rho_0 \\ F_{rep}(X) = 0, & \rho > \rho_0 \end{cases} \quad (27)$$

当“吸引子”穿过障碍物时,它严格遵循重构轨迹,不会受到障碍物的影响。而规划的轨迹点会受到来自

障碍物的排斥力,导致其运动方向发生变化以避开障碍物。此外,为了避免机器人陷入局部最优和目标不可达问题,设置了一个来自障碍物的切向力,以在某些特定条件下安全地绕过障碍物,同时保证机器人在安全的规划空间中运动。在3个力的共同影响下,机器人将沿着合理且安全的路径运动,并且平滑地绕过障碍物,如图5所示。

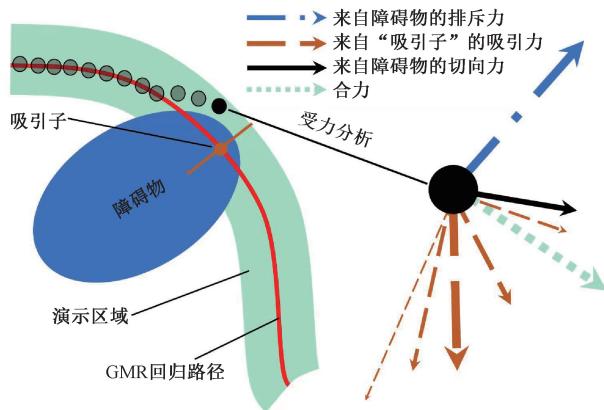
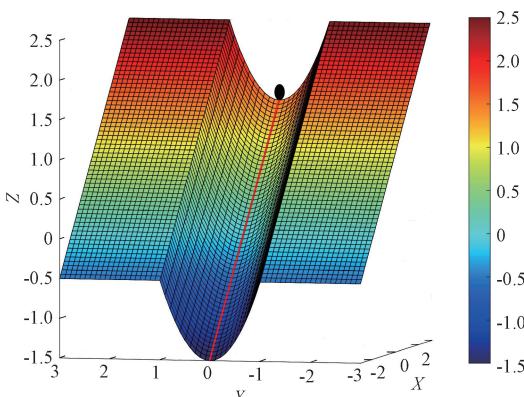


图5 穿过障碍物时机器人末端的受力分析

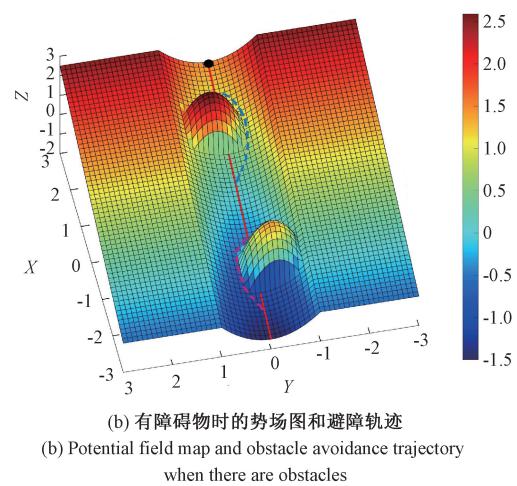
Fig. 5 Force analysis of the robot end-effector when passing through obstacles

通过这种方法,可以在整个空间域内构建一个V形延伸的势场(如图6(a)所示)。在没有外力作用的情况下,位于起点的机器人将沿着GMR的回归轨迹顺畅滑行,最终到达终点,该轨迹即为演示学习任务的重构路径。当有障碍物加入时,可以使用式(23)计算障碍物的势场。然后将其叠加到“吸引子”所建立的V形势场上(如图6(b)所示)。因此,当机器人沿回归轨迹向终点前进时,将会平滑地绕过障碍物。通过障碍物之后,由于重构轨迹上的势场最低,机器人会平滑地回到其原始的重构轨迹上。



