

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.2209756

垂线偏差对惯导系统位置误差的影响分析^{*}

郝诗文¹, 周召发¹, 张志利¹, 孟兆海², 常振军¹

(1. 火箭军工程大学导弹工程学院 西安 710025; 2. 天津航海仪器研究所 天津 300131)

摘要:针对制约高精度惯性导航系统精度的垂线偏差误差项问题,研究了垂线偏差对惯性导航系统水平位置误差的影响及各级惯导系统误差补偿时垂线偏差的指标需求。首先,推导了垂线偏差引起的惯导系统误差项的直接差分法和四阶龙格库塔数值更新算法,对比分析了两种算法在不同地区的水平位置误差的更新效果;然后,采用3种分辨率的垂线偏差网格数据对惯导系统进行补偿;最后,分析了垂线偏差补偿频率对位置误差补偿的效果并开展了车载导航DOV补偿实验。仿真及实验结果表明,两种误差更新算法都可以有效计算水平位置误差;垂线偏差最大可引起近3 000 m的位置误差,水平姿态误差与方位姿态误差1 h漂移约18"和72";经DOV补偿后,水平定位精度提升了约230 m。

关键词: 惯性导航系统;垂线偏差;水平位置误差;高精度导航;误差补偿

中图分类号: TH761 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 590.35

Analysis of the inertial navigation system positioning error caused by deflection of the vertical

Hao Shiwen¹, Zhou Zhaofa¹, Zhang Zhili¹, Meng Zhaohai², Chang Zhenjun¹

(1. College of Missile Engineering, Rocket Force University of Engineering, Xi'an 710025, China;

2. Tianjin Navigation Instrument Research Institute, Tianjin 300131, China)

Abstract: To address the error problem of the deflection of the vertical (DOV), which restricts the precision of high-precision inertial navigation system (INS), the influence of DOV on the horizontal position error of INS and the index requirements of DOV for error compensation of INS at all levels are studied. Firstly, the direct difference method and the fourth order Runge Kutta numerical updating algorithm of the INS error term caused by DOV are derived. The updating effects of the horizontal position errors of the two algorithms in different regions are compared and analyzed. Then, the INS is compensated with three kinds of resolution DOV grid data. Finally, the effect of DOV compensation frequency on position error compensation is analyzed and DOV compensation experiment of vehicle navigation is carried out. The simulation and experimental results show that both error update algorithms can effectively calculate the horizontal position error. The maximum DOV can cause a position error of nearly 3 000 m, and the horizontal attitude error and azimuth attitude error drift about 18" and 72" in 1 h. After DOV compensation, the horizontal positioning accuracy is improved by about 230 m.

Keywords: inertial navigation system; deflection of the vertical; horizontal position error; high-precision navigation; error compensation

0 引言

对于传统的惯性导航系统(inertial navigation system, INS),为方便导航解算,通常将定义在参考椭球面的正常重力场代替大地水准面上的真实重力场。该近似方法忽略了正常重力与真实重力之间的差异,即重力扰动,方向上的差异表现为参考椭球的法线与大地水准面垂线的偏差,

即垂线偏差(deflection of the vertical, DOV)^[1-5]。该重力误差在惯性导航系统比力方程中直接影响载体运动加速度的解算,从而引起系统误差。在惯性器件精度不高的系统中,与器件误差相比,重力扰动可忽略不计,但随着惯性器件精度的不断提高、高精度长航时导航需求的提升,垂线偏差将成为制约惯导系统精度的主要误差源之一^[6-11]。

收稿日期:2022-05-10 Received Date: 2022-05-10

^{*} 基金项目:航空科学基金(201808U8004)项目资助

垂线偏差是重力扰动中最重要的参数之一,其直接决定重力扰动水平分量的大小,从而影响惯性导航系统的精度^[12-14]。文献[15]分析了垂线偏差对惯导速度误差的影响机理,航空试验表明垂线偏差对水平速度误差的影响可达近4 nmile/h。文献[16]研究了不同运动状态下重力扰动水平分量对高精度惯导系统的位置误差的影响。文献[17]从惯导系统误差模型入手,着重分析了重力扰动矢量水平分量在导航系统中的误差传播特性。文献[18]引入常速度误差反馈阻尼网络和相位超前串联阻尼网络,抑制了重力扰动引起的舒拉振荡型导航误差。文献[19]分别对3种不同特征的重力扰动所产生的INS位置误差进行仿真计算。文献[20]提出了解析抑制和卡尔曼估值抑制相结合的方法,位置精度显著提高。文献[21]分析了垂线偏差对惯导自对准的影响,理论分析表明,垂线偏差直接影响初始对准的失准角。实测垂线偏差并进行实时补偿将是惯导系统需要解决的工程技术之一,这对垂线偏差数据分辨率及补偿频率提出了一定的要求。上述文献虽然对垂线偏差引起的位置误差进行过一定量的分析,但均未考虑初始对准垂线偏差引起的姿态误差,且未推导出离散化的误差更新算法,未从INS导航更新流程对位置误差分析结果与理论值进行对比分析,无法验证方法的有效性和精度。同时,目前各研究尚未出现不同精度级别的惯导系统对垂线偏差的分辨率及补偿频率的需求分析。

