

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2513776

# 基于 ARMA 模型的原子干涉陀螺噪声滤波方法 \*

牛克骁<sup>1,2</sup>, 刘元正<sup>1,2</sup>, 王宇晨<sup>1,2</sup>, 黄晨煜<sup>1,2</sup>

(1. 中国航空工业集团公司西安飞行自动控制研究所 西安 710076; 2. 量子传感与定位导航授时技术航空科技重点实验室 西安 710076)

**摘要:**原子干涉陀螺仪作为下一代超高精度惯性传感器方案之一,在国防和基础科研领域具有重要应用价值和发展前景,但其复杂的噪声特性严重制约了其实际性能。针对这一关键性问题,提出了一种基于时间序列分析的 ARMA 模型与卡尔曼滤波相结合的噪声抑制方法,旨在绕过复杂的噪声源物理建模环节,直接对陀螺输出信号进行整体建模与滤波处理。首先,通过一阶差分预处理的方式使陀螺输出数据满足 ARMA 模型的平稳性要求,采用 AIC 以及 BIC 准则经计算与对比后确定最优 ARMA(2,1)模型参数。在此基础上,重点设计了量测噪声自适应卡尔曼滤波算法,通过实时估计量测噪声方差来动态调整噪声协方差矩阵,有效解决了传统定参滤波器的参数固化问题。对长达 13 h 的原子干涉陀螺输出数据进行处理与分析,实验结果表明,所提出的自适应卡尔曼滤波显著提升了陀螺性能:零偏稳定性从 0.076 6°/h 提升至 0.055 0°/h(提升幅度可达 28.2%),短期灵敏度优化 26.7%,长期稳定性改善 20.1%,这些改进效果显著优于定参滤波(仅提升 8%)。此外,与非模型滤波方法(如低通滤波和小波去噪)相比,自适应卡尔曼滤波在模型匹配条件下展现出更优的噪声抑制效果。该研究提出的这一方法为解决原子干涉陀螺复杂噪声建模困难、提升其实际应用性能提供了一个切实可行的有效途径和技术方案。

**关键词:**原子干涉陀螺;量子传感;ARMA;卡尔曼滤波

中图分类号: TH824 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 590.30

## Filtering methods of AIG random noise based on the ARMA model

Niu Kexiao<sup>1,2</sup>, Liu Yuanzheng<sup>1,2</sup>, Wang Yuchen<sup>1,2</sup>, Huang Chenyu<sup>1,2</sup>

(1. AVIC Xi'an Flight Automatic Control Research Institute, Xi'an 710076, China; 2. Aviation Key Laboratory of Science and Technology on Quantum Sensing and Positioning Navigation Timing, Xi'an 710076, China)

**Abstract:** The atomic interferometer gyroscope (AIG), as one of the next-generation ultra-high-precision inertial sensor solutions, holds significant application value and potential development in defense and fundamental scientific research. However, its complex noise characteristics severely limit its actual performance. To address this critical issue, this article proposes a noise suppression method combining an ARMA model based on time series analysis with the Kalman filtering, aiming to bypass the complex physical modeling of noise sources and directly perform holistic modeling and filtering on the gyroscope's output signal. First, the gyroscope output data are preprocessed via first-order differencing to meet the stationarity requirement of the ARMA model. The optimal ARMA (2,1) model parameters are determined through calculation and comparison using the AIC and BIC criteria. On this basis, an adaptive Kalman filtering algorithm for measurement noise is designed, which dynamically adjusts the noise covariance matrix by estimating the measurement noise variance in real time, effectively overcoming the parameter rigidity issue of traditional fixed-parameter filters. Experimental results from processing and analyzing 13 hours of atomic interferometer gyroscope output data demonstrate that the proposed adaptive Kalman filtering significantly enhances gyroscope performance. The bias stability improves from 0.076 6°/h to 0.055 0°/h (a 28.2% enhancement), the short-term sensitivity is optimized by 26.7%, and the long-term stability is improved by 20.1%. These improvements are notably superior to those of fixed-parameter filtering (only an 8% improvement). Furthermore, compared with non-model-based filtering methods (such as low-pass filtering and wavelet denoising), the adaptive Kalman filter exhibits superior noise

suppression under model-matching conditions. The proposed method provides a practical and effective technical solution to overcome the challenges of complex noise modeling in atomic interferometer gyroscopes and enhance their real-world application performance.

**Keywords:** atom interference gyroscope; quantum sensing; ARMA; Kalman filter

## 0 引言

原子干涉陀螺基于物质波干涉原理,具有灵敏度高、长期稳定性好、多惯性量敏感等独特优势,是下一代超高精度惯性传感器的核心方案之一。其在战略核潜艇导航、战术弹道导弹制导等国防尖端领域,以及地球物理探测、基础物理研究等方面展现出广阔的应用前景<sup>[1-3]</sup>。

噪声抑制是提升原子干涉陀螺的关键技术之一。自1997年首个热原子束流原子干涉陀螺实现以来<sup>[4]</sup>,其噪声源特性与建模一直是研究热点。国外研究方面,耶鲁大学和斯坦福大学分析了环境温度影响并进行了补偿<sup>[5]</sup>;法国巴黎天文台详细推导了脉冲式原子干涉陀螺传递函数,量化了拉曼激光相位噪声和振动噪声贡献,并系统研究了量子极限噪声、探测噪声、光功率波动噪声等,并在振动噪声补偿方面取得了一定的进展<sup>[6-8]</sup>。国内单位如武汉数学物理研究所、清华大学、华中科技大学等也对噪声源及抑制进行了有益探索<sup>[9-11]</sup>。然而,现有研究主要聚焦于单一或特定噪声源的理论分析及其抑制手段。这些方法虽然对特定噪声有效,但面临2大挑战:1)原子干涉陀螺包含多种正交且复杂的噪声源(如振动、激光相位、探测、旋转噪声等),逐项精确建模与补偿参数获取较为困难;2)部分噪声源(如旋转噪声)贡献难以准确估计或尚未完全明确,导致基于噪声源分解的整体抑制策略存在局限性和不确定性(如估计总噪声与观测值存在差距)。

针对上述挑战,借鉴已在激光陀螺、光纤陀螺等惯性传感器中成功应用的噪声整体滤波思路<sup>[12-15]</sup>,提出绕过复杂的噪声源物理建模环节,直接对原子干涉陀螺输出信号进行时间序列分析。具体而言,采用自回归-滑动平均(auto regression moving average, ARMA)模型描述陀螺输出噪声的统计特性,并基于此模型设计卡尔曼滤波器进行实时噪声抑制。相较于传统的基于特定物理机制的噪声补偿方法,该整体建模滤波方法具有不依赖于对每个噪声源精确理论模型的优势,更适用于解决原子干涉陀螺中多源噪声和未明噪声建模困难的问题。该研究重点研究了固定参数卡尔曼滤波和量测噪声自适应卡尔曼滤波2种方案,并通过实验数据验证了其有效性。

