

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2412927

基于改进粒子群算法的三坐标测量机 最佳测量区域评价方法*

陈洪芳, 吴欢, 王子帅, 马英伦, 石照耀

(北京工业大学材料与制造学部北京市精密测控技术与仪器工程技术研究中心 北京 100124)

摘要: 为了提高三坐标测量机面向被测对象的测量精度, 提出一种改进粒子群算法以辨识三坐标测量机最佳测量区域。首先分析三坐标测量机测量空间内的体积误差分布规律, 利用最小二乘法拟合单项几何误差模型, 并建立三坐标测量机空间点误差寻优模型。所提出的改进粒子群算法结合了自适应权重、自适应干扰力和模拟退火算法, 性能优于传统粒子群算法和自适应粒子群算法。对比实验显示, 改进粒子群算法在最优值、最差值、均值和标准差4个方面均优于粒子群算法和自适应粒子群算法, 单次寻优速度分别提高了45.1%和29.2%。实验结果表明, 在规划优化空间大小为30 mm×30 mm×30 mm时, 基于改进粒子群算法辨识的三坐标测量机最佳测量区域为 $206 \text{ mm} \leq X \leq 236 \text{ mm}$, $350 \text{ mm} \leq Y \leq 380 \text{ mm}$, $-262 \text{ mm} \leq Z \leq -232 \text{ mm}$ 。基于直径为15.874 7 mm、球度为50 nm的高精度标准球的对比实验表明, 当标准球放置在三坐标测量机最佳测量区域时, 标准球直径测量偏差最小为1.7 μm, 验证了提出方法的正确性。该方法具有普适性, 可用于其他被测对象的三坐标测量机最佳测量区域确定。

关键词: 三坐标测量机; 激光追踪仪; 多站位测量技术; 粒子群算法; 最佳测量区域

中图分类号: TH711 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 460.35

An evaluation method for optimal measurement region of coordinate measuring machines based on improved particle swarm optimization algorithm

Chen Hongfang, Wu Huan, Wang Zishuai, Ma Yinglun, Shi Zhaoyao

(Beijing Engineering Research Center of Precision Measurement Technology and Instruments, Faculty of Materials and Manufacturing, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

Abstract: An improved particle swarm optimization-simulated annealing algorithm (IPSO-SAA) is proposed to enhance the measurement accuracy of the coordinate measuring machine (CMM) by identifying the optimal measurement area for the measured object. First, the distribution pattern of volumetric errors within the CMM measurement space is analyzed. Individual geometric error models are fitted using the least squares method, and an optimization model for the point errors in the CMM space is established. The proposed IPSO-SAA method, which combines adaptive weighting, adaptive disturbance force and simulated annealing algorithm, outperforms conventional particle swarm optimization (PSO) and adaptive particle swarm optimization (APSO) algorithms. Comparative experiments show that IPSO-SAA is superior to PSO and APSO algorithms in terms of the best, worst, mean, and standard deviation values. Additionally, the optimization speed is increased by 45.1% and 29.2%, respectively. The results obtained from the IPSO-SAA algorithm identification indicate that, for a planning optimization space of 30 mm×30 mm×30 mm, the optimal measurement area in the CMM identified by the IPSO-SAA algorithm is $206 \text{ mm} \leq X \leq 236 \text{ mm}$, $350 \text{ mm} \leq Y \leq 380 \text{ mm}$, and $-262 \text{ mm} \leq Z \leq -232 \text{ mm}$. Comparative experiments using a high-precision standard ball, with a diameter of 15.874 7 mm and a sphericity of 50 nm, demonstrate that when placed within the optimal measurement area in the CMM, the minimum diameter measurement error of the standard ball is 1.7 μm, validating the correctness of the proposed method. The method presented in this study is general and can be used to determine the optimal measurement area of CMM for other measured objects.

Keywords: coordinate measuring machine (CMM); laser tracer; multi-station measurement technology; particle swarm algorithm; optimal measurement area

收稿日期: 2024-06-07 Received Date: 2024-06-07

* 基金项目: 国家自然科学基金(52175491)项目资助

1 引言

三坐标测量机(coordinate measuring machine, CMM)用于测量工件的三维形状和尺寸,可精确测量和分析工件各个方向上的几何特征^[1]。其误差主要来自机械、环境和热变形等因素,以及不当的测量方法。根据空间误差相似性原理,在整个测量空间内,不同区域的测量误差具有相关性且连续变化,故在整个测量空间内存在一个最大测量误差最小的区域即最佳测量区域^[2-3]。将被测物体放置在测量机的最佳测量区域内,可以实现对低精度 CMM 的高精度测量。为了确定 CMM 最佳测量区域的精确位置,需要分析 CMM 各误差分量的变化规律,通过适当的优化算法找到 CMM 最佳测量区域的精确位置。

目前,国内外学者对最佳测量区域进行了一些研究,目的是实现测量机的高精度测量^[4-11]。Zheng 等^[4]研究了柔性坐标测量机的应用限制,并基于泛函网络和支持向量回归机原理建立了误差模型,证明了最佳测量区域的存在,但该模型的建立仅依赖于大量实测数据,实用性不强。胡毅等^[5]通过蚁群算法优化关节式坐标测量机的最佳测量区域,以实现高精度测量结果而不增加硬件制造成本,但蚁群算法的收敛速度慢,单次优化时间长。Yang 等^[6]针对机床在机测量系统建立了综合误差模型和圆曲面测量误差模型,并运用甲虫触角搜索粒子群优化算法实现了圆形表面测量的最佳测量区域确定。Lee 等^[7]提出了一种在机测量方法,利用误差综合模型推导几何误差与测量位置之间的线性关系,优化了测量成本和时间,但该方法未能确定五轴机床等设备的最佳测量区域,存在局限性。由于 CMM 测量空间大,误差源多,误差在测量空间的分布规律非常复杂,因此求解基于 CMM 的最佳测量区域问题可归为多维模型寻优求解问题。同时,测量机在各种测量条件下的最佳测量区域是不同的,必须在测量条件下实时确定。在此基础上,需要进一步研究确定 CMM 的最佳测量区域。

