

滚动轴承性能稳定性及可靠性分析*

夏新涛^{1,2}, 常振¹, 叶亮¹, 李云飞¹

(1. 河南科技大学机电工程学院 洛阳 471003; 2. 河南科技大学机械装备先进制造河南省协同创新中心 洛阳 471003)

摘要:以摩擦力矩电流信号时间序列表征滚动轴承服役期间性能运转状况,将时间序列分段处理并建立本征序列;基于灰关系,对轴承运转过程中每段摩擦力矩电信号进行排序,分别与本征序列相匹对进而获取灰置信水平;以灰置信水平的大小判定轴承运转的性能稳定性情况。然后将所分数据段自助再抽样,用最大熵法建立其概率密度函数,在所对应灰置信水平下获取估计区间;凭借计数过程,模拟出变异强度的原始信息;基于泊松过程建立可靠性函数,实时监测滚动轴承性能可靠性演变历程。仿真案例与试验研究表明:所提模型可真实监控轴承运转的性能稳定性及可靠性,有效解决具有不确定的强烈波动和趋势变化的时间序列问题。

关键词:滚动轴承;稳定性;可靠性;灰关系;泊松过程

中图分类号: TH133 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.40 460.99

Stability and reliability analysis of rolling bearing performance

Xia Xintao^{1,2}, Chang Zhen¹, Ye Liang¹, Li Yunfei¹

(1. Mechatronical Engineering College, Henan University of Science and Technology, Luoyang 471003, China;

2. Collaborative Innovation Center of Machinery Equipment Advanced Manufacturing of Henan Province, Henan University of Science and Technology, Luoyang 471003, China)

Abstract: The operation condition of rolling bearing performance is described using time series of the friction torque current signal, which are segmented to establish intrinsic sequences. Based on grey relation, each section of the friction torque signal is sorted to match the intrinsic sequence, as a result, the grey confidence level is acquired. The grey confidence level is used to determine the extent of stability on bearing performance. Via bootstrap resampling for the segmented data, the probability density function is calculated by using the maximum entropy method, and estimated interval is obtained according to the corresponding grey confidence level. Relying on the counting process, the raw information of variation intensity is simulated. The reliability function is constructed with the Poisson process to real-time monitor the reliability evolution of rolling bearing. Simulation cases and experimental test show that the proposed model can truly monitor the stability and reliability of bearing running performance, and effectively deal with the time series with strong fluctuation and varied trend.

Keywords: rolling bearing; stability; reliability; grey relation; Poisson process

1 引言

稳定性是指产品组件在规定的工作期间内,受到一定的扰动后,仍能继续保持原本状态,是一种承受扰动后自我恢复的一种能力,即产品在不同工作条件下能正常运转以及其生产的衍生物也能够满足要求的能力。可靠

性是指产品组件在规定的条件下和规定的时间内完成规定功能的能力,向使用者长时间不间断持续正常工作的品质性能,可靠性高意味着故障率低、寿命长、售后服务和维修成本低,提高产品可靠性是提高系统整体性能和技术的关键。滚动轴承作为机械传动系统的重要执行部件和易损件,其性能健康状况对维持系统稳健运行具有十分重要意义^[1]。轴承服役期间,影响其运转精度与功

耗的主要因素是摩擦力矩,而实时测量的稳态电流时间序列与摩擦力矩成正相关关系(即以稳态电流时间序列表征摩擦力矩性能时间序列),是滚动轴承演变过程中主要的性能驱动指标。

摩擦力矩性能时间序列伴有产品本身固有演变规律,为确保工作主机安全运行,努力挖掘这一确定性规则进而实现轴承组件的稳定性分析与可靠性评估,是机械维护策略发展的重要内容,并可及时发现变异信息与失效隐患,提前避免恶性事故发生^[2-5]。从服役开始轴承性能已连续变异,与其工作条件、周围环境、使用时间、自身精度等密切相关,形成一个复杂的非线性摩擦力矩性能时间序列,其内部隐含有连续变化的稳定性及可靠性轨迹^[6]。但国内轴承性能维持能力较差即稳定性小、可靠性低,已成为轴承产业发展的技术瓶颈。现有研究表明,对轴承性能稳定及可靠性分析,大都采用传统的概率论和数理统计方法,利用大量具有概率重复性的样本与有限假设,确定产品的参数分布,这只适用于大批量同类产品的平均稳定性或可靠性;然而每个样件仪器的工况不同,其性能变异(变化/退化)过程不尽相同,则运行稳定性与可靠性必然不同^[7-8]。

近年来,在试验仪器或生产仪器的运转稳定性及可靠性领域已取得不错成果。孙闯等人^[9]根据状态监测数据建立航空发动机运行可靠性模型,利用核主成分分析获取状态子空间,准确评估航空发动机性能演变信息;周月阁等人^[10]根据退化数据建立敏感元器件的性能参数退化模型,利用 Monte-Carlo 抽样和电路仿真获取系统性能参数的退化数据,进而实现产品组件的性能可靠性评估;Chen Y 等人^[11]综合考虑电子控制系统各类失效因素之间的相关性,基于物理失效准则与相关机理的解耦方法,提出电子产品组件的可靠性分析方法;Zhou S. Q. 等人^[12]基于小样本数据,利用灰关系监测电子芯片的动态变异程度,及时发现其异常现象与失效隐患,进而对其工作稳定性及性能可靠性作出及时判定;Mejri S 等人^[13]针对装有高速加工主轴的机器人,量化分析其生产制造过程中的退化程度,并动态描述其加工稳定性的渐变规律;Gulal E 等人^[14]根据连续 788 d 的时间序列实测数据,对全球导航卫星系统的稳定性进行有效分析,以确保整个国家的参考站网络能够提供稳定、可靠、准确、连续的反馈数据;Hsiao F. H. 等人^[15]利用矩阵测度和比较定理特征,搭建动态输出反馈控制器,对多重时间延迟及非线性序列的不确定系统进行了稳定性研究;张卫华等人^[16]分析铁路机车车辆的结构和参数对动力学性能的影响,并提出运动稳定性的控制策略,有效挖掘出高速列车运行稳定性的主要影响因素;Esmali A^[17]利用滑模控制使并网与分布式模型之间的平稳过渡,进而提出了微型电网的稳定性分析和控制模型;蔡瑾曜等人^[18]采用改进的云

Delphi 层次分析法确定评估指标权重,进而建立可靠性评估指标体系,可快速、有效地掌握船载测控系统可靠性能状态;王永强等人^[19]针对应用于工业现场的产品在线识别机器视觉系统,提出了稳定性设计的概念,并在软件和硬件系统的设计中给出了稳定性分析策略。

本文将灰关系^[20-21]融入泊松过程^[22-23]建立有效的轴承性能稳定性及可靠性分析模型,利用自助最大熵法^[24-26]为辅助工具进行区间估计与变异强度解析;所提方法是基于数据序列本身所计算出来的客观规律,并非像传统数据处理方法通过选取主观预设模型。以正态分布为仿真案例,验证所提模型可准确检测出评估序列相对于本征序列的稳定性信息及可靠性状况;并在此基础上给定评估序列一粗大误差,证明该模型又可及时有效地发现时间序列非稳定及非可靠的恶性问题。对 3 套轴承 A、B、C 摩擦力矩性能序列进行试验研究,轴承 A 第 10、11 月的稳定性有所降低,但可靠性良好;轴承 B 服役期的稳定性及可靠性均十分良好;轴承 C 第 5、6 月稳定性较差,且第 5 月可靠性情况较为恶劣。该模型可广泛应用到实际生产中,使各生产仪器或反馈装置实现自我运转性能的在线识别。