## 1 原子干涉陀螺原理

原子干涉陀螺基本原理为物质波干涉,通过激光冷却并囚禁原子团,使原子团体现出更明显的波动性;利用拉曼激光控制原子的内态与动量,使原子波包产生类比于光学干涉仪中的“分束”与“反射”,最终通过干涉相移来反映干涉过程中的惯性信息。

实验所使用的原子干涉陀螺方案为上抛式四脉冲方案,具体如图1所示,一次完整的角速度测量包含4个步骤:①原子冷却及囚禁,利用磁场与激光实现磁光阱(magneto-optical trap, MOT),制备冷原子团,并将其囚禁于空间中一点;②原子态制备,通过激光及微波场交替作用,将原子团制备至磁不敏感的 $m_F = 0$ 态,进一步提升原子团的相干性;③原子干涉,通过特定序列的拉曼激光脉冲,操纵原子波包,实现物质波干涉,对于四脉冲方案,其拉曼激光序列为 $\pi/2 - \pi - \pi - \pi/2$ ;④末态探测,使用飞行时间(time-of-flight, TOF)法,探测双态原子荧光,通过原子布居数计算原子干涉相移。

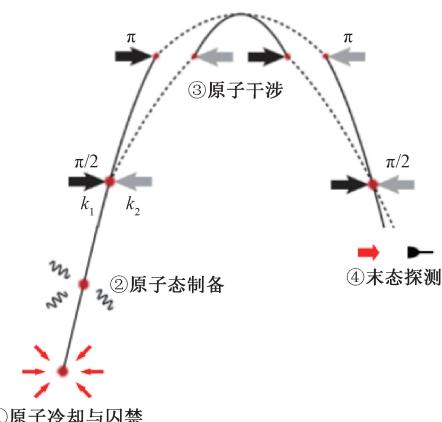


图1 上抛式四脉冲原子干涉陀螺仪工作流程

Fig. 1 Schematic diagram of the atom interference gyroscope's workflow

通过末态探测环节得到的原子布居数 $P$ 与干涉相移 $\Delta\varphi$ 之间的关系为:

$$P = P_0 + \frac{A}{2} \cos(\Delta\varphi)/2 \quad (1)$$

式中: $P_0$ 为干涉条纹的偏置量; $A$ 为干涉条纹对比度;在实际实验中,会由于原子波包失相干、激光相位噪声、振动噪声等引起干涉条纹对比度下降至 $Ae^{-\lambda}$ , $\lambda$ 为退相干

率。对于上抛式四脉冲原子干涉陀螺, 原子干涉相移<sup>[16]</sup>为:

$$\Delta\varphi = 4\Omega \cdot (\mathbf{g} \times \mathbf{k}_{eff}) T^3 + \varphi_{laser} \quad (2)$$

式中:  $\Omega$  为角速度;  $\mathbf{g}$  为重力加速度;  $\mathbf{k}_{eff}$  为拉曼激光波矢;  $T$  为原子自由演化时间;  $\varphi_{laser}$  为拉曼激光相移。

可以看出, 其中仅有角速度为未知量, 并且其对角速度的灵敏度随着自由演化时间  $T$  的三次幂增长, 理论上可以做到较高的灵敏度水平。

## 2 原子干涉陀螺噪声源

原子干涉陀螺输出结果是通过对干涉条纹进行拟合而得到的, 故一般通过评估干涉条纹的信噪比(signal to noise ratio, SNR)即可反映陀螺输出角速度的噪声水平。而干涉条纹信噪比与条纹相位不确定度  $\sigma_{\Delta\varphi}$  成反比, 所以一般常用条纹相位不确定度来评估各类噪声源的贡献<sup>[17]</sup>。

### 2.1 振动噪声

外部环境振动噪声传递至原子干涉陀螺仪的拉曼光反射镜时, 会使拉曼光反射镜产生微小的位移扰动, 而拉曼光反射镜的位移扰动会直接影响拉曼光的光程差的变化, 从而对干涉相位引入额外噪声。振动噪声对相位不确定度的贡献为:

$$\sigma_{\Delta\varphi}^2 = \int_0^\infty \frac{1}{2\pi} \left| \frac{\mathbf{k}_{eff}}{\omega^2} H_\varphi(\omega) \right|^2 S_a(\omega) d\omega \quad (3)$$

式中:  $H_\varphi(\omega)$  为原子干涉陀螺仪的传递函数;  $S_a(\omega)$  为振动噪声的加速度功率谱密度;  $\mathbf{k}_{eff}$  为拉曼激光波矢。

使用地震计对环境的震动噪声进行监测, 并计算得到其功率谱密度  $S_a(\omega)$ , 如图 2 所示, 通过式(3)即可计算出振动噪声对原子干涉陀螺的相位不确定度贡献为 0.4 rad。这是由于被动隔振平台只能对高频段的振动噪声起到较好的抑制作用, 但是对低频段的抑制效果有限, 为了进一步抑制振动噪声的影响, 可以通过增加主动隔振系统或监测振动噪声进行相位补偿等方式实现<sup>[18]</sup>。

### 2.2 拉曼激光相位噪声

拉曼激光的相位噪声直接影响到式(2)中的激光相移的噪声水平, 激光相噪主要由拉曼光锁相电路和光学环路所产生, 锁相电路中的参考时钟源、锁相介质振荡器(phase-locked dielectric resonator oscillator, PDRO)、反馈控制电路等均会对最终激光锁相参考信号的相噪产生影响<sup>[19]</sup>, 同时, 整个锁相光学环路的稳定性也会影响拉曼激光相噪。拉曼激光相位噪声对相位不确定度的贡献为:

$$\sigma_{\Delta\varphi}^2 = \int_0^\infty \frac{1}{2\pi} |H_\varphi(\omega)|^2 S_\varphi(\omega) d\omega \quad (4)$$

