

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2412539

基于宽带相干信号子空间方法的超声导波长骨评价*

周鲜成¹, 李鹏飞¹, 李杰², 李义方³, 他得安³

(1. 湖南工商大学智能工程与智能制造学院 长沙 410205; 2. 华南理工大学电子与信息学院 广州 510641;
3. 复旦大学工程与应用技术研究院 上海 200433)

摘要:超声导波对长骨的生物力学特性敏感,已经广泛应用于长骨的健康评价。由于骨骼的高衰减特性,准确估计长骨中宽带相干导波信号的频散模式,进而准确反演长骨材料特征参数,是超声领域的一个研究热点和难点。本文提出了一种基于宽带相干信号子空间的导波波数估计方法,高精度提取导波频散模式;在此基础上,应用具有全局优化特性的蚁群算法从导波模式中估计长骨材料参数,成功实现了对长骨状况的定量评价。仿真和离体实验(2块仿真样本和2块离体牛骨)共同验证了方法的有效性,实验频散与参考频散之间的相对误差分别为3.52%,3.83%,3.35%,4.51%;对于离体牛骨,皮质骨厚度、纵波速度、横波速度估计值与参考值之间的平均相对误差分别为3.10%,0.11%,0.03%。综上,本文提出的方法为定量超声长骨评价提供了新的借鉴,也可应用于其他固体波导频散的高精度提取和结构健康表征。

关键词: 超声导波;长骨评价;宽带相干信号子空间;频散提取

中图分类号: TH73 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 510.40 140.20

Evaluation of long bone with ultrasound guided waves using wideband coherent signal subspace method

Zhou Xiancheng¹, Li Pengfei¹, Li Jie², Li Yifang³, Ta De'an³

(1. School of Intelligent Engineering and Intelligent Manufacturing, Hunan University of Technology and Business, Changsha 410205, China; 2. School of Electronic and Information Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China; 3. Academy for Engineering and Technology, Fudan University, Shanghai 200433, China)

Abstract: Ultrasound guided waves are sensitive to the biomechanical properties of long bones, and have been widely used in the health evaluation of long bones. Due to the high attenuation characteristics of bones, accurate estimation of the dispersion pattern of broadband coherent guided wave signals in long bones, and then accurate inversion of the material characteristic parameters of long bones, is a research hotspot and difficulty in the field of bone ultrasound. In this paper, a guided wave number estimation method based on the subspace of broadband coherent signal is proposed to extract the guided wave dispersion pattern with high accuracy; on this basis, an ant colony algorithm with global optimization is applied to estimate the material parameters of the long bone from the guided wave pattern, and the quantitative evaluation of the condition of the long bone is successfully realized. Simulation and ex vivo experiments (2 simulated samples and 2 ex vivo bovine bones) jointly verified the validity of the method, and the relative errors between the experimental dispersion and the reference dispersion were 3.52%, 3.83%, 3.35%, and 4.51%, respectively; for the ex vivo bovine bones, the average relative errors between the estimated values of the cortical bone thickness, longitudinal wave velocity, and transverse wave velocity and the reference values were 3.10%, 0.11%, and 0.03%. In conclusion, the method proposed in this paper provides a new reference for quantitative ultrasonic long bone evaluation, and can also be applied to other solid waveguide dispersion extraction and structural health characterization with high accuracy.

Keywords: ultrasound guided wave; long bone evaluation; wideband coherent signal subspace; dispersion extraction

0 引言

骨质疏松症是一种全身性骨骼疾病。主要临床表现为骨厚度变薄、骨微结构破坏,进而导致骨折风险显著提高^[1]。骨质疏松症的发生不易察觉,容易错过最佳治疗时机。因此,骨质状况的早期诊断和日常监测具有重要意义。

定量超声由于其无创、无辐射、实时、便携等优点^[2],已经被应用于骨骼评价^[3-4],超声导波轴向测量是一种广泛使用的固体波导测量技术^[5-8]。长骨作为一种各向异性高衰减复杂生物组织^[9],在超声脉冲激励条件下,骨皮质中传播的导波模式具有高混叠、低信噪比、宽频谱等特征^[5]。利用宽带超声导波精确评价长骨依然充满挑战。该技术的有效性主要取决于两个方面,1)导波频散的提取,频散分辨率直接影响以模式匹配方式构建的损失函数及其反问题求解的精确性^[10];2)多参数优化问题的求解,多参数优化易受优化算法性能的影响,使得多参数反演结果陷入局部极值点,进而影响多参数估计的准确性^[11-13]。

对于导波频散提取,目前主要存在两种方法,一种是基于时频分析的单阵元测量方法^[5]。该方法能够获得导波信号的时-频谱能量分布。然而,单阵元记录的导波信息有限,且容易受到换能器不同带宽范围内信噪比变化的影响,进而影响频散提取的准确性;另一种是基于阵列信号处理的多通道测量方法^[14-17]。该类方法采用阵列换能器采集超声导波信号,获取的导波信息更加充分,更适合低信噪比导波模式的提取。其中,最为简单和直接的方法是应用二维傅里叶变换(two-dimensional fourier transform, 2D-FT)^[18]将阵列导波信号从时间距离域($t-x$)变换到频率波数域($f-k$)。然而,线阵探头中有限的阵元数限制了距离域的采样数,导致有限的波数分辨率。为了提高波数分辨率,Tran等^[17]提出应用Radon变换迭代估计每个频率下的相速度。然而,该方法需要对高维矩阵求逆,计算成本较高。为了提高对低信噪比导波模式的提取能力,Sasso等^[19]提出一种基于奇异值分解(singular value decomposition, SVD)的方法。然而,上述方法一方面基于谱线能量分布,其估计的频散曲线相比于理论频散有一定程度的展宽,增加了估计的不确定性;另一方面并没有针对宽带导波信号的特点进行专门的方法设计,如针对不同频带不同信噪比的导波模式进行优化。近年来,高分辨率频散提取方法开始引起学界的注意,Zabbal等^[15]提出多重信号分类(multiple signal classification, MUSIC)方法,利用信号子空间和噪声子空间的正交性提取导波频散^[20]。然而,该方法需要将波数域划分为若干个网格,再对各格点估计值形成的谱进行峰值搜索,以获取波数估计值。因此,高精度的频散估计

必然伴随着更高的计算复杂度。为了减小计算开销,无需谱估计和峰值搜索的旋转不变子空间法(estimated signal parameter via rotational invariance techniques, ESPRIT)^[10]开始被应用于频散提取。Chen等^[10]使用空间平滑结合阈值法估计波数。该方法虽然可以直接得到波数的估计值,却以接收子阵的旋转不变性为前提,在导波模式较多时波数估计的准确性有所下降。