2 数学模型

2.1 基于灰关系的稳定性分析

2.1.1 摩擦力矩时间序列的排序矢量

设滚动轴承特定性能的本征数据序列 Φ_0 为:

$$\Phi_0 = (\varphi(1), \varphi(2), \dots, \varphi(n), \dots, \varphi(N)) \quad (1)$$

式中: $\varphi(n)$ 为 Φ_0 中的第 n 个数据, $n=1,2,\dots,N,N$ 为总数据个数。

在轴承服役期间,按时间测量先后顺序形成的摩擦力矩数值序列 Φ 为:

$$\Phi = (\varphi(1), \varphi(2), \dots, \varphi(t), \dots, \varphi(T)) \quad (2)$$

式中: $\varphi(t)$ 为 Φ 中的第 t 个数据, $t=1,2,\dots,T,T$ 为总数据个数,其中 $T>N$ 。

为有效分析轴承运转过程中性能稳定性,将时间序列 Φ 分组处理,每组 N 个数据,可构成评估数据序列 Φ_i 为:

$$\Phi_i = (\varphi_i(1), \varphi_i(2), \dots, \varphi_i(n), \dots, \varphi_i(N)) \quad (3)$$

式中: Φ_i 为分组处理后的第 i 组数据; $\varphi_i(n)$ 为 Φ_i 的第 n 个数据, $n=1,2,\dots,N$ 。

分别对本征序列 Φ_0 和评估序列 Φ_i 中的数据从小至大排序,可得到排序后的序列 Ψ_0 和 Ψ_i 为:

$$\Psi_0 = (\psi_0(1), \psi_0(2), \dots, \psi_0(n), \dots, \psi_0(N)) \quad (4)$$

$$\Psi_i = (\psi_i(1), \psi_i(2), \dots, \psi_i(n), \dots, \psi_i(N)) \quad (5)$$

式中: Ψ_0 是 Φ_0 的排序数据序列, Ψ_i 是 Φ_i 的排序数据序列。

基于灰关系概念,对这两个排序数据序列之间的性能属性进行灰分析,可以实时监测每个摩擦力矩评估序列的稳定性演变历程。

2.1.2 排序后的灰关系分析

经典集合论的特征函数是基于二值逻辑0(假)与1(真)的,即系统之间的关系非真即假,根本不存在第3种情况。而工程应用中系统属性大都处于从真到假或从假至真变化的过渡状态,邓聚龙基于灰色系统理论^[27],提出灰关系概念用于解决内涵模糊而边界清晰的系统属性之间的相对关系。通过分析两序列的灰关系可判定两者之间的关联程度,以及两者的属性是否一致。如若轴承运转过程中发生了不稳定性退化,会造成产品性能时间序列较为剧烈的、随机的非线性变化,则任意两时间段的关联程度会降低,两者属性也会随之变化。所以本文利用灰关系判定滚动轴承摩擦力矩不同运行时间段内与本征序列的符合程度,通过对数据序列排序,可得到各数据序列的分布信息,进而建立与本征序列之间属性的灰关系,然后结合灰置信水平进而分析其性能稳定性。

设轴承运转过程中摩擦力矩的两个排序序列 Ψ_0 和 Ψ_i ,其样本分别为 $\psi_0(n)$ 和 $\psi_i(n)$,且 $n=1,2,\dots,N$,设:

$$\bar{\psi}_j = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \psi_j(n) \quad j \in (0, i) \quad (6)$$

令:

$$h_j(n) = \psi_j(n) - \bar{\psi}_j \quad (7)$$

对式(7)进行归一化处理:

$$y_j(n) = \frac{h_j(n) - h_{j,\min}}{h_{j,\max} - h_{j,\min}} \quad (8)$$

其中:

$$\begin{cases} h_{j,\min} = \min_n h_j(n) = h_j(1) \\ h_{j,\max} = \max_n h_j(n) = h_j(N) \end{cases} \quad (9)$$

$$Y_j = \{y_j(n) | n = 1, 2, \dots, N\} \quad j \in (0, i) \quad (10)$$

式中: Y_j 为 Ψ_j 的规范化排序生成序列。

对于归一化后的生成序列 Y_j ,有:

$$y_j(n) \in [0, 1] \quad y_j(1) = 0 \quad y_j(N) = 1 \quad (11)$$

在最少量信息原理下,对于任意的 $n=1,2,\dots,N$,若 Y_j 是规范化排序序列,则参考序列 Y_Ω 的元素可以为常数0,即:

$$y_\Omega(n) = y_\Omega = y_\Omega(1) = 0 \quad (12)$$

根据灰色系统理论^[27],灰关系的参数定义及求取如下:

取分辨系数 $\varepsilon \in (0, 1]$,可得到灰联系数的表达式为:

$$\gamma(y_\Omega(n), y_j(n)) = \frac{\varepsilon}{\Delta_{\Omega j}(n) + \varepsilon} \quad (13)$$

式中: $\Delta_{\Omega j}(n)$ 为灰差异信息,表示为:

$$\Delta_{\Omega j}(n) = |y_j(n) - y_\Omega(n)| \quad (14)$$

定义灰关联度为:

$$\gamma_{\Omega j} = \gamma(Y_\Omega, Y_j) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \gamma(y_\Omega(n), y_j(n)) \quad (15)$$

定义两个排序序列 Φ_0 和 Φ_i 之间的灰差为:

$$d_{0i} = |\gamma_{\Omega 0} - \gamma_{\Omega i}| \quad (16)$$

根据灰差 d_{0i} 可得到序列 Φ_0 和 Φ_i 之间的基于灰关联度的相似系数 r_{0i} ,简称灰相似系数,表示为:

$$r_{0i} = 1 - d_{0i} \quad (17)$$

$$R = \{r_{0i}\} = \begin{bmatrix} r_{00} & r_{0i} \\ r_{i0} & r_{ii} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & r_{0i} \\ r_{i0} & 1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

式中: R 为灰相似矩阵,又称为灰关系属性,简称灰关系,且 $0 \leq r_{0i} \leq 1$ 。

给定 Φ_0 和 Φ_i ,对于 $\varepsilon \in (0, 1]$,总存在唯一的一个实数 $d_{\max} = d_{0i\max}$,使得 $d_{0i} \leq d_{\max}$,称 d_{\max} 为最大灰差,相应的 ε 称为基于最大灰差的最优分辨系数。

定义两个数据序列 Φ_0 和 Φ_i 之间灰关系的属性权重为:

$$f_{0i} = \begin{cases} 1 - d_{\max}/\eta, & d_{\max} \in [0, \eta] \\ 0, & d_{\max} \in [\eta, 1] \end{cases} \quad (19)$$