粒子群算法(particle swarm optimization, PSO)是目前国内外复杂多维模型常用的求解方法。PSO 最早由美国的 Eberhart 和 Kennedy 于 1995 年提出,是一种模拟群体的智能算法。由于其简单的运行逻辑、少量的调试参数和易于实现,吸引了许多学者进行研究和应用。但是粒子群算法存在着容易陷入局部最优、算法后期容易出现振荡的现象。为改善这些缺陷,学者们进行了大量的研究。郝琨等^[8]提出了一种基于区域搜索的自适应粒子群算法用于移动机器人的路径规划,通过引入新的加速

因子,能快速摆脱较差区域。孙世政等^[9]针对光纤布拉格光栅传感器在测量流量和温度时存在的交叉敏感问题,提出了一种基于 PSO 的解耦方法。将 PSO 的解耦效果与神经网络算法进行了比较,结果表明 PSO 在解耦效果上优于神经网络算法,提高了传感器的测量精度和稳定性。丁同等^[10]引用了基于 Logistic 混沌映射的非线性调整惯性权重调整策略,并采用均值粒子群优化算法的思想,有效地避免局部最优解,提高了预测模型的预测精度。Metropolis 于 1953 年提出模拟退火算法的思想, Kirkpatrick 团队于 1983 年将其应用于组合优化领域,至今在工程实践中广泛应用。模拟退火算法可在理想条件下达全局的极小值。Yan 等^[11]在模拟退火机理与突变相结合的基础上,提出了一种全新的可变模拟退火粒子群优化方法,该混合算法保持了粒子群优化的简单性,提高了其全局优化能力。

为了实现基于激光追踪仪多站位技术 CMM 智能识别测量任务,优化被测对象在 CMM 的测量位置及空间的智能化测量,本文提出了一种改进粒子群算法(improved particle swarm optimization-simulated annealing algorithm, IPSO-SAA)的 CMM 最佳测量区域辨识方法。该方法能够搜索到面向被测对象获得 CMM 的最佳测量区域,进而提高 CMM 测量产品的质量,能够更快地搜索到目标函数的最优值。

2 CMM 测量空间内体积误差分布规律

2.1 CMM 测量空间内规定步距测量点体积误差求解

运用冗余测量方法,利用一台激光追踪仪采用分时转站的方式构建激光追踪多站位测量模型。利用激光追踪仪多站位测量模型可以得到 CMM 测量空间内体积误差分布规律。

设激光追踪仪在 m 个站位下测量 CMM 测量空间内的 n 个规划测量点,将激光追踪仪多站位测量模型设为目标函数^[12]:

$$F_i(A_j) = F_i(X_j, Y_j, Z_j, d_j) = \sqrt{(x_i - X_j)^2 + (y_i - Y_j)^2 + (z_i - Z_j)^2} - d_j - l_{ij} \quad (1)$$

其中,规划测点理论坐标为 $A_i(x_i, y_i, z_i)$, i 为规划测量点个数($i = 1, 2, 3, \dots, n$),激光追踪仪的站位坐标为 $P_j(X_j, Y_j, Z_j)$, j 为站位个数($j = 1, 2, 3, \dots, m$); d_j 为站位 j 上激光追踪仪到初始测量点 A_1 的距离; l_{ij} 为测量过程中由激光追踪仪测量猫眼反射镜的相对干涉长度。

采用 L-M (levenberg-marquardt, L-M) 算法对式(1)进行求解,得到激光追踪仪站位坐标 $P_j(X_j, Y_j, Z_j)$ 及初始距离 d_j 。

将得到的站位坐标 $P_j(X_j, Y_j, Z_j)$ 及初始距离 d_j 作为已知量,建立如下目标函数:

$$F_j(A_i) = F_j(x_i, y_i, z_i) =$$

$$\sqrt{(x_i - X_j)^2 + (y_i - Y_j)^2 + (z_i - Z_j)^2} - d_j - l_{ij} \quad (2)$$

仍然采用 L-M 算法对非线性方程组进行解算,得到 CMM 测量空间内规划测量点的实际坐标值 $A'_i(x'_i, y'_i, z'_i)$ 。

将实际坐标与测量点理论坐标相减得到 CMM 体积误差:

$$\begin{bmatrix} \Delta x_i \\ \Delta y_i \\ \Delta z_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x'_i \\ y'_i \\ z'_i \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} \quad (3)$$

由于在 CMM 规定测量空间中规划的测量点较少,为了提高几何误差解算的精度,需要对 CMM 在规定测量区间内的规划点进行插值,以获得更多的测量点和对应的体积误差。为了获得规定步距测量点的体积误差,本文利用反距离加权(inverse distance weighting, IDW)插值法^[13]。

2.2 基于套索回归算法求解准刚体模型获得规定步距测量点的几何误差

CMM 的每个直线轴有 6 个几何误差分量。由于三轴之间的非正交性,还存在 3 项垂直度误差,共计 21 个几何误差分量。为了求解几何误差,首先建立 CMM 的准刚体模型。不同类型 CMM 的准刚体模型因 X、Y、Z 3 个轴的运动顺序而异,包括 XYZ、XZY、YXZ、YZX、ZXY、ZYX 6 种运动关系。每种运动关系可分为 4 种不同的工件-测量机运动模型。总计有 24 种 CMM 的准刚体模型。本文以 FYXZ 型 CMM 为例建立准刚体模型:

$$\Delta x = \delta_x(x) + \delta_x(y) + \delta_x(z) - \alpha_{xz} \cdot z - \varepsilon_z(x) \cdot y + [\varepsilon_y(x) + \varepsilon_y(y)] \cdot z - [\varepsilon_z(x) + \varepsilon_z(y) + \varepsilon_z(z)] \cdot y_p + [\varepsilon_y(x) + \varepsilon_y(y) + \varepsilon_y(z)] \cdot z_p \quad (4)$$

$$\Delta y = \delta_y(x) + \delta_y(y) + \delta_y(z) - \alpha_{xy} \cdot x - \alpha_{yz} \cdot z + \varepsilon_z(y) \cdot x - [\varepsilon_x(x) + \varepsilon_x(y)] \cdot z + [\varepsilon_z(x) + \varepsilon_z(y) + \varepsilon_z(z)] \cdot x_p - [\varepsilon_x(x) + \varepsilon_x(y) + \varepsilon_x(z)] \cdot z_p \quad (5)$$

$$\Delta z = \delta_z(x) + \delta_z(y) + \delta_z(z) + \varepsilon_y(y) \cdot x - [\varepsilon_y(x) + \varepsilon_y(y) + \varepsilon_y(z)] \cdot x_p + [\varepsilon_x(x) + \varepsilon_x(y) + \varepsilon_x(z)] \cdot y_p \quad (6)$$