反问题的求解是通过理论和实验频散曲线的模式匹配反向求解长骨的各种参数,其求解过程对应多参数的优化求解。Foiret等^[21]应用最小二乘优化准则反演出骨皮质厚度和弹性系数,该方法使用非全局优化算法求解,其结果容易陷入局部极值点。为进一步提高估计精度,全局优化算法开始应用于长骨的多参数估计^[10,13]。Bochud等^[13]利用遗传算法最大化兰姆波模式的占有率求得骨皮质厚度和孔隙度;Chen等^[10]利用粒子群算法极大化频散方程建立的目标函数,进而反演出波导的弹性系数。然而,上述方法一方面需要调整的超参数较多,不同的参数设置可能导致优化算法在收敛速度和解的质量等方面产生显著差异^[22];另一方面也高度依赖初始个体的选择^[23]。当其解空间的覆盖范围有限时,可能会陷入局部最优解或出现早熟现象。此外,为了避免传统方法中高精度频散提取、损失函数设计、多参数优化等一系列繁琐计算过程,深度学习^[18,24]和机器学习^[25]也开始被应用于超声骨骼评价。然而,该类方法基于数据驱动,需要构建大规模的训练数据集。

因此,为了克服已有方法的不足,同时考虑长骨中导波信号的高混叠、低信噪比、宽频带等特征,本文提出了一种基于宽带相干信号子空间的超声导波方法进行长骨评价。该方法将宽带导波信号转换到频域上进行处理,对信号频带进行子带划分,在各频点下进行导波波数估计,进而高分辨率提取实验频散。在精确提取实验频散的基础上构建目标函数,引入超参数较少且收敛速度更快的蚁群算法求解多参数反问题,获取长骨材料参数,进而评价长骨状态。本文首次提出将宽带相干信号子空间频散提取结合蚁群算法用于超声导波长骨评价。仿真和离体实验共同验证了方法的有效性。实验结果表明,本文提出的方法能够高精度提取长骨中导波各模式的频散曲线,并有效估计长骨的材料参数,从而完成定量评价。

1 理论分析

本文方法的整体流程如图1所示,包括信号转换、实验频散曲线提取以及长骨多参数反演3个环节。

1.1 实验频散曲线提取

1) 系统模型

图2为超声导波传播和接收模型。通过短脉冲激励

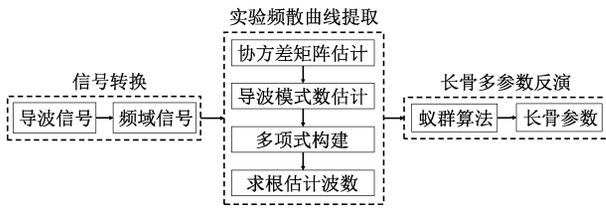


图1 整体流程图

Fig. 1 Overall flow chart

探头发射超声导波宽带信号。接收换能器为多阵元均匀线阵,采集沿长骨轴向传播的导波阵列信号。由于接收到的导波阵列信号为宽带信号,应用本文所提方法前,需要在频域内对其进行数学建模^[26]。首先,通过时域傅里叶变换将接收的阵列导波信号 $X(t)$ 变换为频域复信号 $X(f)$ 。然后,对每一个频点对应的各导波模式波数进行估计。式(1)~(4)为接收的频域导波信号的数学表现形式。

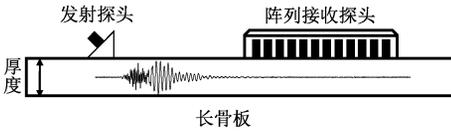


图2 系统模型

Fig. 2 System model

$$X(f) = A(f)S(f) \quad (1)$$

$$A(f) = [a(f, k_1), a(f, k_2), \dots, a(f, k_M)] \quad (2)$$

$$S(f) = [s_1(f), s_2(f), \dots, s_M(f)]^T \quad (3)$$

$$a(f, k_m) = [1, \exp(jkd), \dots, \exp[j(Q-1)kd]]^T \quad (4)$$

其中, f 表示频率, Q 表示阵列总阵元, M 代表导波模式的数量; $X(f)$ 为接收的导波阵列信号的频域形式, 其维度为 $Q \times 1$; $A(f)$ 为接收阵列的响应矩阵, 其维度为 $Q \times M$, 其中 $a(f, k_m)$ 为第 m 个导波模式的响应向量, 其维度为 $Q \times 1$; $S(f)$ 表示长骨中传播的导波频域信号, 其维度为 $M \times 1$, $s_m(f)$ 为第 m 个导波模式的频域形式; k_m 为第 m 个导波模式对应的波数, d 为接收阵列换能器阵元间距。

2) 宽带相干信号子空间方法

本文提出了一种基于宽带相干信号子空间的多项式求根算法用于频散曲线提取, 该方法的核心思想是利用前后向空间平滑技术解耦各频点处接收导波频域信号的协方差矩阵, 经特征分解后得到两组相互正交的特征向量以及对应的特征值对角阵。导波模式数 M 由阈值估计得到, 同时对特征值进行降序排列。其中, 前 M 个特征值对应的特征向量张成接收导波的信号子空间, 后 $Q - M$ 个特征值对应的特征向量张成导波的噪声子空

间。利用信号子空间和噪声子空间的正交性^[20] 构建多项式, 并通过正交三角分解迭代方法^[27] 对多项式求根从而估计接收阵列信号中耦合的不同导波模式的波数, 当所有频点完成波数估计后得到宽带导波信号的频散曲线。具体步骤如下:

(1) 协方差矩阵估计

对接收的导波阵列信号 $X(f)$ 做自相关处理, 得到其协方差矩阵 R :

$$R = E[X(f)X^H(f)] = A(f)R_s A^H(f) + R_N \quad (5)$$

式中: $R_s = E[S(f)S^H(f)]$ 表示导波频域信号的自相关矩阵, $R_N = \sigma^2 I$ 为噪声信号的自相关矩阵, σ^2 为噪声功率, I 为单位矩阵。经过特征分解, 导波信号的协方差矩阵 R 可被划分为信号子空间和噪声子空间的和:

$$R = U_s \Sigma_s U_s^H + U_N \Sigma_N U_N^H \quad (6)$$

其中, Σ_s 为与导波信号对应的对角矩阵, 其维度为 $M \times M$, 其对角线元素由前 M 个较大特征值构成; Σ_N 表示噪声信号对应的特征值对角矩阵, 其维度为 $(Q - M) \times (Q - M)$, 其对角线元素由后 $Q - M$ 个较小特征值构成; U_s 表示前 M 个较大特征值对应的特征向量所张成的信号子空间, 其与响应矩阵 $A(f)$ 张成的空间相同^[28], 维度为 $Q \times M$; U_N 表示后 $Q - M$ 个特征值对应的特征向量所张成的噪声子空间, 其维度为 $Q \times (Q - M)$ 。

式(5)计算得到的协方差矩阵存在一定误差, 同时式(1)中的 $X(f)$ 具有相干性, 不同的导波模式存在混叠现象, 可能导致信号子空间发散到噪声子空间, 造成协方差矩阵秩亏, 进而影响信号特征向量 U_s 的准确性。雷达阵列信号处理的相关研究已经证明, 空间平滑技术能够有效抑制信号的相干性, 提高协方差矩阵的估计准确性。该技术将接收阵列划分成若干个部分阵元相互重叠的子阵列, 应用各子阵列协方差矩阵的均值估计最终的协方差矩阵, 可有效解决单快拍相干信号协方差矩阵亏秩的问题, 使得其秩逼近相干导波的模式数。

