

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2513869

# 基于仿生倒立摆的低推重比推力测量方法\*

朱春源<sup>1</sup>, 卢世旭<sup>2</sup>, 丛麟骁<sup>3</sup>, 张宏<sup>4</sup>, 郑叶龙<sup>1</sup>

(1. 天津大学精密测试技术与仪器国家重点实验室 天津 300072; 2. 国科大杭州高等研究院 杭州 310024;  
3. 中国科学院大学 北京 100049; 4. 兰州空间技术物理研究所 兰州 730000)

**摘要:** 膝关节作为人体关键的承重与运动枢纽, 具备承载大和稳定性强的特点。该结构主要由股骨、韧带、胫骨及周围的肌肉肌腱组织构成。肌腱、韧带等组织构成多条力传递路径, 在有效分散载荷的同时, 将部分作用于胫骨的压应力转化为沿韧带轴向的张力, 从而避免关节发生过载屈曲。受此生物力学结构的启发, 设计了一种多连杆柔性仿生倒立摆。该结构主要由 4 个呈空间对称分布的 C 型柔性摆臂和载物台构成, 可有效分散系统负载引入的重力载荷, 避免局部应力集中。此外, C 形摆臂的设计改变了力的传递路径, 使得对转动关节的压应力转化为拉应力, 显著提升了摆架的稳定性。建立了该摆架的稳定性模型, 并通过动力学仿真分析了地面振动、质心偏移等因素对系统稳定性的影响。实验结果表明, 该摆架在 8 kg 负载时的分辨力优于 0.6  $\mu\text{N}$ , 量程为 0.6~1 210  $\mu\text{N}$ , 背景噪声在 0.1 mHz~5 Hz 频段内优于 1.42  $\mu\text{N}/\text{Hz}^{1/2}$ 。搭载微霍尔推进器开展了推力测试, 实验结果表明摆架能够稳定且准确地反映推力变化, 测得的推力与推进剂流量和放电电压呈线性正相关。基于人体膝关节的仿生设计为重载条件下高精度微力测量装置的研发提供了新的思路。

**关键词:** 微推进器; 膝关节; 重负载; 推力测量

**中图分类号:** TH823 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 460.4030

## A bionic inverted pendulum-based method for low thrust-to-weight measurement

Zhu Chunyuan<sup>1</sup>, Lu Shixu<sup>2</sup>, Cong Linxiao<sup>3</sup>, Zhang Hong<sup>4</sup>, Zheng Yelong<sup>1</sup>

(1. State Key Laboratory of Precision Measuring Technology and Instruments, Tianjin University, Tianjin 300072, China;  
2. Hangzhou Institute for Advanced Study, UCAS, Hangzhou 310024, China; 3. University of Chinese Academy  
of Sciences, Beijing 100049, China; 4. Lanzhou Institute of Physics, Lanzhou 730000, China)

**Abstract:** As a key load-bearing and motion hub of the human body, the knee joint has features of high load capacity and strong stability. Structurally, it consists of the femur, ligaments, and tibia, with multiple ligaments connecting the femur and tibia to share vertical loads and convert part of the compressive stress on the tibia into tensile stress along the ligament direction, thereby preventing overload-induced buckling. Inspired by this biomechanical principle, this study proposes a multi-link bionic inverted pendulum, which consists of four symmetrically distributed C-shaped flexible arms and a rigid platform. This design disperses loads, mitigates stress concentration, and converts compressive stress on the pivot into tensile stress, significantly enhancing stability margins. A stability model is formulated, and the effects of disturbances, such as ground vibrations and centroid offset, are analyzed via simulation. Experimental results show that, under an 8 kg load, the system achieves a resolution better than 0.6  $\mu\text{N}$ , a measurement range of 0.6~1 210  $\mu\text{N}$ , and background noise below 1.42  $\mu\text{N}/\text{Hz}^{1/2}$  in the 0.1 mHz~5 Hz band. Thrust measurements with a micro-Hall thruster show accurate response and a clear linear correlation among thrust, propellant flow, and discharge voltage. This knee-inspired bionic design offers a novel approach for developing high-precision micro-force measurement devices under heavy-load conditions.

**Keywords:** micro thruster; knee; heavy load; thrust measurement

## 0 引言

随着深空探测技术的进步,微小卫星技术得到了快速发展。然而,卫星在轨运行时,会受到太阳光压、宇宙射线等非保守力的扰动,导致其姿态偏移,因此需通过推进器提供微小推力进行补偿<sup>[1-2]</sup>。推力是最直观反映推进器性能的关键参数,比冲、效率等参数均可基于推力进行计算。推力的精确测量对于推进器的研发和卫星技术的进步具有重要意义。

为了确保卫星姿态控制精度,推进器的推力分辨力通常要达到微牛甚至亚微牛级,这要求地面测试设备具备极高的精度<sup>[3-4]</sup>。然而,真空设备运行、人员活动等引发的地面振动及温度波动等测试环境干扰常常掩盖推力信号<sup>[5]</sup>。此外,随着推进器集成度的提升,其质量显著增加,甚至可达数千克,对地面测试设备的负载能力提出了严格要求<sup>[6-7]</sup>。在低推重比条件下的推力测量已成为当前研究热点。

常见的推力测试设备通常基于机械结构的形变量进行测量,并可根据工作平面分为水平摆和竖直摆<sup>[8]</sup>。水平摆在水平面上转动,可实现重力和推力方向的解耦,其系统刚度主要由轴承关节的扭转刚度决定,具备较高的测量精度<sup>[9]</sup>。Zhang等<sup>[10]</sup>设计了一个具有不对称扭臂的枢轴扭摆,并通过二维可调配重机构使其质心接近枢轴,实现了0.21 μN的分辨力,量程为2~30 μN。Lun等<sup>[11]</sup>研发了双枢轴扭摆,利用液态镓金属替代导线,实现了2.65 μN的分辨力,测量误差优于4%。高精度水平摆的测量臂通常较长,但由于转动关节的扭转刚度较小,重负载下会对扭转关节产生较大的扭矩,容易导致塑性变形,因此该设备适用于小负载、高分辨率的推力测量场景。

竖直摆根据质心与扭转关节的相对位置,进一步可分为重力摆和倒立摆<sup>[12]</sup>。重力摆的质心位于扭转关节下方,回复力由负载重力分量和关节回复力共同决定,具有较强的稳定性和负载能力<sup>[13]</sup>。Wijnen等<sup>[14]</sup>设计了一种具有机械放大结构的悬挂摆,在搭载5.9 kg推力器时,分辨力可达0.1 mN。然而,虽然延长摆臂可提升灵敏度,但同时会放大测量端的噪声,并对真空系统的尺寸提出更高要求。倒立摆的质心位于扭转关节上方,系统的回复力由负载的重力分量与扭转关节回复力的差值决定,具有较大范围的刚度调节能力,且结构紧凑,适用于重负载推力测量场景<sup>[15]</sup>。然而,传统倒立摆为提高灵敏度,往往使负载的重力分量几乎抵消扭转关节的回复力,导致扭转关节承受接近临界的压应力,易发生屈曲失稳,从而影响系统稳定性<sup>[16]</sup>。此外,由于质心高于转轴,倒立摆对地面振动和偏心负载极为敏感,这进一步限制了其应用范围。