式中: (x_p, y_p, z_p) 为测头在 CMM 工作台坐标系内的坐标; (x, y, z) 为 CMM 规划测量点的理论坐标值。当在 Y 方向移动 y 后,存在定位误差 $\delta_y(y)$ 与直线度误差 $\delta_x(y)$

和 $\delta_z(y)$ 。滑座沿 X 方向移动 x 后,存在定位误差 $\delta_x(x)$, 直线度运动误差 $\delta_y(x)$ 和 $\delta_z(x)$, 与垂直度误差 α_{xy} 。主轴沿 Z 方向移动 z 后,存在定位误差 $\delta_z(z)$, 直线度运动误差 $\delta_x(z)$, $\delta_y(z)$ 与垂直度误差 α_{yz} 、 α_{xz} 。 $\varepsilon_x(x)$ 、 $\varepsilon_y(x)$ 、 $\varepsilon_z(x)$ 分别是 x 轴的滚动、俯仰、偏摆误差。 $\varepsilon_y(y)$ 、 $\varepsilon_x(y)$ 、 $\varepsilon_z(y)$ 分别是 y 轴的滚动、俯仰、偏摆误差。 $\varepsilon_z(z)$ 、 $\varepsilon_x(z)$ 、 $\varepsilon_y(z)$ 分别是 z 轴的滚动、俯仰、偏摆误差。

通过套索回归 (least absolute shrinkage and selection operator, LASSO) 算法求解准刚体模型方程^[14]。由于角度误差项 $\varepsilon_z(x)$ 、 $\varepsilon_x(z)$ 、 $\varepsilon_y(z)$ 、 $\varepsilon_z(z)$ 4 项角度误差的系数是由初始测量点的坐标决定,在本文中准刚体模型起点设定为 (0, 0, 0)。因此,使用 LASSO 算法仅能得到 17 个几何误差项的解。垂直度误差很小,可以忽略。

2.3 CMM 单项几何误差建模

为了实现对 CMM 的综合误差建模和确定 CMM 最佳测量区域,需要得到测量空间内不同位置处的测量误差。根据 LASSO 算法求解得到的规定步距下的 17 项几何误差,本文选择基于最小二乘法的多项式拟合建模方法对 CMM 单项几何误差进行建模及预测。首先确定多项式拟合次数 t 。通过比较其残差平方和 SSE,以及确定系数 R^2 确定多项式拟合次数,如表 1 所示。

表 1 拟合次数 t 、残差平方和 SSE,以及确定系数 R^2
Table 1 The number of fits t , SSE and the coefficient of determination R^2

拟合次数 t /次	残差平方和 SSE/ μm^2	确定系数 R^2
2	4.374 5	0.844 6
3	3.906 8	0.861 3
4	3.839 7	0.863 6

考虑到拟合次数越大,计算步骤越复杂。因此本文选择 $t=3$ 作为多项式拟合阶数。

根据多项式拟合理论建模获得 CMM 分别沿 X、Y、Z 轴的定位误差、直线度误差和部分角度误差的拟合函数表达式。CMM 沿 X、Y、Z 轴的单项几何误差函数表达式如下:

x 轴的定位误差、偏向 y 轴的直线度误差以及偏向 z 轴的直线度误差模型:

$$\begin{bmatrix} \delta_x(x) \\ \delta_y(x) \\ \delta_z(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.49 \times 10^{-7} & -1.29 \times 10^{-4} & 2.51 \times 10^{-2} & -2.24 \times 10^{-2} \\ -5.32 \times 10^{-10} & -6.54 \times 10^{-7} & 8.00 \times 10^{-4} & -0.31 \\ -1.51 \times 10^{-7} & 1.46 \times 10^{-4} & -4.52 \times 10^{-2} & 5.34 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^3 \\ x^2 \\ x \\ 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

x 轴滚动误差以及俯仰误差模型:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x(x) \\ \varepsilon_y(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.72 \times 10^{-10} & -1.87 \times 10^{-7} & 3.98 \times 10^{-5} & -8.68 \times 10^{-3} \\ -5.48 \times 10^{-10} & 5.09 \times 10^{-7} & -1.25 \times 10^{-4} & 4.81 \times 10^{-3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^3 \\ x^2 \\ x \\ 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

y 轴偏向 x 轴的直线度误差、定位误差以及偏向 z 轴的直线度误差模型:

$$\begin{bmatrix} \delta_x(y) \\ \delta_y(y) \\ \delta_z(y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.22 \times 10^{-7} & 1.84 \times 10^{-4} & -9.08 \times 10^{-2} & 15.11 \\ 3.31 \times 10^{-8} & -5.86 \times 10^{-5} & 3.23 \times 10^{-2} & 4.90 \\ 1.37 \times 10^{-7} & -2.15 \times 10^{-4} & 0.11 & 16.19 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y^3 \\ y^2 \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

y 轴俯仰误差以及滚动误差模型:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x(y) \\ \varepsilon_y(y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.96 \times 10^{-9} & -2.93 \times 10^{-6} & 1.39 \times 10^{-3} & -0.22 \\ 1.15 \times 10^{-10} & -1.49 \times 10^{-7} & 5.51 \times 10^{-5} & -7.18 \times 10^{-3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y^3 \\ y^2 \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

z 轴偏向 x 轴的直线度误差、偏向 y 轴的直线度误差以及定位误差模型:

$$\begin{bmatrix} \delta_x(z) \\ \delta_y(z) \\ \delta_z(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4.85 \times 10^{-7} & -5.32 \times 10^{-4} & -0.19 & -20.89 \\ -3.41 \times 10^{-8} & -3.42 \times 10^{-4} & -0.11 & -11.44 \\ 2.84 \times 10^{-7} & 2.82 \times 10^{-4} & 8.66 \times 10^{-2} & 8.18 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z^3 \\ z^2 \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