本文利用前后向空间平滑技术抑制信号相干性, 由此计算得到式(5)中的协方差矩阵 R 。从图3中可以发现, 将总阵元数 Q 的接收阵列划分为 L 个子阵列, 每个子阵列有 P 个阵元, 其中 $L = Q - P + 1$ 。前向空间平滑估计的协方差和后向空间平滑估计的协方差分别为 R_f 、 R_b , 如式(7)~(10)所示。

$$R_f = \frac{1}{L} \sum_{n=1}^L R_n \quad (7)$$

$$R_b = \frac{1}{L} \sum_{n=1}^L R_{L-n+1} \quad (8)$$

$$R_n = E[X_n(f)X_n^H(f)] \quad (9)$$

$$X_n(f) = [X_n(f), X_{n+1}(f), \dots, X_{n+P-1}(f)]^T \quad (10)$$

因此, 应用前后向空间平滑技术估计的协方差矩阵 R' 为:

$$\mathbf{R}' = (\mathbf{R}_f + \mathbf{R}_b) / 2 \quad (11)$$

其中, \mathbf{R}_f 、 \mathbf{R}_b 、 \mathbf{R}' 均为 $P \times P$ 复数矩阵。

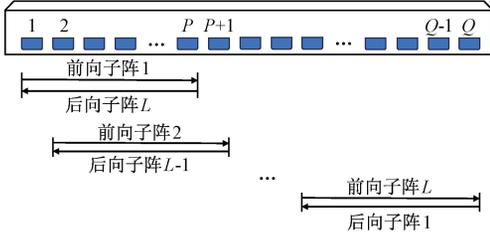


图 3 前后向空间平滑处理

Fig. 3 Forward-backward spatial smoothing

(2) 导波模式数估计

对估计的协方差矩阵 \mathbf{R}' 特征分解并分析其特征值从而确定导波模式数。导波模式数的欠估计和过估计都会导致协方差矩阵的信号子空间和噪声子空间划分不合理,从而增加波数估计的误差,只有在准确估计导波模式数的前提下才有望获取高精度的波数。因此,准确估计导波模式数意义重大,能提高所提取频散曲线的精确性。本文通过阈值法估计导波模式数。由式(6)可知,协方差矩阵特征分解后的特征值对角元素为降序排列。其中,导波信号对应的特征值对角矩阵 Σ_s 的元素值较大,而噪声信号对应的特征值对角矩阵 Σ_n 的元素值较小,且均小于 Σ_s 的对角元素值。通过式(12)计算出首个最大特征值 λ_1 与其他特征值 λ_i 的比值 T_i 。对于每个比值 T_i ,如果小于阈值,则将其视为导波的某个模式,否则均视为噪声。

$$T_i = \frac{\lambda_1}{\lambda_i}, i = 2, 3, \dots, Q \quad (12)$$

本文在不同的阈值条件下提取长骨频散曲线,通过计算实验所提取频散曲线与理论频散曲线之间的均方误差对比不同阈值的优劣。一般而言,较小的误差意味着充分利用了信号子空间信息,同时排除了噪声子空间的影响,也就是准确估计了导波模式数 M 。需要说明的是,通过启发式阈值可能会误判噪声和信噪比较低的导波模式,进而导致模式数的错误估计。为了补偿误差并充分考虑噪声的随机相位,本文采用不同大小的平滑子阵列进行空间平滑,获得多个协方差矩阵 \mathbf{R}' ,对其特征分解后进行多次模式数估计,以重复出现次数最多的估计值作为最终的导波模式数。本文设置 $T_i = 1.6$ 。

(3) 多项式构建

在经过导波模式数估计后,可以更精确地划分式(6)中的信号子空间与噪声子空间,在式(5)两边同时乘以 \mathbf{U}_N , 可得:

$$\mathbf{R}\mathbf{U}_N = \mathbf{A}(f)\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H(f)\mathbf{U}_N + \sigma^2\mathbf{U}_N \quad (13)$$

同时,由于 σ^2 和 \mathbf{U}_N 是协方差矩阵 \mathbf{R} 的特征值和特

征向量,故有:

$$\mathbf{R}\mathbf{U}_N = \sigma^2\mathbf{U}_N \quad (14)$$

根据式(13)~(14),得到:

$$\mathbf{A}(f)\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H(f)\mathbf{U}_N = 0 \quad (15)$$

其中,矩阵 \mathbf{R}_s 为满秩矩阵,所以存在逆矩阵 \mathbf{R}_s^{-1} 。根据复矩阵性质, $\mathbf{A}(f)\mathbf{A}^H(f)$ 为满秩矩阵。因此, $\mathbf{A}^H(f)\mathbf{A}(f)$ 也为满秩矩阵,存在逆矩阵。在式(15)两侧同乘以 $[\mathbf{R}_s^{-1}(\mathbf{A}^H(f)\mathbf{A}(f))^{-1}\mathbf{A}^H(f)]$, 可以得到:

$$\mathbf{A}^H(f)\mathbf{U}_N = 0 \quad (16)$$

即:

$$\mathbf{a}^H(f, k_i)\mathbf{U}_N = 0, i = 1, 2, \dots, M \quad (17)$$

这说明响应矩阵 $\mathbf{A}(f)$ 中的各个列向量(即响应向量)与噪声子空间同样正交。基于上述推导,定义多项式 $g(z)$ 如式(18)~(19)所示。

$$g(z) = \mathbf{U}_N^H \mathbf{p}(z) \quad (18)$$

$$\mathbf{p}(z) = [1, z, \dots, z^{Q-1}]^T \quad (19)$$

当 $z = \exp(jkd)$ 时,可以得到:

$$g(z) = \mathbf{U}_N^H \mathbf{p}(z) = \mathbf{U}_N^H \mathbf{a}(f, k_i), i = 1, 2, \dots, M \quad (20)$$

其中, $\mathbf{p}(z)$ 为与导波波数 k 有关的响应向量。由式(20)可知, $\mathbf{p}(\exp(jkd)) = \mathbf{a}(f, k_i)$, 满足式(17)的等式关系。 $\mathbf{p}(z)$ 可视为导波信号的响应向量,其与噪声子空间为正交关系。因此,可以对多项式进行重新定义:

$$g(z) = \mathbf{p}^H(z)\mathbf{U}_N\mathbf{U}_N^H\mathbf{p}(z) \quad (21)$$

式中存在 z^* 幂次项,使得求根过程变得复杂。将 $\mathbf{p}^H(z)$ 用 $\mathbf{p}^T(z^{-1})$ 代替,得到本文算法的多项式:

$$g(z) = z^{Q-1}\mathbf{p}^T(z^{-1})\mathbf{U}_N\mathbf{U}_N^H\mathbf{p}(z) \quad (22)$$