式中: $f_{0i} \in [0, 1]$ 为属性权重, $\eta \in [0, 1]$ 为 η 参数。

2.1.3 灰置信水平求取

根据灰色系统的白化原理与对称原理,若没有理由否认 λ 为真元,则在给定准则下,默认 λ 为真元的代表。对于式(19),在给定的 Φ_0 和 Φ_i ,取参数 $\lambda \in [0, 1]$ 为水平,若存在一个映射 $f_{0i} \geq \lambda$,则认为 Φ_0 和 Φ_i 具有相同的属性。即 λ 为研究对象从一个极端属性过渡到另一极端属性的边界,也叫模糊数。当 $\lambda=0.5$ 时研究对象的两实体模糊性达到最大,介于较难分辨的真和假之间;当 $\lambda > 0.5$ 时 Φ_0 和 Φ_i 灰关系趋于清晰;当 $\lambda < 0.5$ 时两事物关联度较小或两者之间差异大。所以本文在数据分析计算时取 $f_{0i} = \lambda = 0.5$,认为数据序列 Φ_0 和 Φ_i 具有相同的属性。设 $\eta \in [0, 0.5]$,由式(19)可得:

$$d_{\max} = (1 - f_{0i})\eta \quad (20)$$

$$P_{0i} = 1 - (1 - \lambda)\eta = (1 - 0.5\eta) \times 100\% \quad (21)$$

式中: P_{0i} 为灰置信水平,又称为灰理论概率,描述了 Φ_0 和 Φ_i 属性相同的可信度; η 值可以由式(20)求得。从灰关系概念上讲如若评估数据序列 Φ_i 与本征数据序列 Φ_0 之间的关系越紧密,则灰置信水平取值就越大,表明摩擦力矩时间序列越稳定,即轴承工作性能越稳定;反之,灰置信水平取值就越小,则评估序列与本征序列相似度越小,轴承运转过程中既有可能发生严重变异或出现粗大误差,即其工作性能越不稳定。这就揭示了两个数据序列的排序特征与轴承运转过程性能稳定性之间的本质关系。具体实施时,可取 $f_{0i} = 0.5$,通过计算灰置信水平来评估与预测轴承运转状况是否稳定。若灰置信水平不小

于 90%，则认为轴承运转性能是稳定的；否则，不稳定。其中，90% 的选取是依据滚动轴承额定寿命的定义，额定寿命是指一批相同的轴承中 90% 的轴承在疲劳破坏之前能够达到或超过的寿命；同理，轴承运转稳定是指轴承运转过程中相对于本征序列有 90% 或更高的灰置信水平。

2.2 自助最大熵法求取评估序列的概率密度信息

2.2.1 评估序列 Φ_i 自助抽样

根据滚动轴承摩擦力矩分段后的评估序列 Φ_i ，即式(3)所示，现从数据序列 Φ_i 中等概率可放回地抽样，每次抽取 $m \leq N$ 个数据，得到一个样本 X_b ；连续重复抽取 B 次，可以得到 B 个自助样本。

$$X_b = (x_b(1), x_b(2), \dots, x_b(l), \dots, x_b(m)) \quad (22)$$

式中： X_b 为第 b 个自助样本， $b = 1, 2, \dots, B$ ； l 为生成自助样本的数据序号， $l = 1, 2, \dots, m$ ； $y_b(l)$ 为第 b 个自助样本的第 l 个数据。

自助样本的均值 X_b^* 为：

$$X_b^* = \frac{1}{m} \sum_{l=1}^m x_b(l) \quad (23)$$

样本容量为 B 的自助样本 $X_{Bootstrap}$ 为：

$$X_{Bootstrap} = (X_1, X_2, \dots, X_b, \dots, X_B) \quad (24)$$

2.2.2 基于最大熵原理求解评估序列的概率密度函数

对于连续信息源，随机变量 x 的分布用密度 $f(x)$ 来描述，信息熵的表达式为：

$$H(x) = - \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \ln f(x) dx \quad (25)$$

可以用最大熵方法^[28] 获得基于样本信息的密度函数的最优估计。最大熵方法的主要思想是，在所有可行解中，满足熵最大的解是最“无偏”的。令：

$$H(x) = - \int_S f(x) \ln f(x) dx \rightarrow \max \quad (26)$$

约束条件为：

$$\int_S f(x) dx = 1$$

$$\int_S x^i f(x) dx = m_{Mi} \quad i = 0, 1, 2, \dots, m_M; m_{M0} = 1 \quad (27)$$

式中： S 为积分空间，即性能随机变量 x 的可行域； m_M 为原点矩的阶数； m_{Mi} 为第 i 阶原点矩。

通过调整 $p(x)$ 可以使熵达到最大值，拉格朗日乘子法的解为：

$$p(x) = \exp(\lambda_0 + \sum_{i=1}^{m_M} \lambda_i x^i) \quad (28)$$

式中， $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{m_M}$ 为拉格朗日乘子， x 为性能随机变量，且：

$$m_{Mi} = \frac{\int_S x^i \exp(\sum_{i=1}^{m_M} \lambda_i x^i) dx}{\int_S \exp(\sum_{i=1}^{m_M} \lambda_i x^i) dx} \quad (29)$$

$$\lambda_0 = - \ln(\int_S \exp(\sum_{i=1}^{m_M} \lambda_i x^i) dx) \quad (30)$$

式(28)就是用最大熵法构建的密度函数，可用式(24)中自助样本 $X_{Bootstrap}$ 中的数据构建性能样本的概率密度函数 $f(x)$ 。

2.2.3 基于灰置信水平的区间估计

对于随机变量 x 的密度函数 $f(x)$ ，有实数 $\alpha \in (0, 1)$ 存在，若 x_α 使概率：

$$P(X < X_\alpha) = \int_{-\infty}^{x_\alpha} f(x) dx = \alpha \quad (31)$$

则称 x_α 为密度函数 $f(x)$ 的 α 分位数。其中， α 叫显著性水平。

对于双侧分位数，有如下概率：

$$P(X < X_L) = \frac{\alpha}{2} \quad (32)$$

$$P(X \geq X_U) = \frac{\alpha}{2} \quad (33)$$

根据式(21)求出的灰置信水平 P_{0i} ，得到所对应评估序列 Φ_i 的显著水平为：

$$\alpha = (1 - P_{0i}) \times 0.01 \quad (34)$$

式中： X_U 和 X_L 分别为评估序列 Φ_i 的灰置信区间上界值和下界值， $[X_L, X_U]$ 为灰置信区间。

2.3 基于泊松计数过程进行可靠性评估

泊松过程作为可靠性分析的一种方法，不考虑概率分布与趋势变化信息，泊松计数过程能有效分析时间序列这样的无失效数据问题，变异强度能够有效挖掘出基于时间序列问题的变异信息并将变异程度进行量化。

