

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.202401005

# 基于变分贝叶斯的鲁棒自适应因子图 优化组合导航算法\*

陈熙源, 周云川, 钟雨露, 戈明明

(东南大学仪器科学与工程学院 南京 210096)

**摘要:**复杂环境下的量测粗差和时变噪声严重影响了状态估计的精度和可靠性,对此提出了一种基于变分贝叶斯的鲁棒自适应因子图优化组合导航算法。首先,基于先验和后验两阶段更新将变分贝叶斯推断引入因子图优化框架中,以估计时变量测噪声协方差;其次,利用相邻帧间的平均新息构造量测协方差预测值,作为粗差判据来实现稳健估计。基于 INS/GNSS 组合导航的仿真和现场实验评估表明,所提方法能在粗差干扰的情况下有效估计时变量测噪声,相比 M 估计和滑动窗口自适应因子图优化算法的水平定位误差分别减小了 26.7% 和 39.8%,兼顾了估计精度和抗差性能,具有较好的复杂环境适应性。

**关键词:** 因子图优化;变分贝叶斯;组合导航;鲁棒自适应估计

**中图分类号:** TH89 TN96 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 460.40 510.40

## Robust adaptive factor graph optimization integrated navigation algorithm based on variational Bayesian

Chen Xiuyan, Zhou Yunchuan, Zhong Yulu, Ge Mingming

(School of Instrument Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China)

**Abstract:** The accuracy and reliability of state estimation are seriously affected by measurement outliers and time-varying noise in complex environments. To address these issues, a robust adaptive factor graph optimization (FGO) integrated navigation algorithm based on variational Bayesian is proposed. First, the variational Bayesian inference is introduced into the FGO framework based on a priori and a posteriori two-stage updating to estimate the time-varying measurement noise covariance. Secondly, the mean innovation between neighboring keyframes is used to construct measurement covariance prediction as an outlier judgment to achieve robust estimation. Simulation and field tests based on INS/GNSS integrated navigation show that the proposed method can effectively estimate the time-varying measurement noise covariance in the presence of outlier interference, and reduce the horizontal position error by 26.7% and 39.8% compared to the M-estimation and sliding window adaptive FGO algorithms, which takes into account the accuracy and robust performance. It has an excellent adaptation to complex scenarios.

**Keywords:** factor graph optimization; variational Bayesian; integrated navigation; robust adaptive estimation

## 0 引言

惯性导航系统 (inertial navigation system, INS) 递推积分求解姿态、速度、位置等全面的导航参数,具有自主性强、动态性能好等优点,但低成本惯性测量单元 (inertial measurement unit, IMU) 噪声水平大,误差累积迅速,无法长期单独导航<sup>[1]</sup>。全球卫星导航系统 (global

navigation satellite system, GNSS) 提供不随时间发散且高精度的绝对位置和时间信息,但是 GNSS 信号脆弱,复杂环境下的多路径与非视距信号会导致 GNSS 量测性能退化,可靠性不佳。INS 和 GNSS 构成的组合导航系统因成熟易用、优势互补被广泛应用<sup>[2]</sup>。

传统的 INS/GNSS 组合导航通常基于卡尔曼滤波 (Kalman filter, KF) 进行信息融合,相关理论和应用较为成熟,随着即时定位与地图构建 (simultaneous localization

and mapping, SLAM) 技术的发展和计算机性能的提高, 基于因子图优化 (factor graph optimization, FGO) 的状态估计展现出更好的性能<sup>[3-4]</sup>。FGO 使用图模型编码状态和量测间的条件概率来表示批量估计问题, 更长时间尺度上的多次迭代线性化能获得更优的全局一致性结果, 即插即用的特性也使它能有效处理存在异步和时延的多源信息融合问题<sup>[5]</sup>。

FGO 的最优状态估计建立在准确的量测模型之上, 城市峡谷、园区工厂等多元化的复杂场景中, GNSS 的量测粗差和时变的噪声统计特性极大降低了状态估计的精度和可靠性, 各类鲁棒自适应算法被广泛研究。基于 FGO 的鲁棒估计主要包括传统的 M 估计和基于图的方法<sup>[6]</sup>, M 估计通过设计鲁棒代价函数对超过阈值的粗差进行降权<sup>[7]</sup>, 基于图的方法则通过增加额外的量测权重约束到因子图进行抗差, 但鲁棒估计仅依赖单点残差修正量测权重, 并不具备量测噪声的估计能力。自适应估计在滤波框架中已有深入研究, 主要原理为基于新息或残差序列估计协方差, 其中的贝叶斯方法是最为通用和全面的<sup>[8]</sup>。文献[9]首次将变分贝叶斯 (variational bayesian, VB) 推断引入 KF, 以递归形式对状态和量测噪声的联合后验执行变分近似。文献[10]考虑了精确的过程噪声不成立的情况, 通过选取逆威沙特 (inverse wishart, IW) 先验分布, 扩展了 VB 对预测误差协方差的估计。此外, 基于 VB 推断的自适应方法还在异步多速率多传感器集成中被使用<sup>[11]</sup>, 也与各类基于非线性滤波的组合导航系统有较好的结合<sup>[12-13]</sup>。而针对 FGO 自适应估计的研究较少, 文献[14]推导了 FGO 在无先验情况下, 滑动窗口残差序列的量测协方差估计。文献[15]将线性回归和 FGO 问题对应, 基于新息序列相关方法给出了无偏的噪声方差估计, 使用迭代重加权最小二乘联合求解状态和方差。上述两种自适应 FGO 方法中, 均是基于新息序列估计噪声协方差的方法, 要求较大的数据窗口获得可靠估计, 不仅处理负载较高, 且对快速变化的噪声跟踪性能不佳, 另一方面它们对量测粗差也不具有稳健性。文献[16]利用多个高斯分布的混合来替代学生  $t$  分布处理粗差, 基于 VB 推断去近似状态和噪声的后验参数, 仿真验证了其多传感器融合提供的鲁棒导航解, 但其忽略了噪声的时间波动因素, 也未具体区分能有效自适应的量测因子。