(4) 求根估计波数

多项式构建完成后,通过正交三角分解迭代方法对多项式 $g(z)$ 求近似的 M 个根,即可完成长骨频散曲线特定频点处的波数估计。在均匀接收阵列的情况下,通过式(23)计算波数。

$$k = \frac{-\text{angle}(\hat{z})}{d} \quad (23)$$

其中, \hat{z} 表示多项式的根。当每个信号频点均完成波数估计后,可以得到长骨的频率-波数关系 (f - k) 频散曲线。

1.2 长骨多参数反演

1) 目标函数

长骨参数反演为一个多参数的优化求解问题,需要将实验与理论频散进行匹配拟合,进而估计长骨的材料参数。反演过程通过最小化实验和理论频散曲线之间的平方误差来估计长骨的多个参数。设计目标函数 $F(\boldsymbol{\theta})$ 如式(24)所示,优化求解该目标函数的最大值。

$$\arg\max_{\theta_{\min} < \theta < \theta_{\max}} F(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{\sum_{n=1}^M \sum_{f=1}^T (k_i^e(f) - k_i(f, \boldsymbol{\theta}))^2} \quad (24)$$

其中, $\theta = (h, V_L, V_T)$, 表示长骨的皮质骨厚度、纵波速度和横波速度。 θ_{inf} 和 θ_{sup} 分别为参数的下界和上界, 其范围参见表 1。 M 为导波模式数, f 表示信号频率, k_i^e 表示第 i 个频点对应的实验估计波数, k_i^t 为第 i 个频点对应的理论波数。

2) 蚁群算法

蚁群算法是受自然界蚂蚁的觅食行为启发而提出的一种智能优化算法^[29]。蚂蚁在觅食过程中, 能够在它所经过的路径留下信息素从而标记其走过的路线。蚂蚁在觅食过程中能够感知信息素的浓度, 并朝信息素浓度高的方向移动, 以此不断调整运动方向, 所有蚂蚁在觅食过程中会形成一条最优路径, 该路径的终点为最优解。本文应用蚁群算法求解长骨材料多参数反演问题。将蚂蚁定义为一个 3 维变量(长骨厚度、纵波速度和横波速度), 并视为可行解。在一次搜索过程中, 每只蚂蚁根据信息素浓度计算出状态转移概率, 依据状态转移概率的大小进行位置更新。接着根据蚂蚁的运动和信息素蒸发系数, 重新计算信息素浓度。蚂蚁会不断往信息素浓度高的位置移动, 最终形成一条稳定的觅食路径, 表现为可行解不断迭代优化直至找到最优解的过程。

蚁群算法求解步骤: 首先在解空间内随机生成 m 只蚂蚁并记录目标函数值, 将信息素浓度的初始值设置为目标函数初始值。每只蚂蚁根据信息素浓度计算状态转移概率并独立更新位置。每一次位置更新需要判断是否超出优化参数的搜索范围, 如果不在搜索范围内则需要重新变化位置。当所有蚂蚁完成位置更新后, 更新蚂蚁所处位置的信息素浓度。当达到最大迭代次数时结束, 否则进入循环重新计算信息素和状态转移概率。

根据经验^[29], 初始化参数设置 20 只蚂蚁, 最大迭代次数为 100, 信息素蒸发系数 $\rho = 0.6$, 状态转移概率常数为 0.15。相关参数设置及优化搜索范围可参见表 1。

表 1 蚁群算法参数设置

Table 1 Ant colony algorithm parameter settings

设置	仿真与实验研究
蚂蚁个数	20
最大迭代次数	100
信息素蒸发系数	0.6
状态转移概率常数	0.15
厚度搜索范围/mm	0.5~4
纵波速度搜索范围/(rad·mm ⁻¹)	3.2~4.2
横波速度搜索范围/(rad·mm ⁻¹)	1.2~2

2 仿真与实验设置

2 块仿真和 2 块离体牛骨样本被用来验证本文方法的有效性。应用时域有限差分法 (finite difference time domain, FDTD)^[30] 模拟超声导波在长骨中的传播。其中, 发射源采用中心频率为 0.5 MHz 的单探头, 其直径为 15 mm。发射信号为 2 周期高斯包络正弦脉冲, 发射角度为 45°。接收探头采用 50 阵元均匀线性换能器, 其阵元中心间距为 1 mm, -6 dB 截止带宽为 0.35~0.65 MHz。采样率设置为 25 MHz。实验和仿真设置保持一致, 如表 2 所示。

表 2 仿真和实验设置

Table 2 Simulation and experiment setup

设置	仿真与实验研究
中心频率/MHz	0.5
脉冲周期数	2
采样率/MHz	25
-6 dB 带宽/MHz	0.35~0.65
阵元间距/mm	1

图 4 为实验装置示意图。首先, 任意波形发生器 (Agilent 33220A, CO, USA) 产生 2 周期高斯包络正弦脉冲, 经功率放大器 (AG 1021, T&C Power Conversion, Inc., NY, USA) 放大后, 用于激励发射探头。信号经过 45° 入射有机玻璃楔块耦合作用于骨样本表面。同时, 任意波形发生器触发同步信号至可编程的多通道超声实验平台 (Vantage-256, Verasonics, WA, USA)。长骨板中的超声导波信号由接收探头转化为电信号后, 接入超声实验平台采集数据, 并在计算机中做进一步处理。其中, 发射和接收探头与骨样本表面均用医用超声耦合剂进行耦合。

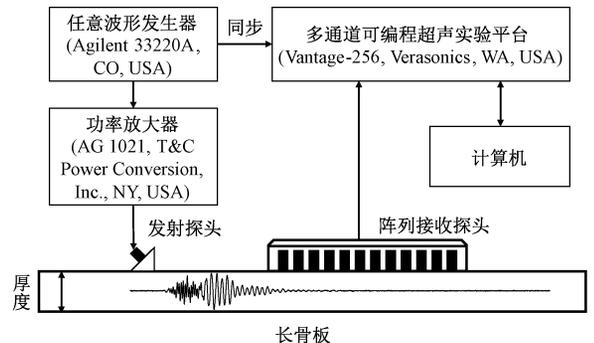


图 4 实验装置示意图

Fig. 4 Schematic diagram of the experimental setup

2 块牛股骨从本地市场采购,经软组织去除和脱脂处理后,打磨为 $120\text{ mm}\times 30\text{ mm}\times h\text{ mm}$ 的皮质骨板。其中, h 表示骨板厚度,通过游标卡尺测量得到。其材料参考值可见作者之前的工作^[8]。表 3 为仿真和实验中各样本的材料参数设置。

表 3 仿真和实验材料参数设置

Table 3 Material parameterization for simulations and experiments

骨样本	厚度/mm	纵波速度 /($\text{mm}\cdot\mu\text{s}^{-1}$)	横波速度 /($\text{mm}\cdot\mu\text{s}^{-1}$)
仿真 1	1.00	3.98	1.77
仿真 2	2.00	3.39	1.53
牛骨板 1	2.78	3.93	1.85
牛骨板 2	3.58	3.81	1.71

3 结 果

3.1 仿真结果

使用多项式求根子空间算法从厚度为 1 mm 和 2 mm 的皮质骨仿真样本中提取的频散曲线如图 5 所示。其中虚线代表对称模式,从左往右依次表示 S_0 、 S_1 、 S_2 、 \dots 、 S_n ,实线代表反对称模式,从左往右依次表示 A_0 、 A_1 、 A_2 、 \dots 、 A_n ,散点为求根子空间算法提取的频散曲线。从结果可以看出,理论和实际估计的频散曲线之间能够较为精确的匹配。对于 1 mm 和 2 mm 厚的皮质骨仿真样本,其理论和实际估计的频散曲线之间的相对误差分别为 3.52%、3.83%。这也验证了本文所提方法对于仿真样本频散提取的准确性。