式中:  $S_\varphi(\omega)$  为拉曼激光相位噪声功率谱密度。

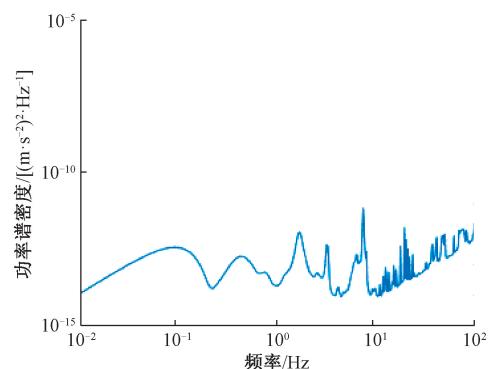


图 2 振动噪声功率谱密度

Fig. 2 The PSD of vibration noise

现在实验系统采用的拉曼激光锁相方案为光锁相环(optical phase lock loop, OPLL), 具体实施方案如图 3 所示。

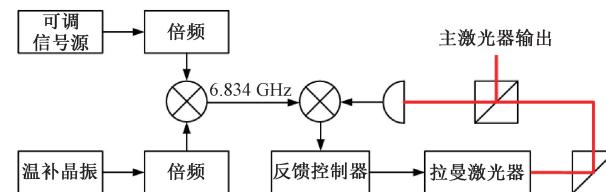


图 3 实验所用光锁相环方案

Fig. 3 The optical phase-locked loop scheme used in experiment

使用频谱分析仪对拉曼光的拍频信号进行测量, 得到其相位噪声, 如图 4 所示, 并归算为拉曼激光相位噪声功率谱密度  $S_\varphi(\omega)$ , 通过式(4)即可计算出实验所用拉曼激光相位噪声对原子干涉陀螺的相位不确定度贡献为 0.6 rad。对于拉曼激光的相位噪声没有很好的补偿手段, 只能通过优化时钟源、射频电路性能等方法来抑制拉曼激光产生的相移。

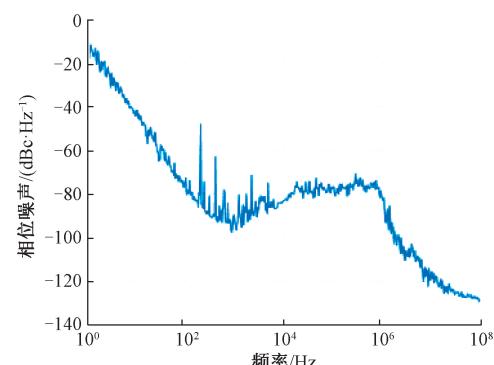


图 4 实验中拉曼激光相位噪声

Fig. 4 Phase noise of Raman laser during experiment

### 2.3 噪声模型必要性

除上述2种噪声源外,在末态探测环节的光电探测器及探测电路的噪声、探测光的频率以及功率波动均会为系统带来探测噪声;系统隔振平台周期性的倾斜值波动,会为系统引入一个额外的转动,产生旋转噪声;原子干涉系统还受到一个基本噪声限制,无法消除,其与参与干涉的原子数目有关,称之为量子极限噪声。此外原子团初始位置与初始速度的波动、拉曼激光的光强波动、上抛轨迹对称性等因素均会给原子干涉陀螺输出带来额外噪声<sup>[20]</sup>。

对于原子干涉陀螺仪,其各噪声源相互正交,则总的噪声贡献为:

$$\sigma_{total} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2} \quad (5)$$

式中: $\sigma_{total}$ 为各噪声对原子干涉陀螺总的噪声贡献; $\sigma_i$ 为各个噪声源的噪声贡献。

该研究对其中的探测噪声、拉曼光功率波动噪声也进行了估计,最后总的估计噪声与观测到的噪声值如表1所示。二者之间的差距主要是由部分噪声源引起的噪声贡献难以计算(如旋转噪声由于旋转轴难以确定和拉曼光反射镜旋转轴与系统旋转轴不重合等问题难以准确估计),以及部分噪声源未明确所导致。

表1 原子干涉陀螺仪估计噪声与观测噪声

Table 1 Estimated noise and observation noise of AIG

噪声源	相位贡献/rad
振动噪声	0.40
拉曼光相位噪声	0.60
探测噪声	0.20
拉曼光功率波动噪声	0.09
估计总噪声	0.75
观测总噪声	0.90

针对逐项噪声分析方法在参数耦合和模型不确定性方面的局限性,可以采用整体噪声建模的新思路。通过直接对原子干涉陀螺仪输出信号进行统计分析,规避噪声源分解带来的建模难、误差累积等问题。基于此建立的噪声模型可为后续滤波算法设计提供可靠依据,从而实现系统性能的提升。

### 3 原子干涉陀螺输出建模

由第2章分析可知,原子干涉陀螺输出受到多种复杂的噪声源影响,难以从理论上得到其准确数学模型及模型参数,所以可以采用时间序列分析的方法来对其进行建模。

模,常用的时间序列分析方法为ARMA模型,实验中使用该方法对原子干涉陀螺输出信号进行建模<sup>[21]</sup>。

#### 3.1 ARMA模型

对于一零均值平稳时间序列 $x(n)$ ,可以认为其是零均值高斯白噪声 $w(n)$ ( $WN(0, \sigma^2)$ )通过一个线性时不变系统 $H(z)$ 所得到的,即:

$$X(z) = H(z)W(z) \quad (6)$$

式中: $X(z)$ 与 $W(z)$ 分别为 $x(n)$ 与 $w(n)$ 的 $z$ 变换,且 $H(z)$ 具体表达式为:

$$H(z) = \frac{1 + \sum_{k=1}^q b_k z^{-k}}{1 - \sum_{k=1}^p a_k z^{-k}} \quad (7)$$

故通过选取合适的线性时不变系统 $H(z)$ 中的系数 $a_k, b_k$ 与高斯白噪声的方差 $\sigma^2$ ,即可实现对零均值平稳时间序列 $x(n)$ 的建模,将式(7)在时域展开得到其表达式,即:

$$x(n) = \sum_{k=1}^p a_k x(n-k) + w(n) + \sum_{k=1}^q b_k w(n-k) \quad (8)$$

通过式(8)可以看出,时间序列 $x(n)$ 在 $n$ 时刻的值,与过往的 $p$ 个时刻的值以及白噪声序列 $w(n)$ 过往的 $q$ 个时刻的值存在线性关系,这种模型即ARMA模型。

#### 3.2 陀螺数据预处理

使用ARMA模型对时间序列建模,需要时间序列满足零均值且平稳的条件,但是由于陀螺输出必然存在零偏(均值)以及零偏稳定性(零偏漂移),不满足零均值平稳的特性,所以需要对陀螺数据进行预处理,并进行平稳性检验<sup>[22]</sup>。

一般情况下,可以将陀螺测试数据分解成:

$$y(n) = x(n) + T(n) + U(n) + A \quad (9)$$

其中, $y(n)$ 为测试数据, $A$ 为非零均值, $U(n)$ 为趋势项,即均值随时间的变化分量, $T(n)$ 为周期项,为测试序列中的周期性分量, $x(n)$ 为随机平稳序列,即使用ARMA来建模的部分。

陀螺输出数据预处理如图5所示。如图5(a)所示,原子干涉陀螺的输出信号中存在线性趋势项与非零均值(均值为 $0.744^{\circ}/h$ ),但如图5(c)所示,输出信号中不存在明显的周期项。对于线性趋势项与非零均值,常用的平稳化处理方法为差分,对于原子干涉陀螺的输出,采用一阶差分即可对其进行平稳化,得到的一阶差分结果如图5(b)所示,其均值为 $2.7 \times 10^{-4}^{\circ}/h$ ,可以认为一阶差分后的结果为零均值时间序列。