(a) 无障碍物时的V形延伸的势场

(a) Potential field diagram of V-shaped extension without obstacles



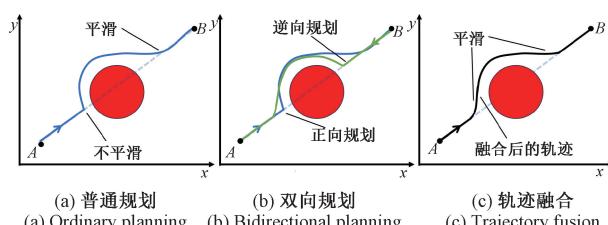
(b) 有障碍物时的势场图和避障轨迹  
(b) Potential field map and obstacle avoidance trajectory when there are obstacles

图6 动态人工势场法避障原理

Fig. 6 Principle of obstacle avoidance using the dynamic artificial potential field method

### 2.3 基于融合规划的轨迹平滑性提升策略

当机器人进入障碍物的影响范围时,突然加入的斥力将导致其运动方向发生显著变化,进而导致路径产生拐角。而当机器人远离障碍物时,这种现象不会发生。图7(a)中的路径展示了这一现象。为解决这个问题,在障碍物影响范围的路径中引入了正向-逆向融合规划策略。首先在该区域的指定两点之间应用动态人工势场法进行路径规划,然后交换起点和终点执行反向规划,如图7(b)所示。最后,将前向规划的后半部分与反向规划的后半部分基于它们的交点进行融合,从而在该区域生成更加平滑的避障路径,如图7(c)所示。



(a) 普通规划 (b) 双向规划 (c) 轨迹融合  
(a) Ordinary planning (b) Bidirectional planning (c) Trajectory fusion

图7 正向-逆向融合规划算法

Fig. 7 Forward-backward fusion planning algorithm

为了确保两段路径的平滑融合,本文采用了一种基于sigmoid函数的融合机制。sigmoid函数可以在两段路径之间进行平滑过渡,从而生成连续的轨迹。该融合过程的数学表达为:

$$\xi = S(x)\xi_1 + [1 - S(x)]\xi_2 \quad (28)$$

式中: $\xi$ 表示融合后的路径; $\xi_1$ 代表正向规划的路径; $\xi_2$ 代表逆向规划的路径; $x$ 作为调整轨迹时间持续的控制因子。 $S(x)$ 表示sigmoid函数,其表达式为:

$$S(x) = \frac{1}{1 + e^{-k(2x-1)}} \quad (29)$$

控制因子  $x$  被限制在  $[0,1]$  范围。当  $x$  取值为 0.5 时,生成的轨迹点与正反曲线的交点完全重合,而轨迹的其他部分则根据各自的时间长度进行线性划分。 $k$  是衰减参数,用于控制 sigmoid 函数从 0 过渡到 1 的速度。通过采用这一策略,所获得的路径在障碍物附近表现出优秀的平滑性和连贯性,有效减少了方向突变。

### 3 实验结果与分析

#### 3.1 验证效果评价指标

为了定量评估避障轨迹的平滑性,采用三点曲率来计算一条轨迹中每个点的曲率<sup>[6]</sup>。假设轨迹是由时间步长  $t$  确定的多个点组成,图 8 所示的二次曲线可以用 3 个点进行插值来构建参数方程,即  $(x_1, y_1)$ 、 $(x_2, y_2)$ 、 $(x_3, y_3)$ 。用一条二次曲线  $r(t) = (x(t), y(t))$  来拟合这 3 个点,则中点  $(x_2, y_2)$  的曲率根据这 3 个点进行估计。其中  $x(t)$  和  $y(t)$  可以写成带参数的与  $t$  相关的二次函数,如式(30)所示。

$$\begin{cases} x(t) = a_1 + a_2 \cdot t + a_3 \cdot t^2 \\ y(t) = b_1 + b_2 \cdot t + b_3 \cdot t^2 \end{cases} \quad (30)$$