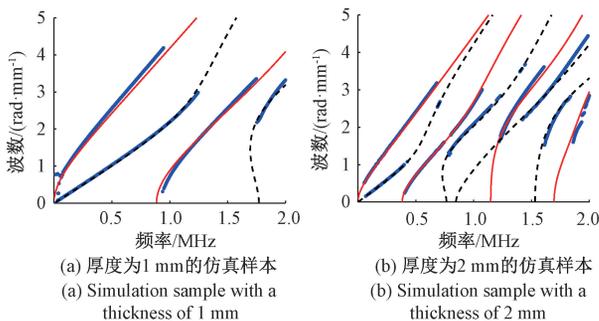


图 5 多项式求根子空间算法计算的仿真频散和参考频散
Fig. 5 Simulation dispersion computed by the polynomial rooted subspace algorithm and reference dispersion curves

通过蚁群算法求解反问题,其参数设置见表 1。优化求解得到 1 mm 和 2 mm 厚的皮质骨仿真样本参数

$\theta = (h, V_L, V_T)$ 分别为 (1.06 mm, 3.973 5 mm/ μs , 1.770 5 mm/ μs) 和 (1.91 mm, 3.423 7 mm/ μs , 1.529 0 mm/ μs)。与参考值相比,厚度、纵波速度和横波速度估计值的平均相对误差分别为 5.29%、0.58%、0.05%。仿真的参数估计值与参考值之间具有较好的一致性。

3.2 实验结果

应用多项式求根子空间算法从厚度为 2.78 mm 和 3.58 mm 的牛骨板中提取的频散曲线如图 6 所示。相比于仿真的皮质骨样本,离体牛骨板的导波信噪比相对较低,不同模式导波信号的频散曲线估计的频带宽度相对较窄。然而,实验估计和理论频散之间依然有较好的准确性,两块离体皮质骨实验和理论频散之间的相对误差分别为 3.35%、4.51%。

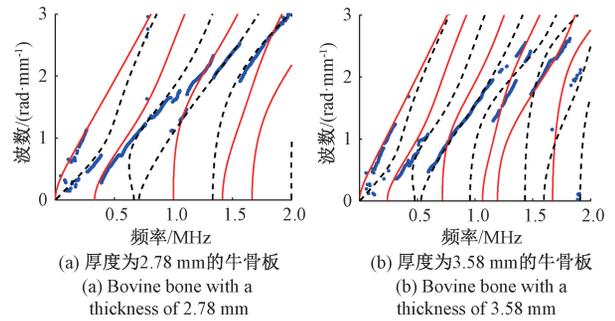


图 6 多项式求根子空间算法计算的牛骨频散和参考频散
Fig. 6 Bovine bone dispersion computed by the polynomial rooted subspace algorithm and reference dispersion curves

应用蚁群算法优化求解离体牛骨样本的参数,其实验参数设置见表 1。优化求解得到 2.78 mm 和 3.58 mm 厚的皮质骨实验样本参数 θ 分别为 (2.74 mm, 3.928 4 mm/ μs , 1.849 7 mm/ μs) 和 (3.75 mm, 3.803 7 mm/ μs , 1.709 5 mm/ μs)。与参考值^[8]相比,厚度、纵波速度和横波速度估计值的平均相对误差分别为 3.10%、0.11%、0.03%。结果表明,实验样本的参数估计值与参考值之间依然具有较好的一致性。表 4 列出了长骨仿真和实验样本的参数反演结果。

表 4 长骨参数估计结果

Table 4 Estimation results of long bone parameters

骨样本	厚度 估计值 /mm	相对 误差 /%	纵波速度 估计值 /($\text{mm}\cdot\mu\text{s}^{-1}$)	相对 误差 /%	横波速度 估计值 /($\text{mm}\cdot\mu\text{s}^{-1}$)	相对 误差 /%
仿真 1	1.06	6.07	3.973 5	0.16	1.770 5	0.03
仿真 2	1.91	4.50	3.423 7	1.00	1.529 0	0.07
牛骨 1	2.74	1.44	3.928 4	0.04	1.849 7	0.02
牛骨 2	3.75	4.75	3.803 7	0.17	1.709 5	0.03

4 讨 论

4.1 波数分辨率

以厚度为 2.78 mm 的离体牛骨板为例,在同一频点下($f = 1.4539$ MHz)使用各种算法对 S2 模式进行波数估计,结果如图 7 所示。其中方形点为该频点下的真实波数值,三角块为本文所提算法估计结果。其中,2 D-FT 和 Burg 算法估计的波数结果视觉上为连续谱。由于峰值附近的估计值相差较小,在极值搜索过程中增加了不确定性,导致模式波数的估计分辨率相对较低。

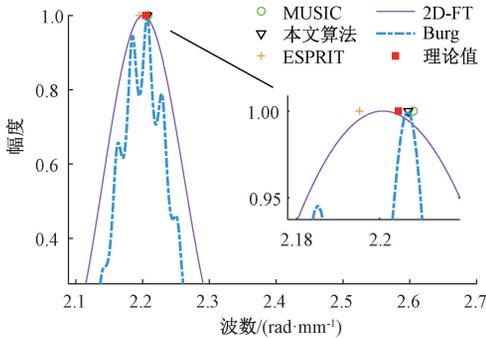


图7 厚度为 2.78 mm 的牛骨板频散波数域分辨率比较

Fig. 7 Comparison of wave-number resolution for dispersions in a bovine bone plate with a thickness of 2.78 mm

Burg 算法作为一种分辨率相对较高的谱估计方法,其估计结果在真实波数附近出现了多个伪峰,难以分辨出准确的波数信息。然而,本文算法估计的导波模式波数为确定的值,分辨率更高。在局部放大图中可以观察到本文算法与 ESPRIT 算法、MUSIC 算法分辨率相同,三者的绝对误差分别为 0.002 4 rad/mm、0.009 4 rad/mm 和 0.003 6 rad/mm。相比于其他两种高分辨率估计算法,本文提出的算法的估计值更接近理论值,准确率更高。本文算法在分辨率上相比于 2 D-FT 和 Burg 算法更高,在准确率上较 ESPRIT 和 MUSIC 算法更优。

4.2 频散提取对比

以厚度为 2.78 mm 的牛骨板为例,图 8 分别为多项式求根子空间算法、ESPRIT 算法^[10]、MUSIC 算法^[15]、2D-FT 算法^[18]和 Burg 算法^[8]提取的频散曲线。可以观察到提取出的离体牛骨板的实验频散和理论频散能够较好地匹配。同时存在部分误差。不能完全吻合的原因一方面为离体牛骨板中部分频带下的导波信号信噪比过低;另一方面为相隔较近的两个导波模式对频散波数估计会产生一定的干扰。2D-FT 和 Burg 算法提取的频散曲线有一定程度的展宽(阴影部分),分辨率相对较低。ESPRIT 算法、MUSIC 算法、多项式求根子空间算法都实