除零均值外,还需要对一阶差分的结果进行平稳性检验,判断其是否为一平稳时间序列,当其满足平稳性条件后,才能使用ARMA模型对其进行建模。

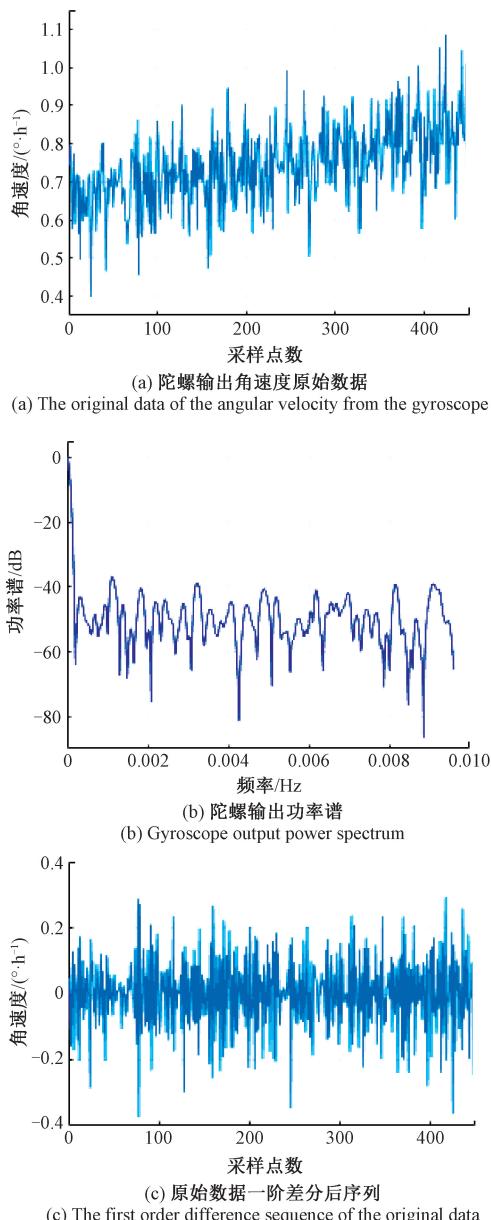


图 5 陀螺输出数据预处理

Fig. 5 Gyroscope output data processing

进行平稳性检验的方法多种多样,这里采用单位根检验来判断序列是否平稳。单位根的存在与否,反映了序列某一个时刻的波动是否受到之前某一时刻的波动影响,即时间序列是否存在趋势项。常用的单位根检验方法包括增强型迪基-福勒(augmented Dickey-Fuller, ADF)检验以及克维亚特科夫斯基-菲利普斯-施密特-辛(Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin, KPSS)检验,这2种检验方法在Matlab中都有相对应的函数,通过函数返回值的真假即可判断是否通过平稳性检验。通过计算得知,原子干涉陀螺的一阶差分输出可以通过平稳性检验。

### 3.3 ARMA 阶数确定

一般可以通过待建模序列的自相关函数(auto correlation function, ACF)和偏自相关函数(partial auto correlation function, PACF)的截尾位置来确定ARMA的阶数,一阶差分后原子干涉陀螺输出角速度值的ACF与PACF如图6所示。

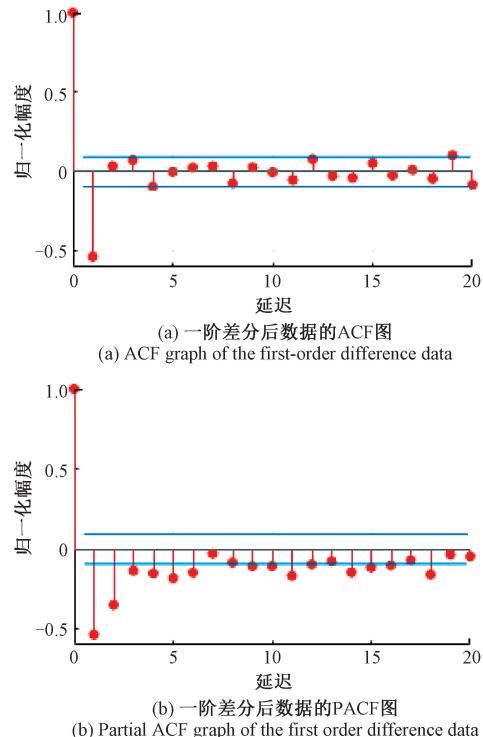


图 6 一阶差分后数据的 ACF 与 PACF

Fig. 6 ACF and PACF of the first order difference data

可以看出,如果根据截尾位置来选择阶数,所使用的模型阶数过高,不利于实际实时数据处理使用,而一般使用的AR或者MA模型阶数均不超过3,所以实验中采用赤池信息量准则(akaike information criterion, AIC)与贝叶斯信息准则(Bayesian information criterion, BIC)对多个ARMA模型进行对比,选择合适的模型,最终得到的最优模型阶数为ARMA(2,1),其表达式为:

$$y(n) = \varphi_1 y(n-1) + \varphi_2 y(n-2) + a(n) + \beta_1 a(n-1) \quad (10)$$

式中: $a(n)$ 为零均值高斯白噪声; $y(n)$ 是一阶差分后的时间序列,其与原子干涉陀螺原始输出的关系为:

$$y(n) = x(n+1) - x(n) \quad (11)$$

则式(10)可以改写为:

$$x(n+1) = (\varphi_1 + 1)x(n) + (\varphi_2 - \varphi_1)x(n-1) - \varphi_2 x(n-2) + a(n) + \beta_1 a(n-1) \quad (12)$$

式中: $\varphi_1$ 的值为-0.018; $\varphi_2$ 的值为0.029; $\beta_1$ 的值为-0.99; $a(n) \sim N(0, 0.035)$ 。

为了进一步确定选取的阶数是否合适,需要进行残差检验,即计算建模结果与原始序列的差值,该残差越接近白噪声,证明建模效果越好。如图7所示,首先通过绘制残差的数据分布直方图,可以发现其基本接近正态分布;之后再计算残差的ACF与PACF,可见其值均基本控制在上下横线所示的阈值范围内。