本文从INS误差模型出发,研究了垂线偏差在惯导系统中的传播特性,在考虑了初始对准垂线偏差引起的姿态误差的同时,推导了两种垂线偏差对惯导系统误差项的数值更新算法,并结合超高分辨率重力场模型EIGEN-6C4,定量分析了垂线偏差对惯导系统水平位置误差的影响,对比分析了两种算法在垂线偏差变化不同的区域内的更新效果,最后采用3种分辨率和补偿频率的垂线偏差数据进行插值补偿分析。

1 重力场模型

1.1 重力扰动及垂线偏差的定义

重力扰动矢量是大地水准面上的真实重力矢量与参考椭球面上对应位置的正常重力矢量的差值^[22],如图1(a)所示,可由式(1)计算。其大小定义为重力扰动,方向定义为垂线偏差。垂线偏差是指大地水准面的垂线与参考椭球面上的法线的偏差,即可以描述为球面上一点的天文坐标与大地坐标的偏差,其卯酉分量为 η ,子午分量为 ξ ,可由式(2)、(3)表示,如图1(b)所示。

$$\delta \mathbf{g}^n = [-\eta \gamma \quad -\xi \gamma \quad \Delta g]^T \quad (1)$$

$$\eta = -\frac{\delta g_E}{\gamma} \quad (2)$$

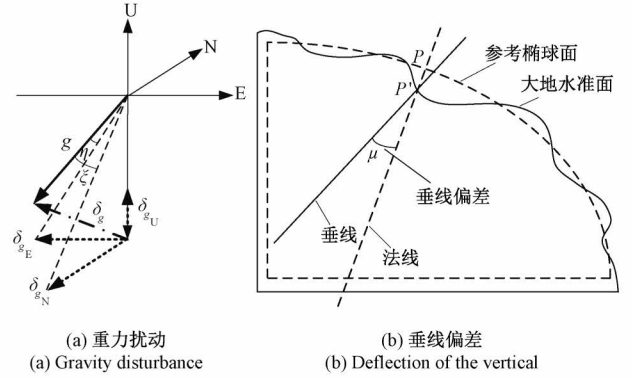


图1 垂线偏差及重力扰动示意图

Fig. 1 Diagrams of DOV and GDV

$$\xi = -\frac{\delta g_N}{\gamma} \quad (3)$$

式中: δg_E , δg_N 分别表示重力扰动东向和北向水平分量; γ 表示正常重力值。

1.2 重力场球谐模型

在重力场理论中,重力加速度是重力位的梯度,重力扰动矢量为重力扰动位的梯度在大地坐标系下的分量。通常重力扰动位可由球谐级数可表示为:

$$T = \frac{GM}{\rho} \sum_{n=2}^N \left(\frac{R_e}{\rho} \right)^n \sum_{m=0}^n \left(\frac{C'_{nm} \cos m\lambda}{+ S_{nm} \sin m\lambda} \right) P_{nm}(\cos \theta) \quad (4)$$

式中: G 为引力常数; M 表示地球质量; ρ 表示点的向径; R_e 表示地球赤道半径; n 为调和项阶数; m 为调和项次数; λ 表示地理经度; θ 表示地心余纬度,可由 $\theta = \pi/2 - \varphi$ 计算,其中 φ 为地理纬度; P_{nm} 表示勒让德函数; C'_{nm} 与 S_{nm} 为采用地球重力卫星测量数据及地面测量数据修正后的调和系数。