2.3.1 计数过程

用双侧分位数式(32)和(33)得到评估序列 Φ_i 的灰置信区间 $[X_L, X_U]$ ；根据自助抽样得到式(24)样本容量为 B 的自助样本 $X_{Bootstrap}$ ，假设在 B 个生成数据中有 s 个数据在灰置信区间 $[X_L, X_U]$ 之外，则 Φ_i 的变异强度 θ 表示为：

$$\theta = \frac{s}{B} \quad (35)$$

变异强度指摩擦力矩幅值超过阈值的频率，属于影响轴承运转性能可靠性变异过程的重要特征参数，且随着轴承性能在不同的评估序列区间变异而变化。

2.3.2 可靠性评估

任何计数过程均可用泊松过程^[29]描述：

$$Q = \exp(-\theta t) \frac{(\theta t)^n}{n!} \quad (36)$$

式中： t 为单位时间，因此， $t = 1, 2, 3, \dots, t \geq 1$ ； θ 为变异

强度; n 为失效事件发生的次数, $t=0, 1, 2, \dots$,即摩擦力矩十分不稳定可能已造成轴承失效; Q 为失效事件发生 n 次的概率。由泊松过程可以获得事件发生的可靠度 R 。

在可靠度求取时 $n=0$,即产品未发生失效前的概率; $t=1$ 时为当前时间滚动轴承性能可靠度,即当前评估序列 Φ_i 的性能可靠度。则根据式(36)可靠度表示为:

$$R(\theta) = \exp(-\theta) \tag{37}$$

那么,评估序列 Φ_i 的可靠度只是关于变异强度 θ 的函数, θ 可由式(35)求得。同样,在具体实施时,若可靠度不小于90%,则认为轴承性能是可靠的;否则,不可靠。

3 模型仿真验证

滚动轴承服役期间,其摩擦力矩具有随机性、波动性,表现出明显的不确定度,很难找到其真正的分布信息。但其分布情况大都在均值附近上下波动,这里考虑正态分布为例。利用计算机仿真一数学期望 $E=200$,标准差为 $s=2$ 的服从正态分布的摩擦力矩性能时间序列,共有40个数据。然后将灰关系融入泊松过程,研究滚动轴承运转性能稳定性及可靠性。本仿真案例模拟的轴承运转过程输出的摩擦力矩时间序列分布可由正态分布表征,即假设研究对象的性能参数随机变量的理想分布为正态分布。因此表明,该仿真案例轴承的运转过程是稳定的且可靠的,接下来评估这40个仿真时间序列是否稳定可靠以验证所提模型的正确可行性。

将样本含量为40的仿真序列分4组处理,即 $\Phi_0 \sim \Phi_3$,每个分组序列有10个数据,表示为:

$\Phi_0 = \{200.045\ 0\ 197.166\ 9\ 200.939\ 1\ 199.361\ 6\ 201.833\ 3\ 198.955\ 2\ 198.126\ 2\ 200.548\ 8\ 205.020\ 4\ 202.142\ 3\}$

$\Phi_1 = \{197.914\ 6\ 199.735\ 9\ 200.207\ 5\ 197.329\ 5\ 203.101\ 7\ 201.524\ 2\ 197.995\ 8\ 199.117\ 8\ 200.288\ 8\ 200.711\ 3\}$

$\Phi_2 = \{200.451\ 4\ 204.873\ 9\ 199.345\ 6\ 198.467\ 5\ 198.239\ 7\ 200.061\ 0\ 202.532\ 7\ 197.654\ 6\ 201.426\ 8\ 199.248\ 2\}$

$\Phi_3 = \{197.589\ 4\ 199.410\ 7\ 200.483\ 6\ 199.605\ 5\ 204.776\ 5\ 201.199\ 1\ 199.670\ 7\ 200.792\ 6\ 198.564\ 9\ 198.386\ 2\}$

以第1个时间序列 Φ_0 作为本征序列,分析其他3个评估序列 Φ_1, Φ_2, Φ_3 的灰关系。取属性权重 $f_{0i}=0.5$,计算灰置信水平 P_{0i} ,结果如表1所示。

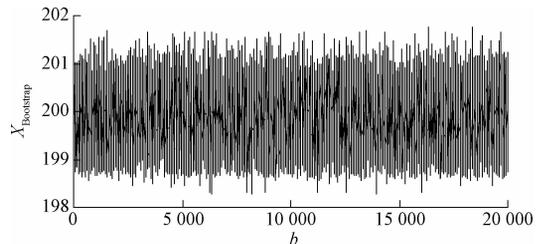
表1 正态分布时间序列的灰置信水平

Table 1 Grey confidence level of normal distribution time series (%)

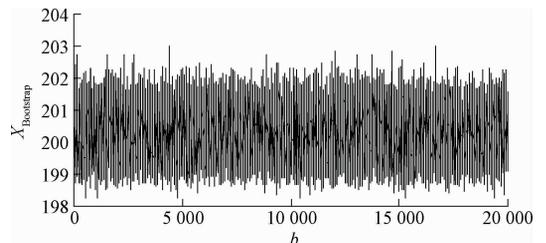
属性权重 f_{0i}	P_{01}	P_{02}	P_{03}
0.5	98.79	94.53	95.09

由表1不难看出,本征序列与其他3个评估序列的灰置信水平均是大于90%,表明该轴承运转过程中其性能是稳定的,同时验证基于灰关系的稳定性评估模型是准确可行的。

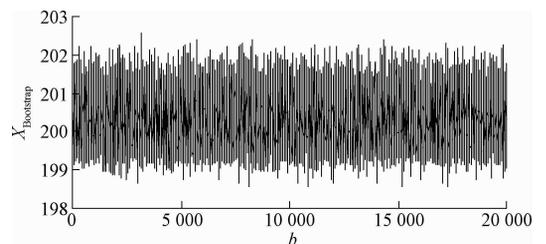
然后基于自助法对评估序列 Φ_1, Φ_2, Φ_3 自助抽样,取 $B=20\ 000$,生成数据分别如图1所示;利用最大熵原理对生成的抽样数据进行概率密度求取,结果如图2所示;在给定灰置信水平下求取3个评估序列的波动区间 $[X_{U1}, X_{L1}]$ 、 $[X_{U2}, X_{L2}]$ 和 $[X_{U3}, X_{L3}]$;根据计数过程求解各个序列变异强度的原始信息,用泊松过程表征可靠度函数,进而求出每个评估序列的可靠度信息,结果如表2所示。



(a) 评估序列 Φ_1 的生成序列
(a) Generated sequence of evaluated sequence Φ_1



(b) 评估序列 Φ_2 的生成序列
(b) Generated sequence of evaluated sequence Φ_2



(c) 评估序列 Φ_3 的生成序列
(c) Generated sequence of evaluated sequence Φ_3

图1 评估序列 Φ_1, Φ_2, Φ_3 的自助抽样数据

Fig. 1 Bootstrap sampling data of evaluated sequence Φ_1, Φ_2 and Φ_3

由图1的大量生成数据可以看出,大多数数据在均值附近区域波动,少量数据在距均值较远的区域波动,且波动具有明显的不确定性。从整体上看生成数据没有明显的趋势变化,而且波动范围基本是稳定的,这正是评估数据内部所存在的某一确定性规则。

和位置上的非原点性;差异之处在于单峰形状的对称性即有的看似左右对称、有的左偏,峰值位置的非等值性,以及曲线的匀称性即高度与宽度各异。概率密度函数决定了估计真值,波动范围,信息熵等诸多特征性能参数,可有效判定评估序列的内在运行机制与演变信息。