现了波数的准确估计,重建了高分辨率频散曲线。其中,由于依赖于阵列的旋转不变性,ESPRIT 算法在同一频点下,难以估计多个波数,在多数频点仅能估计一个模式,如在 1 MHz 处未能估计出 S2 模式。MUSIC 算法估计结果的精度与波数搜索网格精度直接相关。然而,提高波数搜索网格的精度将增加谱估计和峰值搜索的运算量。本文算法采用多项式求根代替 MUSIC 算法的谱估计和峰值搜索,同时兼顾了估计精度和运算效率。表 5 列出了以上方法的实验和理论频散相对误差,2D-FT 和 Burg 算法的估计误差分别为 3.79%、3.93%,明显高于其他 3 种方法。其中,本文提出的多项式求根子空间算法的平均相对误差仅为 3.35%,估计性能优于 ESPRIT、MUSIC 这两种高分辨率估计方法,估计性能最佳。

表 5 频散曲线平均相对误差对比

Table 5 Comparison of mean relative errors of dispersion curves %

骨样品	2D-FT	Burg	ESPRIT	MUSIC	本文
仿真 1	4.04	3.72	3.61	3.53	3.52
仿真 2	4.52	4.71	4.03	3.82	3.83
牛骨板 1	3.79	3.93	3.41	3.53	3.35
牛骨板 2	5.27	5.20	5.07	4.54	4.51

4.3 时间复杂度

分析比较单快拍、单频点情况下 ESPRIT 算法^[10]、MUSIC 算法^[15]和求根多项式子空间算法的时间复杂度。假设总阵元数为 Q ,导波模式数为 M ,波数搜索网格数为 G (波数步长为 10^{-3} rad/mm,波数搜索范围为 $0 \sim 5$ rad/mm,因此, $G = 5000$)。

MUSIC 算法的时间复杂度主要来源于 3 个方面,计算导波信号的协方差矩阵为 $O(Q^2)$,协方差矩阵特征值分解为 $O(Q^3)$,求解谱函数并进行峰值搜索为 $O(GQ^2 + G)$ 。因此,总时间复杂度为 $O((G + 1)Q^2 + Q^3 + G)$; ESPRIT 算法的时间复杂度主要来源于三次特征值分解,其中一个协方差矩阵的维度为 $(2Q - 2) \times (2Q - 2)$,总时间复杂度为 $O(4(Q - 1)^2 + 8(Q - 1)^3 + 9M^3)$;本文提出的多项式求根子空间算法用多项式求根取代了繁琐的谱估计与峰值搜索过程,总时间复杂度为 $O(Q^2 + Q^3 + 2(Q - 1)^3)$ 。图 9 为各算法在不同阵元数下所需的运算量,本文算法与 ESPRIT 算法相近,显著低于 MUSIC 算法。

表 6 为各算法在单快拍条件下波数估计的运算时间对比。MUSIC 算法由于需要进行谱估计和峰值搜索,其运行时间远高于 ESPRIT 和本文提出的方法;ESPRIT 算法的运行时间大幅度下降,然而其求解过程需要进行

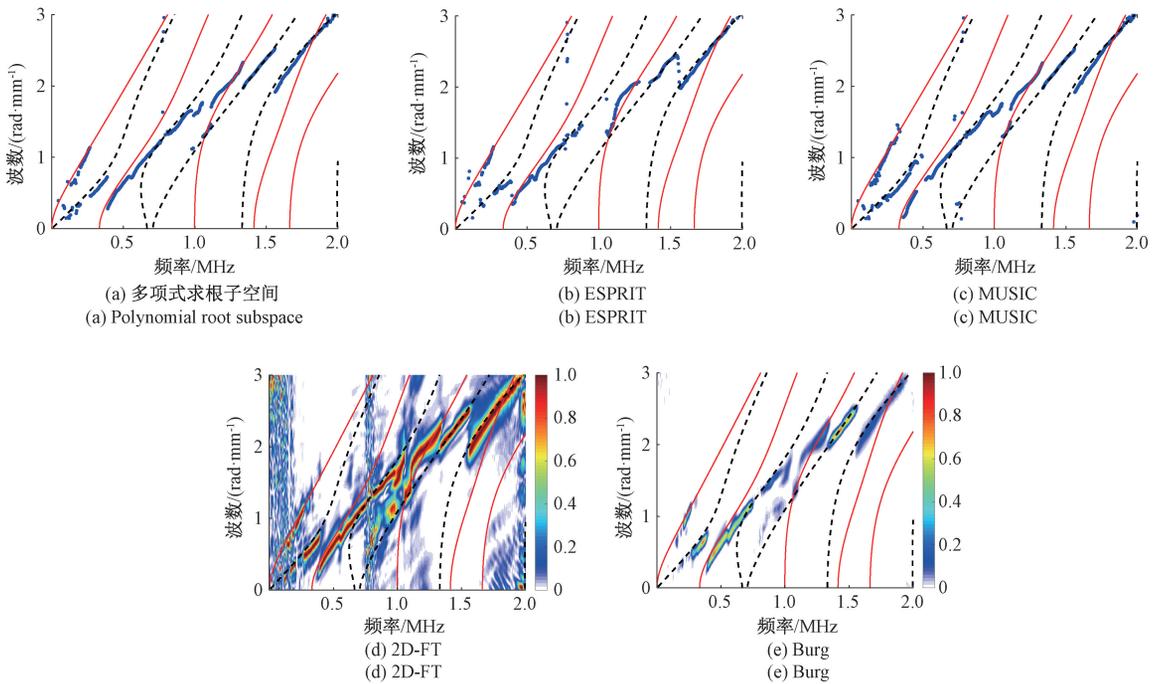


图 8 厚度为 2.78 mm 的牛骨板频散曲线估计结果对比

Fig. 8 Comparison of the estimated dispersion curves for a bovine bone plate with a thickness of 2.78 mm

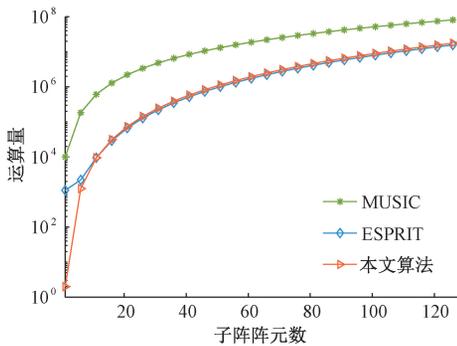


图 9 时间复杂度比较

(单快拍、单频点、 $M=3$ 、 $G=5\ 000$)

Fig. 9 Time complexity comparison

(single snap, single frequency point, $M=3$, $G=5\ 000$)

表 6 运行时间对比

Table 6 Comparison of running time

骨样品	接收总阵元	ESPRIT/s	MUSIC/s	本文/s
仿真 1	50	1.05	20.51	0.93
仿真 2	50	0.92	16.94	0.92
牛骨板 1	50	1.35	18.29	1.05
牛骨板 2	50	1.27	18.41	1.04