由于4项角运动误差 $\varepsilon_z(x)$, $\varepsilon_x(z)$, $\varepsilon_y(z)$, $\varepsilon_z(z)$ 对体积误差的影响较小,可以忽略该4项角运动误差。

寻优空间中,必定存在一个最佳测量区域,将被测对象放置在最佳测量区域内,得到的测量结果精度最高。

3 最佳测量区域目标函数模型的建立

3.1 最佳测量区域的定义

三坐标测量机误差来源复杂,且受温度、速度等多种因素的影响。因此在整个 CMM 测量空间内,针对 CMM 中不同坐标位置的几何误差各异的情况,在整个 CMM 规划测量空间内的不同位置处的测量结果也各不相同。为此,将 CMM 规划的测量空间分割成多个立方体寻优空间,将被测对象放置在不同寻优空间中,得到不同寻优空间内对同一被测对象的测量误差值。理论分析表明,在

3.2 CMM 空间测量点误差计算模型

将2.2节建立的单项几何误差模型带入坐标变换建立的准刚体模型式(4)~(6)中,得到体积误差函数表达式 Δx_i , Δy_i , Δz_i , 即得到 CMM 空间测量点误差模型如下:

$$E(x_i, y_i, z_i) = \sqrt{\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2 + \Delta z_i^2} \quad (12)$$

其中, Δx_i , Δy_i , Δz_i 分别为 X 、 Y 、 Z 轴上的体积误差; i 为规划测量点个数 ($i=1, 2, 3, \dots, n$)。

利用 IDW 插值法获得的 CMM 规划测量点坐标值,将其带入空间测量点误差模型中,从而获得每个测量点的体积误差。CMM 规划测量空间内规划点的体积误差分布规律如图1所示。

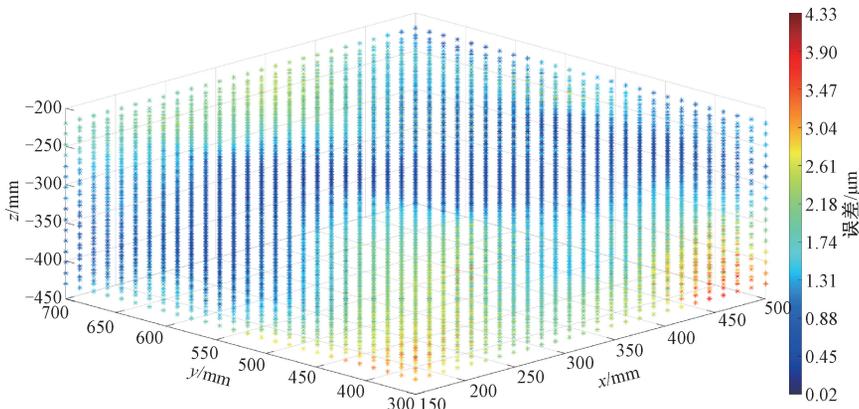


图1 规划测量空间内规定步距测量点的误差分布

Fig. 1 Error distribution of measurement points with specified step in the established measurement space

3.3 建立最佳测量区域目标函数模型

图 1 表明在 CMM 测量空间的不同位置,测量点体积误差呈现出明显的差异,即存在最佳测量区域。然而,针对不同的被测对象,最佳测量区域会有所不同。本文建立了测量点误差寻优模型,基于 IPSO-SAA 的目标函数寻找最佳测量区域。通过比较不同寻优空间内的最大体积误差值,再确定 CMM 整个测量空间内最大误差值最小的区域,即为最佳测量区域。求解不同测量区域的最大测量点误差模型如下:

$$\begin{cases} \max E(x_i, y_i, z_i) = \sqrt{\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2 + \Delta z_i^2} \\ \text{s. t. } x_{i\min} \leq x_i \leq x_{i\max} \\ y_{i\min} \leq y_i \leq y_{i\max} \\ z_{i\min} \leq z_i \leq z_{i\max} \end{cases} \quad (13)$$

其中, $x_{i\min}, x_{i\max}$ 为不同寻优区域 X 轴的上下界; $y_{i\min}, y_{i\max}$ 为不同寻优区域 Y 轴的上下界; $z_{i\min}, z_{i\max}$ 为不同寻优区域 Z 轴的上下界; $\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i$ 分别为 X, Y, Z 轴上的体积误差; i 为规划测量点个数 ($i = 1, 2, 3, \dots, n$)。

4 基于改进粒子群算法的 CMM 最佳测量区域评价方法

4.1 改进粒子群算法

粒子群算法借鉴了鸟群或鱼群等群体生物的行为特征,通过个体间的协作实现优化目标。在 CMM 测量空间中,每个测量点的体积误差被视为一个粒子,具有速度和位置两个属性。算法随机生成初始粒子群,通过多次迭代优化种群。每个粒子根据个体经验和群体协作信息更新自身位置和速度,从而找到最优的个体极值,即整个测量空间的当前测量点体积误差最优解(用 P_{best} 表示)。所有粒子根据自己找到的当前个体极值和整个粒子群共享的当前测量点体积误差最优解来调整速度和位置,最终得出 CMM 整个规划测量空间内测量点体积误差的最优解(用 G_{best} 表示)。

在 PSO 算法中,假设粒子群体数量为 N ,空间维度为 d ,本文为三维空间下目标函数寻优,因此 d 取 3。则种群中第 i 个粒子的速度向量和位置可表示为 $\mathbf{V}_i = (V_{i1}, V_{i2}, V_{i3})$, $\mathbf{A}_i = (x_i, y_i, z_i)$, 粒子在每一次迭代中均按照下列公式进行速度的更新。

每次迭代粒子 i 的第 d 维速度更新公式^[15]为:

$$\mathbf{V}_{id}^k = w\mathbf{V}_{id}^{k-1} + c_1r_1(\mathbf{P}_{\text{best}_{id}} - \mathbf{A}_{id}^{k-1}) + c_2r_2(\mathbf{G}_{\text{best}_{id}} - \mathbf{A}_{id}^{k-1}) \quad (14)$$