表2 正态分布时间序列的可靠度信息

Table 2 Reliability information of normal distribution time series

评估序列	评估区间 $[X_L, X_U]$	变异强度 θ	可靠度 $R/\%$
Φ_1	[198.610, 201.304]	0.007 85	99.22
Φ_2	[198.968, 201.711]	0.047 95	95.32
Φ_3	[199.228, 201.299]	0.040 15	96.06

根据表2可以看出,3个评估序列的估计区间上下波动差较小,表明轴承运转期间是较为稳定可靠的;变异强度较小为 10^{-2} 数量级甚至更小,则当前时间段内恶性变异因子较小,轴承的灵敏性及使用性能较好;3个评估序列的可靠度均大于90%,从而验证了该轴承性能是可靠的。总的而言,该正态分布的仿真试验验证了所提模型的有效可行性,既能有效判断各个评估序列的区间波动和变异状况,又能对其服役期间可靠性作出准确判定。

为验证所提方法可准确判断轴承运转期间非稳定与非可靠的另一反面特征,现人为地对评估序列 Φ_2 和 Φ_3 中的一个样本数分别有意增大与减小,从而造成一粗大误差(即野值),则评估序列变为 Φ_2' 和 Φ_3' :

$$\Phi_2' = \{200.451\ 4\ 204.873\ 9\ 199.345\ 6\ 198.467\ 5\ 198.239\ 7\ 200.061\ 0\ 202.532\ 7\ \mathbf{215.000\ 0}\ 201.426\ 8\ 199.248\ 2\}$$

$$\Phi_3' = \{197.589\ 4\ 199.410\ 7\ 200.483\ 6\ 199.605\ 5\ \mathbf{180.000\ 0}\ 201.199\ 1\ 199.670\ 7\ 200.792\ 6\ 198.564\ 9\ 198.386\ 2\}$$

式中:加粗字体的数值表示人为添加的粗大误差。同样取属性权重 $f_{oi} = 0.5$,计算灰置信水平 P_{oi} ,结果如表3所示。

表3 添加粗大误差后正态分布时间序列的灰置信水平

Table 3 Grey confidence level of normal distribution time series after adding coarse error (%)

属性权重 f_0	P_{01}	P_{02}	P_{03}
0.5	98.79	79.55	81.80

从表3可得出,粗大误差对轴承运转稳定性的影响较大,评估序列 Φ_2' 和 Φ_3' 的灰置信水平 P_{02} 和 P_{03} 都小于90%,则表明基于 Φ_2' 和 Φ_3' 的时间序列轴承运转过程中的性能是不稳定的。从而验证基于灰关系的分析模型,可有效监测轴承的非稳定信息。

同样基于灰置信水平,利用自助最大熵法求取评估

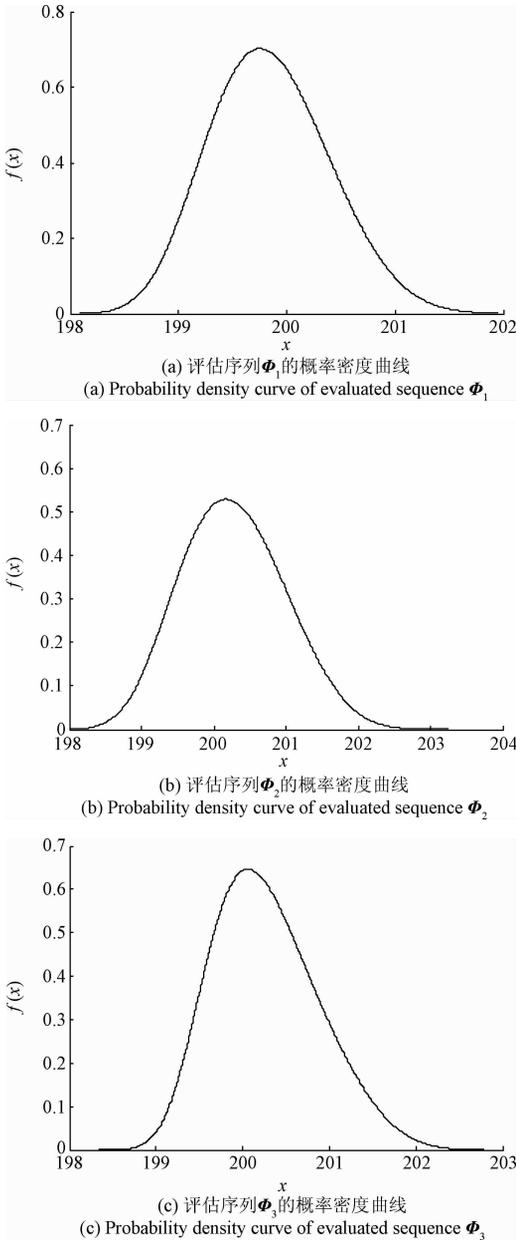


图2 评估序列 Φ_1 、 Φ_2 、 Φ_3 的概率密度曲线

Fig.2 Probability density curve of evaluated sequence Φ_1 , Φ_2 and Φ_3

由图2不难看出,时间序列 Φ_1 、 Φ_2 、 Φ_3 即使是同等条件下的正态分布仿真得到,但其当前的概率密度函数曲线不尽相同,在不同的时间段内表现出不同的走势。但也存在某些共性,曲线的共同之处是形状上的单峰性

序列 Φ_2 和 Φ_3 的波动区间 $[X_{12'}, X_{U2'}]$ 和 $[X_{13'}, X_{U3'}]$; 根据泊松计数过程求解其变异强度以及可靠度。结果如表4所示。

表4 正态分布时间序列的可靠度信息

Table 4 Reliability information of normal distribution time series

评估序列	评估区间 $[X_L, X_U]$	变异强度 θ	可靠度 $R/\%$
Φ_1	[198.610, 201.304]	0.007 85	99.22
Φ_2	[200.235, 204.432]	0.202 40	81.68
Φ_3	[200.125, 189.217]	0.139 95	86.94

由表4可得,评估序列 Φ_2 和 Φ_3 的变异强度明显增高,即轴承运转期间的恶性变异因子明显变大,则其运转性能可靠性会受到严重威胁;评估序列 Φ_2 和 Φ_3 的可靠度均是小于90%的,则说明当前时间序列下轴承运转性能是不可靠的。进而也验证了基于灰置信水平,利用自助最大熵泊松计数过程的分析模型,可准确判定轴承的非可靠性状况。

4 试验研究

研究对象为A、B、C,共3个不同编号的滚动轴承摩擦力矩性能时间序列,单位为mA。研究工作在室内温度20~25℃,相对湿度为55%以上完成,且实验台建立在真空罩内的受控清洁和无振动的地基上来模拟实际工作情况。反作用控制箱输出指令电压带动真空实验装置中的轴承转动,轴承组件性能内装有检测反馈装置,取样并转换后将得到的电流信号反馈给控制箱。真空检测装置实时检测装置内的真空度,一旦低于要求便会自行启动,G1-150A高真空设备将实验装置内的空气抽到规定范围。其中,A轴承组件稳态转速为6 000 r/min,B、C稳态转速为3 500 r/min。采集试验数据的频率为1 d/次,每套组件采集450个试验数据,即15个月的数据。利用观察反馈得到的摩擦力矩电流信号时间序列,对滚动轴承运转性能的稳定性及可靠性进行分析与研究。