基于此, 本文提出了一种基于变分贝叶斯的鲁棒自适应因子图优化组合导航算法。首先, 利用先验和后验两阶段更新将变分贝叶斯推断扩展至 INS/GNSS 因子图优化框架中, 以估计时变量测噪声协方差, 给出了 VB-FGO 的详细推导和算法框架; 此外, 基于极大似然原理, 利用边缘化的先验状态协方差和相邻两帧 GNSS 的平均新息构造量测噪声协方差的预测值以提前判别粗

差; 仿真和现场实验的评估结果表明所提算法有效提升了组合导航系统在复杂环境中的估计精度和鲁棒性能。

## 1 组合导航因子图模型

### 1.1 基于因子图优化的状态估计

因子图是一种表示多元函数因式分解的二分图模型  $G = (F, X, E)$ , 它由因子节点集合  $F$ , 变量节点集合  $X$ , 以及连接两类节点的无向边集合  $E$  组成。因子图  $G$  对函数  $f(X)$  的因式分解定义为:

$$f(X) = \prod f_i(X_i) \quad (1)$$

因子节点  $f_i \in F$  是因式分解出的局部函数,  $X_i \subseteq X$  是与  $f_i$  相关的变量节点子集, 当变量  $x_j$  与因子  $f_i$  相关时, 两者间产生一条无向边  $e_{ij} \in E$  连接。

组合导航中的批量状态估计问题可描述为: 根据  $t_0$  至  $t_k$  的量测序列  $z = \{z_1, \dots, z_k\}$  对所有时刻的系统状态  $x = \{x_0, \dots, x_k\}$  进行最优估计, 对贝叶斯定理应用最大后验概率 (maximize a posterior, MAP) 准则来求解最优估计<sup>[17]</sup>。

$$x^{\text{MAP}} = \arg \max_x p(x|z) = \arg \max_x p(z|x)p(x) \quad (2)$$

由于各时刻的状态和量测相互独立, 先验  $p(x)$  和似然  $p(z|x)$  概率密度可以进行如下因式分解:

$$p(x) = \prod_{i=0}^k p(x_i) \quad (3)$$

$$p(z|x) = \prod_{i=1}^k p(z_i|x_i)$$

式(3)与因子图同为连乘形式, 系统状态对应变量节点, 先验和量测概率被编码为因子节点, 因子图表示的 MAP 估计具有如下通用形式:

$$x^{\text{MAP}} = \arg \max_x \prod_i f_i(X_i), X_i \subseteq x \quad (4)$$

假设传感器量测服从高斯分布, 因子节点具备指数形式:

$$f_i(X_i) = \exp\left(-\frac{1}{2} \|e_i(X_i)\|_{\Sigma_i}^2\right) \quad (5)$$

$\|e\|_{\Sigma}^2 = e^T \Sigma^{-1} e$  是平方马氏距离, 表示残差  $e$  的加权平方和,  $\Sigma$  为量测协方差,  $e$  是残差, 由量测方程导出。对 MAP 估计取负对数转换为等价最小二乘问题:

$$x^{\text{MAP}} = \arg \max_x \left(-\ln \prod_i f_i(X_i)\right) = \arg \min_x \sum_i \|e_i(X_i)\|_{\Sigma_i}^2 \quad (6)$$

因子图表述的批量最小二乘问题可以使用经典的滑动窗口或增量平滑的新成果 iSAM 等在线求解<sup>[18]</sup>。

### 1.2 IMU 预积分因子

IMU 预积分因子综合一段时间内的多个 IMU 数据对相邻状态构成约束<sup>[19]</sup>, 在积分时间  $[t_{k-1}, t_k]$  内, INS

的递推积分形式表示为:

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_k^n &= \mathbf{p}_{k-1}^n + \mathbf{v}_{k-1}^n \Delta t_k + 0.5 \mathbf{g}^n \Delta t_k^2 + \mathbf{C}_{b_{k-1}}^n \mathbf{p}_{b_{k-1}b_k}^{\text{IMU}} \\ \mathbf{v}_k^n &= \mathbf{v}_{k-1}^n + \mathbf{g}^n \Delta t_k + \mathbf{C}_{b_{k-1}}^n \mathbf{v}_{b_{k-1}b_k}^{\text{IMU}} \\ \mathbf{q}_{b_k}^n &= \mathbf{q}_{b_{k-1}}^n \circ \mathbf{q}_{b_{k-1}b_k}^{\text{IMU}} \end{aligned} \quad (7)$$

导航系  $n$  定义为东北天, 载体系  $b$  定义为右前上, 下标  $k$  表示时刻  $t_k$ ,  $\mathbf{p}_k^n$  是位置,  $\mathbf{v}_k^n$  是速度,  $\mathbf{C}_{b_k}^n$  是  $b$  系到  $n$  系的旋转矩阵,  $\circ$  表示  $\mathbf{C}_{b_k}^n$  对应的四元数乘法,  $\mathbf{g}^n$  是重力。由于 INS 的积分项依赖于上一时刻的姿态, 但姿态在优化中频繁更新, 因此使用预积分提高计算效率,  $\mathbf{p}_{b_{k-1}b_k}^{\text{IMU}}$ 、 $\mathbf{v}_{b_{k-1}b_k}^{\text{IMU}}$ 、 $\mathbf{q}_{b_{k-1}b_k}^{\text{IMU}}$  分别表示位置、速度、姿态的预积分, 采用 INS 机械编排递推求解:

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_{b_{k-1}b_m}^{\text{IMU}} &= \mathbf{p}_{b_{k-1}b_{m-1}}^{\text{IMU}} + 0.5(\mathbf{v}_{b_{k-1}b_{m-1}}^{\text{IMU}} + \mathbf{v}_{b_{k-1}b_m}^{\text{IMU}}) \Delta t_m \\ \mathbf{v}_{b_{k-1}b_m}^{\text{IMU}} &= \mathbf{v}_{b_{k-1}b_{m-1}}^{\text{IMU}} + \mathbf{C}_{b_{k-1}b_{m-1}}^{\text{IMU}} (\Delta \mathbf{v}_m + 0.5[\Delta \boldsymbol{\theta}_m] \times \Delta \mathbf{v}_m) \\ \mathbf{q}_{b_{k-1}b_m}^{\text{IMU}} &= \mathbf{q}_{b_{k-1}b_{m-1}}^{\text{IMU}} \circ \begin{bmatrix} \cos 0.5 \Delta \theta_m \\ \frac{\Delta \theta_m}{\Delta \theta_m} \sin 0.5 \Delta \theta_m \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