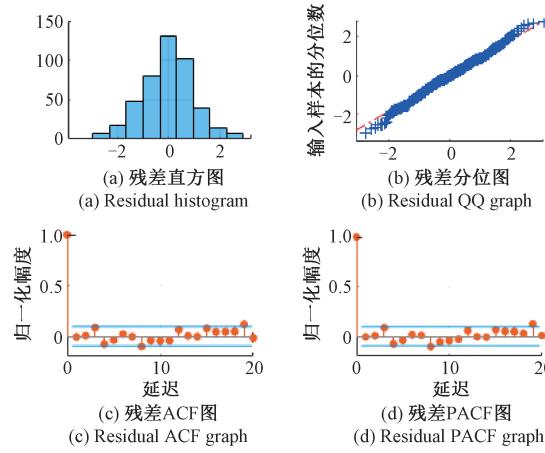


图7 模型残差检验结果

Fig. 7 The results of model residue test

除了这2种图像检验法外,还可以通过Durbin-Watson检验对相关性进行检验,检验统计量表达式为:

$$d = \frac{\sum_{n=2}^N [e(n) - e(n-1)]^2}{\sum_{n=1}^N e(n)^2} \quad (13)$$

式中: $e(n)$ 为残差序列。

计算得到的检验统计量 $d$ 越接近2则证明残差自相关性越差,即残差越接近白噪声。对于实验中所使用的ARMA(2,1)模型,其残差的 $d$ 值为2.0118,则可认为通过Durbin-Watson检验。

#### 4 原子干涉陀螺输出卡尔曼滤波

卡尔曼(Kalman)滤波是一种递推线性最小方差估计,只通过前一个状态时刻的估计值和现在状态的量测值来计算现在状态的估计值,从而实现滤波的效果。

首先实验中将定参卡尔曼滤波作为一种基准方法,验证ARMA模型与卡尔曼滤波结合的可行性,判断其能否实现一定的性能提升效果。

由于定参卡尔曼滤波也存在着一些局限,例如其量测噪声方差是依据模型或经验而设定的固定值,但实际

陀螺输出信号中量测噪声方差可能随着时间或环境发生变化,从而导致滤波效果下降甚至发散。

所以可以采用量测噪声自适应的方法来解决上述问题。自适应卡尔曼滤波通过实时估计量测噪声方差,动态调整滤波器增益,实现更准确地匹配实际噪声特性、提升滤波器在不确定性环境下的鲁棒性进而理论上获得比定参卡尔曼滤波更优的滤波性能。

#### 4.1 卡尔曼滤波器状态空间构建

卡尔曼滤波的基本假设为,对于系统 $X_k$ ,其与量测值 $Y_k$ 之间的关系为:

$$\begin{cases} X_k = \Phi_{k/k-1} X_{k-1} + B_{k-1} W_{k-1} \\ Y_k = H_k X_k + V_k \end{cases} \quad (14)$$

式中: $\Phi_{k/k-1}$ 为状态一步转移矩阵; $B_{k-1}$ 为系统噪声分配矩阵; $W_k$ 为系统噪声矩阵; $H_k$ 为量测阵; $V_k$ 为量测噪声矩阵。

基于这两个方程,进一步可以给出卡尔曼滤波的5个基本方程,即:

$$\begin{cases} \hat{X}_{k/k-1} = \Phi_{k/k-1} \hat{X}_{k-1} \\ \hat{X}_k = \hat{X}_{k/k-1} + K_k (Y_k - H_k \hat{X}_{k/k-1}) \\ K_k = P_{k/k-1} H_k^T (H_k P_{k/k-1} H_k^T + R)^{-1} \\ P_{k/k-1} = \Phi_{k/k-1} P_{k-1} \Phi_{k-1}^T + B_{k-1} Q B_{k-1}^T \\ P_k = (I - K_k H_k) P_{k/k-1} \end{cases} \quad (15)$$

式中: $P_{k/k-1}$ 为一步预测误差方差阵; $P_k$ 是估计误差方差阵; $K_k$ 是滤波增益矩阵; $R$ 是量测噪声的协方差; $Q$ 是过程噪声的协方差。

基于该5个基本方程,即可实现卡尔曼滤波过程。对比式(12)与(14),不难发现,可以将式(12)改写为式(14)的形式,式(14)中 $X_k$ 、 $\Phi_{k/k-1}$ 、 $W_k$ 、 $B_k$ 具体为:

$$\begin{cases} X_k = [x(k) \quad x(k-1) \quad x(k-2)]^T \\ \Phi_{k/k-1} = \begin{bmatrix} \varphi_1 + 1 & \varphi_2 - \varphi_1 & -\varphi_2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\ W_k = [a(k) \quad a(k-1) \quad a(k-2)] \\ B_k = \begin{bmatrix} 1 & \beta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (16)$$

对于式(15)中的 $R$ 与 $Q$ ,根据实验所使用的ARMA模型, $R$ 为 $1 \times 1$ 维矩阵,其数值为量测噪声的方差; $Q$ 为 $3 \times 3$ 维对角矩阵,其对角线上的数值均为过程噪声的方差。根据式(12)与(14),卡尔曼滤波器中的过程噪声即为ARMA模型中的 $a(n)$ ,则过程噪声的方差值为0.035。

这样,卡尔曼滤波方程中的主要参数均可以通过

ARMA 模型确定,但是对于量测噪声  $\mathbf{R}$ ,实验中难以准确先验确定,这是影响卡尔曼滤波的性能的关键瓶颈。

#### 4.2 量测噪声自适应估计方法

针对量测噪声不确定的问题,一种方法是假设置量测噪声与过程噪声方差相同,但是由于量测噪声的不确定性、时变性等,这种方法的性能往往是次优的。

所以这里采用了一种量测噪声自适应的方法,根据上述噪声分析工作,实验中可以假设置量测噪声为一宽带白噪声,而宽带白噪声的方差值等于 Allan 方差(截取长度为 1)<sup>[23]</sup>,故可通过计算 Allan 方差来对量测噪声进行估计,通过将 Allan 方差表达式修改为迭代形式,可得:

$$\begin{aligned} \hat{R}(k) &= \frac{1}{2(k-1)} \sum_{i=2}^k (y_i - y_{i-1})^2 = \\ \frac{1}{2(k-1)} \times & \left[ \sum_{i=2}^{k-1} (y_i - y_{i-1})^2 + (y_k - y_{k-1})^2 \right] = \\ \left(1 - \frac{1}{k-1}\right) \hat{R}(k-1) &+ \frac{1}{2(k-1)} (y_k - y_{k-1})^2 \quad (17) \end{aligned}$$

其中, $R$  为量测噪声方差, $y_k$  为第  $k$  次量测值。该递推公式计算量小,复杂度低,并且可以实现对量测噪声的实时在线更新,同时完全独立于卡尔曼滤波的状态估计过程,在实际使用时,将该式与式(15)同步进行计算,即可实现量测噪声的自适应。

此外,Sage-Husa 自适应卡尔曼滤波(Sage-Husa adaptive Kalman filter, SHAKF)也是一种常见的自适应卡尔曼滤波器,其通过当前的观测误差以及系统动态,通过自适应的方法来调整量测噪声和过程噪声参数,从而提高估计精度。但由于其还具有强跟踪性,通过动态调整增益从而更加适用于具有状态突变的系统,而原子干涉陀螺现在主要进行实验室静态测量,该算法在强跟踪的优势无法体现(图 8 中渐消因子  $\lambda$  稳定于 1),并且由于渐消因子存在波动、量测噪声与过程噪声同步调整等因素,最终导致 SHAKF 对于现在的原子干涉陀螺噪声抑制效果有限。