计高精度的情况下显著地降低了运行时间,提高了算法效率。实际运行时间略优于 ESPRIT 算法。

4.4 长骨参数反演

以厚度为 2 mm 的仿真样本为例,其多参数反演优化迭代过程如图 10 所示。设置 100 次迭代,优化结果趋于稳定。从图 10(a)观察到迭代过程以较快的速度收敛(在第 10 次迭代趋于稳定)。图 11 展示了蚁群算法按箭头方向的迭代路径,蚂蚁的途经点以及各途经点与最优解的平均相对误差。可以观察到估计参数逐渐趋向理论长骨参数。得益于蚁群算法的并行性和正反馈性,各只蚂蚁进行独立迭代更新位置,其在解空间内同时进行多点启发式的概率搜索,使得寻优过程有效避开局部最优解。

表 7 为蚁群算法、遗传算法、粒子群算法的比较。对于遗传算法^[31],初始个体的选择会对算法的性能产生重要影响,当初始个体没有覆盖较广的解空间时,可能会陷入局部最优解或出现早熟现象,导致无法找到全局最优解,而蚁群算法对初始值的要求不高,即求解结果不依赖初始值的选择。对于粒子群算法^[10],需要手动设置速度限制、惯性权重、自我学习因子和群体学习因子等多个参数,不同的参数组合可能导致算法的收敛速度和求解质量产生显著的差异。参数的调整相对困难且费时。此外,粒子的速度和位置更新受到参数范围的限制,可能会陷入局部最优或出现早熟收敛现象。对于蚁群算法^[29],只需要简单设置信息素蒸发系数和概率转移常数。从收

3 次特征分解,实现较为复杂;本文算法的使用多项式求根代替了 MUSIC 算法中的谱估计与峰值搜索,在保持估

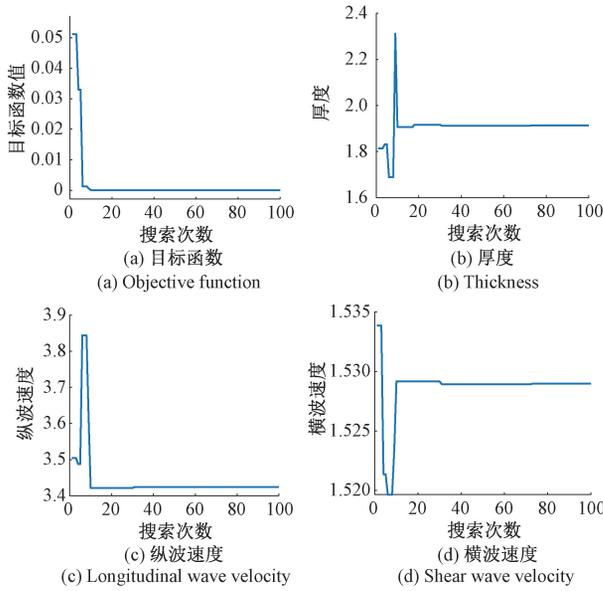


图 10 蚁群算法优化迭代过程的收敛情况

Fig. 10 Convergence of the iterative optimization process using ant colony algorithm

收敛速度和优化结果来看,粒子群算法第 56 代收敛得到平均相对误差为 3.30%,蚁群算法第 10 代收敛得到结果为 1.86%,优于粒子群算法,提高了全局寻优能力。

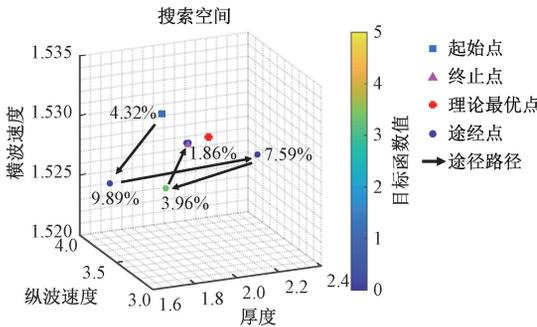


图 11 蚁群算法迭代路径

Fig. 11 Iterative path of ant colony algorithm

表 7 不同全局优化算法的比较

Table 7 Comparison of different global optimization algorithms

算法	粒子群算法	遗传算法	蚁群算法
参数	速度限制	交叉率	信息素蒸发系数
	惯性权重	变异率	概率转移常数
	自我学习因子	-	-
	群体学习因子	-	-
总计	4	2	2
平均相对误差/%	3.30	3.55	1.86
收敛速度	第 56 代	第 9 代	第 10 代

5 结 论

本文提出了一种基于宽带相干信号子空间的超声导波长骨评价方法。仿真和离体实验共同验证了方法的有效性。该方法采用前后向空间平滑和阈值估计提高子空间分解在导波频散估计中的准确性。同时,应用多项式求根代替谱估计和峰值搜索提高算法的运算效率。与已有的高分辨率频散提取方法相比,本文算法较 ESPRIT 方法提高了准确性,较 MUSIC 方法有效降低了算法的运算复杂度,兼顾了频散提取的精度和效率。此外,利用具有全局优化特性的蚁群算法进行长骨多参数优化求解。得益于其分布式计算和启发式的概率搜索,准确高效地获得了多参数优化结果。综上,本文提出的方法为超声导波长骨评价提供了新的方法借鉴。同时,有望推广应用用于其他固体波导的状态表征。未来将在非规则、各向异性皮质骨波导结构中进一步验证本文方法的有效性。

参考文献

[1] 中华医学会骨质疏松和骨矿盐疾病分会. 原发性骨质疏松症诊疗指南(2022) [J]. 中国全科医学, 2023, 26(14): 1671-1691. Chinese Society of Osteoporosis and Bone Mineral Research. Guidelines for the diagnosis and treatment of primary osteoporosis (2022) [J]. Chinese General Practice, 2023, 26(14): 1671-1691.

[2] 张芸芸, 李义方, 石勤振, 等. 基于相位迁移的超声平面波多层皮质骨成像 [J]. 物理学报, 2023, 72(15): 133-142. ZHANG Y Y, LI Y F, SHI Q ZH, et al. Phase shift migration based plane-wave imaging of cortical bone [J]. Acta Physica Sinica, 2023, 72(15): 133-142.

[3] 毕琪彦, 赵兴群, 俞政涛. 一种松质骨模型的超声透射和背散射信号仿真和检测实验研究 [J]. 电子器件, 2023, 46(3): 651-656. BI Q Y, ZHAO X Q, YU ZH T. Simulation and detection of ultrasonic transmission and backscattering signals in a cancellous bone model [J]. Chinese Journal of Electron Devices, 2023, 46(3): 651-656.

[4] MATSUKAWA M. Bone ultrasound [J]. Jpn J Appl Phys, 2019, 58(SG0802): SG0802-0801-0808.

[5] TRAN T N H T, LE L H, TA D AN. Ultrasonic guided waves in bone: A decade of advancement in review [J]. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 2022, 69(10): 2875-2895.