轴承组件运转期间要经历3个阶段:初期磨损、正常磨损、剧烈磨损。为避开初期磨损这一阶段,本征序列的性能态势状态应处于初期磨损结束和正常磨损开始的临界状态。本文在数据分组处理阶段,进行按月分组(每月按30 d计),即每组数据有30个样本信息。综合考虑本征序列的性能态势以及数据分组处理的方便,具体实施时:将第1个月的数据作为初期磨损阶段,第2个月数据为本征序列,然后对其他第3~15个月的评估数据序列进行稳定性与可靠性分析。

1) 轴承 A

其中450个原始数据如图3所示。以第2个月数据信息为本征序列 Φ_2 ,其他第3~15个月的评估数据序列记为 $\Phi_3 \sim \Phi_{15}$,基于灰关系所得第3~15个月的灰置信水平记为 $P_{2,3} \sim P_{2,15}$;然后根据泊松计数过程所得可靠性记为 $R_{2,3} \sim R_{2,15}$;结果如表5所示。

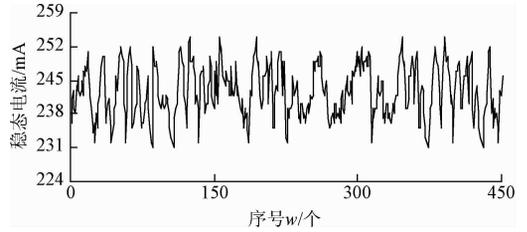


图3 轴承 A 的摩擦力矩时间序列

Fig. 3 Friction torque time series of bearing A

由图3可以看出,轴承A的摩擦力矩时间序列表现出明显的随机性,具有不确定的强烈波动和趋势变化,属于概率分布与趋势规律都未知的乏信息系统,也体现出所提模型可在及其尖端刻薄的试验数据下进行有效分析。

表5 轴承 A 的稳定性及可靠性分析结果

Table 5 Analysis results of stability and reliability of bearing A

评估序列	灰置信水平 $P_{2,i}$	评估区间 $[X_L, X_U]$	变异强度 θ	可靠度 $R_{2,i}/\%$
Φ_3	96.675	[239.221, 243.305]	0.028 55	97.19
Φ_4	96.300	[238.407, 243.027]	0.035 25	96.54
Φ_5	95.155	[242.781, 246.136]	0.044 00	95.70
Φ_6	96.665	[242.858, 246.225]	0.028 45	97.20
Φ_7	95.980	[242.379, 246.666]	0.036 75	96.39
Φ_8	96.670	[240.019, 244.373]	0.027 70	97.27
Φ_9	96.080	[240.951, 244.962]	0.029 05	97.14
Φ_{10}	89.880	[240.557, 243.202]	0.092 80	91.14
Φ_{11}	89.870	[241.713, 245.176]	0.092 15	91.20
Φ_{12}	94.585	[242.21, 245.933]	0.049 95	95.13
Φ_{13}	96.015	[238.928, 244.033]	0.035 85	96.48
Φ_{14}	92.735	[243.156, 245.877]	0.065 75	93.64
Φ_{15}	93.215	[237.718, 241.622]	0.057 15	94.45

从表5不难看出, $P_{2,10}$ 和 $P_{2,11}$ 的灰置信水平分别为89.88%和89.87%,均是小于90%,表明滚动轴承A第10与第11个月稳定性明显降低,表示评估序列 Φ_{10} 和 Φ_{11} 与本征序列 Φ_2 之间的属性关系不紧密,在轴承运转过程中出现不稳定现象,应当及时采取补救措施;但其可靠度 $R_{2,10}$ 和 $R_{2,11}$ 分别为91.14%和91.20%,均是大于90%的,表明滚动轴承A第10与11个月性能是可靠的;

即说明了运转期间不稳定的工作系统,其性能不一定不可靠性。综合分析评估序列 $\Phi_3 \sim \Phi_{15}$,随着稳定性的提高,其性能可靠性也会有明显上升趋势;但并非完全符合正相关关系,如 Φ_3 和 Φ_6 、 Φ_4 和 Φ_9 ,稳定性降低,其可靠性不一定就低,这也与工程实际较为符合。总的来看轴承 A 运转期间第 3-15 月的工作性能较为可靠,除第 10 和 11 月外,运转状况也是较为稳定的。

2) 轴承 B

其中 450 个原始数据如图 4 所示。同样,以第 2 个月数据信息为本征序列 Φ_2 ,其他第 3-15 个月的评估数据序列记为 $\Phi_3 \sim \Phi_{15}$,基于灰关系所得第 3-15 个月的灰置信水平记为 $P_{2,3} \sim P_{2,15}$;然后根据泊松计数过程所得可靠性记为 $R_{2,3} \sim R_{2,15}$,结果如表 6 所示。

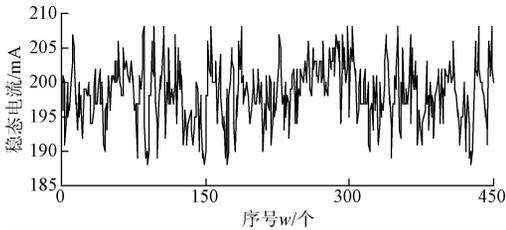


图 4 轴承 B 的摩擦力矩时间序列

Fig. 4 Friction torque time series of bearing B

由图 4 不难看出,轴承 B 的摩擦力矩时间序列表现出明显的随机性,具有不确定的强烈波动和趋势变化;系统属性分布规律无特殊要求,也说明所提预报模型的通用可行性,可以自动识别试验数据的内部规律,进而作出客观有效的判定。

表 6 轴承 B 的稳定性及可靠性分析结果

Table 6 Analysis results of stability and reliability of bearing B

评估序列	灰置信水平 $P_{2,i}$	评估区间 $[X_L, X_U]$	变异强度 θ	可靠度 $R_{2,i}/\%$
Φ_3	98.795	[196.959, 201.008]	0.010 85	98.92
Φ_4	99.450	[197.006, 201.695]	0.004 70	99.53
Φ_5	93.070	[193.769, 196.281]	0.066 95	93.52
Φ_6	99.358	[195.864, 200.889]	0.004 30	99.57
Φ_7	95.920	[197.081, 199.821]	0.037 45	96.32
Φ_8	95.065	[196.645, 199.292]	0.043 80	95.71
Φ_9	96.670	[199.455, 201.703]	0.025 00	97.53
Φ_{10}	96.710	[201.120, 203.775]	0.029 55	97.09
Φ_{11}	97.145	[196.967, 200.256]	0.024 65	97.57
Φ_{12}	99.400	[197.038, 200.884]	0.003 90	99.61
Φ_{13}	91.560	[198.741, 196.044]	0.074 85	92.79
Φ_{14}	99.192	[196.616, 200.229]	0.005 95	99.41
Φ_{15}	96.470	[195.795, 200.264]	0.029 70	97.07