根据重力场基础理论可知,对式(4)分别在余纬度和经度方向上求偏导,即可得垂线偏差计算公式:

$$\xi = -\frac{1}{\gamma \rho} \frac{\partial T}{\partial \theta} = -\sum_{n=2}^N \sum_{m=0}^n \left(\frac{C'_{nm} \cos m\lambda}{+ S_{nm} \sin m\lambda} \right) \frac{dP_{nm}(\cos \theta)}{d\theta} \quad (5)$$

$$\xi = -\frac{1}{\gamma \rho} \frac{\partial T}{\partial \theta} = -\sum_{n=2}^N \sum_{m=0}^n \left(\frac{C'_{nm} \cos m\lambda}{+ S_{nm} \sin m\lambda} \right) \frac{dP_{nm}(\cos \theta)}{d\theta} \quad (6)$$

2 垂线偏差对惯导系统误差的影响

2.1 垂线偏差误差建模

以捷联惯性导航系统(strapdown inertial navigation system, SINS)为例,根据比力方程,可得惯导速度误差方

程如下:

$$\delta \dot{\mathbf{V}}^n = -\dot{\boldsymbol{\phi}}^n \times \mathbf{C}_b^n \mathbf{f}^b - (2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times \delta \mathbf{V}^n + \mathbf{V}^n \times (\delta \boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \delta \boldsymbol{\omega}_{en}^n) + \mathbf{C}_b^n \nabla^b + \delta \mathbf{g}^n \quad (7)$$

式中: i 表示惯性坐标系; n 表示导航坐标系(选取地理坐标系东-北-天); b 表示载体坐标系; $\boldsymbol{\phi}^n$ 为姿态角误差; $\delta \boldsymbol{\omega}_{ie}^n$ 、 $\delta \boldsymbol{\omega}_{en}^n$ 为受位置误差和速度误差影响的地球自转角速度误差和导航坐标系更新误差; ∇^b 为加速度计零偏。重力扰动对系统水平位置的影响表现在其对速度及姿态的影响积分后产生的位置误差。位置误差方程如式(8)所示。在导航更新过程中,垂线偏差通过影响速度误差与位置误差从而影响姿态误差,姿态误差方程如式(9)所示,具体流程于 2.3 节。

$$\delta \dot{\mathbf{p}} = \mathbf{M}_{pv} \delta \mathbf{V}^n + \mathbf{M}_{pp} \delta \mathbf{p} \quad (8)$$

$$\dot{\boldsymbol{\phi}}^n = -\boldsymbol{\omega}_{in}^n \times \boldsymbol{\phi}^n + \delta \boldsymbol{\omega}_{in}^n - \mathbf{C}_b^n \boldsymbol{\varepsilon}^b \quad (9)$$

为了着重分析垂线偏差对惯性导航系统水平位置误差的影响,忽略 SINS 速度误差方程中与科氏力有关的项及加速度计的测量误差,速度误差方程可简化为:

$$\delta \dot{\mathbf{V}} = -\dot{\boldsymbol{\phi}}^n \times \mathbf{C}_b^n \mathbf{f}^b + \delta \mathbf{g}^n \quad (10)$$

考虑垂线偏差对初始对准姿态误差的影响,忽略陀螺常值漂移,姿态误差方程可简化为:

$$\dot{\boldsymbol{\phi}}^n = -\boldsymbol{\omega}_{in}^n \times \boldsymbol{\phi}^n + \delta \boldsymbol{\omega}_{in}^n \quad (11)$$

式(8)~(11)即为垂线偏差对惯性导航系统影响的误差方程组。在纯 INS 中,高度通道是发散的,在实际工程应用中,卫星测高系统等方式可以有效控制高度通道的发散,因而本文仅考虑水平通道误差,并忽略惯性器件安装误差和刻度系数误差。

2.2 误差方程离散化

1) 直接差分法

对于惯性导航系统导航解算过程而言,导航更新周期 ΔT 一般很短,对于惯性器件,假设采样频率为 100 Hz 的 SINS,其更新解算周期一般选取 0.03 s 或 0.04 s,为方便计算载体速度误差、位置误差及姿态误差,将各通道误差方程变化为单个导航更新周期内的离散化差分方程组。

(1) 速度误差更新

假设载体处于匀速运动条件下,即载体水平方向加速度为 0,比力与重力大小相等,对水平速度误差微分方程在一个导航解算周期内积分可得:

$$\delta V_E^n(t_m) = \delta V_E^n(t_{m-1}) + \int_{t_{m-1}}^{t_m} g \phi_N(t) - \eta(t) \gamma(t) dt \quad (12)$$

$$\delta V_N^n(t_m) = \delta V_N^n(t_{m-1}) + \int_{t_{m-1}}^{t_m} -g \phi_E(t) - \xi(t) \gamma(t) dt \quad (13)$$