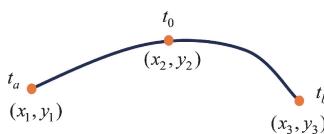


图 8 二次曲线

Fig. 8 A quadratic curve

代入 3 个点的坐标,就可以求解出  $(a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3)$ 。此时,第  $n$  个点的曲率  $C(n)$  可以通过传统的二维连续曲线的计算公式得到,将式(30)代入,并令  $t \rightarrow 0$  即可得到  $C(n)$  的具体值,如式(31)所示。

$$C(n) = \frac{\dot{x}\ddot{y} - \ddot{x}\dot{y}}{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{3/2}} = \frac{2|a_3 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_3|}{(a_2^2 + b_2^2)^{3/2}} \quad (31)$$

此外,使用轨迹空间跟踪误差来定量评估优化后的轨迹与原轨迹之间的相似性。对于在采样点处对应的  $y$  值不唯一的轨迹,提出一种新的方法以准确地统计复杂轨迹的跟踪误差。定义避障轨迹 A 与重构轨迹 T 之间在采样点  $X = x$  处的跟踪误差为  $E_A(x)$ , 具体计算步骤为:

1) 假设轨迹 A 中的所有轨迹点为  $\{(x_1^A, y_1^A), (x_2^A, y_2^A), \dots, (x_{N_A}^A, y_{N_A}^A)\}$ , 其中  $N_A$  表示轨迹 A 的总轨迹点数。重构轨迹 T 的所有轨迹点为  $\{(x_1^T, y_1^T), (x_2^T, y_2^T), \dots, (x_{N_T}^T, y_{N_T}^T)\}$ , 其中  $N_T$  表示轨迹 T 的总轨迹点数。

2) 对轨迹 A 进行等距离插值和重采样到  $M$  个点,其中  $M < \min\{N_A, N_T\}$ 。对轨迹 T 进行等距离插值和重采样到  $\alpha \cdot M$  个点,其中  $\alpha$  是一个常数。

3) 遍历重采样后轨迹 A 中的每个点,找到每个点的横坐标  $x_k^A$  与轨迹 T 中的横坐标最近的点  $x_q^T$ , 检查  $x_q^T$  之前是否计算过。如果之前有用过,则找第 2 近的点作为  $x_q^T$ , 以此类推,直到找到之前没有计算过,且距离  $x_k^A$  最近的点。

4) 假设轨迹 A 中的重采样后的点  $\{x_1^A, x_2^A, \dots, x_M^A\}$  分别对应轨迹 T 中的  $\{x_{q_1}^T, x_{q_2}^T, \dots, x_{q_M}^T\}$ , 分别计算每个点的跟踪误差,即:

$$E_A(x_{q_i}^T) = |y_i^A - y_{q_i}^T| \quad (32)$$

5) 计算最大跟踪误差和平均跟踪误差,即:

$$E_A^{\max} = \max E_A(x_{q_i}^T), \quad 1 \leq i \leq M \quad (33)$$

$$E_A^{\text{mean}} = \frac{\sum_{i=1}^M E_A(x_{q_i}^T)}{M} \quad (34)$$

由于存在互斥机制,因此即使轨迹 A 在某个点  $X = x$  所处的直线上存在多个交点,也能够准确将误差计算进去,而不会覆盖之前的值。如图 9 所示,当避障轨迹 A 上的 2 个采样点位于同一直线上时,第 1 个采样点和轨迹 T 上的大点计算跟踪误差,而第 2 个点则会和离大点最近的点(轨迹 T 上的小点)计算跟踪误差。