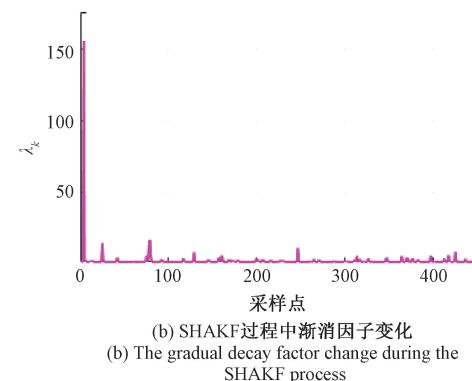
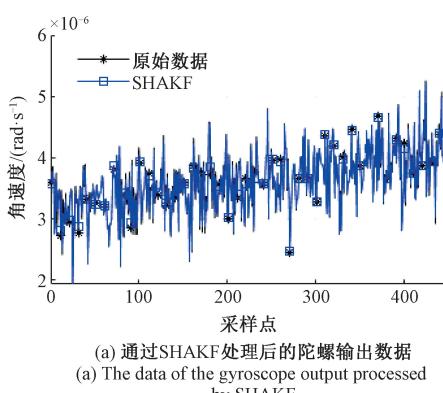


图 8 SHAKF 算法处理后的原子干涉陀螺输出

Fig. 8 The AIG output processed by SHAKF

## 5 处理结果

### 5.1 卡尔曼滤波效果评估

利用上述模型对原子干涉陀螺输出进行建模,同时比对定值量测噪声和自适应量测噪声下的卡尔曼滤波效果,其中定参卡尔曼滤波作为一种自适应卡尔曼滤波的特例(量测噪声不更新),在本节提供性能比较基线。

卡尔曼滤波所用初始矩阵的值选为: $X_k = [0 \ 0 \ 0]^T$ 、 $P_k = I_3$ , 过程噪声方差  $\mathbf{Q}$  即为  $a(n)$  的方差,为 0.035,量测噪声方差  $\mathbf{R}$  初值设为与  $\mathbf{Q}$  同值。原子干涉陀螺自由演化时间配置为  $T=97$  ms,采用拉曼波矢正负交替扫描的方式,单次条纹拟合时间为 52 s,连续测试时间为 13 h,实验数据及其处理结果如图 9 所示。

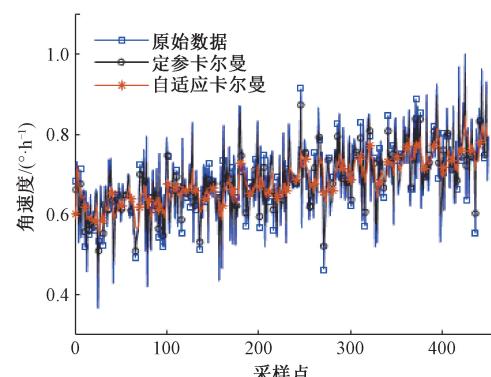


图 9 卡尔曼滤波前后时域信号对比

Fig. 9 The time domain signal before and after Kalman filtering

不难发现,自适应卡尔曼滤波相比定参卡尔曼在噪声抑制上的表现更优,这是由于其动态调整的量测噪声矩阵更贴合于实际量测噪声水平,获得了更优的滤波增益。

如表2所示,具体给出了2种方式滤波后的原子干涉陀螺输出零偏特性,可以看出,经过滤波后,陀螺零偏并无明显变化,说明滤波较大程度保留了真实信号,但对零偏稳定性的改善较为明显,即抑制了零偏的波动。其中,自适应卡尔曼滤波可以提升28.2%的零偏稳定性,这相较于定参卡尔曼(零偏稳定性提升8%)效果更加明显。

表2 卡尔曼滤波前后零偏指标对比

Table 2 The bias before and after Kalman filtering

方法	零偏/(°·h⁻¹)	零偏稳定性/(°·h⁻¹)
原始数据	0.685 1	0.076 6
定参卡尔曼滤波	0.684 8	0.070 5
自适应卡尔曼滤波	0.684 2	0.055 0

关于零偏稳定性提升比率计算公式如式(18)所示(短期灵敏度、长期稳定性同理)。

$$\text{提升比率} = \frac{|B_{s-\text{原始}} - B_{s-\text{滤波后}}|}{B_{s-\text{原始}}} \times 100\% \quad (18)$$

除零偏指标外,Allan方差也是也是一种广泛使用的陀螺噪声评价方法。如图10所示(其中点划线为角度随机游走的拟合线),可以看出,量测噪声自适应的算法效果较为明显,且明显优于定参卡尔曼滤波的方法,其处理结果的Allan方差前几个点的值明显减小是由于该算法具有一定的低通滤波的效果。

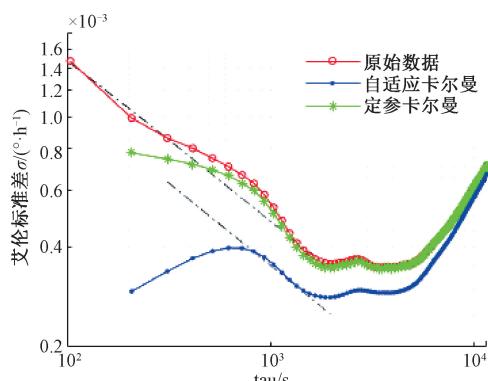


图10 卡尔曼滤波前后Allan方差对比

Fig. 10 The Allan deviation before and after Kalman filtering

原子干涉陀螺一般用Allan方差下的短期灵敏度和长期稳定性来评价其性能,其对应于经典陀螺在Allan方差评价体系下的角度随机游走与零偏不稳定性,对计算得到的Allan方差曲线进行拟合,得到拟合后结果,即:

$$\sigma^2(\tau) = \sum_{m=-2}^2 A_m \tau^m \quad (19)$$

式中: $\sigma^2$ 为Allan方差; $\tau$ 为时间长度; $A_m$ 为模型系数; $m$ 取整数。则短期灵敏度(short sensitivity, SS)定义为:

$$SS = \sqrt{A_{-1}} \quad (20)$$

长期稳定性(long stability, LS)定义为:

$$LS = \sqrt{\frac{\pi}{2\ln 2}} A_0 \quad (21)$$

滤波后的结果如表3所示,可以看出使用卡尔曼滤波的方法,可以明显改善原子干涉陀螺的短期灵敏度与长期稳定性,并且自适应卡尔曼滤波的方法改善效果更明显,可以提升26.7%的短期灵敏度与20.1%的长期稳定性。