式中: $\delta V_E^n(t_{m-1})$ 、 $\delta V_N^n(t_m)$ 分别为 t_{m-1} 和 t_m 时刻的东向和北向速度误差。

导航更新周期 ΔT 一般很短,对于车载导航而言, $[t_{m-1}, t_m]$ 时间段内,水平姿态误差、垂线偏差及正常重力变化都很小,其在一个导航更新周期内可视为常值,则有:

$$\delta V_N^n(t_m) = \delta V_N^n(t_{m-1}) + \begin{bmatrix} -g(t_{m-1}) \phi_E(t_{m-1}) \\ -\xi(t_{m-1}) \gamma(t_{m-1}) \end{bmatrix} \Delta T \quad (14)$$

$$\delta V_E^n(t_m) = \delta V_E^n(t_{m-1}) + \begin{bmatrix} -g(t_{m-1}) \phi_N(t_{m-1}) \\ -\xi(t_{m-1}) \gamma(t_{m-1}) \end{bmatrix} \Delta T \quad (15)$$

(2) 位置误差更新

同理,对位置误差微分方程两边同时在一个导航更新周期内积分,并离散化整理可得:

$$\delta L(t_m) = \delta L(t_{m-1}) + [\delta V_N^n(t_m)/R_M] \Delta T \quad (16)$$

$$\delta \lambda(t_m) = \delta \lambda(t_{m-1}) + \left[\begin{array}{c} \frac{\delta V_E^n(t_m) \sec L}{R_N} \\ + \delta L(t_m) \frac{V_E(t_m) \tan L}{R_N} \sec L \end{array} \right] \Delta T \quad (17)$$

在一个更新周期内,经纬度位置误差可由上述更新后的 t_m 时刻的速度误差和 t_{m-1} 时刻的位置误差计算。式(16)和(17)为经纬度位置误差,水平位置误差可由上式分别乘以子午圈半径和卯酉圈半径计算得到。

(3) 姿态误差更新

对姿态误差微分方程,两边同时在一个导航更新周期内积分,并离散化可得:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\phi}_E(t_m) = \boldsymbol{\phi}_E(t_{m-1}) + [\boldsymbol{\omega}_{in}^U \boldsymbol{\phi}_N - \boldsymbol{\omega}_{in}^N \boldsymbol{\phi}_U + \delta \boldsymbol{\omega}_{in}^E]_{t_{m-1}} \Delta T \\ \boldsymbol{\phi}_N(t_m) = \boldsymbol{\phi}_N(t_{m-1}) + [\boldsymbol{\omega}_{in}^E \boldsymbol{\phi}_U - \boldsymbol{\omega}_{in}^U \boldsymbol{\phi}_E + \delta \boldsymbol{\omega}_{in}^N]_{t_{m-1}} \Delta T \\ \boldsymbol{\phi}_N(t_m) = \boldsymbol{\phi}_N(t_{m-1}) + [\boldsymbol{\omega}_{in}^N \boldsymbol{\phi}_E - \boldsymbol{\omega}_{in}^E \boldsymbol{\phi}_N + \delta \boldsymbol{\omega}_{in}^U]_{t_{m-1}} \Delta T \end{cases} \quad (18)$$

式中: $[\boldsymbol{\omega}_{in}^U \boldsymbol{\phi}_N - \boldsymbol{\omega}_{in}^N \boldsymbol{\phi}_U + \delta \boldsymbol{\omega}_{in}^E]_{t_{m-1}}$ 表示 t_{m-1} 时刻的角速度 $\boldsymbol{\omega}_{in}^n(t_{m-1})$ 、 $\boldsymbol{\phi}^n(t_{m-1})$ 及 $\delta \boldsymbol{\omega}_{in}^n(t_{m-1})$ 。

在一个姿态误差更新周期内,姿态误差在导航坐标系下的各分量可由 t_{m-1} 时刻的姿态误差递推计算。

式(14)~(18)构成了直接差分误差更新算法,该算法假设在单个更新周期内,速度误差、位置误差及姿态误差为线性函数,通过该方程组即可完成导航误差的递推计算。

2) 四阶龙格库塔算法

对于车载 SINS 而言,由于导航更新周期短,为此,本节基于直接差分的方法,对速度误差方程、位置误差方程

及姿态误差方程直接差分求和。但是,对于姿态误差更新而言,直接差分法将一个误差更新周期内的姿态误差建模为线性函数,该方法存在一定的系统误差。为此,可采用基于四阶龙格库塔的姿态误差更新算法,提高姿态误差更新精度。