$\Delta \boldsymbol{\theta}_m$  和  $\Delta \mathbf{v}_m$  分别是 IMU 在采样时间  $[t_{m-1}, t_m]$  内的角增量和比力增量,  $\Delta \theta_m$  是  $\Delta \boldsymbol{\theta}_m$  的模值,  $[\cdot]_{\times}$  表示取反对称矩阵。将 IMU 的陀螺零偏  $\mathbf{b}_{g_k}$  和加速度计零偏  $\mathbf{b}_{a_k}$  建模为随机游走, 根据量测和状态定义 IMU 预积分因子残差为:

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_n^{b_{k-1}}(\mathbf{p}_k^n - \mathbf{p}_{k-1}^n - \mathbf{v}_{k-1}^n \Delta t_k - 0.5 \mathbf{g}^n \Delta t_k^2) - \mathbf{p}_{b_{k-1}b_k}^{\text{IMU}} \\ \mathbf{C}_n^{b_{k-1}}(\mathbf{v}_k^n - \mathbf{v}_{k-1}^n - \mathbf{g}^n \Delta t_k) - \mathbf{v}_{b_{k-1}b_k}^{\text{IMU}} \\ 2[\mathbf{q}_{b_{k-1}b_k}^{\text{IMU}} \circ (\mathbf{q}_{b_{k-1}}^{b_{k-1}} \circ \mathbf{q}_{b_k}^n)]_{xyz} \\ \mathbf{b}_{g_k} - \mathbf{b}_{g_{k-1}} \\ \mathbf{b}_{a_k} - \mathbf{b}_{a_{k-1}} \end{aligned} \quad (9)$$

其中,  $[\cdot]_{xyz}$  表示取四元数的虚部组成向量, 上述残差可以记作:

$$\mathbf{f}_k^{\text{IMU}}(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_{k-1}) = \mathbf{x}_k - h^{\text{IMU}}(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{z}_{k-1,k}^{\text{IMU}}) \quad (10)$$

其中,  $\mathbf{z}_{k-1,k}^{\text{IMU}}$  表示 IMU 预积分,  $h^{\text{IMU}}$  是 IMU 预积分量测函数, IMU 预积分的协方差  $\boldsymbol{\Sigma}_{k-1,k}^{\text{IMU}}$  等价于 KF 协方差在积分时间内的多次时间更新,  $\boldsymbol{\Sigma}_{k-1,k}^{\text{IMU}}$  可以从零初始状态开始根据下式递推:

$$\boldsymbol{\Sigma}_{k-1,m}^{\text{IMU}} = \mathbf{F}_{m-1} \boldsymbol{\Sigma}_{k-1,m-1}^{\text{IMU}} \mathbf{F}_{m-1}^T + \mathbf{G}_{m-1} \mathbf{Q}_{m-1} \mathbf{G}_{m-1}^T \quad (11)$$

其中,  $\mathbf{F}_m$  和  $\mathbf{G}_m$  分别是误差状态转移矩阵和噪声驱动矩阵,  $\mathbf{Q}_m$  是 IMU 白噪声和零偏的协方差矩阵<sup>[20]</sup>。IMU 预积分和 INS 机械编排算法的关系如图 1 所示。

IMU 预积分解耦相邻状态间的积分依赖, 积分一段时间内的多个 IMU 数据生成等效的约束来适应非线性优化算法。

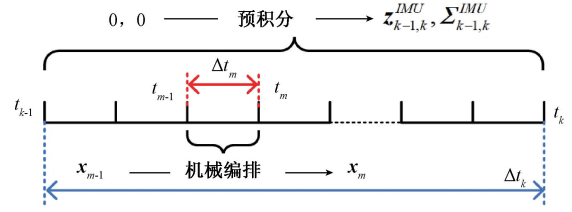


图1 IMU 预积分与 INS 机械编排

Fig. 1 IMU preintegration and INS mechanization

### 1.3 GNSS 因子

GNSS 提供全局位置, 量测方程定义为:

$$\mathbf{z}_k^{\text{GNSS}} = \mathbf{p}_k^n + \mathbf{n}_k^{\text{GNSS}}, \mathbf{n}_k^{\text{GNSS}} \sim \mathcal{N}(0, \boldsymbol{\Sigma}_k^{\text{GNSS}}) \quad (12)$$

其中,  $\mathbf{z}_k^{\text{GNSS}}$  是卫星接收机的实际位置输出,  $\mathbf{n}_k^{\text{GNSS}}$  是位置量测白噪声, 服从均值为 0, 方差为  $\boldsymbol{\Sigma}_k^{\text{GNSS}}$  的高斯分布, 根据量测和状态构造 GNSS 因子的残差:

$$\mathbf{f}_k^{\text{GNSS}}(\mathbf{x}_k) = \mathbf{p}_k^n - \mathbf{z}_k^{\text{GNSS}} \quad (13)$$

## 2 变分贝叶斯鲁棒自适应因子图

变分贝叶斯选取合适的先验分布, 利用固定点迭代, 以估计未知量测协方差, 建模过程包括 IMU 预测的先验更新, 以及 GNSS 量测的后验更新。

### 2.1 先验更新

先验概率  $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})$  建模为高斯分布:

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k-1}) = \mathcal{N}(\mathbf{x}_k | \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}, \mathbf{P}_{k|k-1}) \quad (14)$$

其中,  $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$  和  $\mathbf{P}_{k|k-1}$  分别是先验状态和对应的协方差,  $\mathbf{z}_{1:k-1} = \{\mathbf{z}_i\}_{i=1}^{k-1}$  表示  $t_1$  至  $t_{k-1}$  的量测。  $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$  根据式(10)由  $t_{k-1}$  时刻的状态和预积分给出:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = h^{\text{IMU}}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \mathbf{z}_{k-1,k}^{\text{IMU}}) \quad (15)$$