在站立和行走过程中,人体可被视为典型的倒立摆,其中膝关节作为旋转关节,连接小腿与躯干,发挥关键作用<sup>[17-18]</sup>。研究表明,膝关节主要通过刚柔结构协同作用与力传递调控机制实现载荷分散与稳定性的维持<sup>[19-20]</sup>。其中,刚柔结构协同主要体现在胫骨与韧带等软组织的配合。胫骨硬度大,抗变形能力强,能直接承担垂直载荷<sup>[21]</sup>。多根韧带环绕于关节四周,在分散载荷的同时可以限制关节运动范围,增加其抗干扰能力<sup>[22]</sup>。在力传递机制方面,膝关节依靠肌肉收缩产生拉伸载荷,使部分垂直压应力转化为沿韧带轴向的张力,从而避免局部应力集中,维持关节稳定性<sup>[23]</sup>。正因具备上述特殊的生物力学结构,膝关节得以在高强度的运动过程中保持良好的承重与稳定能力。

受膝关节的生物力学结构启发,针对大质量推进器推力测试中难以兼顾高负载与高精度的问题,设计了一种新型仿生倒立摆。该摆架采用4个对称分布的C形柔性摆臂与刚性载物平台相结合,形成刚柔协同的支撑系统,在保障高精度推力响应的同时,有效分散垂直载荷,避免局部应力集中所引发的结构失稳。此外,通过引入C形摆臂结构,将作用于柔性铰链的压应力转化为拉应力,从而降低地面振动和偏心负载的影响,显著提升系统的稳定性。本研究为低推重比条件下推力测量装置的结构设计及优化提供了新思路。

## 1 测量模型

柔性倒立摆的运动模型可等效为弹簧-质量-阻尼二阶系统,其动力学行为可以表示为:

$$I_p \ddot{\theta} + c\dot{\theta} + K_\theta \theta = F_0 \times \cos wt \times L_{doh} \quad (1)$$

式中:  $I_p$  是摆架的转动惯量;  $\theta$  是摆架的偏转角度;  $c$  是阻尼系数;  $K_\theta$  是摆架的角刚度;  $F_0$  与  $w$  分别是力的幅值和频率;  $L_{doh}$  是摆架的力臂长度。当形变角度较小时,存在  $\theta = x/L_{doh}$ 。因此式(1)可以整理为:

$$\ddot{x} + 2\xi w_n \dot{x} + w_n^2 x = \frac{F_0}{m} \cos wt \quad (2)$$

式中:  $\xi = \frac{c \times L_{doh}}{2\sqrt{mK_\theta}}$  是阻尼比;  $w_n = \sqrt{\frac{K_\theta}{mL_{doh}^2}}$  是固有频率。

根据拉普拉斯变换理论可知,当摆架受推力作用后,系统的输出响应由瞬态响应和稳态响应两部分组成,其可以表示为:

$$x(t) = e^{-\xi w_n t} \cos w_d t + A \times \cos \left( wt - \arctan \left( \frac{cw}{K_\theta/L_{doh}^2 - mw^2} \right) \right) \quad (3)$$

当推力作用时间较长(通常约3~5个周期)时,系统的瞬态响应逐渐衰减至0,最终进入稳态。此时,稳态响

应的幅值可表示为:

$$A = \frac{F_0}{\sqrt{\left(\frac{K_\theta}{L_{doh}^2} - m\omega^2\right)^2 + (c\omega)^2}} \quad (4)$$

当推力信号的频率  $\omega$  趋近于 0 时,待测推力为:

$$F_0 = K_\theta \times \frac{\Delta x}{L_{doh}^2} = K_s \times (x_1 - x_0) \quad (5)$$

式中:  $K_s$  为摆架在推力方向的刚度;  $x_1$  和  $x_0$  分别为推力作用前后摆架的位移。待测推力可通过标定获得的摆架刚度与位移传感器测量的位移差计算得到。

## 2 装置总体设计

膝关节是人体在站立和行走时承载重力的关键结构,具有刚柔耦合特性。膝关节的生理结构如图 1(a) 所

示,主要由股骨、韧带和胫骨构成。其简化模型如图 1(b) 所示,其中韧带连接股骨与胫骨,形成张拉结构,在支撑体重的同时限制关节过度屈伸。受膝关节生理结构的启发,设计了一种多连杆柔性倒立摆。如图 1(c) 所示,该装置由 4 个 C 形摆臂组成,摆臂的上下端分别通过柔性铰链与载物台和基底相连接。此外,基底配备高精度倾角仪监测摆架姿态,并结合电动角台确保摆架处于竖直状态,避免倾斜误差。铜板与永磁铁组成的电涡流阻尼器可缩短摆架稳定时间,提高测量效率。在推进器为主的系统负载作用下,柔性铰链仅承受拉应力,有效避免屈曲失稳。如图 1(d) 所示,摆架在推力作用下的运动方式由双平行四边形摆臂结构决定,使顶部载物台在运动过程中始终平行于基底。摆架的简化模型如图 1(e) 所示,其扭转刚度由铰链刚度和系统负载共同决定。搭建的摆架实物如图 1(f) 所示。

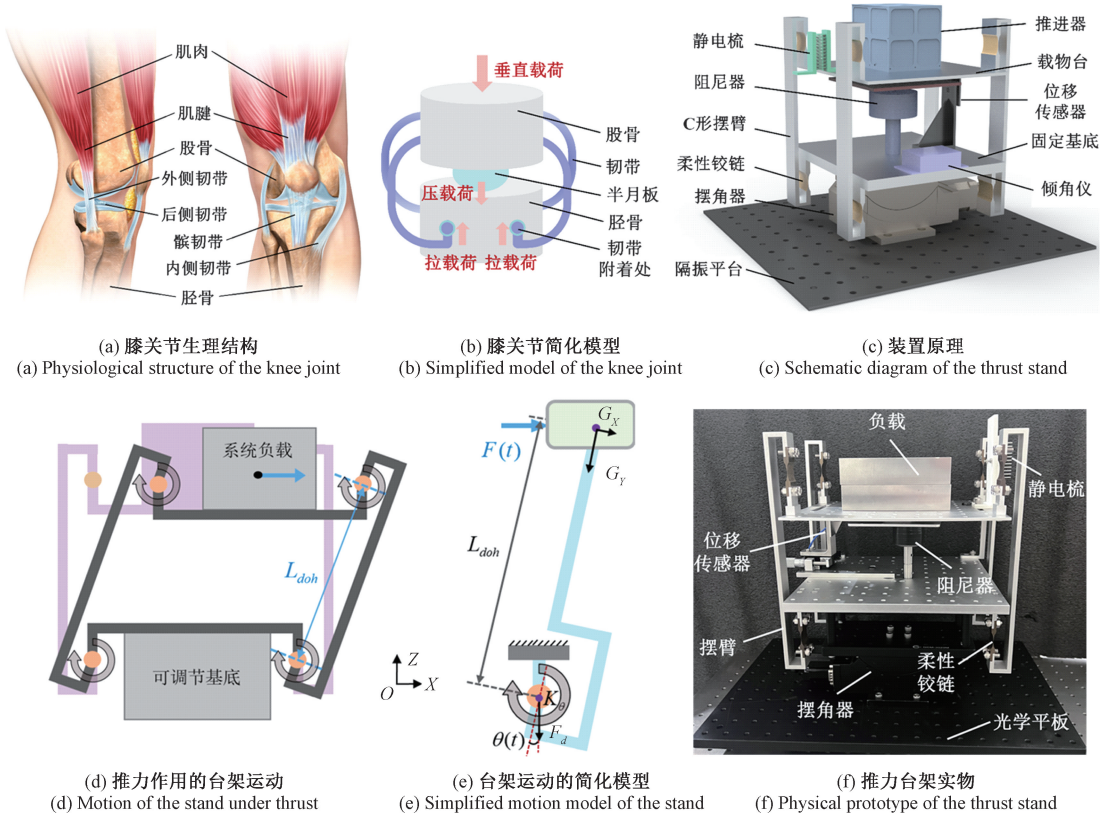


图 1 柔性倒立摆推力测量台架整体设计

Fig. 1 Overall design of the flexible inverted thrust stand

柔性铰链作为摆架的扭转关节,具有无摩擦、高精度等优点。本装置包含 8 个椭圆形柔性铰链,呈上下两层排列。基于欧拉-伯努利梁理论<sup>[24]</sup>可知,单个椭圆形柔性铰链的扭转刚度为:

$$K_{h\theta} = \frac{2Eca^{1/2}h^{5/2}}{9\pi b} \quad (6)$$

式中:  $h$  为铰链的最薄处厚度;  $a$  为铰链豁口的椭圆短半轴长;  $b$  为铰链豁口的椭圆长半轴长;  $c$  为铰链的宽度;  $l$  为机构的有效长度;  $E$  为机构材料的弹性模量。

由式(1)可知,当推力为稳态力时,仿生膝关节倒立摆的运动状态方程为:

$$\frac{d(I_p \dot{\theta})}{d\theta} = -c\dot{\theta} - 8K_{h\theta}\theta + MgL_{doh}\theta + F_T L_{doh} \quad (7)$$

摆架的输入为推力器推力,输出为摆臂绕下层枢轴的旋转角度。摆架的传递函数为:

$$G(s) = \frac{\theta(s)}{F_T(s)} = \frac{L_{doh}}{I_p s^2 + cs + 8K_{h\theta} - MgL_{doh}} \quad (8)$$

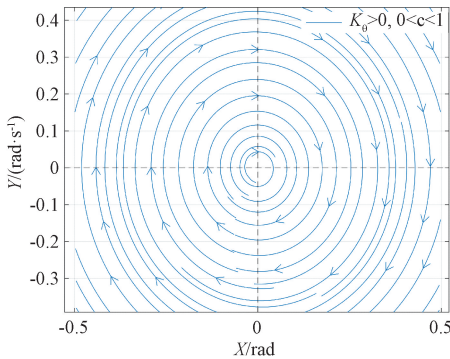
当枢轴刚度与摆长不变时,增加负载可以使得系统更加灵敏。摆架的扭转刚度为:

$$K_\theta = 8K_{h\theta} - MgL_{doh} \quad (9)$$

系统的稳定性取决于传递函数的特征方程。将特征方程设为0,可求得特征根为:

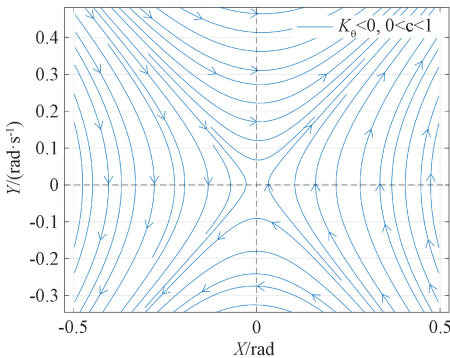
$$\begin{cases} s_1 = \frac{-c - \sqrt{c^2 - 4I_p K_\theta}}{2I_p} \\ s_2 = \frac{-c + \sqrt{c^2 - 4I_p K_\theta}}{2I_p} \end{cases} \quad (10)$$

当  $K_\theta > 0$  且  $0 < c < 1$  时,特征根  $s_1$  与  $s_2$  均具有实根,相位图如图 2(a) 所示,图横坐标为角位移纵坐标为角速度,状态轨迹以螺旋形式逐渐收敛到原点,表明系统原点为稳定焦点,且流线的收敛性体现了摆架对外部扰动的恢复能力。此时,推力测量装置处于稳定状态。当  $K_\theta < 0$  且  $0 < c < 1$  时,系统特征根存在非负实根,相位



(a) 系统稳定时的相位图

(a) The phase diagram with system stabilized



(b) 系统不稳定时的相位图

(b) The phase diagram with system instability

图2 不同配置下摆架的相位图

Fig. 2 Phase diagram of pendulum at different conditions

图如图 2(b) 所示,系统存在鞍点,系统状态轨迹从原点发散,其中部分流线向原点靠拢,而另一些远离原点,导致推力测量装置处于不稳定状态。在摆架设计过程中,应避免因负载过大导致系统演化为负刚度系统,从而引发不稳定性。为确保系统稳定,摆架的负载应满足:

$$M < 8K_{h\theta}/gL_{doh} \quad (11)$$

### 3 运动特性仿真分析

为分析仿生倒立摆的运动特性,仿真分析了偏心负载、基底振动等因素对推力测量结果的影响。

#### 3.1 摆架刚度验证

摆架刚度分析与验证如图 3 所示,其中图 3(a) 为不同负载条件下摆架刚度变化的仿真分析结果,将结果与式(9)计算的理论值对比,偏差均不超过 2‰,验证了刚度模型的可靠性。此外,随着摆架负载增加,摆架刚度明显下降,表明其可根据不同负载灵活调整灵敏度,以满足不同质量和量程的推进器推力高精度测量需求。

#### 3.2 偏心负载影响

推进器内部结构复杂,其质心难以与形心重合,给精确推力测量带来较大挑战。尤其是当推进器质量较大时,偏心负载会引入显著的附加扭矩,影响系统稳定性。负载偏心引入的耦合位移可以表示为:

$$x_c = \frac{M \times \Delta x}{K_\theta} \times L_{doh} \quad (12)$$

式中:  $\Delta x$  是负载偏离转轴中心线的距离。

如图 3(b) ~ (d) 所示,以摆架负载 8 kg 为例,分析了 X、Y、Z 轴向不同幅度的质心偏移对系统刚度的影响。结果表明,刚度的相对误差均  $< 1\%$ ,表明摆架对负载质心偏移不敏感,能够有效减少因推力器质量不均匀或安装误差引起的测量偏差。

#### 3.3 基底振动影响

摆架对振动十分敏感,在工业测试环境中,实验人员的走动、真空设备的运转等均会向摆架基底传播振动干扰。如图 4 所示为定量分析该影响,定义水平振动噪声输入下摆架基底噪声峰峰值与测量端噪声峰峰值的比值为振动传递系数,其表达式为:

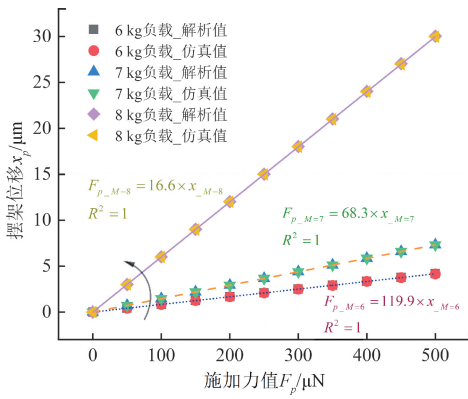
$$\eta = \frac{x_a}{x_n} \quad (13)$$

式中:  $x_a$  摆架在扰动力下的振荡峰峰值;  $x_n$  为基底在扰动力下的振荡峰峰值。

如图 4(a) 所示,为模拟振动对测量的影响,在基底处施加了正弦干扰力  $F_t$ ,其表达式为:

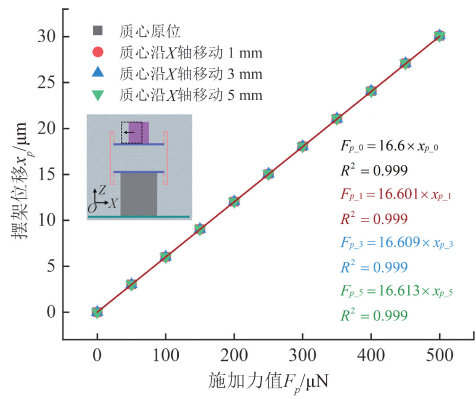
$$F_t = F_0 \times \sin(2\pi \times f_n \times t) \quad (14)$$

式中:  $F_0$  是力的幅值;  $f_n$  是力的频率。



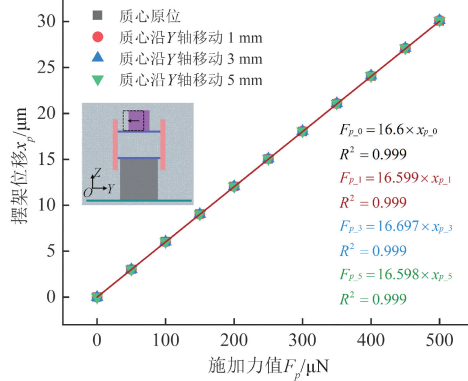
(a)不同负载条件下的摆架刚度

(a) Stiffness of the pendulum under different loads



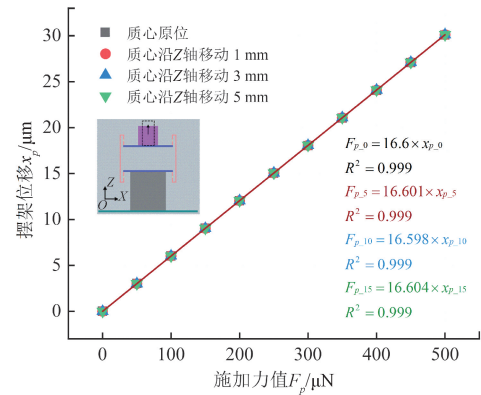
(b)质心沿 X 轴偏移时的摆架刚度

(b) Pendulum stiffness with center-of-mass offset along the X-axis



(c)质心沿 Y 轴偏移时的摆架刚度

(c) Pendulum stiffness with center-of-mass offset along the Y-axis



(d)质心沿 Z 轴偏移时的摆架刚度

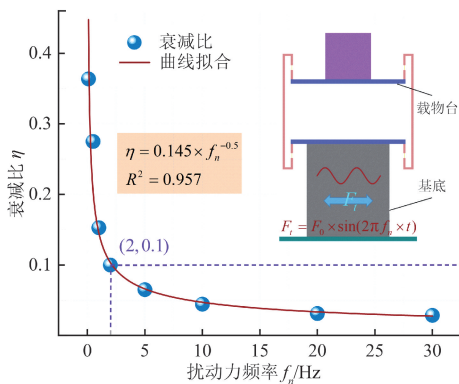
(d) Pendulum stiffness with center-of-mass offset along the Z-axis

图3 摆架刚度分析与验证

Fig. 3 Stiffness analysis and validation of the pendulum

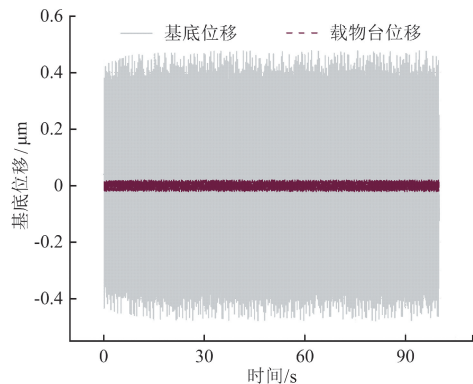
图4(a)表明在相同的扰动力下,摆架相较于基底表现出显著的振动衰减,且随着扰动力频率的增加,衰减愈发明显。当频率超过2 Hz时,摆架可将基底振动幅值衰减超过一个数量级。曲线拟合分析表明,扰动力频率与

衰减比呈负相关关系,相关系数达0.957。典型扰动力作用的基底与摆架时域信号如图4(b)所示,其中摆架的振荡峰峰值明显低于基底振荡的峰峰值,进一步验证了其有效的振动隔离特性。



(a)不同噪声频率下的衰减比

(a) Attenuation ratios at different noise frequencies



(b)噪声频率为10 Hz时基底与摆架的位移

(b) Displacement of the base and the pendulum at a noise frequency of 10 Hz

图4 摆架振动分析

Fig. 4 Vibration ansys of the pendulum

## 4 刚度标定及性能分析

### 4.1 基于静电力的刚度标定

如图 5 所示,设计了一种由 2 个相互啮合的静电梳构成的静电力发生装置。

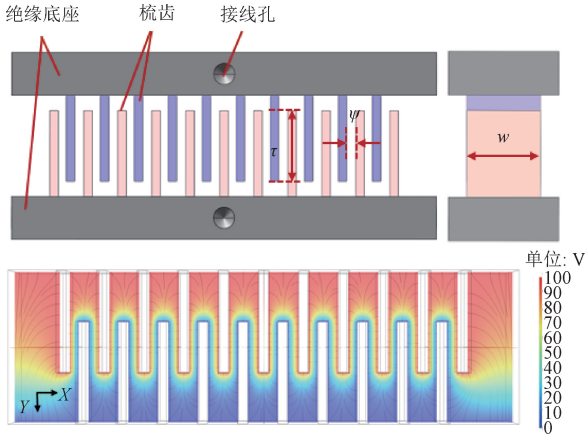


图 5 静电梳结构及电势分布

Fig. 5 Electrostatic comb structure and potential distribution

当电压源施加电压时,梳齿间会形成均匀电场。静电梳间的静电力<sup>[25]</sup>为:

$$F_{ES} = 2N\varepsilon V^2 \left[ 2.2464 - \frac{(\psi + w)}{\pi\tau} \right] \quad (15)$$

式中: $N$ 、 $\varepsilon$ 、 $\psi$ 、 $w$ 、 $\tau$  分别为静电梳的梳齿对数、真空介电常数、梳齿间距、梳齿宽度和梳齿重叠长度; $V$  代表两个静电梳间的电势差。

采用天平对静电梳产生的静电力进行标定。实验中电源采用 Keithley 2410,天平采用 SARTORIUS Quintix65-1CN。将一个静电梳放置在天平托盘中心,另一个通过六自由度调节装置与其啮合。如图 6(a)所示,电压以 50 V 步长从 0 V 递增至 500 V,每个状态持续 30 s,对应静电力从 0  $\mu\text{N}$  递增至 252.94  $\mu\text{N}$ 。如图 6(b)所示,静电力随电压增加而增大,并与电压平方成正比,拟合得到静电力模型为  $F_E = 0.001 \times U^2$ 。将一个静电梳安装于推力摆架,另一个安装于调节装置,并利用基于相机的图像定位方法确保两者姿态与天平标定时一致。以 100 V 步长,从 300 V 逐步加载至 1 100 V,摆架的位移变化如图 6(c)所示。采用低通滤波算法对原始信号去噪,以准确提取静电力作用下的摆架位移。如图 6(d)所示,对递增和递减的静电力与对应的摆架位移分别进行线性拟合,所得摆架刚度均为 15.27 N/m,线性相关系数为 0.999。摆架最大可测力为 1 210  $\mu\text{N}$ ,且在量程内表现出良好的线性响应特性。