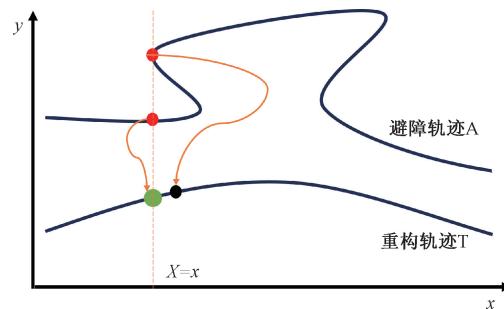


图 9 轨迹间的跟踪误差计算说明

Fig. 9 Explanation of tracking error calculation between trajectories

#### 3.2 仿真实验

为验证该方法有效性,在仿真环境下进行手写字母数据集<sup>[24]</sup>中“W”字母的回归轨迹避障实验。轨迹的建模和回归过程如图 2 所示,直接采用回归轨迹来进行实验。如图 10 所示,在轨迹中放置一个矩形障碍物来阻挡回归轨迹,模拟机器人在执行任务过程中遇到障碍物的情景。为了进行对比实验,将所提出的方法与经典的运动规划和避障方法 RRT<sup>[10]</sup> 和基于耦合项的动态运动基元<sup>[5]</sup> (dynamic movement primitives, DMP) 进行了比较,来验证该方法的有效性和优越性。其中 RRT 方法<sup>[26]</sup>只在障碍物区域进行二次规划,并且配合贝塞尔曲线来实现

采样点之间的平滑过渡(RRT with bézier curve, RRT-B)。仿真平台为Pycharm Community 2022.2, python版本为3.6, 设置参数 $k_v = 1, \eta = 0.8$ 。

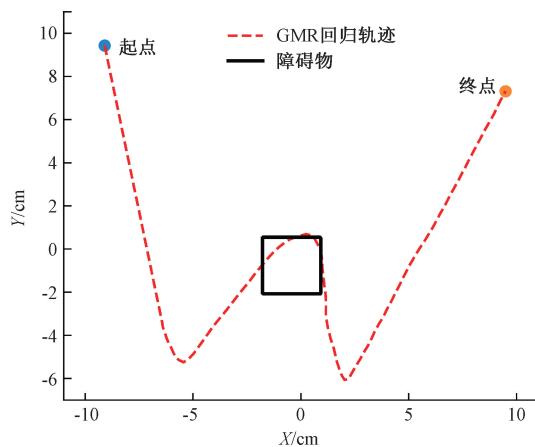


图 10 仿真实验场景设置

Fig. 10 Simulation experiment scene setup

为了评估研究方法的有效性,可视化比较了这3种方法生成的避障路径,另外还计算了这些轨迹点的跟踪误差和曲率,以定量比较不同方法下的轨迹偏差和平滑性,如图11所示。

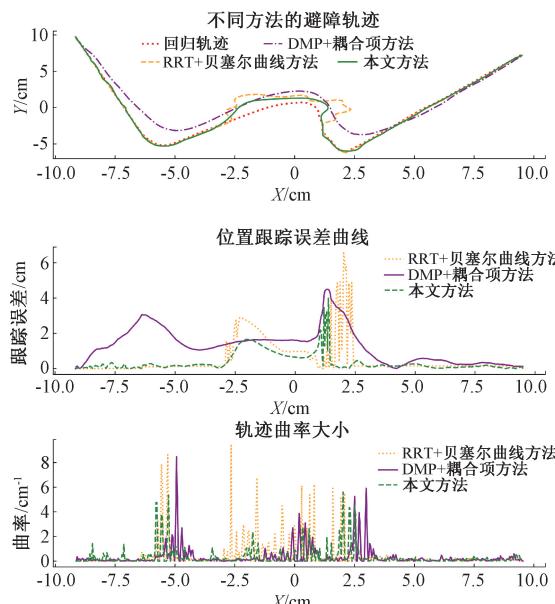


图 11 仿真实景的避障轨迹及对应的跟踪误差和曲率

Fig. 11 Obstacle avoidance trajectories and corresponding tracking errors and curvatures for simulated scenes