粒子 i 的第 d 维位置更新公式为:

$$\mathbf{A}_{id}^k = \mathbf{A}_{id}^{k-1} + \mathbf{V}_{id}^{k-1} \quad (15)$$

式中: \mathbf{V}_{id}^k 为第 k 次迭代粒子 i 飞行速度矢量的第 d 维分量。 \mathbf{P}_{best} 表示当前个体极值。 \mathbf{G}_{best} 表示当前全局最优

解。 \mathbf{A}_{id}^k 为第 k 次迭代粒子 i 位置矢量的第 d 维分量。 c_1, c_2 为加速常数,用于调节学习最大步长。 w 为惯性权重,其值非负数。 r_1, r_2 为两个随机函数,取值范围 $[0, 1]$, 以增加搜索随机性。此外,粒子的速度被限制在一个速度范围内,即 $\mathbf{V}_{id} \in [V_{\min}, V_{\max}]$ 。

自适应惯性权重的计算公式如下^[16]:

$$\omega = \begin{cases} \omega_{\min} - \frac{(\omega_{\max} - \omega_{\min})(f - f_{\min})}{f_{\text{avg}} - f_{\min}}, & f \leq f_{\text{avg}} \\ \omega_{\max}, & f > f_{\text{avg}} \end{cases} \quad (16)$$

式中: $\omega_{\max}, \omega_{\min}$ 分别为惯性权重 ω 最大值和最小值,通常取 $\omega_{\max} = 0.9, \omega_{\min} = 0.4$; f 为粒子当前的目标函数值; f_{\min} 和 f_{avg} 分别为当前所有粒子的最小目标值和平均目标值。

传统粒子群算法在解决优化问题时常面临粒子很容易陷入局部最优解,从而无法达到全局最优解。为了应对这个问题,一种常见的方法是在粒子速度更新的公式中引入自适应干扰力。自适应干扰力的具体公式为^[17]:

$$F_i(k) = B \times \frac{f_i(k-1) - \text{best}_i(k-1)}{\text{ave}(k-1) - \text{best}(k-1)} \quad (17)$$

式中: $F_i(k+1)$ 为干扰力; B 为自适应干扰系数; $f_i(k-1)$ 为第 i 个粒子在第 $(k-1)$ 次迭代时的目标函数值; $\text{ave}(k-1)$ 为粒子群在第 $(k-1)$ 次迭代时的平均目标函数值; $\text{best}(k-1)$ 为粒子群在第 $(k-1)$ 次迭代时的最优目标函数值。

引入干扰力后粒子群速度迭代更新公式为:

$$\mathbf{V}_{id}^k = w\mathbf{V}_{id}^{k-1} + c_1r_1(\mathbf{P}_{\text{best}_{id}} - \mathbf{A}_{id}^{k-1}) + c_2r_2(\mathbf{G}_{\text{best}_{id}} - \mathbf{A}_{id}^{k-1}) + F_i(k) \quad (18)$$

模拟退火算法(simulated annealing algorithm, SAA)是一种基于模拟高温金属冷却的热力学过程的智能算法。该算法的基本思想是将模拟退火机制引入带有压缩因子的 PSO 的速度和位置更新过程中。其中,压缩因子的核心在于粒子速度的更新^[18],具体表达如下:

$$\mathbf{V}_{id}^k = \chi \{ \mathbf{V}_{id}^{k-1} + c_1r_1(\mathbf{P}_{\text{best}_{id}} - \mathbf{A}_{id}^{k-1}) + c_2r_2(\mathbf{G}_{\text{best}_{id}} - \mathbf{A}_{id}^{k-1}) \} + F_i(k) \quad (19)$$

$$\text{压缩因子 } \chi = \frac{2}{\left| 2 - C - \sqrt{C^2 - 4C} \right|}, C = c_1 + c_2,$$

$C > 4$ 。通常取 $c_1 = c_2 = 2.05$, 则 $C = 4.1$ 。

模拟退火机制认为 \mathbf{P}_{best} 是比 \mathbf{G}_{best} 差的特殊解,从而可以计算温度 T 时 \mathbf{P}_{best} 相对 \mathbf{G}_{best} 的突跳概率,即 $\frac{e^{-(f(\mathbf{P}_{\text{best}}) - f(\mathbf{G}_{\text{best}}))}}{T}$, 其中, f 表示粒子当前的目标函数值。

如果此时突跳概率值当中 \mathbf{P}_{best} 的适配值,那么:

$$\text{Tfit} = \frac{e^{-(f(\mathbf{P}_{\text{best}}) - f(\mathbf{G}_{\text{best}}))}}{T} \quad (20)$$

初始温度 T_0 和退温方式对算法有一定的影响,一般采用如下所示的初始温度和退温方式。

$$T_0 = f(Gbest), T_{k+1} = lamda \times T_k \quad (21)$$

4.2 算法性能比较

为了测试 IPSO-SAA 在优化问题上的性能,准确评

估算法的收敛性和精度,将本文提出的方法与 PSO 以及自适应粒子群算法(adaptive particle swarm optimization, APSSO)进行对比。本文选择经典测试函数 Sphere、Griewank 和 Rastrigrm 评估算法的性能表现。

设置 PSO、APSSO 和 IPSO-SAA 算法的参数如表 2 所示。

表 2 PSO、APSSO 和 IPSO-SAA 算法的参数设置
Table 2 Parameter settings of PSO、APSSO and IPSO-SAA algorithms

算法	学习因子 $c_1 = c_2$	种群大小, N	最大迭代, 次数 M	惯性权重最 大值 ω_{max}	惯性权重 最小值 ω_{min}	维度 d	寻优速度 limit_V	压缩因子 χ	初始温度 T_0	模拟退火 常数 $lamda$
PSO	2.05	100	50	0.9	0.4	3	3	—	—	—
APSSO	2.05	100	50	0.9	0.4	3	3	0.73	—	—
IPSSO-SAA	2.05	100	50	0.9	0.4	3	3	0.73	100	0.5