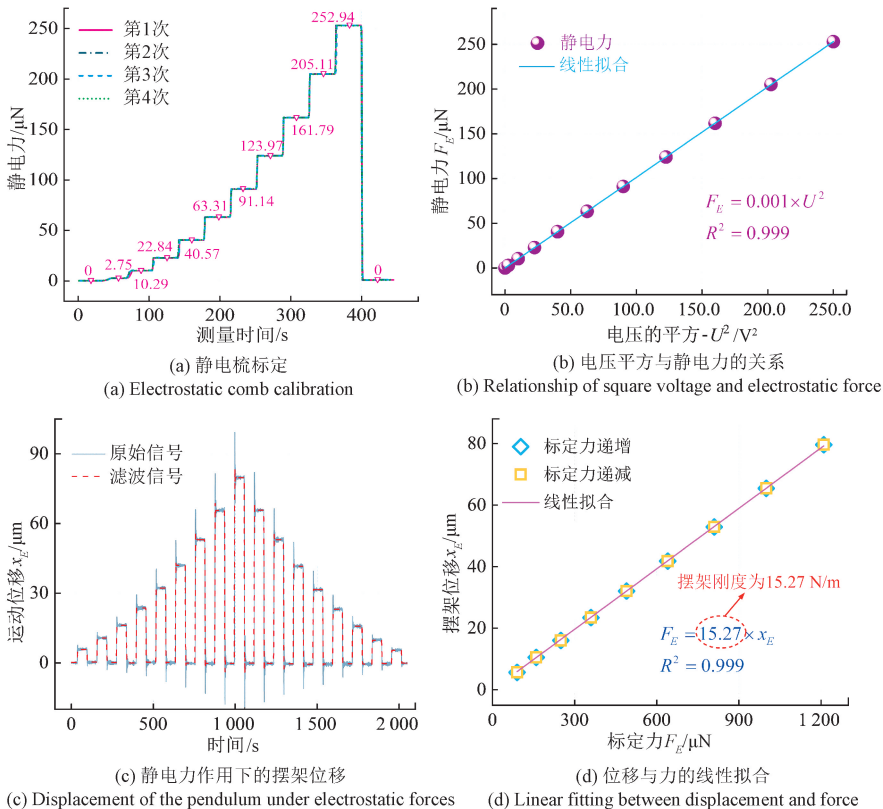


图 6 基于静电力的摆架刚度标定

Fig. 6 Stiffness calibration of the pendulum based on electrostatic force

## 4.2 重复性

摆架测量结果的可靠性取决于其对周期性稳态推力测量的重复性。在实验中,通过在相同条件下反复加载300 V的静电力测试摆架的重复性。图7展示了摆架在连续50次测量中的力值结果,力值在测量区间内呈现均匀分布,平均值为 $90.01 \mu\text{N}$ ,标准差为 $0.05 \mu\text{N}$ ,方差为 $0.003 \mu\text{N}^2$ 。

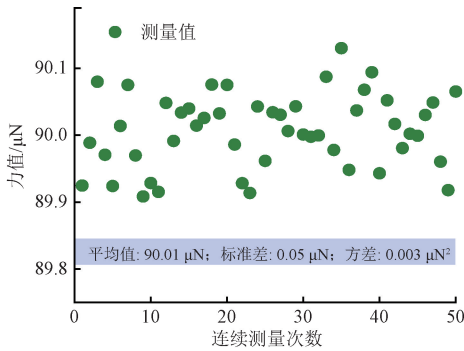


图7 摆架刚度的重复标定

Fig. 7 Repeat calibration of pendulum stiffness

由图7可知,摆架重复性良好,稳定性较高。此外,通过施加不同幅值静电力可知,随着待测力值的增大,标准偏差逐渐减小,这表明在较大的力作用下,待测力作用前后的位移差增大,从而有效减小了噪声和漂移的影响。通常情况下,当待力值的相对标准偏差 $<1\%$ 时,装置的重复性被认为是可接受的,此时测量结果可视为可靠。

## 4.3 分辨力

摆架的分辨力通常取决于位移传感器的精度。受测量环境中人员走动、仪器运转等因素引发的噪声和漂移影响,实际分辨力往往难以达到理论极限。实验中摆架的分辨力通过逐步增加静电梳上施加的电压,观察摆架的位移响应,直至其响应与背景振动噪声难以区分量化得到。装置被安置于真空罐中的光学平板上,底部配有

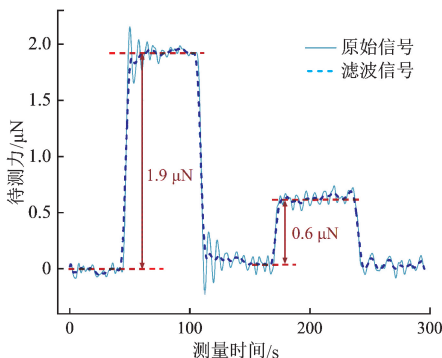


图8 摆架分辨力测试

Fig. 8 Resolution test of thrust stand

橡胶垫以有效隔离高频振动。同时,分子泵、低温泵始终运转,以维持测量环境的高真空度(优于 $10 \text{ Pa}$ ),减小气流扰动的影响。分辨力测试结果如图8所示,原始信号由静电力作用下的摆架位移与标定刚度相乘得到,而滤波信号则通过应用低通滤波算法处理得到。因此,摆架的分辨力优于 $0.6 \mu\text{N}$ 。

## 4.4 背景噪声

背景噪声是评估摆架性能的关键指标之一,受系统负载、测量环境等因素影响,在引力波探测等前沿领域具有重要意义。当系统负载增加时,惯性力矩增大,由基底运动引起的耦合力会显著增加摆架的背景噪声,尤其是当负载质心未精确位于旋转轴上时。背景噪声通常采用功率谱密度进行表征,该指标可通过Welch算法计算。实验中,系统负载被设置为 $8 \text{ kg}$ ,装置被放置在洁净间内的真空设备中。图9展示了摆架背景噪声的功率密度谱,表明其在 $0.1 \text{ mHz} \sim 5 \text{ Hz}$ 内噪声优于 $1.42 \mu\text{N}/\text{Hz}^{1/2}$ 。在高频段,背景噪声主要来自于机械泵、分子泵等设备的振动,通常可以通过主被动隔振、低通滤波等方法来减小其影响。低于 $10 \text{ mHz}$ 时,低频背景噪声通常被认为源自位移测量传感器的电子学噪声以及测量环境中温度波动引起的热噪声等。