因子图的滑动窗口保留了多个状态, 设其窗口大小为  $s+1$ , 状态协方差  $\mathbf{P}_k$  利用滑窗内多个因子构造的雅克比矩阵  $\mathbf{J}$  和协方差矩阵  $\mathbf{W}$  基于舒尔补进行边缘化解解:

$$\mathbf{A} = \mathbf{J}^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{mm} & \mathbf{A}_{mr} \\ \mathbf{A}_{rm} & \mathbf{A}_{rr} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{A}_{rr} - \mathbf{A}_{rm} \mathbf{A}_{mm}^{-1} \mathbf{A}_{mr})^{-1}$$

$\mathbf{A}$  是信息矩阵, 下标  $m = k-s; k-1$  表示边缘化的状态涉及  $t_{k-s}$  至  $t_{k-1}$  时刻, 下标  $r = k$  表示保留的状态为  $t_k$  时刻。先验状态协方差  $\mathbf{P}_{k|k-1}$  由 IMU 预积分因子预测获得, 其所需的  $\mathbf{J}$  和  $\mathbf{W}$  定义为:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{k-s,k|k-1} &= [\mathbf{J}_{k-s,k-1}, \partial \mathbf{f}_k^{\text{IMU}} / \partial \mathbf{x}_{k-s,k}]^T \\ \mathbf{W}_{k-s,k|k-1} &= \text{diag}(\mathbf{W}_{k-s,k-1}, \boldsymbol{\Sigma}_{k-1,k}^{\text{IMU}}) \end{aligned} \quad (17)$$

各因子残差对滑窗内状态按列求导后以行向量的形式扩充雅克比矩阵  $\mathbf{J}$ , 各因子残差协方差直接按对角线形式扩展协方差矩阵  $\mathbf{W}$ 。

Fig. 2 VB-FGO algorithm framework

算法整体流程包括一步先验更新和迭代后验更新：先验阶段仅使用 IMU, 预积分预测先验状态  $\hat{\mathbf{x}}_k|_{k-1}$ , 边缘化求解先验状态协方差  $\mathbf{P}_k|_{k-1}$ , 遗忘因子  $\rho$  传播 GNSS 量测协方差  $\Sigma_k^{\text{GNSS}}$  的 IW 分布参数; 后验阶段利用 IMU 的先验和 GNSS 量测执行粗差检测, 进一步加入 GNSS 因子后, 利用变分迭代更新后验状态  $\hat{\mathbf{x}}_k$ 、后验状态协方差  $\mathbf{P}_k$  以及  $\Sigma_k^{\text{GNSS}}$  的 IW 分布参数。

3 仿真实验

将本文算法与几种流行方法在 INS/GNSS 组合导航仿真中进行对比, 以验证所提方法在包含量测粗差和时变量测噪声的复杂环境中具有的优越性, 各种对比算法的类型及说明如表 1 所示。

表 1 对比的算法类型和说明

Table 1 Types and descriptions of algorithms comparison

| 算法    | 说明                                                                       |
|-------|--------------------------------------------------------------------------|
| FG    | 常规因子图算法 <sup>[18]</sup>                                                  |
| MAFG  | M 估计自适应因子图算法 <sup>[6]</sup><br>Huber 核函数的调谐常数 $c = 1.345$                |
| SWAFG | 滑动窗口自适应因子图算法 <sup>[14]</sup><br>残差序列窗口大小 $s = 30$                        |
| VBAFG | 变分贝叶斯自适应因子图算法<br>粗差阈值 $R^{\max} = (20 \text{ m})^2$ , 遗忘因子 $\rho = 0.96$ |

图 3 展示了仿真时长约 1 000 s 的机器人三维运动轨迹, 机器人行驶通过斜坡、转弯等多样路况后到达终点, 仿真传感器的性能指标参如表 2 所示。

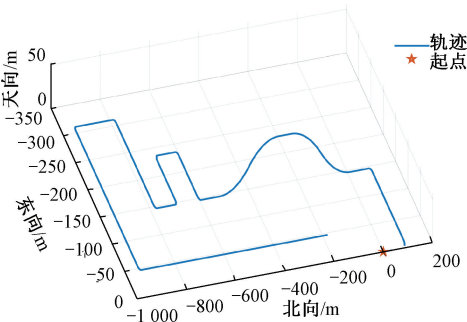


图 3 机器人仿真三维运动轨迹

Fig. 3 Robot simulation 3D motion trajectory

3.1 量测噪声跟踪性能

首先评估所提算法对时变量测噪声的跟踪性能, 记作仿真实验 1, 设计了 GNSS 位置量测噪声协方差  $\mathbf{R}_k$  突变和缓变的两种场景:

表 2 传感器仿真参数

Table 2 Sensors simulation parameters

| 传感器  | 精度       | 频率                                                              |
|------|----------|-----------------------------------------------------------------|
| IMU  | 陀螺零偏     | $10 \text{ (}^\circ \cdot \text{h}^{-1}\text{)}$                |
|      | 陀螺随机游走   | $0.6 \text{ (}^\circ \cdot \text{h}^{\frac{1}{2}}\text{)}$      |
|      | 加速度计零偏   | $40 \text{ }\mu\text{g}$                                        |
|      | 加速度计随机游走 | $75 \text{ (}\mu\text{g} \cdot \text{Hz}^{\frac{1}{2}}\text{)}$ |
| GNSS | 位置标准差    | $1 \text{ m}$<br>$1 \text{ Hz}$                                 |

$$\mathbf{R}_k = \begin{cases} 10^2 \mathbf{R}_0, & k = [200, 400] \\ \left[ 1 + 9 \sin\left(\frac{k - 700}{200} \pi\right) \right]^2 \mathbf{R}_0, & k = [700, 900] \\ \mathbf{R}_0, & \text{其他} \end{cases} \quad (29)$$

初始的  $\mathbf{R}_0 = \text{diag}(1 \text{ m}^2, 1 \text{ m}^2, 1 \text{ m}^2)$ , 在 200~400 s 内, 标准差阶跃突变为初始值的 10 倍, 在 700~900 s 内, 标准差以正弦函数发生缓变, 其余时段标准差恒为初始值。VBAFG 的量测噪声分布参数初值设定为  $v_0 = 2$ ,  $\mathbf{V}_0 = \mathbf{R}_0$ , 图 4 展示了不同算法估计的量测噪声标准差。