Sphere 函数、Griewank 函数和 Rastrigrm 函数表达式如下:

1) Sphere 函数解析式:

$f_1(u) = \sum_{i=1}^n u_i^2$, 其中 $-100 < u_i < 100$, 其全局最优解为 $u = (0, 0, \dots, 0)$, 最优值为 $f_1(u) = 0$ 。

2) Griewank 函数解析式:

$f_2(u) = \sum_{i=1}^n \frac{u_i^2}{4000} - \prod_{i=1}^n \cos\left(\frac{u_i}{\sqrt{i}}\right) + 1$, 其中 $-600 < u_i < 600$, 其全局最优解为 $u = (0, 0, \dots, 0)$, 最优值为

$f_2(u) = 0$ 。

3) Rastrigrm 函数解析式:

$f_3(u) = 10d + \sum_{i=1}^n [u_i^2 - 10\cos(2\pi u_i)]$, 其中, $-5.12 < u_i < 5.12$, d 为维度, 其全局最优解为 $X = (0, 0, \dots, 0)$, 最优值为 $f_3(u) = 0$ 。

PSO、APSSO 和 IPSO-SAA 算法对测试函数的测试结果对比如表 3 所示。从表 3 中可以看出, IPSO-SAA 算法在最优值、最差值、均值和标准差 4 个方面都较优于其他两种算法, IPSO-SAA 算法的鲁棒性较好。

表 3 PSO、APSSO 和 IPSO-SAA 算法对测试函数的测试结果对比

Table 3 Comparison of test results of PSO、APSSO and IPSO-SAA algorithms on test functions

测试函数	全局最优解	最优值/ μm	算法	算法仿真 最优值/ μm	算法仿真 最差值/ μm	运行 50 次 平均值/ μm	运行 50 次 标准差
$f_1(u)$	$(0, 0, \dots, 0)$	0	PSO	0	1.18	9.80×10^{-3}	0.01
			APSSO	0	1.14	9.46×10^{-3}	0.01
			IPSSO-SAA	0	0.88	7.21×10^{-3}	0.01
$f_2(u)$	$(0, 0, \dots, 0)$	0	PSO	0	4.21	0.37	0.32
			APSSO	0	2.18	0.34	0.28
			IPSSO-SAA	0	1.05	0.31	0.23
$f_3(u)$	$(0, 0, \dots, 0)$	0	PSO	1.77×10^{-5}	0.98	0.07	0.04
			APSSO	4.12×10^{-5}	0.81	0.04	0.02
			IPSSO-SAA	7.57×10^{-6}	0.70	0.03	0.02

5 实 验

建立如图 2 所示的激光追踪仪多站位测量系统。三坐标测量机为海克斯康的 GLOBAL PERFORMANCE 07.10.07, 其测量精度为 $(1.9 + 3.0 L/1000) \mu m$, 测量范

围为 $700 \text{ mm} \times 1000 \text{ mm} \times 660 \text{ mm}$, 其中 L 表示测量距离。被测对象为高精度标准球, 其直径为 15.8747 mm , 标准球球度为 50 nm 。实验环境温度控制在 $20^\circ\text{C} \pm 0.5^\circ\text{C}$ 。

在 CMM 测量空间内, 规划测量空间 $350 \text{ mm} \times 350 \text{ mm} \times 210 \text{ mm}$ 。其中, 规划 X 轴的测量范围为 $150 \text{ mm} \leq X \leq 500 \text{ mm}$, 步距为 50 mm ; Y 轴的测量范围为 $350 \text{ mm} \leq Y \leq$

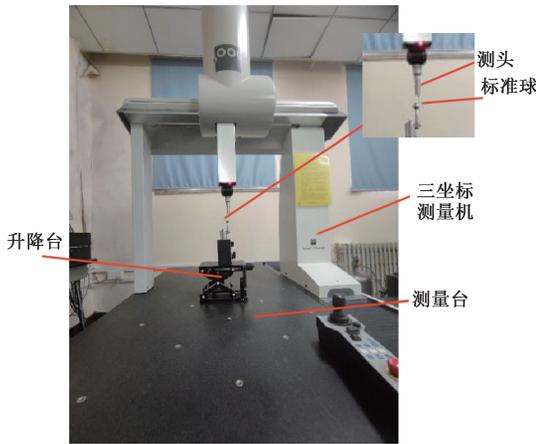


图 2 CMM 最佳测量区域验证平台

Fig. 2 CMM optimal measurement area validation platform

700 mm,步距为 50 mm;Z 轴的测量范围为 $-430 \text{ mm} \leq Z \leq -220 \text{ mm}$,步距为 30 mm。在规划的 CMM 测量空间内,测量点个数规划为 $8 \times 8 \times 8 = 512$ 个测量点。以标准球为被测对象,规定插值步距为 14 mm。按照 IDW 插值中规定的步距 14 mm 移动规划的寻优空间范围,规划寻优空间范围为 $30 \text{ mm} \times 30 \text{ mm} \times 30 \text{ mm}$,得到 6 877 个三维被测空间。在整个 CMM 规划的测量空间内共有 $26 \times 26 \times 16 = 10\ 816$ 个规定步距下的测量点。

利用 LASSO 算法求解得到的 CMM 垂直度误差 $\alpha_{xy} = -0.001\ 9 \mu\text{rad}$, $\alpha_{yz} = -0.003\ 4 \mu\text{rad}$, $\alpha_{zx} = 0.005\ 5 \mu\text{rad}$ 。

5.1 基于 IPSO-SAA 辨识 CMM 最佳测量区域的仿真实验

为了验证本文设置的目标函数的优化程度,用 PSO、APSO 和 IPSO-SAA 算法应用式 (13) 数学模型求解任一在 CMM 规划测量空间中寻优空间内的最大误差值。算法参数设置为:种群规模 $\text{popsize} = 40$,最大迭代次数 $\text{maxgen} = 100$,寻优速度 $\text{limit}_V = 3$ 。采用动态参数设置,学习因子 $c_1 = c_2 = 2.05$,惯性权重 $\omega = [0.4, 0.9]$ 。目标函数值越小表示粒子优秀,算法通过不断迭代更新粒子位置和速度以获得最优解。取寻优空间为 $248.052 \text{ mm} \leq X \leq 278.052 \text{ mm}$, $406.395 \text{ mm} \leq Y \leq 436.395 \text{ mm}$, $-346.315 \text{ mm} \leq Z \leq -316.315 \text{ mm}$,求解该空间内的体积最大误差值。将 PSO、APSO 和 IPSO-SAA 算法各重复运行 50 次,测试结果如表 4 所示。