设积分步长为 τ ,姿态误差更新周期为 $\tau = t_m - t_{m-1}$ 。则根据式(11)可得标准的四阶龙格库塔算法如下:

$$\begin{cases} K_1 = -[\omega_{in}^n(t_{m-1}) \times] \phi^n(t_{m-1}) + \delta \omega_{in}^n(t_{m-1}) \\ K_2 = -[\omega_{in}^n(t_{m-1} + \frac{\tau}{2}) \times] [\phi^n(t_{m-1}) + \frac{\tau}{2} K_1] + \\ \quad \delta \omega_{in}^n(t_{m-1} + \frac{\tau}{2}) \\ K_3 = -[\omega_{in}^n(t_{m-1} + \frac{\tau}{2}) \times] [\phi^n(t_{m-1}) + \frac{\tau}{2} K_2] + \\ \quad \delta \omega_{in}^n(t_{m-1} + \frac{\tau}{2}) \\ K_4 = -[\omega_{in}^n(t_m) \times] [\phi^n(t_m) + \tau K_3] + \delta \omega_{in}^n(t_m) \end{cases} \quad (19)$$

取式(19)斜率的加权平均可得:

$$K = \frac{1}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) \quad (20)$$

则 t_m 时刻的姿态误差阵 $\phi^n(t_m)$ 可由 t_{m-1} 时刻的姿态误差阵递推求得,即:

$$\phi^n(t_m) = \phi^n(t_{m-1}) + K\tau \quad (21)$$

式(19)~(21)即为姿态误差更新的四阶龙格库塔算法,由该方程组即可递推求解载体运动中的姿态误差。由于误差更新周期较短,因此,速度误差及位置误差可同样采用直接差分更新算法。

2.3 导航及误差更新流程

由车载SINS基本原理可知,载体初始时刻姿态经初始对准后获取,IMU采样周期0.01 s,导航解算采用3子样算法以补偿姿态更新过程中的圆锥误差及速度更新中的划船误差,更新周期为0.03 s。垂线偏差首先影响载体初始对准时的姿态误差,通过方程式(11)影响姿态更新过程,随后误差进入速度更新通道,通过式(10)影响运动加速度解算,从而引起速度解算误差,最后,通过式(8)经积分后影响位置误差。导航误差更新周期选取为0.09 s,如图2所示,点划线框为IMU采样部分,即数据采样频率100 Hz;双点划线框表示导航更新部分,单个导航更新周期为0.03 s;虚线框表示导航误差更新部分,3次导航更新后进行一次误差更新,误差更新周期为0.09 s。

3 仿真分析

通过上述分析,对垂线偏差各分量引起的INS位置误差进行仿真分析。仿真条件设定如下:仿真区域分别

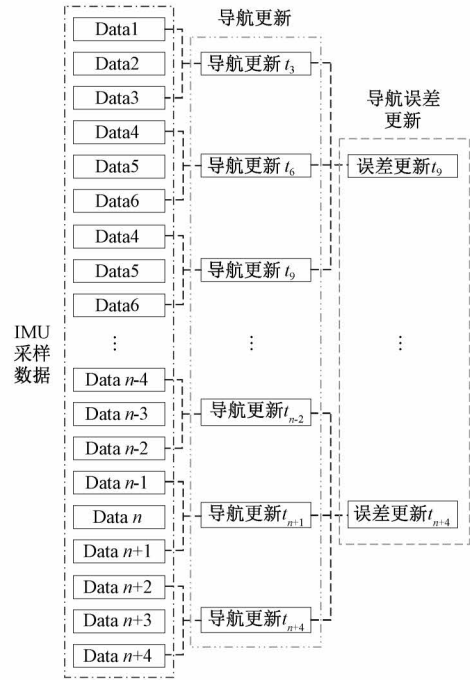


图2 导航及误差更新示意图

Fig. 2 Deflection diagram of the vertical η on general are

设定为垂线偏差变化一般区域:N 34°18'45"~39°18'45"、E 109°7'30"~114°7'30"(陕西);异常区域:N 26°18'45"~31°18'45"、E 89°7'30"~94°7'30"(青藏高原)。仿真区域内垂线偏差网格数据通过重力场模型EIGEN-6C4求得。