从表 6 可以看出,滚动轴承 B 评估序列的最小灰置信水平为 $P_{2,13} = 91.56\%$,最小可靠度为 $R_{2,13} = 92.79\%$,出现在第 13 个月,均是大于 90% 的,从而说明滚动轴承 B 服役期间第 3-15 个月的运转状况较为稳定,且工作性能十分可靠;同时最大变异强度较小仅为 0.074 85,说明其运转期间的恶性变异因子较小,同样表明轴承 B 服役期间是稳定又可靠的。最高灰置信水平为 $P_{2,2} = 99.45\%$,出现在第 2 个月,最高可靠度为 $R_{2,12} = 99.61\%$,出现在第 12 个月,这也说明了产品性能的稳定性与可靠性并非是完全的正相关关系。综合分析 3-15 个月评估序列的稳定性与可靠性,两者只是有一个大概的正相关趋势,再次验证了所提模型的计算结果与工程实际的良好统一。总的来看轴承 B 运转期间第 3-15 月的运转状态是稳定的,工作性能也是可靠的。

3) 轴承 C

其中 450 个原始数据如图 5 所示。同样,以第 2 个月数据信息为本征序列 Φ_2 ,其他第 3-15 个月的评估数据序列记为 $\Phi_3 \sim \Phi_{15}$,基于灰关系所得第 3-15 个月的灰置信水平记为 $P_{2,3} \sim P_{2,15}$;然后根据泊松计数过程所得可靠性记为 $R_{2,3} \sim R_{2,15}$,结果如表 7 所示。

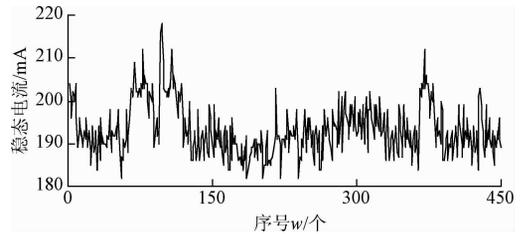


图 5 轴承 C 的摩擦力矩时间序列

Fig. 5 Friction torque time series of bearing C

由图 5 可以看出,轴承 C 的摩擦力矩时间序列具有明显的非线性动力学特征,很难挖掘其相关性能的概率分布与变化趋势的先验信息;所提模型可从这种貌似无规则的、类似随机的现象,揭示其内在无序和复杂现象背后的有序和规律。

从表 7 不难看出, $P_{2,5}$ 和 $P_{2,6}$ 的灰置信水平分别为 82.52% 和 89.22%,均是小于 90%,表明滚动轴承 C 第 5 与 6 个月稳定性明显降低,即评估序列 Φ_{10} 和 Φ_{11} 与本征序列 Φ_2 之间的属性关系不紧密,在轴承运转过程中出现不稳定现象,应当及时采取补救措施;其可靠度 $R_{2,5}$ 仅为 85.36% < 90%,表明第 5 个月的工作性能是不可靠的;而 $R_{2,6} = 91.08\% > 90\%$,则滚动轴承 C 第 6 个月的运转状况虽然不稳定,但其工作性能是可靠的,同时说明了运转期间不稳定的工作系统,其性能不一定不可靠性。最高灰置信水平为 $P_{2,3} = 99.033\%$,最高可靠度为 $R_{2,3} = 99.36\%$,均出现在第 3 个月,说明了轴承 C 第 3 个月的运转状况十分稳定、工作性能极其可靠。总的来看轴承

C 运转期间第 5 月的运转状况与工作性能较为恶劣;第 3 个月的运转状况有所降低,但工作性能仍然稳定;其他各月的运转情况较为良好。

表 7 轴承 C 的稳定性及可靠性分析结果

Table 7 Analysis results of stability and reliability of bearing C

评估序列	灰置信水平 $P_{2,i}$	评估区间 $[X_L, X_U]$	变异强度 θ	可靠度 $R_{2,i}/\%$
Φ_3	99.033	[198.704, 203.177]	0.006 45	99.36
Φ_4	93.315	[200.178, 204.411]	0.062 75	93.92
Φ_5	82.520	[190.365, 192.474]	0.158 30	85.36
Φ_6	89.220	[189.104, 191.139]	0.093 40	91.08
Φ_7	96.300	[188.800, 186.591]	0.033 90	96.67
Φ_8	93.800	[190.170, 192.594]	0.057 85	94.38
Φ_9	94.640	[189.780, 192.427]	0.051 20	95.01
Φ_{10}	98.750	[192.792, 196.666]	0.010 35	98.97
Φ_{11}	99.016	[193.726, 196.651]	0.008 85	99.12
Φ_{12}	91.910	[189.952, 192.396]	0.071 75	93.08
Φ_{13}	96.165	[195.675, 200.611]	0.035 05	96.56
Φ_{14}	90.800	[189.970, 192.072]	0.087 15	91.65
Φ_{15}	93.040	[190.943, 193.604]	0.065 75	93.64

显然,各分段时间序列的灰置信水平,可以很好的识别出滚动轴承运转稳定性状况;基于灰置信水平的泊松过程,可有效地监控轴承工作性能可靠性的变化态势。因此,所提出的灰关系融入泊松过程的评估模型,可实时地判断滚动轴承服役期间的性能稳定性及可靠性。3 个案例实验结果表明稳定性与可靠性有着紧密联系,且有着相似的变化趋势;由表 5 中 $P_{2,10}$ 和 $P_{2,11}$ 均小于 90% 的,即不稳定,但 $R_{2,10}$ 和 $R_{2,11}$ 均大于 90% 的,即可靠性好,从而也证明了工程实际中会存在有其中一参数好另一参数不好的情况。

5 结 论

将两排序序列进行灰关系分析,求取轴承时间评估序列的灰置信水平,可有效表征轴承运转过程的稳定状况。以自助最大熵法为桥梁,在灰关系的根基上融入泊松过程,可以准确挖掘出滚动轴承基于本征序列的可靠性水平。

用理想正态分布进行试验仿真,评估序列的灰置信水平及可靠性均大于 90%;当给评估序列增加一粗大误

差时,灰置信水平及可靠性明显下降且小于 90%,从而验证所提模型可有效监测滚动轴承运转过程中良性或恶性的演变过程。然后以轴承 A、B、C 进行试验分析,根据灰置信水平以及泊松可靠性函数,准确描述各套轴承各月运转的性能稳定性及可靠性的变化信息。