可以直观地观察到,在不受障碍物影响的区域,本文方法生成的轨迹与回归轨迹大致重合,而RRT-B则在非障碍物区域直接与重构轨迹重合。在受障碍物影响的区域,3种方法均能够绕过障碍物,但是RRT-B方法的避障

轨迹非常曲折,而DMP方法的避障轨迹与回归轨迹误差较大。根据表1的数据(其中跟踪误差E的单位为cm,曲率C的单位为 $\text{cm}^{-1}$ ),可以定量观察到,所提方法的曲率和跟踪误差的最大值和平均值都是最小的,由此可以得出结论,所提方法的轨迹更为平滑,并且轨迹偏差最小。

表 1 仿真实景不同方法下的定量指标

Table 1 Quantitative indicators under different approaches to simulation scenarios

方法	$E_{\text{mean}}$	$E_{\text{max}}$	$C_{\text{mean}}$	$C_{\text{max}}$
RRT-B	0.555 2	6.546 9	0.394 7	9.400 6
DMP	1.283 7	4.490 2	0.344 1	8.481 7
本文方法	0.365 7	3.988 4	0.337 7	5.586 9

### 3.3 六轴机器人轨迹避障实验

为验证该方法在实际六轴机器人上的有效性,设计了一个机器人末端轨迹的避障实验。实验场景设置如图12所示,通过3D相机来获取当前区域的深度图,用来识别障碍物的大小和位置。采用团队自主开发的六轴工业机器人来作为实验平台,通过EtherCAT总线和控制器和上位机进行通信,记录相关轨迹数据。



图 12 实验场景说明

Fig. 12 Description of experimental scenarios

如图13(a)所示,一位操作员通过动觉示教的方式拖动机器人末端,沿着预设的路径演示了多条任务轨迹。然后在轨迹中选取2个位置来放置障碍物,模拟机器人在执行任务过程中遇到障碍物阻挡的情景,如图13(b)所示。通过使用动觉示教法获取了8条演示轨迹作为实验数据,且回归轨迹通过GMM和GMR得出,如图13(c)所示。



(a) 动觉示教  
(a) Kinesthetic teaching

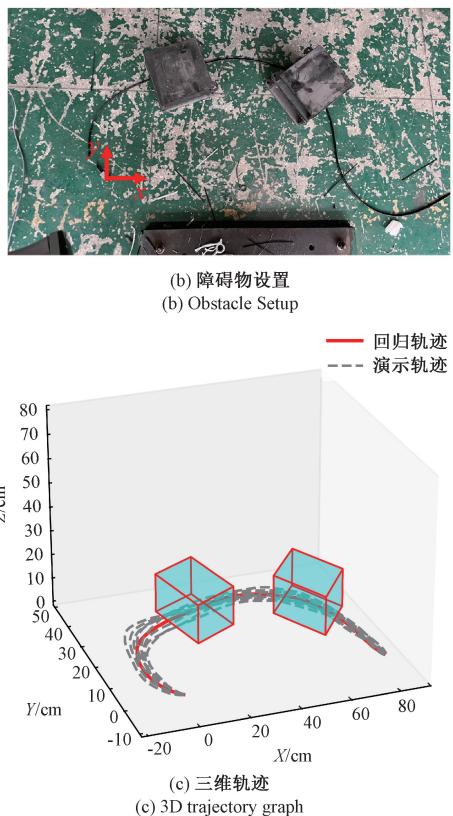


图 13 轨迹的设置和获取

Fig. 13 Setting and acquisition of motion trajectory

将本文所提的避障方法应用于机器人末端的避障过程，并设置参数  $k_v = 1, \eta = 0.8$ 。机器人的运动序列图如图 14 所示。可以看出机器人不仅能够安全地绕过障碍物，而且在绕过障碍物后还能尽快回到回归轨迹上。