图3、4分别为一般区域及异常区域内垂线偏差变化示意图。由图3和4可知,垂线偏差变化一般区域内,其卯西分量和子午分量的变化范围在 $\pm 20''$,异常区域两个分量的变化范围在 $\pm 60''$,图中明显看出,异常区域的垂线偏差分量最高可达1',远大于目前现有INS的初始对准精度,因此,在高精度INS中,垂线偏差应当予以考虑并补偿。

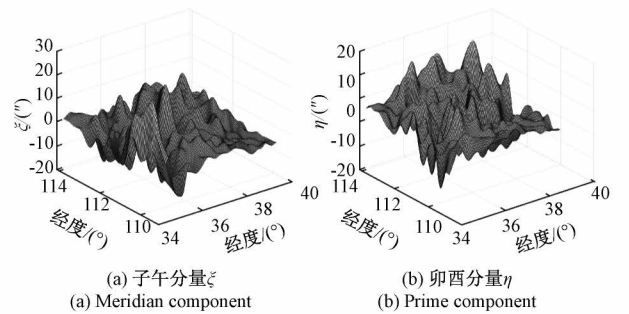


图3 一般区域垂线偏差

Fig. 3 Deflection of the vertical on general area

3.1 一般区域仿真

本节主要通过惯导数据解算垂线偏差对位置误差的影响,验证两种误差更新算法的性能。首先设定载体的运

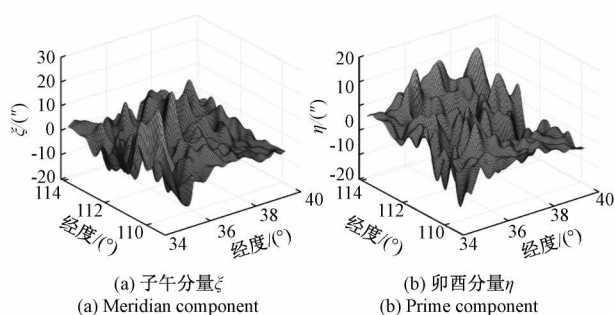


图4 异常区域垂线偏差

Fig. 4 Deflection of the vertical on rough area

动路径;然后利用 EIGEN-6C4 重力场模型计算载体运动路径上的垂线偏差,将垂线偏差数据插值并累加在正常重力场来模拟真实重力场数据,仿真分别同时生成未叠加 DOV 数据的 IMU 数据和叠加 DOV 后的 IMU 数据,保证两组 IMU 数据含有相同的惯性测量器件误差;最后,对两组 IMU 数据进行导航解算,分别生成两条运动轨迹,两条运动轨迹的位置差即为 DOV 引起的位置误差理论值。

一般区域内的运动轨迹设定为 $N 34^{\circ} 18' 57'' \sim N 37^{\circ} 9' 17''$ 、 $E 109^{\circ} 7' 36''$,约 315 km;运动载体速度设定为 25 m/s,陀螺常值漂移 $0.01^{\circ}/h$,随机游走系数为 $0.001^{\circ}/h^{1/2}$;加速度计常值零偏 $50 \mu g$;零漂白噪声为 $5 \mu g$;垂线偏差引起的初始对准的失准角为 $[-4.74'', 14.05'', 9.59'']$,导航解算采用优化的 3 子样算法。

一般区域内的载体运动轨迹上的垂线偏差变化如图 5 所示。图 6(a)、(b)为纯惯导姿态误差和叠加 DOV 数据后的纯惯导姿态误差,由图 6 可明显看出 DOV 直接影响姿态误差,叠加 DOV 后的姿态误差波动更为剧烈,这与文献[21]所得结论相符。