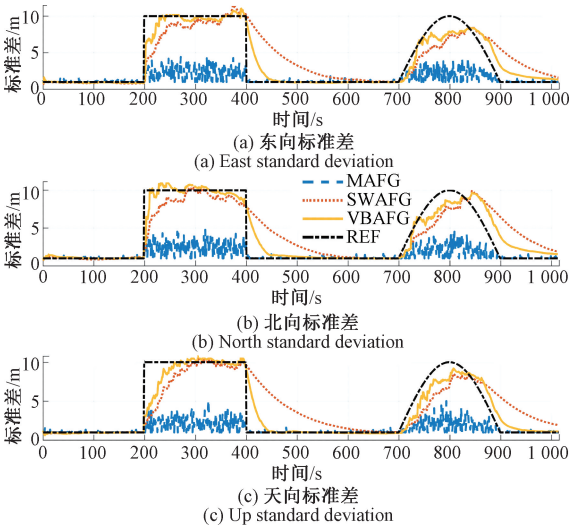


图 4 仿真实验 1 量测噪声标准差

Fig. 4 Simulation test1 measurement noise standard deviation

MAFG 计算的标准差并没有收敛到参考值, 而是一种快速波动状态, 原因是它仅基于固定的  $\mathbf{R}_k$  和权函数粗略地调整当前的  $\mathbf{R}_k$ , 不具备估计收敛的能力。SWAFG 的噪声估计依赖于残差窗口的大小, 需要一定数据量来感知量测标准差的变化, 存在明显的拖尾效应, 而小窗数据下的噪声估计平稳性又欠佳。VBAFG 的噪声估计使用迭代逼近策略, 对数据量不作要求, 它的标准差估计比 SWAFG 有更好的灵敏性, 同时也兼具稳定性。

4 种算法的姿态和位置误差曲线分别如图 5 和 6 所示,表 3 给出了对应的均方根误差 (root mean square error, RMSE) 统计值。

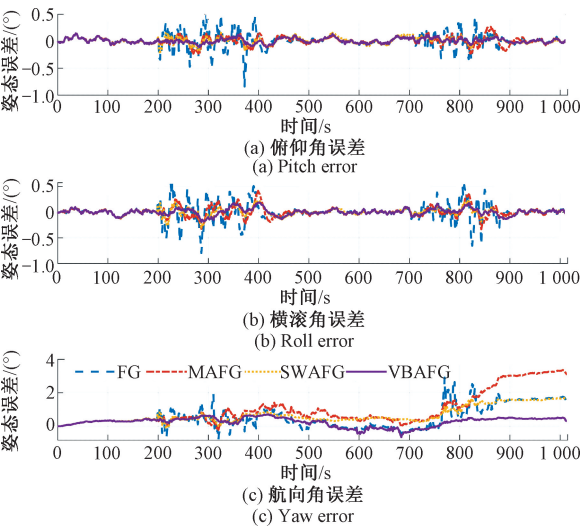


图 5 仿真实验 1 姿态误差  
Fig. 5 Simulation test1 attitude error

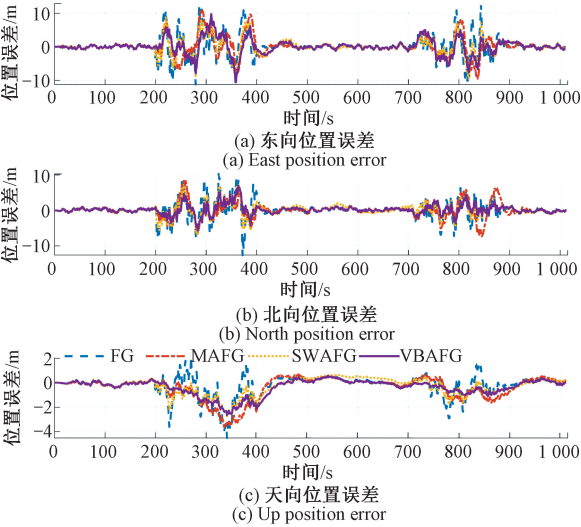


图 6 仿真实验 1 位置误差  
Fig. 6 Simulation test1 position error

FG 在量测协方差时变的情况下误差最大,明显有偏的噪声建模导致 FG 的估计不再最优,降低了 INS 的有效利用。MAFG 和 SWAFG 的估计精度相较 FG 均有一定改善但差于 VBAFG,具体地:VBAFG 在东北方向上的位置误差相比 MAFG 减少了 16.1%、32.0%,相比 SWAFG 减少了 12.1%、21.7%;在俯仰和航向角上的姿态误差相比 MAFG 减少了 36.9%、73.2%,相比 SWAFG 减少了 23.3%、54.5%。由于机器人没有天向位移和横滚转动,这些指标提升有限。

表 3 仿真实验 1 姿态和位置 RMSE  
Table 3 Simulation test1 attitude and position RMSE

| 参数           |    | 算法    |       |       |       |
|--------------|----|-------|-------|-------|-------|
|              |    | FG    | MAFG  | SWAFG | VBAFG |
| 位置误差<br>/m   | 东向 | 2.995 | 2.721 | 2.595 | 2.281 |
|              | 北向 | 2.214 | 1.963 | 1.703 | 1.333 |
|              | 天向 | 0.989 | 0.890 | 0.749 | 0.728 |
| 姿态误差<br>/(°) | 俯仰 | 0.123 | 0.073 | 0.060 | 0.046 |
|              | 横滚 | 0.156 | 0.092 | 0.071 | 0.062 |
|              | 航向 | 0.857 | 1.390 | 0.818 | 0.372 |

3.2 量测粗差和时变噪声下的鲁棒自适应性能

进一步评估本文算法于既有时变量测噪声,又有量测粗差的复杂场景中的自适应抗差性能,记作仿真实验 2,设计了如图 7 所示的 GNSS 位置量测。

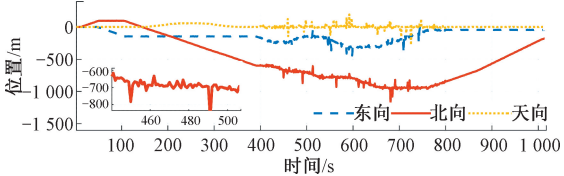


图 7 存在粗差和时变噪声的 GNSS 量测  
Fig. 7 GNSS measurement with outlier and time-varying noise