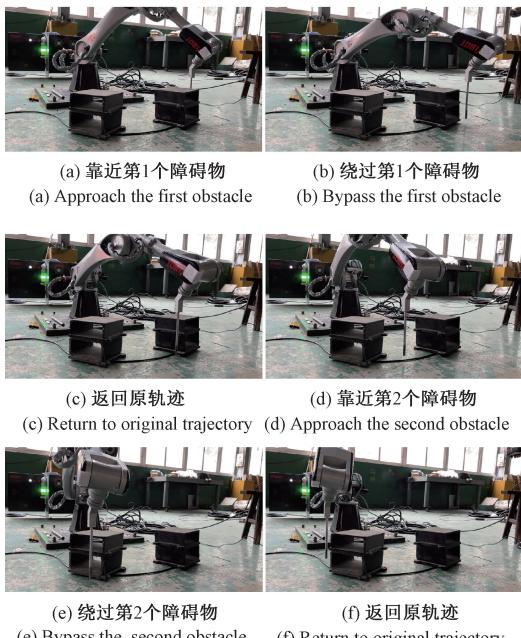


图 14 机器人避障运动序列图

Fig. 14 Sequence diagram of robot's obstacle avoidance motion

同样将所提出的方法与 RRT-B 和 DMP 进行比较，来验证本文方法的有效性和优越性。由于轨迹在  $z$  轴上的变化很小，因此将轨迹映射到  $xoy$  平面上进行对比，得到的结果如图 15 和表 2 所示。可以看出，本文方法在轨迹跟踪误差和平滑性上都优于另外两种方法。

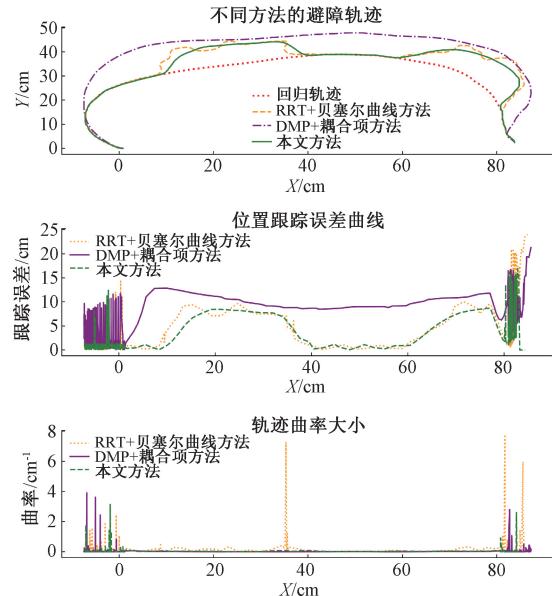


图 15 实际场景的避障轨迹及对应的跟踪误差和曲率

Fig. 15 Obstacle avoidance trajectories and corresponding tracking errors and curvatures for real-world scenarios

表 2 实际场景不同方法下的定量指标

Table 2 Quantitative indicators under different methodologies for practical scenarios

方法	$E_{\text{mean}}$	$E_{\text{max}}$	$C_{\text{mean}}$	$C_{\text{max}}$
RRT-B	3.704 5	24.002 6	0.104 7	7.660 4
DMP	4.135 7	21.294 3	0.043 8	3.896 8
本文方法	2.958 9	16.931 6	0.034 7	3.121 3

## 4 结 论

针对传统的机器人演示学习模型生成的避障轨迹平滑性低的问题，提出了一种基于动态人工势场的机器人回归轨迹平滑避障方法。该方法通过 GMM 将动觉示教产生的若干条轨迹进行建模，以学习当前任务的轨迹特征，随后使用 GMR 来构建回归轨迹和演示区域。提出了一个“吸引子”的概念，通过构建“吸引子”的引力模型，在演示区域内形成一个 V 形延伸的势场，从而引导由起点出发的机器人沿着回归轨迹的路线“滑”向终点，并且有效地避开中途出现的势场高的障碍物。在此基础上，提出了一种正向-逆向融合规划算法来进一步提高轨迹