从表 4 寻优结果对比可知,1) PSO、APSO 算法和 IPSO-SAA 算法均没有陷入局部最优解,求得最优值为 $3.83 \mu\text{m}$;2) IPSO-SAA 算法相较于 PSO 和 APSO 算法的寻优速度分别提高了 45.1% 和 29.2%;3) 从各算法独立运行 50 次得到的平均值及标准差可以看出,IPSO-SAA 算法的准确性和算法稳定性均优于 PSO 和 APSO 算法。由仿真结果可知,IPSO-SAA 算法的性能优于另外两种算法,IPSO-SAA 算法更适用于在 CMM 规划测

表 4 PSO、APSO 和 IPSO-SAA 算法对目标函数的测试结果对比

Table 4 Comparison of test results of PSO、APSO and IPSO-SAA algorithms on the objective function

算法	单次寻优 运算时间/s	是否陷入 局部最优	运行 50 次的 平均值/ μm	运行 50 次的 标准差
PSO	1.62	否	3.83	5.32×10^{-3}
APSO	1.15	否	3.83	2.78×10^{-3}
IPSO-SAA	0.89	否	3.83	1.89×10^{-3}

量空间内的最佳测量区域寻优。利用 IPSO-SAA 算法寻优得到最佳寻优空间,将 CMM 规划的部分测量区域内体积误差最大值如表 5 所示。

表 5 CMM 规划的部分区域体积误差最大值

Table 5 Maximum volume error of partial planned CMM areas

寻优空间序号	X 轴 范围/mm	Y 轴 范围/mm	Z 轴 范围/mm	体积误差 最大值/ μm
1(最佳测量区域)	206~236	350~380	-262~-232	1.52
2	388~418	602~632	-262~-232	2.52
3	318~348	546~576	-290~-260	2.60
4	262~292	476~506	-318~-288	2.99
5	262~292	602~632	-304~-274	3.15
6	178~208	392~422	-332~-302	3.33
7	388~418	448~478	-360~-330	4.37
8	150~180	350~380	-388~-358	5.32
9	458~488	658~688	-388~-358	6.18
10	164~194	392~422	-430~-400	8.05

基于 IPSO-SAA 算法辨识得到的体积误差数据可知,在 CMM 规划测量空间中最大体积误差范围为 $1.5 \sim 8.1 \mu\text{m}$ 。最佳测量区域为 $206 \text{ mm} \leq X \leq 236 \text{ mm}$, $350 \text{ mm} \leq Y \leq 380 \text{ mm}$, $-262 \text{ mm} \leq Z \leq -232 \text{ mm}$ 。

5.2 基于 IPSO-SAA 辨识 CMM 最佳测量区域的实验

以标准球为被测对象,在不同寻优空间中测量标准球的直径,与基于 IPSO-SAA 算法辨识的 CMM 最佳测量区域内测量标准球直径结果做对比,验证本文提出方法的正确性。

在不同寻优空间测量标准球直径 3 次,将 3 次测量数据取平均值作为最终的测量结果如表 6 所示。

实验结果表明,在 CMM 各寻优空间内测量结果偏差值范围为 $1.7 \sim 15.8 \mu\text{m}$ 。其中,当寻优空间为 $206 \text{ mm} \leq X \leq 236 \text{ mm}$, $350 \text{ mm} \leq Y \leq 380 \text{ mm}$, $-262 \text{ mm} \leq$

表6 部分寻优空间测量结果偏差值

Table 6 Deviation values of partial optimization space measurement results

寻优空间序号	X轴范围/mm	Y轴范围/mm	Z轴范围/mm	标准球直径/mm	测量结果偏差/ μm
1(最佳测量区域)	206~236	350~380	-262~-232	15.876 4	1.7
2	388~418	602~632	-262~-232	15.878 7	4.0
3	318~348	546~576	-290~-260	15.880 4	5.7
4	262~292	476~506	-318~-288	15.883 3	8.6
5	262~292	602~632	-304~-274	15.865 4	9.3
6	178~208	392~422	-332~-302	15.864 1	10.6
7	388~418	448~478	-360~-330	15.862 4	12.3
8	150~180	350~380	-388~-358	15.887 9	13.2
9	458~488	658~688	-388~-358	15.888 6	13.9
10	164~194	392~422	-430~-400	15.890 5	15.8

$Z \leq -232$ mm 时,该区域为最佳测量区域,测量结果偏差最小为 $1.7 \mu\text{m}$ 。

在 CMM 中不同测量区域的体积误差分布不同,如

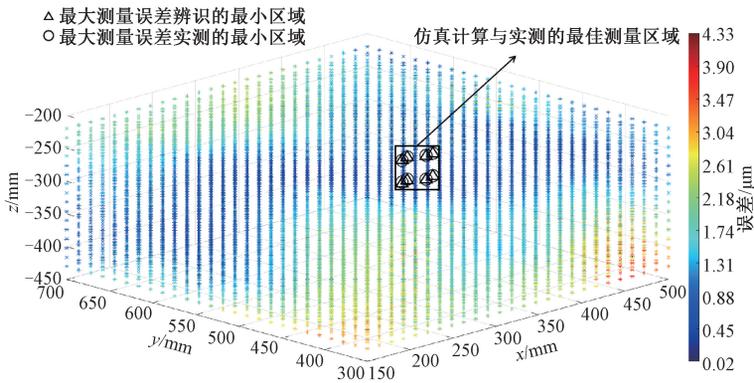


图3 部分区域测量误差值对比

Fig. 3 Comparison of error values of measurement points in some areas

6 结 论

本文提出了一种基于改进粒子群算法辨识三坐标测量机最佳测量区域的方法。该方法在算法框架中引入了模拟退火机制,以增强算法的全局搜索能力,并采用了惯性权重自适应策略和自适应干扰力,有效提高了算法的收敛速度和精度。实验表明,基于 IPSO-SAA 算法确定的 CMM 最佳测量区域内进行测量可有效提升 CMM 测量精度。本文提出的方法可扩展到任意行程和精度的三坐标测量机。

参考文献

[1] 石照耀,张斌,林家春,等. 坐标测量技术半世纪——演变与趋势[J]. 北京工业大学学报,2011,37(5):

图3所示。本文提出基于 IPSO-SAA 算法辨识的方法得到的最佳测量区域与实验结果一致,验证了本文提出的三坐标测量机最佳测量区域辨识方法的正确性。

648-656.