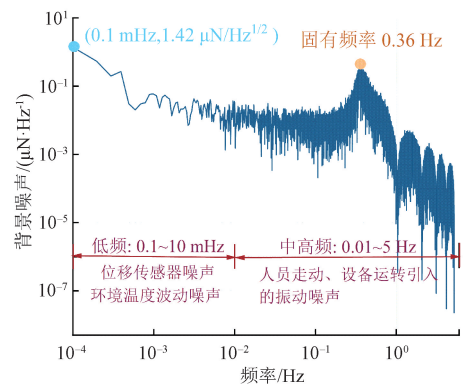


图9 背景噪声的功率谱分析

Fig. 9 Power spectrum analysis of background noise

## 5 微霍尔推进器的推力性能测试

为了评估摆架在真实工业环境中的性能,搭载了国科大杭州高等研究院与南洋理工大学空间推进中心联合研发的微霍尔推进器。该推力器曾随中国首颗天基引力波探测卫星“太极一号”一同发射,并首次实现了无主动阴极自点火模式下的在轨稳定运行<sup>[26]</sup>。

如图10所示,推力测量装置被安装在真空罐内的光学隔振平台上,底部配备电控摆角器以实现摆架的姿态调节。微推进器固定在仿生倒立摆顶端的测量平台,平台与推进器之间有聚四氟乙烯垫片,以减少热传

导的影响。电线和气路采用悬挂方式与摆架连接,使得其引入的相对误差 $<1\%$ 。测试过程中,机械泵、分子泵和低温泵持续工作以维持约 $10^{-4}$  Pa的高真空状态。为避免车辆经过、人员走动带来的随机振动干扰,实验选在凌晨开展。实验前,摆架经过长时间的静置以充分释放零件加工和装配等引入的残余应力。微推进器的推力可以通过改变推进剂流量和放电电压来调控。

采用位移传感器监测推进器作用下的位移变化,结合标定的摆架刚度可以计算得到待测推力。推进器的推力测试如图11所示。

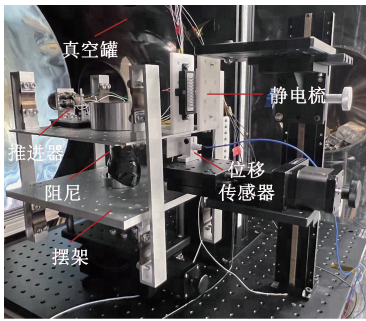
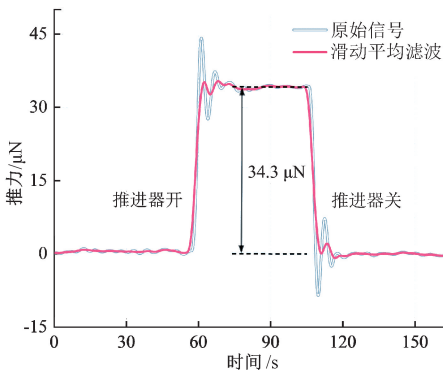


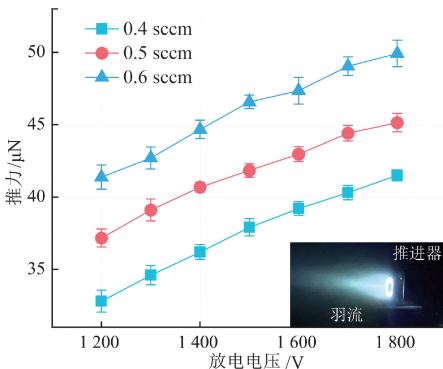
图10 搭载微霍尔推进器的推力支架

Fig. 10 Thrust stand with micro Hall thruster installed



(a) 典型推力测试过程

(a) Typical thrust test process



(b) 不同工况下的推进器推力

(b) Thrust of thruster under various conditions

图11 推进器的推力测试

Fig. 11 Thrust tests of thruster

典型的推力测试信号如图11(a)所示,测量装置能够准确反映推进器推力变化,其中滤波信号是采用平滑移动滤波算法进行去噪得到的。

为定量分析推进器的推力性能,分别将推进剂流量设定为0.4、0.5和0.6 sccm。在固定流量下,放电电压以100 V为步长,从1200 V递增至1800 V,使得推进器在不同工况下运行。每个工况维持约50 s,使得摆架充分稳定在平衡位置。不同工况下的推力结果如图11(b)所示。对比分析不同流量条件下放电电压与推力之间的关系可知,推力随放电电压和推进剂流量的增加而增加。在相同流量下,推力与放电电压呈近似线性正相关,其中0.4、0.5和0.6 sccm流量下的线性拟合优度依次为0.992、0.986和0.987。

## 6 不确定度分析

推力测量精度易受环境振动、温度波动及安装误差等因素影响。为评估测量系统可靠性,进行了相对不确定度分析。推力测量模型可表示为:

$$F_T = \frac{F_{Es}}{x_E} \cdot x_T \quad (16)$$

倒立摆推力测量装置的不确定度主要源于静电力测量与摆架刚度标定。根据不确定度传播律,以300 V对应的静电力为例,对系统不确定度进行详细分析。

### 6.1 静电力测量引入的不确定度

基于天平测得的静电力可以表示为:

$$F_{Es} = m_{Es} \times g \quad (17)$$

式中; $m_{Es}$ 是静电力作用下天平的示数; $g$ 是实验当地的重力加速度。

Keithley 2410用于在两个静电梳之间施加电势差。根据说明书,其电压分辨率为 $0.1 \mu\text{V}$ ,示值的相对不确定度 $u_{E_r}$ 为0.02%。

实验中所用天平为SARTORIUS Quintix65-1CN,其分辨率高达 $0.01 \text{ mg}$ 。为确保测量结果可靠性,实验前使用E1级标准砝码对天平进行校准。当施加电压为300 V时,使用该天平进行10次重复测量,测量均值为 $9.19 \text{ mg}$ 。根据贝塞尔公式可知,重复性测量引入的相对不确定度 $u_{b_1}$ 为0.39%。分辨力为 $0.01 \text{ mg}$ ,假设测量误差服从均匀分布,则由于分辨力引入的相对不确定度 $u_{b_2}$ 为:

$$u_{b_2} = \frac{0.01}{9.19} / \sqrt{3} \times 100\% = 0.063\% \quad (18)$$

电子天平的满量程(60 g)对应的非线性误差为 $0.1 \text{ mg}$ 。实验所涉及的测量范围约为 $0 \sim 100 \text{ mg}$ ,仅占满量程的2%,因此可近似认为非线性误差为 $0.0002 \text{ mg}$ 。假设该误差仍服从均匀分布,则其对应的不确定度分量



$u_{b,3}$  为:

$$u_{b,3} = \frac{0.000\ 2}{9.19} / \sqrt{3} \times 100\% = 1.3 \times 10^{-3}\% \quad (19)$$

重力加速度并非常数,随实验地点的维度和海拔变化。通常海拔越高、纬度越小,重力加速度越小。由 WELMEC Guide 2 (2023) 可知,重力加速度公式为:

$$g = 9.780\ 318(1 + 0.005\ 302\ 4\sin^2\varphi - 0.000\ 005\ 8\sin^22\varphi) - 0.000\ 003\ 085a \quad (20)$$

式中: $\varphi$  代表实验所在地的纬度; $a$  代表实验所在地的海拔。本实验在杭州西湖区开展,查阅地形图可知,该地的海拔为 18 m,纬度为 30.274 1°N。将参数代入式(20)可知,实验所在地的重力加速度为 9.793 4 m/s<sup>2</sup>。因此,结合天平示数和计算得到的重力加速度,可确定静电力的准确数值。由 WELMEC Guide 2 (2023) 可知,重力加速度公式引入的不确定度  $u_g$  为 0.01%。