的平滑性。最后分别设计了人类手写字母数据集的仿真实验和实际六轴机器人的避障实验,实验结果表明,本文方法得到的轨迹在轨迹跟踪误差和平滑性上都有明显的优势。

## 参考文献

- [ 1 ] 吴晓敏,贺苗,刘瞰东,等.基于狄利克雷过程聚类的机器人演示学习研究[J].仪器仪表学报,2023,44(1):265-274.  
WU X M, HE M, LIU T D, et al. Study of robot demonstration learning based on the Dirichlet process clustering[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2023, 44(1):265-274.
- [ 2 ] LI J ZH, CONG M, LIU D, et al. Enhanced task parameterized dynamic movement primitives by GMM to solve manipulation tasks [J]. Robotic Intelligence and Automation, 2023, 43(2): 85-95.
- [ 3 ] 黄艳龙,徐德,谭民.机器人运动轨迹的模仿学习综述[J].自动化学报. 2022, 48(2):315-334.  
HUANG Y L, XU D, TAN M. A review of imitation learning of robot motion trajectories[J]. Acta Automata. 2022, 48(2):315-334.
- [ 4 ] WANG Y Q, HU Y D, EL ZAATARI S, et al. Optimised learning from demonstrations for collaborative robots [J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2021, 71: 102169.
- [ 5 ] JIA X H, ZHAO B, LIU J Y, et al. A trajectory planning method for robotic arms based on improved dynamic motion primitives [J]. Industrial Robot: The International Journal of Robotics Research and Application, 2024, 51(5): 847-856.
- [ 6 ] HU Y D, WANG Y Q, HU K X, et al. Adaptive obstacle avoidance in path planning of collaborative robots for dynamic manufacturing [J]. Journal of Intelligent Manufacturing, 2023, 34(2): 789-807.
- [ 7 ] PARK D H, HOFFMANN H, PASTOR P, et al. Movement reproduction and obstacle avoidance with dynamic movement primitives and potential fields [C]. Humanoids 2008-8th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots, 2008: 91-98.
- [ 8 ] DHAWALE A, YANG X N, MICHAEL N. Reactive collision avoidance using real-time local gaussian mixture model maps [C]. 2018 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2018: 3545-3550.
- [ 9 ] GAMS A, DENISA M, UDE A. Learning of parametric coupling terms for robot-environment interaction [C]. 2015 IEEE/RAS 15th International Conference on Humanoid Robots, 2015: 304-309.
- [ 10 ] WANG L N, YANG X, CHEN Z L, et al. Application of the improved rapidly exploring random tree algorithm to an insect-like mobile robot in a narrow environment[J]. Biomimetics, 2023, 8(4): 374.
- [ 11 ] QU J D, ZHANG F H, WANG Y, et al. Human-like coordination motion learning for a redundant dual-arm robot [J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2019, 57: 379-390.
- [ 12 ] ZHANG H W, HAN X N, FU M L, et al. Robot obstacle avoidance learning based on mixture models[J]. Journal of Robotics, 2016, 2016(1): 7840580.
- [ 13 ] DUQUE D A, PRIETO F A, HOYOS J G. Trajectory generation for robotic assembly operations using learning by demonstration[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2019, 57: 292-302.
- [ 14 ] LIN H I. Design of an intelligent robotic precise assembly system for rapid teaching and admittance control [J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2020, 64: 101946.
- [ 15 ] KUMAR G, ANWAR A, DIKSHIT A, et al. Obstacle avoidance for a swarm of unmanned aerial vehicles operating on particle swarm optimization: A swarm intelligence approach for search and rescue missions[J]. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 2022, 44(2): 56.
- [ 16 ] 武晓雯,郭孟营,胡阿建,等.基于改进遗传粒子群算法的无人机路径规划[J].仪器仪表学报,2025,46(4): 315-325.  
WU X W, GUO M Y, HU A J, et al. Path planning for UAV based on improved hybrid genetic particle swarm algorithm[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2025, 46(4): 315-325.
- [ 17 ] 邓冬冬,许建民,孟寒,等.基于蚁群算法与人工势场法融合的移动机器人路径规划[J].仪器仪表学报,2025,46(2): 1-16.  
DENG D D, XU J M, MENG H, et al. Mobile robot path planning based on the fusion of ant colony algorithm and artificial potential field method[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2025, 46(2): 1-16.
- [ 18 ] 方敏,金世俊.基于蚁群算法和蝙蝠算法的多点路径规划[J].电子测量技术,2024,47(18):47-53.  
FANG M, JIN SH J. Multi-point path planning based on ant colony algorithm and bat algorithm [J]. Electronic Measurement Technology, 2024, 47(18): 47-53.
- [ 19 ] LIANG J H, LEE C H. Efficient collision-free path-planning of multiple mobile robots system using efficient artificial bee colony algorithm[J]. Advances in Engineering Software, 2015, 79: 47-56.