表3 卡尔曼滤波前后Allan方差对比

Table 3 The Allan deviation before and after Kalman filtering

方法	短期灵敏度/(°·h⁻¹²)	长期稳定性/(°·h⁻¹)
原始数据	0.015	$3.56 \times 10^{-4}$
定参卡尔曼滤波	0.014	$3.48 \times 10^{-4}$
自适应卡尔曼滤波	0.011	$2.82 \times 10^{-4}$

长期稳定性主要受系统的温度漂移、电路噪声等闪烁噪声所影响,而自适应卡尔曼滤波通过动态调整量测噪声协方差,能够更有效地抑制此类噪声,通过滤波前后的功率谱(如图11所示)也可以验证该结论。

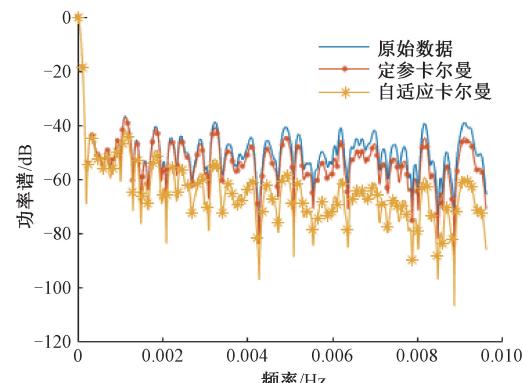


图11 卡尔曼滤波前后功率谱对比

Fig. 11 The power spectrum before and after Kalman filtering

根据上述实验结果(表2、3和图9、10),该研究所提出的自适应卡尔曼滤波算法能够提升原子干涉陀螺的性能,由于其对量测噪声的自适应更新,其表现出的效果明显由于定参卡尔曼滤波。

## 5.2 非卡尔曼滤波效果讨论

除卡尔曼滤波外,该研究也使用常见的非卡尔曼滤波手段对原子干涉陀螺输出结果进行了处理,对比其性能,这里采用的是低通滤波与小波去噪的方法。

为全面评估自适应卡尔曼滤波的性能,本节将其与小波阈值去噪(wavelet denoising, WD)及低通滤波(low-

pass filter, LPF) 进行对比实验。

仿真中小波去噪小波基采用 Daubechies 4, 分解层数配置为 5; 低通滤波采用巴特沃斯型, 截止频率为 0.002 Hz。滤波处理后的零偏稳定性与 Allan 方差特性如表 4 与图 12 所示(其中点划线为角度随机游走的拟合线)。

表 4 不同滤波方法后的原子干涉陀螺性能参数

Table 4 Performance parameters of AIG after different filtering methods

方法	零偏稳定性/ (°·h <sup>-1</sup> )	短期灵敏度/ (°·h <sup>-1/2</sup> )	长期稳定性/ (°·h <sup>-1</sup> )
原始数据	0.076 6	0.015	$3.56 \times 10^{-4}$
低通滤波	0.702 0	0.014	$3.37 \times 10^{-4}$
小波去噪	0.697 0	0.012	$2.85 \times 10^{-4}$
自适应卡尔曼滤波	0.055 0	0.011	$2.82 \times 10^{-4}$

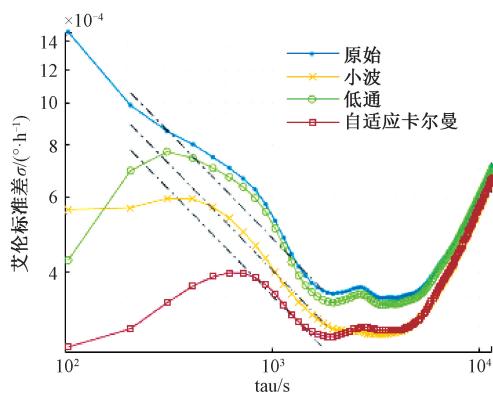


图 12 不同滤波方式得到的 Allan 方差

Fig. 12 Allan variance obtained by different filtering methods

可以看出, 低通滤波、小波去噪都有能够实现原子干涉陀螺性能的提升, 其中低通滤波实现最为简单, 但效果有限; 小波去噪的效果略逊于自适应卡尔曼滤波, 但其不依赖于先验模型, 而是敏感于参数的选择。

综合实验数据, 自适应卡尔曼滤波在模型匹配场景下具有理论最优性, 并且可以支持量子-经典惯性传感器架构, 提升应用场景<sup>[24-25]</sup>; 小波去噪虽然在嵌入式系统下实现较为复杂, 但在缺乏先验知识或存在非高斯噪声时更具鲁棒性; 而低通滤波可作为资源受限系统的预处理手段。在未来可以进行进一步研究, 分析不同滤波手段在原子干涉陀螺仪数据处理过程中的特点。

## 6 结 论

精确建模或尚未明确, 导致传统基于噪声源物理机制分析的逐项抑制策略效果受限的问题, 提出了一种基于时间序列分析和 ARMA 模型的整体噪声滤波方法。

首先, 阐述了原子干涉陀螺的基本工作原理及主要噪声源构成, 分析了现有逐项噪声抑制方法在面临噪声建模和未明噪声源时的局限性, 强调了整体建模思路的必要性。之后, 为满足 ARMA 模型对平稳零均值序列的要求, 对原始陀螺输出数据进行了一阶差分预处理, 并验证了差分后序列的平稳性。基于 AIC 和 BIC 准则确定了最优模型阶次为 ARMA(2,1)。基于该模型, 重点研究了定参卡尔曼滤波和量测噪声自适应卡尔曼滤波。

实验结果表明: 量测噪声自适应卡尔曼滤波的效果较为明显, 定参卡尔曼滤波效果有限。其中自适应卡尔曼滤波可将零偏稳定性提高 28.2%, 短期灵敏度提高 26.7%, 长期稳定性提高 20.1%。

并且讨论了相比非模型滤波方法(如低通滤波、小波去噪), 基于 ARMA 模型的自适应卡尔曼滤波在模型匹配条件下展现出更优性能, 并具有拓展性。

综上所述, 提出的基于 ARMA 模型结合卡尔曼滤波方法, 有效规避了复杂噪声源精确建模难题, 提升了系统性能。该方法为原子干涉陀螺性能提升提供了有效技术途径。未来可探索其在量子-经典混合导航架构中的应用。

## 参考文献

- [1] GEIGER R, LANDRAGIN A, SEBASTIEN M, et al. High-accuracy inertial measurements with cold-atom sensors [J]. AVS Quantum Science, 2020, 2 (2): 024702.
- [2] 张琳, 高伟, 李倩. 冷原子干涉陀螺仪实现及其性能分析[J]. 仪器仪表学报, 2018, 39(7): 11-18.  
ZHANG L, GAO W, LI Q. Realization and performance analysis of gyroscope based on cold atom interference[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2018, 39(7): 11-18.
- [3] 邓敏, 张焱, 天予, 等. 基于原子体系的量子惯性传感器研究现状[J]. 仪器仪表学报, 2023, 44(9): 16-40.  
DENG M, ZHANG Y, TIAN Y, et al. Research status of the quantum inertial sensor based on the atomic system[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2023, 44(9): 16-40.
- [4] GUSTAVSON T L, BOUYER P, KASEVICH M A. Precision rotation measurements with an atom