所提方法是对摩擦力矩时间序列本身所计算出来的客观规律,对概率分布及趋势项变化没有特殊要求,弥补传统统计学的不足。

参考文献

[1] 阙子俊, 金晓航, 孙毅. 基于 UKF 的轴承剩余寿命预测方法研究[J]. 仪器仪表学报, 2016, 37(9): 2036-2043.
 QUE Z J, JIN X H, SUN Y. Remaining useful life prediction for bearings with the unscented Kalman filter-based approach. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2016, 37(9): 2036-2043.
 [2] 孙国强, 田芳宁. 雷达可靠性设计与试验验证[J]. 国外电子测量技术, 2014, 33(3):55-57.
 SUN G Q, TIAN F N. Radar reliability design and experimental verification [J]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2014, 33(3):55-57.
 [3] ZHOU B, CHENG Y J. Fault diagnosis for rolling bearing under variable conditions based on image recognition[J]. Shock and Vibration, 2016(1):1-14.
 [4] 黄景德, 刘薇. 无先验信息的三态电子设备可靠性评定方法[J]. 电子测量与仪器学报, 2015, 29(1): 77-83.
 HUANG J D, LIU W. Research on three-state electronic devices reliability evaluation method without priori information distribution [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2015, 29(1):77-83.
 [5] WAIKHOM P, JAIN R, TEGAR S. Sensitivity and stability analysis of a delayed stochastic epidemic model with temperature gradients[J]. Modeling Earth Systems and Environment, 2016, 2(1):1-18.
 [6] SAID S, BIHAN N L, SANGWINE S J. A stability approach to the analysis of rotation time series[C]. IFAC Symposium on System Identification, 2009, 42(10): 1445-1450.
 [7] 刘秋生, 徐延海, 谭妍玮, 等. 基于模糊理论的 4WID 电动轮汽车横向稳定性控制研究[J]. 中国测试, 2016, 42(6):104-111.
 LIU Q SH, XU Y H, TAN Y W, et al. Study on lateral stability control of 4WID electric-wheel vehicle based on fuzzy theory[J]. China Measurement and Test, 2016,

- 42(6):104-111.
- [8] LI H Z, YANG Z J, XU B B, et al. Reliability evaluation of nc machine tools considering working conditions[J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2016, 2016(21):1-11.
- [9] 孙闯,何正嘉,张周锁,等. 基于状态信息的航空发动机运行可靠性评估[J]. *机械工程学报*, 2013, 49(6):30-37.
- SUN CH, HE ZH J, ZHANG ZH S, et al. Operating reliability assessment for aero-engine based on condition monitoring information [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2013, 49(6):30-37.
- [10] 周月阁,叶雪荣,翟国富. 基于性能退化和 Monte-Carlo 仿真的系统性能可靠性评估[J]. *仪器仪表学报*, 2014, 35(5):1185-1191.
- ZHOU Y G, YE X R, ZHAI G F. System performance reliability assessment based on performance degradation and Monte-Carlo simulation [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2014, 35(5):1185-1191.
- [11] CHEN Y, YANG L, YE C, et al. Failure mechanism dependence and reliability evaluation of non-repairable system[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2015, 138(6):273-283.
- [12] ZHOU S Q, ZHOU L W, YU L T, et al. Monitoring chip fatigue in an IGBT module based on grey relational analysis[J]. *Microelectronics Reliability*, 2016, 56(1):49-52.
- [13] MEJRI S, GAGNOL V, LE T P, et al. Dynamic characterization of machining robot and stability analysis[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2016, 82(1):351-359.
- [14] GULAL E, ERDOGAN H, TIRYAKIOGLU I, et al. Research on the stability analysis of GNSS reference stations network by time series analysis [J]. *Digital Signal Processing*, 2013, 23(6):1945-1957.
- [15] HSIAO F H, HWANG J D. Stability analysis of uncertain feedback systems with multiple time delays and series nonlinearities [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 1997, 334(3):491-505.
- [16] 张卫华,李艳,宋冬利. 高速列车运动稳定性设计方法研究[J]. *西南交通大学学报*, 2013, 48(1):1-9.
- ZHANG W H, LI Y, SONG D L. Design methods for motion stability of high-speed trains [J]. *Journal of Southwest Jiaotong University*, 2013, 48(1):1-9.
- [17] ESMAELI A. Stability analysis and control of microgrids by sliding mode control [J]. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 2016, 78 (6) : 22-28.
- [18] 蔡瑾曜,刘杰,黄珂. 船载测控系统可靠性综合评估方法研究[J]. *电子测量技术*, 2014, 37(7):111-114.
- CAI J Y, LIU J, HUANG K. Research of reliability comprehensive evaluation method for ship TT&C system[J]. *Electronic Measurement Technology*, 2014, 37(7):111-114.
- [19] 王永强,谢立,于德敏,等. 机器视觉在线识别系统稳定性设计及故障诊断[J]. *仪器仪表学报*. 2006, 27(6):1728-1730.
- WANG Y Q, XIE L, YU D M, et al. Stability and fault diagnosis system research on the recognition on-line by machine vision [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2006, 27(6):1728-1730.
- [20] OZCAN T, TUYSUZ F. Modified grey relational analysis integrated with grey dematel approach for the performance evaluation of retail stores [J]. *International Journal of Information Technology & Decision Making*, 2016, 15(2):353-386.
- [21] 夏新涛,秦园园,邱明,等. 基于灰关系的制造过程稳定性评估[J]. *航空动力学报*, 2015, 30(3):762-768.
- XIA X T, QIN Y Y, QIU M. Evaluation for stability of manufacturing process based on grey relation[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2015, 30(3):762-768.
- [22] ILALAN D. A Poisson process with random intensity for modeling financial stability [J]. *Spanish Review of Financial Economics*, 2016, 14(2):43-50.
- [23] ANDREOU A S, CHATZIS S P. Software defect prediction using doubly stochastic poisson processes driven by stochastic belief networks [J]. *Journal of Systems & Software*, 2016, 122(12):72-82.
- [24] SUO H L, GAO J M, GAO Z Y, et al. Bootstrap and maximum entropy based small-sample product lifetime probability distribution [J]. *IFAC Paperonline*, 2015, 48(3):219-224.
- [25] XIA X T, MENG Y Y, QIN Y Y. Evaluation of variation coefficient of slewing bearing starting torque using bootstrap maximum-entropy method [J]. *Research Journal of Applied Sciences Engineering & Technology*, 2013, 6(12):2213-2220.
- [26] SRIVASTAV R K, SIMONOVIC S P. Multi-site, multivariate weather generator using maximum entropy bootstrap [J]. *Climate Dynamics*, 2014, 44 (11) : 3431-3448.

- [27] 邓聚龙. 灰理论基础[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2002.
DENG J L. Grey theory basis[M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 2002.
- [28] 吴乃龙, 袁素云. 最大熵方法[M]. 长沙: 湖南科学技术出版社, 1991.
WU N L, YUAN S Y. Maximum entropy method[M]. Changsha: Hunan Science and Technology Press, 1991.
- [29] 张波, 张景肖. 应用随机过程[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
ZHANG B, ZHANG J X. Applied stochastic process[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004.

作者简介



夏新涛, 1981年于洛阳农机学院获得学士学位, 2007年于上海大学获得博士学位, 现为河南科技大学教授、博士生导师, 主要研究方向为滚动轴承性能可靠性与乏信息融合。

E-mail: xiact1957@163.com

Xia Xintao received his B. Sc. degree in 1981 from Luoyang Institute of Agricultural Machinery, received his Ph. D. degree in 2007 from Shanghai University. Currently, he is a professor and doctoral supervisor in Mechatronical Engineering College, Henan University of Science and Technology. His main research interests include reliability of rolling bearings and the poor information fusion.



常振, 2015年于河南科技大学获得学士学位, 现为河南科技大学硕士研究生, 主要研究方向为滚动轴承性能稳定性与可靠性。
E-mail: zhenc1992@163.com

Chang Zhen received his B. Sc. degree in 2015 from Henan University of Science and Technology, now he is a graduate student in Mechatronical Engineering College, Henan University of Science and Technology. His main research interests include stability and reliability of rolling bearings.