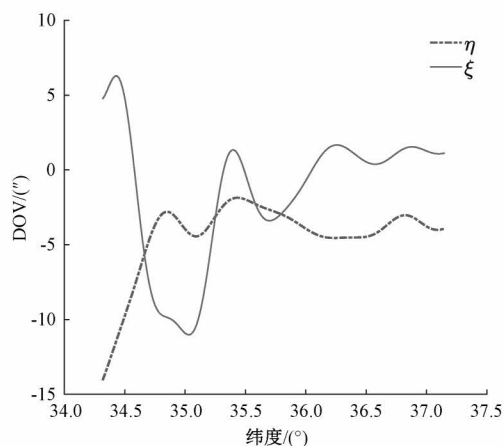


图5 一般地区运动轨迹上的垂线偏差

Fig. 5 DOV on the trajectory of general area

图 7 为一般区域内叠加 DOV 数据前后的纯惯位置误差对比示意图,经叠加 DOV 数据后,惯导解算出的位置误差相比未叠加前更大,北向位置误差最大可达近

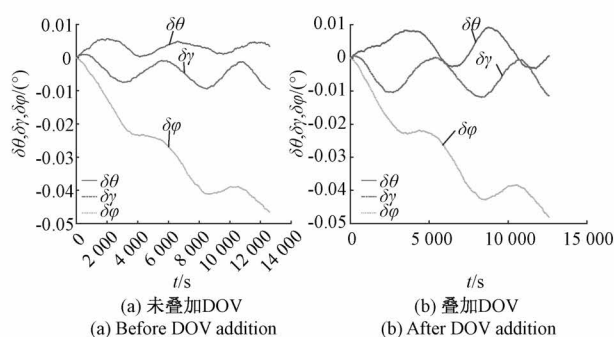


图6 一般区域内叠加 DOV 前后的纯惯导姿态误差

Fig. 6 Attitude error of pure INS before and after DOV addition in the general area

6 000 m,东向位置误差最大可达近 4 000 m,一般区域修正 DOV 前后姿态误差及位置误差统计数据如表 1 所示。该图反映的是 IMU 误差和 DOV 共同作用下的纯惯解算后的位置误差。为了清晰反映垂线偏差对位置误差的影响,基于第 2 节推导的误差数值更新方程,分别利用四阶龙格库塔算法和直接差分算法更新 DOV 引起的水平位置误差,北向及东向位置误差如图 8、9 所示,统计数据如表 2 所示。

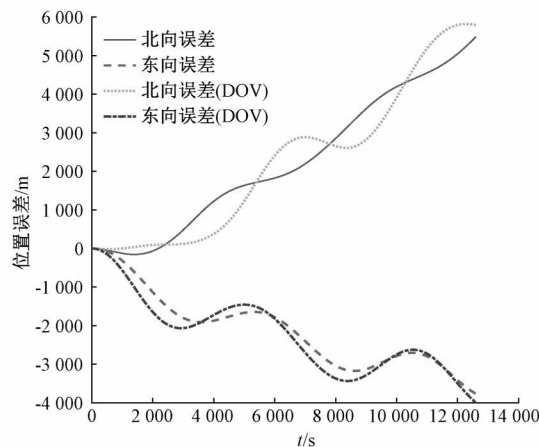


图7 一般区域的纯惯导位置误差对比

Fig. 7 Position error contrast of pure INS in general area

表1 一般区域修正 DOV 前后数据统计

Table 1 Statistic of the general area before and after correction

统计项	修正前		修正后	
	最大值	平均值	最大值	平均值
$\delta\theta/(^{\circ})$	0.009 3	0.003 1	0.002 6	2.99×10^{-4}
$\delta\gamma/(^{\circ})$	-0.011 9	-0.005 4	-5.12×10^{-4}	4.27×10^{-4}
$\delta\phi/(^{\circ})$	-0.048	-0.029	-0.046	-0.025
$\delta P_E/m$	-3 995.4	-2 224.8	-3 766.9	-2 105.3
$\delta P_N/m$	5 819.3	2 226.1	5 490.9	2 223.4

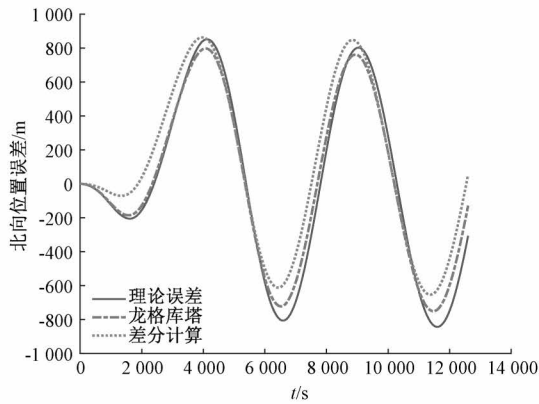


图8 一般区域运动轨迹上 DOV 引起的北向位置误差

Fig. 8 The northward position error caused by DOV on the trajectory of the general area