400~800 s 内的 GNSS 噪声标准差变为 10 m,其余时段为 1 m,并在 450~750 s 内以 10% 的概率出现标准差为 100 m 的量测粗差:

$$R_k = \begin{cases} 10^2 R_0 & w.p. \ 0.9 \\ 100^2 R_0 & w.p. \ 0.1 \end{cases} \quad (30)$$

3 种自适应算法估计的量测噪声标准差如图 8~10,分别给出了算法的姿态和位置误差曲线。

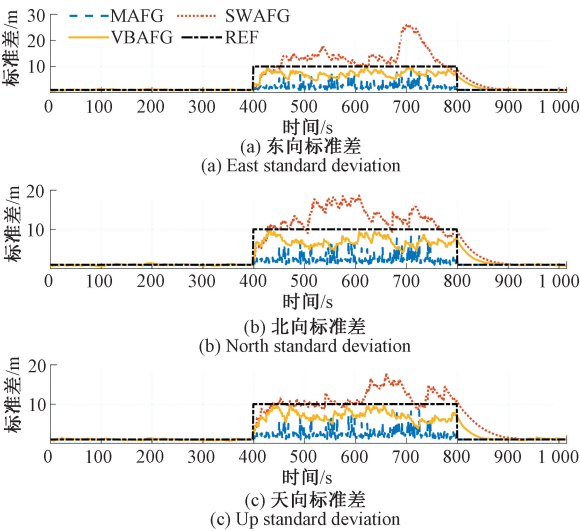


图 8 仿真实验 2 量测噪声标准差  
Fig. 8 Simulation test2 measurement noise standard deviation

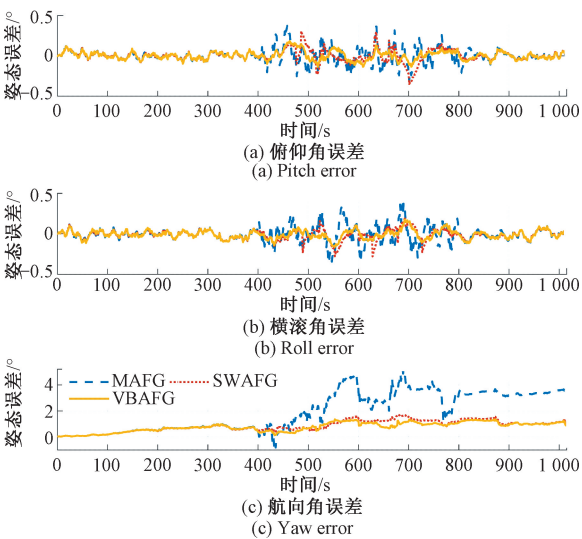


图9 仿真实验2姿态误差  
Fig. 9 Simulation test2 attitude error

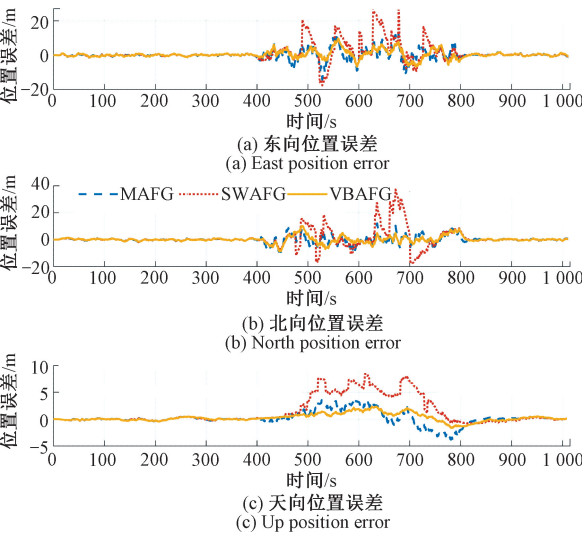


图10 仿真实验2位置误差  
Fig. 10 Simulation test2 position error

MAFG对粗差拥有很好的判别性,粗差均以较为明显的尖峰在图8中呈现出来。SWAFG不具备抗差能力,粗差的分布特性与滑窗内的残差白噪声序列有明显差异,严重影响了其噪声估计的准确性,出现了较大的偏差,并需要一定时间来收敛到合理范围。VBAFG引入了量测协方差预测机制,于变分后验更新前剔除粗差,兼具了鲁棒和自适应的优势,在图9和10中也具有明显最小的姿态和位置误差。

4 现场实验

为进一步验证所提算法在实际应用中的性能,以四

驱轮式移动机器人作为实验载体,在校园内开展了现场实验,机器人实物如图11所示。

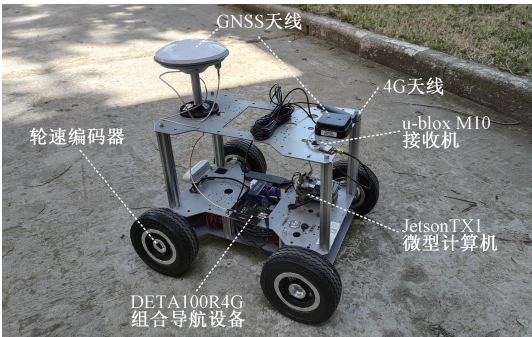


图11 轮式移动机器人  
Fig. 11 Wheeled mobile robot

Jetson TX1 计算机运行 Ubuntu18.04 系统,基于 ROS 框架采集传感器数据;DETA100R4G 组合导航设备内置消费级 IMU,并接入千寻网络 RTK (real-time kinematic) 提供厘米级定位;u-blox m10 接收机提供 GNSS 位置量测;巨磁阻编码器提供轮速里程计 (odometer, ODO) 量测。实验以 RTK、IMU 和 ODO 的事后批量优化解作为位置基准,采用 GNSS、IMU 和 ODO 来运行 4 种对比算法,由于轮式载体未装备高精度姿态测量基准设备,因此现场实验仅对算法的位置性能进行了对比。机器人导航传感器参数如表4所示。