[6] GU M, LI Y, SHI Q, et al. Meta-learning analysis of ultrasonic guided waves for coated cortical bone characterization [J]. IEEE Transactions on Ultrasonics,

- Ferroelectrics, and Frequency Control, 2022, 69(6): 2010-2027.
- [7] GUHA A, AYNARDI M, SHOKOUHI P, et al. Identification of long-range ultrasonic guided wave characteristics in cortical bone by modelling [J]. Ultrasonics, 2021, 114: 106407.
- [8] LI Y, XU K, LI Y, et al. Deep learning analysis of ultrasonic guided waves for cortical bone characterization [J]. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 2020, 68(4): 935-951.
- [9] LIU P X, ZHANG ZH Y, XU J, et al. Thickness detection of anisotropic variable cross-section bone based on ultrasonic guided waves [J]. Measurement Science and Technology, 2023, 35(1): 015701,1-12.
- [10] CHEN Q, XU K, TA D AN. High-resolution lamb waves dispersion curves estimation and elastic property inversion [J]. Ultrasonics, 2021, 115: 106427.
- [11] 樊天地, 宋小军. 超声导波频散曲线反演皮质骨参数的研究 [J]. 声学技术, 2023, 42(1): 46-51.
FAN T D, SONG X J. Cortical bone parameters inversion based on the dispersion curves of ultrasonic guided waves [J]. Technical Acoustics, 2023, 42(1): 46-51.
- [12] 盛帆, 宋小军, 樊天地, 等. 基于超声导波反演参数定征皮质骨骨质状况研究 [J]. 声学技术, 2023, 42(6): 778-784.
SHENG F, SONG X J, FAN T D, et al. Study of cortical bone characterization based on the parameters inverted by ultrasonic guided waves [J]. Technical Acoustics, 2023, 42(6): 778-784.
- [13] BOCHUD N, VALLET Q, MINONZIO J G, et al. Predicting bone strength with ultrasonic guided waves [J]. Sci Rep, 2017, 7: 43628.
- [14] TRAN T N H T, SACCHI M D, TA D AN, et al. Nonlinear inversion of ultrasonic dispersion curves for cortical bone thickness and elastic velocities [J]. Annals of Biomedical Engineering, 2019, 47(11): 2178-2187.
- [15] ZABBAL P, RIBAY G, CHAPUIS B, et al. Multichannel multiple signal classification for dispersion curves extraction of ultrasonic guided waves [J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2018, 143(2): EL87-EL92.
- [16] XU K L, MINONZIO J G, TA D AN, et al. Sparse SVD method for high-resolution extraction of the dispersion curves of ultrasonic guided waves [J]. IEEE Trans Ultrason Ferroelectr Freq Control, 2016, 63(10): 1514-1524.
- [17] TRAN T N H T, NGUYEN K C T, SACCHI M D, et al. Imaging ultrasonic dispersive guided wave energy in long bones using linear radon transform [J]. Ultrasound in Medicine & Biology, 2014, 40(11): 2715-2727.
- [18] ALLEYNE D, CAWLEY P. A two-dimensional Fourier transform method for the measurement of propagating multimode signals [J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1991, 89(3): 1159-1168.
- [19] SASSO M, HAIAT G, TALMANT M, et al. Singular value decomposition-based wave extraction in axial transmission: Application to cortical bone ultrasonic characterization [correspondence] [J]. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 2008, 55(6): 1328-1332.
- [20] ZUO H, YANG ZH B, XU C B, et al. Damage identification for plate-like structures using ultrasonic guided wave based on improved MUSIC method [J]. Composite Structures, 2018, 203: 164-171.
- [21] FOIRET J, MINONZIO J G, CHAPPARD C, et al. Combined estimation of thickness and velocities using ultrasound guided waves: A pioneering study on in vitro cortical bone samples [J]. IEEE Trans Ultrason Ferroelectr Freq Control, 2014, 61(9): 1478-1488.
- [22] TANG J, LIU G, PAN Q T. A review on representative swarm intelligence algorithms for solving optimization problems: Applications and trends [J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2021, 8(10): 1627-1643.
- [23] DE JONG K. Learning with genetic algorithms: An overview [J]. Machine Learning, 1988, 3: 121-138.
- [24] GU M, LI Y, SHI Q, et al. Meta-learning analysis of ultrasonic guided waves for coated cortical bone characterization [J]. IEEE Trans Ultrason Ferroelectr Freq Control, 2022, 69(6): 2010-2027.
- [25] DENIS M, WAN L, FATEMI M, et al. Ultrasound characterization of bone demineralization using a support vector machine [J]. Ultrasound Med Biol, 2018, 44(3): 714-725.
- [26] DORON M A, WEISS A J. On focusing matrices for wide-band array processing [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1992, 40(6): 1295-1302.
- [27] ZAROWSKI C J, MA X, FAIRMAN F W. QR-factorization method for computing the greatest common divisor of polynomials with inexact coefficients [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2000, 48(11): 3042-3051.
- [28] SCHMIDT R. Multiple emitter location and signal parameter estimation [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1986, 34(3): 276-280.
- [29] MIAO CH W, CHEN G ZH, YAN CH L, et al. Path

planning optimization of indoor mobile robot based on adaptive ant colony algorithm [J]. Computers & Industrial Engineering, 2021, 156: 107230.

- [30] LIU CH CH, HAN H J, TA D AN, et al. Effect of selected signals of interest on ultrasonic backscattering measurement in cancellous bones [J]. Science China Physics, Mechanics and Astronomy, 2013, 56 (7): 1310-1316.
- [31] BOCHUD N, VALLET Q, MINONZIO J G, et al. Predicting bone strength with ultrasonic guided waves[J]. Scientific Reports, 2017, 7(1): 43628.

作者简介



周鲜成, 1986 年于浙江工商大学获得学士学位, 2008 年于中南大学获得博士学位, 现为湖南工商大学教授, 主要研究方向为生物医学信号处理、生物特征识别和数字图像处理。

E-mail: zxc6501@126.com

Zhou Xiancheng received his B.Sc. degree in 1986 from Zhejiang Gongshang University, received his Ph.D. degree in 2008 from Central South University, now he is professor in Hunan University of Technology and Business. His main research interests include biomedical signal processing, biometrics recognition and digital Image processing.



李鹏飞, 2017 年于湖南理工学院获得学士学位, 现为湖南工商大学硕士研究生, 主要研究方向为超声导波信号处理。

E-mail: lipengfei_98@163.com

Li Pengfei received his B.Sc. degree in 2017 from Hunan Institute of Science and

Technology. He is a master's student at Hunan University of Technology and Business. His main research interests include Ultrasonic guided wave signal processing.



李义方 (通信作者), 2021 年于复旦大学获得博士学位, 主要研究方向为基于机器学习的超声表征、反问题求解、超声成像、全波形反演和生物医学信号处理。

E-mail: yifangli@fudan.edu.cn

Li Yifang (Corresponding author) received his Ph.D. degree in 2021 from Fudan University. His main research interests include ultrasound characterization based on machine learning, inverse problem, ultrasonic imaging, full-waveform inversion, and biomedical signal processing.



他得安, 1999 年于陕西师范大学获得硕士学位, 2002 年于同济大学获得博士学位, 现为复旦大学教授, 主要研究方向为骨超声、生物医学超声和诊断系统、医学信号处理和数值技术在超声中的应用。

E-mail: tda@fudan.edu.cn

Ta De'an received his M.Sc. degree in 1999 from Shaanxi Normal University, received his Ph.D. degree in 2002 from Tongji University, now he is professor in Fudan University. His main research interests include bone ultrasound, biomedical ultrasound and diagnosis systems, and medical signal processing, the generation, propagation, and the applications of numerical techniques in ultrasound.