静电力测量中各不确定度分量相互独立,因此可知由于静电力测量引入的相对不确定度  $u_E$  为:

$$u_E = \sqrt{u_{E,r}^2 + u_{b,1}^2 + u_{b,2}^2 + u_{b,3}^2 + u_g^2} = 0.40\% \quad (21)$$

## 6.2 摆架刚度标定引入的不确定度

静电梳安装于倒立摆架顶部,采用基于相机的图像静态定位方法调节其姿态,使其与天平称量时保持一致。基于图像法的定位精度优于 2.6  $\mu\text{m}$ ,由此引入的相对不确定度  $u_{c,1}$  为 0.16%。

位移传感器(MICRO-EPSILON, capaNCDT6530)用于监测静电力作用下的摆架位移。在相同工况下,重复 10 次测量 300 V 电压下的摆架位移,测量均值为 5.89  $\mu\text{m}$ ,由贝塞尔公式计算可知引入的相对不确定度  $u_{c,2}$  为 0.86%。查阅说明书可知,位移传感器非线性引入的相对不确定度  $u_{c,3}$  为 0.026%。此外,传感器分辨力为 0.38 nm,假设测量误差服从均匀分布可知分辨力引入的相对不确定度  $u_{c,4}$  为 3.7 $\times 10^{-3}\%$ 。综上所述,刚度标定引入的相对不确定度  $u_c$  为:

$$u_c = \sqrt{u_{c,1}^2 + u_{c,2}^2 + u_{c,3}^2 + u_{c,4}^2} = 0.88\% \quad (22)$$

## 6.3 系统不确定度合成与分析

静电力称量实验与倒立摆架刚度标定实验相互独立,彼此不影响。因此,可依据不确定度合成定律计算系统的合成不确定度  $u_{\text{inv}}$  为:

$$u_{\text{inv}} = \sqrt{u_E^2 + u_c^2} = 0.96\% \quad (23)$$

当结果置信度为 95% 时,覆盖因子  $K$  为 2,此时系统的扩展不确定度为:

$$U = K \times u_{\text{inv}} = 2 \times 0.96\% = 1.92\% \quad (24)$$

推力测量系统的不确定度来源如表 1 所示。结果表明,位移测量的重复性误差是造成系统测量不确定度的主要因素。优化隔振装置设计、降低其截止频率,可显著提升位移测量的重复性,从而有效降低系统整体的不确

定度水平。此外,进一步优化测试环境中的温度控制策略,以抑制热噪声的耦合干扰,也将有助于提升测量系统的稳定性与测量精度。

表 1 系统不确定度分量

Table 1 Uncertainty components of the system

分量	相对不确定度/%	类别
电压分辨率	0.02	B
天平分辨率	0.063	B
天平非线性	1.3 $\times 10^{-3}$	B
天平重复测量	0.39	A
重力加速度	0.02	B
静电梳重定位	0.16	A
位移传感器分辨率	3.7 $\times 10^{-3}$	B
位移传感器非线性	0.026	B
位移重复测量	0.86	A
扩展不确定度	1.92	

## 7 结 论

本研究提出了一种适用于低推重比推进器推力测量的仿生倒立摆。为满足高承载和高分辨力的测试需求,借鉴人体膝关节的生物力学结构进行仿生设计。通过将施加于扭转关节的压载荷转换为拉载荷,显著提升了装置在重负载下的稳定性。该装置在 8 kg 负载下实现了 0.6  $\mu\text{N}$  的分辨力和 0.6 ~ 1 210  $\mu\text{N}$  的量程。装置的背景噪声在 0.1 mHz ~ 5 Hz 频段内优于 1.42  $\mu\text{N}/\text{Hz}^{1/2}$ 。该装置操作简单,分辨力高,负载能力强且背景噪声低,这使得它非常适用于推进器的工业现场测试。

针对负载质心偏移带来的潜在影响,分析了质心沿 X、Y、Z 偏心 5 mm 内时的刚度变化。结果表明,装置刚度的变化均 < 1‰。此外,进一步分析了该装置在基底受正弦扰动力作用下的隔振性能,结果显示装置可将 2 Hz 以上的扰动力幅值衰减十倍以上。振动传递系数的拟合分析结果表明,扰动频率与衰减系数呈负相关关系,相关系数达到 0.957,验证了该装置良好的高频隔振特性。

本装置已应用于微霍尔推进器的推力测试。通过对不同推进剂流量条件下放电电压与推力之间关系的对比分析发现,推力随放电电压和推进剂流量的增加而增加,且同一流量下,推力与电压呈近似线性正相关。通过线性拟合可得到推力的表征模型,这使通过流量和放电电压预测推力成为可能。然而,当前该装置的分辨力和背景噪声仍受限于基底振动、线缆牵引等因素。尽管该装置对高频振动信号有显著的衰减效果,但低频噪声仍对

测量精度造成显著影响。为进一步提升测试性能,未来工作中计划采用差分测量的方式抑制共模干扰,改善低频振动引入的耦合噪声。此外,采用镓铟合金溶液作为电连接介质,以替代传统线缆连接方式,从根源上消除线缆摇曳、形变等引入的潜在影响也是未来工作的重点。