针对原子干涉陀螺噪声源复杂多样、部分噪声难以

- interferometer gyroscope [ J ]. Physical Review Letters, 1997, 78(11) : 2046-2049.
- [ 5 ] DURFEE D S, SHAHAM Y K, KASEVICH M A. Long-term stability of an area-reversible atom-interferometer sagnac gyroscope [ J ]. Physical Review Letters, 2006, 97(24) : 801.
- [ 6 ] CHEINET P, CANUEL B, PEREIRA D S F, et al. Measurement of the sensitivity function in time-domain atomic interferometer [ J ]. IEEE Transactions on Instrumentation & Measurement, 2005, 57(6) : 1141-1148.
- [ 7 ] INDRANIL DUTTA. Stability improvement of a sagnac cold atom interferometer: Towards continuous operation [ D ]. Paris: LNE-SYRTE, 2016.
- [ 8 ] GUÉNA J. Progress in atomic fountains at LNE-SYRTE [ J ]. IEEE Transactions on Ultra sonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 2012, 59(3) : 391-409.
- [ 9 ] YAO ZH W, LU S B, LI R B, et al. Continuous dynamic rotation measurements using a compact cold atom gyroscope [ J ]. Chinese Physics Letters, 2016, 33(8) : 41-44.
- [ 10 ] MENG ZH X, YAN P Q, WANG SH ZH, et al. Closed-loop dual-atom-interferometer inertial sensor with continuous cold atomic beams [ J ]. Physical Review Applied, 2024, 21(3) : 034050.
- [ 11 ] XU W J, CHENG L, LIU J, et al. Effects of wave-front tilt and air density fluctuations in a sensitive atom interferometry gyroscope [ J ]. Optics Express, 2020, 28(8) : 12189-12200.
- [ 12 ] HUANG L. Auto regressive moving average ( ARMA ) modeling method for Gyro random noise using a robust Kalman filter [ J ]. Sensors, 2015, 15(10) : 25277-25286.
- [ 13 ] 陈一鸣. 基于卡尔曼滤波的陀螺仪随机误差分析 [ J ]. 电子测量技术, 2020, 43(17) : 97-100.
- CHEN Y M. Analysis of gyro random error based on Kalman filter [ J ]. Electronic Measurement Technology, 2020, 43(17) : 97-100.
- [ 14 ] 杨菊花, 刘洋, 陈光武, 等. 基于改进 EMD 的微机械陀螺随机误差建模方法 [ J ]. 仪器仪表学报, 2019, 40(12) : 196-204.
- YANG J H, LIU Y, CHEN G W, et al. A modeling method for random error of micromechanical gyroscope based on the improved EMD [ J ]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2019, 40(12) : 196-204.
- [ 15 ] 马星河, 毕文龙, 朱行, 等. 改进 SHAKF 算法消除 IMU 随机误差的研究 [ J ]. 电子测量与仪器学报, 2021, 35(12) : 59-67.
- MA X H, BI W L, ZHU X, et al. Research on improving SHAKF algorithm to eliminate random error of IMU [ J ]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2021, 35(12) : 59-67.
- [ 16 ] TAKASE K. Precision rotation rate measurement with a mobile atom interferometer [ D ]. Stanford University, 2008.
- [ 17 ] GEIGER R, LANDRAGIN A, MERLET S, et al. High-accuracy inertial measurements with cold-atom sensors [ J ]. AVS Quantum Science, 2020, 2(2) : 9093.
- [ 18 ] SAVOIE D, ALTORIO M, FANG B, et al. High-sensitivity cold-atom gyroscope with real-time vibration compensation [ C ]. 2017 Joint Meeting of the European Frequency and Time Forum and the IEEE International Frequency Control Symposium, 2017: 798-799.
- [ 19 ] MENG ZH X, LI Y H, FENG Y Y. Two-frequency amplification in a semiconductor tapered amplifier for cold atom experiments [ J ]. Chinese Physics B, 2018, 27(9) : 305-312.
- [ 20 ] NARDUCCI F A, BLACK A T, BURKE J H. Advances toward fieldable atom interferometers [ J ]. Advances in Physics: X, 2022, 7(1) : 1946426.
- [ 21 ] SONG J L, SHI ZH Y, WANG L H, et al. Improved virtual gyroscope technology based on the ARMA model [ J ]. Micromachines, 2018, 9(7) : 348.
- [ 22 ] 程佩青. 数字信号处理教程 [ M ]. 北京: 清华大学出版社, 2017.
- CHENG P Q. Digital signal processing tutorial [ M ]. Beijing: Tsinghua University Press, 2017.
- [ 23 ] 严恭敏, 李四海, 秦永元. 惯性仪器测试与数据分析 [ M ]. 西安: 西北工业大学出版社, 2019.
- YAN G M, LI S H, QIN Y Y. Inertial components detect and data processing [ M ]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2019.
- [ 24 ] SALDUCCI C, BIDEL Y, CADORET M, et al. Quantum sensing of acceleration and rotation by interfering magnetically launched atoms [ J ]. Science Advances, 2024, 10(44) : eadq4498.

- [25] ZAHZAM N, CHRISTOPHE B, LEBAT V, et al. Hybrid electrostatic - atomic accelerometer for future space gravity missions [J]. *Remote Sensing*, 2022, 14(14): 3273.

## 作者简介



牛克骁,2020 年于哈尔滨工程大学获得学士学位,2023 年于哈尔滨工程大学获得硕士学位,现为中国航空工业集团公司西安自动控制研究所助理工程师,主要研究方向量子传感与导航技术。

E-mail:abc503383918@163.com

**Niu Kexiao** received his B. Sc. degree from Harbin Engineering University in 2020 and his M. Sc. degree from Harbin Engineering University in 2023. He is currently an assistant engineer at FACRI. His main research interests include quantum sensing and navigation technology.



刘元正(通信作者),1998 年于西北工

业大学获得学士学位,2001 年于中国航空研究院获得硕士学位,2013 年于中国航空研究院获得博士学位,现为中国航空工业集团公司西安自动控制研究所正高级工程师,主要研究方向量子传感与导航技术。

E-mail:liuyz033@avic.com

**Liu Yuanzheng** (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Northwestern Polytechnical University in 1998, received his M. Sc. degree from Chinese Aeronautical Establishment in 2001, and received his Ph. D. degree from Chinese Aeronautical Establishment in 2013. He is currently a professor of engineering at FACRI. His main research interests include quantum sensing and navigation technology.