- [20] YE B, YU P, HU C, et al. GRF-GMM: A trajectory optimization framework for obstacle avoidance in learning from demonstration [C]. International Conference on Neural Information Processing. Singapore: Springer Nature Singapore, 2023: 18-30.
- [21] 刘瞰东, 张馨月, 林晨滢, 等. 基于分段动态运动基元的机械臂轨迹学习与避障方法[J]. 机器人, 2024, 46(3): 275-283.
- LIU T D, ZHANG X Y, LIN CH Y, et al. Robotic arm trajectory learning and obstacle avoidance method based on segmented dynamic motion primitives [J]. Robot, 2024, 46(3): 275-283.
- [22] YE C C, YANG J X, DING H. Bagging for Gaussian mixture regression in robot learning from demonstration[J]. Journal of Intelligent Manufacturing, 2022, 33(3): 867-879.
- [23] DEMPSTER A P, LAIRD N M, RUBIN D B. Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm[J]. Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological), 1977, 39(1): 1-22.
- [24] KHANSARI-ZADEH S M, BILLARD A. BM: An iterative algorithm to learn stable non-linear dynamical systems with gaussian mixture models[C]. 2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2010: 2381-2388.
- [25] KHATIB O. Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots[J]. The International Journal of Robotics Research, 1986, 5(1): 90-98.
- [26] 王萍, 潘树国, 蔚保国, 等. 基于 RSS\_GN RRT 算法的狭长空间路径规划[J]. 电子测量与仪器学报, 2024, 38(1): 72-85.

WANG P, PAN SH G, WEI B G, et al. Narrow and long space path planning based on RSS\_GN RRT algorithm [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2024, 38(1): 72-85.

### 作者简介



**林金亮**, 2002 年于福建师范大学获得学士学位, 2010 年于厦门大学获得硕士学位, 现为闽西职业技术学院信息工程学院副教授、厦门大学访问学者, 主要研究方向为嵌入式系统与自动化控制。

Email: linjinliang6@163.com

**Lin Jinliang** received his B. Sc. degree from Fujian Normal University in 2002, and his M. Sc. degree from Xiamen University in 2010. He is currently an associate professor at the Information Engineering College, Minxi Vocational and Technical College and a visiting scholar at Xiamen University. His main research interests include embedded systems and automation control.



**刘瞰东**(通信作者), 2003 年于中国科学技术大学获得博士学位。现为厦门大学萨本栋微米纳米科学技术研究院教授, 博士生导师。主要研究方向为工业机器人与机器视觉技术。

E-mail: ltd@xmu.edu.cn

**Liu Tundong** (Corresponding author) received his Ph. D. degree from the University of Science and Technology of China in 2003. He is currently a professor and a Ph. D. advisor at Pen-Tung Sah Institute of Micro-Nano Science and Technology, Xiamen University. His main research interests include industrial robotics and machine vision technology.