## 参考文献

- [ 1 ] LEVCHENKO I, BAZAKA K, DING Y J, et al. Space micropropulsion systems for Cubesats and small satellites: From proximate targets to furthestmost frontiers [ J ]. *Applied Physics Reviews*, 2018, 5(1): 11104.
- [ 2 ] 张越,洪家财. GNSS 星间测控技术发展现状与趋势 [ J ]. *电子测量技术*, 2018, 41(23): 117-122.  
ZHANG Y, HONG J C. Development status and trend of GNSS inter-satellite measurement and control technology [ J ]. *Electronic Measurement Technology*, 2018, 41(23): 117-122.
- [ 3 ] 周炜杰, 龙建飞, 王嘉彬, 等. 基准面倾斜对微推力测量影响实验研究 [ J ]. *仪器仪表学报*, 2024, 45(11): 178-186.  
ZHOU W J, LONG J F, WANG J B, et al. Experimental study on the influence of reference plane inclination on micro-thrust measurement [ J ]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2024, 45(11): 178-186.
- [ 4 ] POLK J E, PANCOTTI A, HAAG T, et al. Recommended practice for thrust measurement in electric propulsion testing [ J ]. *Journal of Propulsion and Power*, 2017, 33(3): 539-555.
- [ 5 ] CONG L X, MU J CH, LIU Q, et al. Thermal noise decoupling of micro-Newton thrust measured in a torsion balance [ J ]. *Symmetry-Basel*, 2021, 13(8): 1357.
- [ 6 ] 朱春源, 赵美蓉, 张宏, 等. 基于平行四边形机构的推力器推力测量研究 [ J ]. *仪器仪表学报*, 2022, 43(4): 98-107.  
ZHU CH Y, ZHAO M R, ZHANG H, et al. Study on thruster thrust measurement based on parallelogram mechanism [ J ]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2022, 43(4): 98-107.
- [ 7 ] 洪延姬, 周伟静, 王广宇. 微推力测量方法及其关键问题分析 [ J ]. *航空学报*, 2013, 34(10): 2287-2299.  
HONG Y J, ZHOU W J, WANG G Y. Methods of micro thrust measurement and analysis of its key issues [ J ]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2013, 34(10): 2287-2299.
- [ 8 ] 王嘉彬, 龙建飞, 徐碌祥, 等. 闭环控制下单丝扭摆微牛级推力测量系统 [ J ]. *电子测量与仪器学报*, 2023, 37(9): 93-101.  
WANG J B, LONG J F, XU L X, et al. Single wire torsion pendulum micro-newton thrust measurement system in closed loop control [ J ]. *Journal of Electronic Measurement and Instrument*, 2023, 37(9): 93-101.
- [ 9 ] 杨超, 贺建武, 康琦, 等. 亚微牛级推力测量系统设计与实验研究 [ J ]. *中国光学*, 2019, 12(3): 526-534.  
YANG CH, HE J W, KANG Q, et al. Design and experimental study of sub-micro-scale thrust measurement systems [ J ]. *Chinese Optics*, 2019, 12(3): 526-534.
- [ 10 ] ZHANG Y, GUO D W, YANG Y T. Design and experimental validation of a micro-Newton torsional thrust balance for Ionic liquid electrospray thruster [ J ]. *Aerospace* 2022, 9(10), 545.
- [ 11 ] LUN J, LAW C. Direct thrust measurement stand with improved operation and force calibration technique for performance testing of pulsed micro-thrusters [ J ]. *Measurement Science and Technology*, 2014, 25(9): 095009.
- [ 12 ] 涂海波, 崔潜, 孙恒, 等. 集成化的竖直摆式微推力测试台及其性能 [ J ]. *中国空间科学技术(中英文)*, 2024, 44(6): 154-163.  
TU H B, CUI Q, SUN H, et al. An integrated weak thrust stand based on vertical pendulum and its performance characteristics [ J ]. *Chinese Space Science and Technology*, 2024, 44(6): 154-163.
- [ 13 ] YOSHIKAWA T, TSUKIZAKI R, KUNINAKA H. Calibration methods for the simultaneous measurement of the impulse, mass loss, and average thrust of a pulsed plasma thruster [ J ]. *Review of Scientific Instruments*, 2018, 89(9): 095103.
- [ 14 ] WIJNEN M, NAVARRO-CAVALLE J, FAJARDO P. Mechanically amplified milli-Newton thrust balance for direct thrust measurements of electric thrusters for space propulsion [ J ]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2021, 70: 3505318.
- [ 15 ] ASAKAWA J, NISHII K, NAKAGAWA Y, et al. Direct measurement of 1-mN-class thrust and 100-s-class specific impulse for a CubeSat propulsion system [ J ]. *Review of Scientific Instruments*, 2020, 91(3): 035116.
- [ 16 ] ZHU CH Y, LU SH X, TEE C A T H, et al. A flexible inverted pendulum based on multiple flexure hinges for microthrust measurement under heavy load [ J ]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2025, 74: 1002810.
- [ 17 ] CARBONE V, FLUIT R, PELLIKANAN P, et al. TLEM 2.0-a comprehensive musculoskeletal geometry dataset for subject-specific modeling of lower extremity [ J ]. *Journal of Biomechanics*, 2015, 48(5): 734-741.
- [ 18 ] RUSSELL F, ZHU Y P, HEY W, et al. A biomimicking

design for mechanical knee joints [J]. *Bioinspiration & Biomimetics*, 2018, 13(5): 056012.

- [19] PANDY M G, ANDRIACCHI T P. Muscle and joint function in human locomotion[J]. *Annual Review of Biomedical Engineering*, 2010, 12(1): 401-433.
- [20] VICECONTI M, TESTI D, TADDEI F, et al. Biomechanics modeling of the musculoskeletal apparatus: Status and key issues [J]. *Proceedings of the IEEE*, 2006, 94(4): 725-739.
- [21] OSHKOUR A A, OSMAN N A A, DAVOODI M M. et al. Knee joint stress analysis in standing[C]. *Proceedings of the 5th Kuala Lumpur International Conference on Biomedical Engineering*, 2011, 35: 179-181.
- [22] 张炜, 刘琳, 宋广生. 基于张拉整体结构的仿生膝关节机构设计[J]. *机械传动*, 2020, 44(12): 92-98, 168.  
ZHANG W, LIU L, SONG G SH. Design of bionic knee joint mechanism based on tensegrity structure [J]. *Journal of Mechanical Transmission*, 2020, 44(12), 92-98, 168.
- [23] INGBER D E. Tensegrity-based mechanosensing from macro to micro[J]. *Progress in Biophysics and Molecular Biology*, 2008, 97(2/3): 163-179.
- [24] 陈贵敏, 刘小院, 贾建援. 椭圆柔性铰链的柔度计算[J]. *机械工程学报*, 2006(S1): 111-115.  
CHEN G M, LIU X Y, JIA J Y. Flexibility calculation of elliptic flexure hinge[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2006(S1): 111-115.
- [25] MU J CH, CONG L X, HU Q W, et al. Micro-Newton thrust stand calibration using electrostatic lantern rings[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2023, 72(1): 7501506.
- [26] LU SH X, ZHU CH Y, GUO N, et al. Study of the effect of neutral flow distribution on the performance of Hall micro thruster[J]. *Vacuum*, 2025, 233: 113933.

## 作者简介



**朱春源**, 2020 年于中国地质大学(武汉)获得学士学位, 现为天津大学博士研究生, 主要研究方向为微力测量。

E-mail: zhuchunyuan@tju.edu.cn

**Zhu Chunyuan** received his B.Sc. degree from China University of Geosciences in 2020.

He is currently pursuing his Ph.D. degree in the State Key Laboratory of Precision Measuring Technology and Instruments at

Tianjin University. His main research interest is micro force measurement.



**卢世旭**, 2021 年在吉林大学获得学士学位, 现为国科大杭州高等研究院博士研究生, 主要研究方向为空间电推进。

E-mail: lushixu21@mails.ucas.ac.cn

**Lu Shixu** received his B.Sc. degree from Jilin University in 2021. He is currently pursuing his Ph.D. degree at Hangzhou Institute for Advanced Study, University of Chinese Academy of Sciences. His main research interest is space electric propulsion.



**丛麟晓**, 分别于 2014 和 2018 年在中国科学院大学获得硕士和博士学位, 现为中国科学院大学副研究员, 主要研究方向为精密测量与信息处理。

E-mail: clx@ucas.ac.cn

**Cong Linxiao** received his M.Sc. and Ph.D. degrees both from the University of Chinese Academy of Sciences in 2014 and 2018, respectively. He is currently an assistant researcher at the University of Chinese Academy of Sciences. His main research interests include precision measurement and signal processing.



**张宏**, 2021 年于中国空间技术研究院获得博士学位, 现为兰州空间技术物理研究所工程师, 主要研究方向为空间电推进及地面测试。

E-mail: zhp3550@126.com

**Zhang Hong** received his Ph.D. degree from the China Academy of Space Technology in 2021. He is currently an engineer at Lanzhou Institute of Physics. His main research interests include electric propulsion in space and measurements in ground.



**郑叶龙**(通信作者), 分别于 2012 年和 2015 年在天津大学获得硕士学位和博士学位, 现为天津大学精密测试技术与仪器国家重点实验室副教授, 主要研究方向为微力测量和摩擦学。

E-mail: zhengyelongby@tju.edu.cn

**Zheng Yelong** (Corresponding author) received his M.Sc. and Ph.D. degrees both from Tianjin University in 2012 and 2015, respectively. He is currently an assistant professor with the State Key Laboratory of Precision Measuring Technology and Instruments at Tianjin University. His main research interests include micro force measurement and tribology.