表4 机器人导航传感器参数  
Table 4 Robot navigation sensors parameters

| 传感器  |          | 精度                                     | 频率     |
|------|----------|----------------------------------------|--------|
| IMU  | 陀螺零偏     | $10 (^{\circ} \cdot h^{-1})$           | 100 Hz |
|      | 陀螺随机游走   | $0.2 (^{\circ} \cdot h^{\frac{1}{2}})$ |        |
|      | 加速度计零偏   | $40 \mu g$                             |        |
|      | 加速度计随机游走 | $75 (\mu g \cdot Hz^{\frac{1}{2}})$    |        |
| GNSS | 位置       | 2.5 m                                  | 1 Hz   |
| RTK  | 位置       | 0.01 m                                 | 1 Hz   |
| ODO  | 速度       | $0.02 (m \cdot s^{-1})$                | 20 Hz  |

现场实验运行路线如图12,机器人环绕校园一圈,途径1号标记的树木遮挡区域和2号标记的建筑遮挡区域,这两个区域分别存在一定时变的量测噪声和量测粗差。各类算法的二维平轨迹对比如图13所示,图例 REF 表示位置基准轨迹,参数设定与仿真一致。

图13下侧的树木遮挡区域中,VBAFG与参考轨迹贴合度最优,表现出更好的融合定位精度。图13上侧建筑遮挡区域的粗差使得FG和SWAFG的定位结果受到



图 12 现场实验运行路线  
Fig. 12 Field test run route

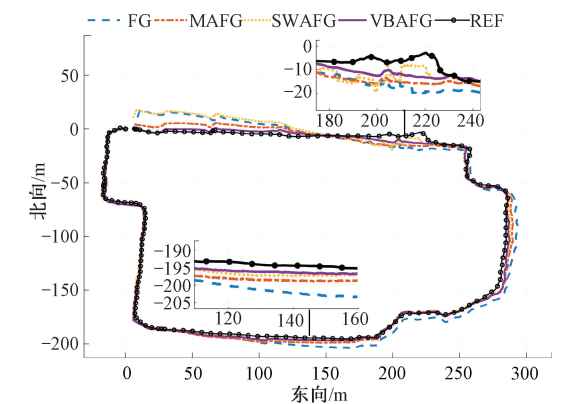


图 13 现场实验平面轨迹对比  
Fig. 13 Comparison of field test plane trajectories

明显扰动,后续时间里在北向产生了一定程度的估计发散;MAFG 和 VBAFG 对粗差具有鲁棒性,定位轨迹较平滑,也未出现估计发散,并且 VBAFG 具有更高的定位精度,自适应性能最佳。现场实验的位置误差曲线和对应的 RMSE 统计分别如图 14 和表 5 所示。

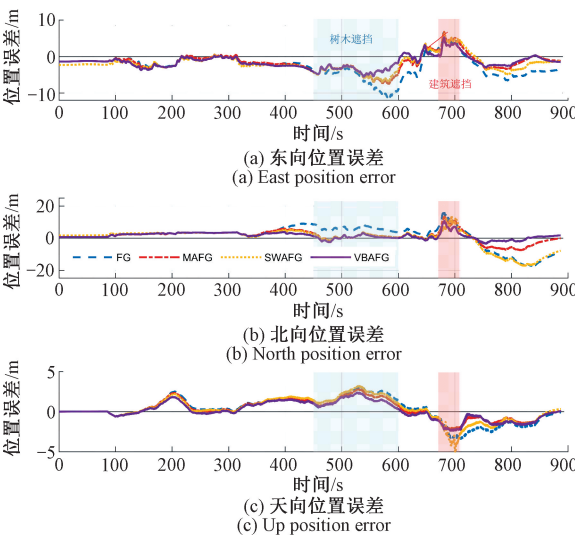


图 14 现场实验位置误差  
Fig. 14 Field test position error

表 5 现场实验位置 RMSE  
Table 5 Field test position RMSE

| 参数     |    | 算法    |       |       |       |
|--------|----|-------|-------|-------|-------|
|        |    | FG    | MAFG  | SWAFG | VBAFG |
| 位置误差/m | 东向 | 3. 89 | 2. 73 | 2. 63 | 2. 30 |
|        | 北向 | 6. 75 | 3. 70 | 4. 94 | 2. 46 |
|        | 天向 | 1. 49 | 1. 19 | 1. 44 | 1. 07 |

图 14 中 VBAFG 在两个遮挡时段表现出更小的位置误差,整体定位精度也明显优于其他方法,水平定位误差维持在 3.5 m 以内,由于实验中的天向运动少,并引入了非完整性约束,各方法的天向位置精度优于水平方向。具体地,VBAFG 在东北天方向上的位置精度相比 FG 提升了 40.8%、63.5%、28.2%;相比 MAFG 提升了 15.7%、33.5%、10.1%;相比 SWAFG 提升了 12.6%、50.2%、25.7%。

5 结 论

本文提出了一种基于变分贝叶斯的 INS/GNSS 鲁棒自适应因子图优化算法来应对复杂环境中 GNSS 量测性能退化导致的状态估计精度降低和稳定性差的问题。引入变分推断至因子图优化框架中估计时变的量测噪声,基于帧间新息构造量测粗差判据实现稳健估计。仿真和现场实验证明了所提算法相比几种流行方法方法的优越性,该算法的复杂环境自适应性能好,兼顾了抗差和精度,能实现可靠、准确的状态估计。

参考文献

[ 1 ] 李倩,蒋正华,孙炎,等. 基于因子图的 INS/UWB 室内行人紧组合定位技术[ J]. 仪器仪表学报, 2022, 43(5) :32-45.  
LI Q, JIANG ZH H, SUN Y, et al. INS/UWB tight integrated localization technology for pedestrian indoor based on factor graph[ J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2022, 43(5) :32-45.  
[ 2 ] BAI S, LAI J, LYU P, et al. Improved preintegration method for GNSS/IMU/in-vehicle sensors navigation using graph optimization [ J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2021, 70(11) : 11446-11457.  
[ 3 ] 朱建良,王栋,徐旋孜. 一种基于图优化的行人协同定位方法[ J]. 仪器仪表学报, 2023, 44(6) :126-134.