SHI ZH Y, ZHANG B, LIN J CH, et al. Coordinate measurement technology half century—evolution and trend[J]. Journal of Beijing University of Technology, 2011,37(5):648-656.

[2] ZENG Y F, TIAN W, LIAO W H. Positional error similarity analysis for error compensation of industrial robots[J]. Robotics and Computer Integrated Manufacturing, 2016, 42: 113-120.

[3] ZENG Q, LI SH G, DENG ZH P, et al. An error similarity-based error-compensation method for measurement in the nonuniform temperature field[J]. Measurement Science and Technology, 2020, 31(8):85008.

[4] ZHENG D T, DU CH T, HU Y G. Research on optimal measurement area of flexible coordinate measuring

- machines[J]. *Measurement*, 2012, 45(3):250-240.
- [5] 胡毅,江超,黄炜,等. 用蚁群算法求解关节式坐标测量机的最佳测量区[J]. *光学精密工程*, 2017, 25(6):1486-1493.
- HU Y, JIANG CH, HUANG W, et al. The ant colony algorithm is used to solve the optimal measuring area of joint coordinate measuring machine[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2017, 25(6):1486-1493.
- [6] YANG H T, MA Q, ZAHNG Y, et al. Research on the method of determining the best measuring area for the circular surface survey[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2021, 118(9/10):3457-3475.
- [7] LEE K I, LEE J C, YANG SH. Optimal on-machine measurement of position-independent geometric errors for rotary axes in five-axis machines with a universal head[J]. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 2018, 19(4):545-551.
- [8] 郝琨,邓晁硕,赵璐,等. 基于区域搜索粒子群算法的机器人路径规划[J]. *电子测量与仪器学报*, 2022, 36(12):126-135.
- HAO K, DENG CH SH, ZHAO L, et al. Robot path planning based on region search particle swarm optimization[J]. *Journal of Electronic Measurement and Instrumentation*, 2022, 36(12):126-135.
- [9] 孙世政,向洋,党晓圆,等. 基于粒子群解耦算法的FBG流量温度复合传感研究[J]. *仪器仪表学报*, 2022, 43(1):2-10.
- SUN SH ZH, XIANG Y, DANG X Y, et al. Research on FBG flow and temperature composite sensor based on the PSO decoupling algorithm[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2022, 43(1):2-10.
- [10] 丁同,傅晓锦. 基于改进粒子群优化算法和极限学习机的锂离子电池健康状态预测[J]. *国外电子测量技术*, 2023, 42(5):163-173.
- DING T, FU X J. Improved particle swarm optimization and an extreme learning machine are used to predict the health state of lithium-ion batteries [J]. *Foreign Electronic Measurement Technology*, 2023, 42(5):163-173.
- [11] YAN Z CH, LUO Y SH. A particle swarm optimization algorithm based on simulated annealing[J]. *Advanced Materials Research*, 2014, 3326(989-994):2301-2305.
- [12] CHEN H F, ZHANG S, WANG G Y, et al. LASSO based compensation method for geometric errors of large coordinate measuring machine[J]. *Measurement*, 2022, 196:111157.
- [13] 陈洪芳,张爽,梁超伟,等. 一种基于反距离权重法修正CMM体积误差的方法[J]. *中国激光*, 2020, 47(12):144-153.
- CHEN H F, ZHANG SH, LIANG CH W, et al. A method for correcting volume error of CMM based on inverse distance weight method[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2020, 47(12):144-153.
- [14] 陈洪芳,高毅,王帼媛,等. 基于区间层次分析法的三坐标测量机精度分配方法[J]. *仪器仪表学报*, 2023, 44(4):163-171.
- CHEN H F, GAO Y, WANG G Y, et al. Accuracy allocation method of coordinate measuring machine based on interval analytic hierarchy process[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2023, 44(4):163-171.
- [15] ZOREMSANGA C, HUSSAIN J. Particle swarm optimized deep learning models for rainfall prediction: A case study in aizawl, mizoram[J]. *IEEE Access*, 2024, 12:57172-57184.
- [16] AZAD M A, TARIQ M, SARWAR A, et al. A particle swarm optimization-adaptive weighted delay velocity-based fast-converging maximum power point tracking algorithm for solar PV generation system[J]. *Sustainability*. 2023, 15(21):15335.
- [17] TAHOURI M A, ABBASI M, MOSAVI M R. Design of evolutionary adaptive notch filter for gps anti-jamming system[J]. *Journal of Circuits, Systems and Computers*, 2021, 30(10):2150179.
- [18] WANG T, SHAO P, LIU SH H, et al. A multi-mechanism particle swarm optimization algorithm combining hunger games search and simulated annealing[J]. *IEEE Access*, 2022, 10:116697-116708.

作者简介



陈洪芳(通信作者), 2002年于哈尔滨工业大学获得学士学位, 2004年于哈尔滨工业大学获得硕士学位, 2007年于哈尔滨工业大学获得博士学位, 现为北京工业大学教授、博士生导师, 主要研究方向为激光精密测量技术。

E-mail: chf0302@126.com

Chen Hongfang (Corresponding author) received her B. Sc. degree, M. Sc. degree, and Ph. D. degree all from Harbin Institute of Technology in 2002, 2004, and 2007, respectively. She is currently a professor and a Ph. D. supervisor at Beijing University of Technology. Her main research interest is laser precision measurement technology.