- ZHU J L, WANG D, XU X Z. A pedestrian cooperative localization method based on graph optimization [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2023, 44(6): 126-134.
- [4] WEN W, PFEIFER T, BAI X, et al. Factor graph optimization for GNSS/INS integration: A comparison with the extended Kalman filter [J]. NAVIGATION: Journal of the Institute of Navigation, 2021, 68(2): 315-331.
- [5] WANG Q, FAN S, ZHANG Y, et al. A novel adaptive sliding observation-based cooperative positioning algorithm under factor graph framework for multiple UUVs [J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2023, 19(8): 8743-8753.
- [6] WATSON R M, GROSS J N. Robust navigation in GNSS degraded environment using graph optimization [C]. Proceedings of the 30th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation (ION GNSS+ 2017), 2017: 2906-2918.
- [7] WANG J, CHEN X, SHI C, et al. Robust M-estimation-based ICKF for GNSS outlier mitigation in GNSS/SINS navigation applications [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2023, 72: 1-17.
- [8] 徐健, 宋晓萍, 张宏瀚, 等. 基于变分贝叶斯的 DR/UTP 组合导航滤波方法 [J]. 仪器仪表学报, 2016, 37(12): 2743-2749.
- XU J, SONG X P, ZHANG H H, et al. DR/UTP integrated navigation based on variational Bayes [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2016, 37(12): 2743-2749.
- [9] SARKKA S, NUMMENMAA A. Recursive noise adaptive Kalman filtering by variational Bayesian approximations [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(3): 596-600.
- [10] HUANG Y, ZHANG Y, WU Z, et al. A novel adaptive Kalman filter with inaccurate process and measurement noise covariance matrices [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2018, 63(2): 594-601.
- [11] DAVARI N, GHOLAMI A. Variational Bayesian adaptive Kalman filter for asynchronous multirate multi-sensor integrated navigation system [J]. Ocean Engineering, 2019, 174: 108-116.
- [12] ZHONG Y, CHEN X, ZHOU Y, et al. Adaptive particle filtering with variational Bayesian and its application for INS/GPS integrated navigation [J]. IEEE Sensors Journal, 2023, 23(17): 19757-19770.
- [13] SHI W, XU J, HE H, et al. Fault-tolerant SINS/HSB/DVL underwater integrated navigation system based on variational Bayesian robust adaptive Kalman filter and adaptive information sharing factor [J]. Measurement, 2022, 196: 111225.
- [14] 戴海发, 卞鸿巍, 杜红松, 等. 基于自适应因子图优化的导航系统信息融合方法 [J]. 中国惯性技术学报, 2023, 31(1): 45-52, 60.
- DAI H F, BIAN H W, DU H S, et al. Information fusion method of navigation system based on adaptive factor graph optimization [J]. 2023, 31(1): 45-52, 60.
- [15] VANLI O A, TAYLOR C N. Robust error estimation based on factor-graph models for non-line-of-sight localization [J]. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, 2022, 2022(1): 3, Doi: org/10.1186/s13634-022-00837-8.
- [16] ZHOU Y, MEI C, LIU T, et al. Robust multi-sensor fusion via factor graph and variational bayesian inference [C]. International Conference on Autonomous Unmanned Systems, Singapore: Springer Nature Singapore, 2022: 11-22.
- [17] CHANG L, NIU X, LIU T. GNSS/IMU/ODO/LiDAR-SLAM integrated navigation system using IMU/ODO pre-integration [J]. Sensors, 2020, 20(17): 4702.
- [18] KAESSE M, JOHANSSON H, ROBERTS R, et al. iSAM2: Incremental smoothing and mapping using the Bayes tree [J]. The International Journal of Robotics Research, 2012, 31(2): 216-235.
- [19] FORSTER C, CARLONE L, DELLAERT F, et al. On-manifold preintegration for real-time visual-inertial odometry [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2016, 33(1): 1-21.
- [20] TANG H, ZHANG T, NIU X, et al. Impact of the earth rotation compensation on MEMS-IMU preintegration of factor graph optimization [J]. IEEE Sensors Journal, 2022, 22(17): 17194-17204.
- [21] WANG Z, CHENG J, QI B, et al. An adaptive Kalman filtering algorithm based on maximum likelihood estimation [J]. Measurement Science and Technology, 2023, 34(11): 115114.

作者简介



**陈熙源** (通信作者), 1998 年毕业于东南大学获得博士学位, 现为东南大学教授, 主要研究方向为惯性技术、软件接收机及多源组合导航。  
E-mail: chxiyuan@seu.edu.cn

**Chen Xiyuan** (Corresponding author) received his Ph. D. degree from Southeast University (SEU) in 1998. He is currently a professor at SEU. His main research interests include inertial technologies, software defined receiver and multi-source integrated navigation.



**周云川**, 2021 年于北京交通大学获得学士学位, 现为东南大学硕士研究生, 主要研究方向为机器人多源组合导航。  
E-mail: 220213589@seu.edu.cn

**Zhou Yunchuan** received his B. Sc. degree from Beijing Jiaotong University in 2021. He is currently a master student at Southeast University. His main research interests include robot multi-source integrated navigation.



**钟雨露**, 2020 年毕业于南京航空航天大学获得硕士学位, 现为东南大学博士研究生, 主要研究方向信号处理与组合导航。  
E-mail: yulu\_zhong@seu.edu.cn

**Zhong Yulu** received his M. Sc. degree from Nanjing University of Aeronautics and Astronautics in 2020. He is currently a Ph. D. candidate at Southeast University. His main research interests include signal processing and integrated navigation.



**戈明明**, 2021 年毕业于安徽大学获得学士学位, 现为东南大学硕士研究生, 主要研究方向为激光雷达多目标检测与跟踪。  
E-mail: 220213599@seu.edu.cn

**Ge Mingming** received his B. Sc. degree from Anhui University in 2021. He is currently a master student at Southeast University. His main research interests include lidar multi-target detection and tracking.