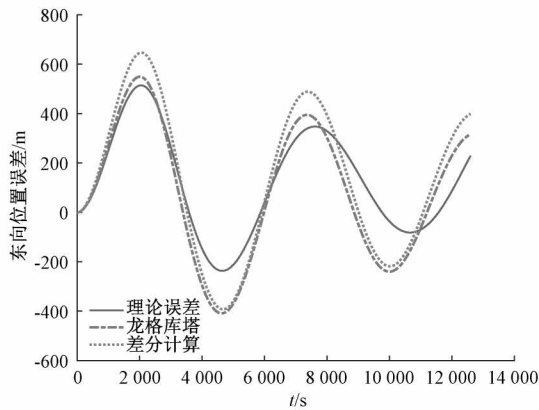


图9 一般区域运动轨迹上 DOV 引起的东向位置误差

Fig. 9 The eastward position error caused by DOV on the trajectory of the general area

表2 一般区域内数据统计
Table 2 Statistic of the general area

统计项	最大值	最小值	平均值
$\eta/(\prime\prime)$	-1.86	-14.05	4.35
$\xi/(\prime\prime)$	6.29	-11.02	3.33
$\delta P_N/\text{m}$	851.85	-	434.56
$\delta P_E/\text{m}$	514.43	-	178.47

由图8、9可知,龙格库塔算法和直接差分算法所更新的水平位置误差基本都可以反映出真实的理论位置误差变化趋势,在北向位置误差上龙格库塔算法基本与理论误差相吻合,在东向位置误差更新上有一定的误差,但基本可以反映出位置误差的变化趋势。在垂线偏差变化相对平缓的区域内,DOV引起的纯惯导北向位置误差最大可达851 m,东向位置误差最大可达514 m。

3.2 异常区域仿真

异常区域内仿真条件设置与3.1节一致,运动轨迹设定为 $N 26^{\circ}32'3'' \sim N 29^{\circ}22'32''$, $E 89^{\circ}40'27''$,约315 km,垂线偏差引起的初始对准的失准角为 $[-12.89'', -6.31'', 3.15'']$ 。

异常区域内运动轨迹上的垂线偏差变化如图10所示,与图5相对比可看出,异常区域内运动轨迹上的垂线偏差子午分量与卯酉分量变化更为剧烈,子午分量 ξ 最高可达 $50''$ 。从图11(a)、(b)可看出,在垂线偏差变化剧烈的异常区域内,叠加DOV数据后,纯惯导姿态误差波动幅度明显增大,相比一般区域,该区域内DOV的影响更为剧烈。图12为异常区域内叠加DOV数据前后的纯惯导位置误差对比,由图12可明显看出,经叠加DOV数据后,纯惯导水平位置误差波动较大幅度提升,相比一般区域内,该区域水平位置误差增加明显,北向位置误差最高可达7600 m,东向位置误差可达5700 m,异常区域修正DOV前后姿态误差及位置误差统计数据如表3所示。

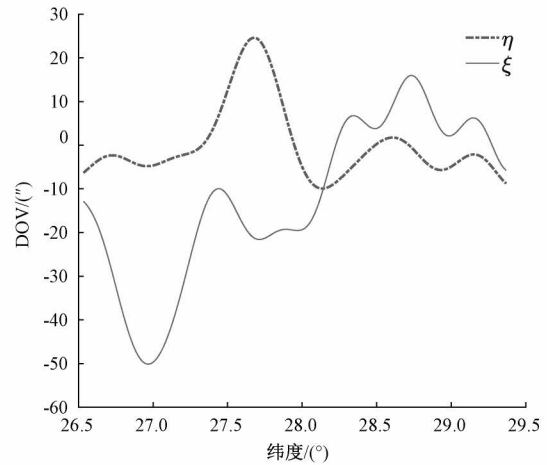


图10 异常区域运动轨迹上的垂线偏差

Fig. 10 DOV on the trajectory of rough area

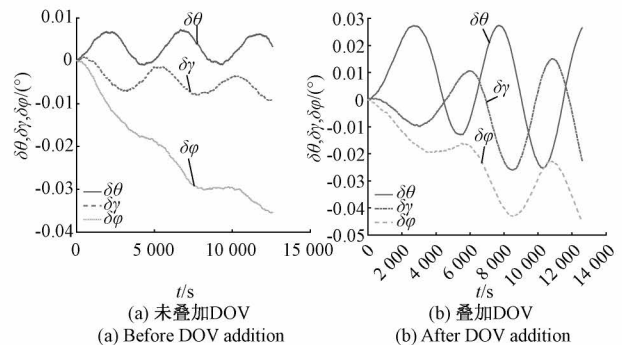


图11 异常区域内叠加DOV前后的纯惯导姿态误差

Fig. 11 Attitude error of pure INS before and after DOV addition in the rough area

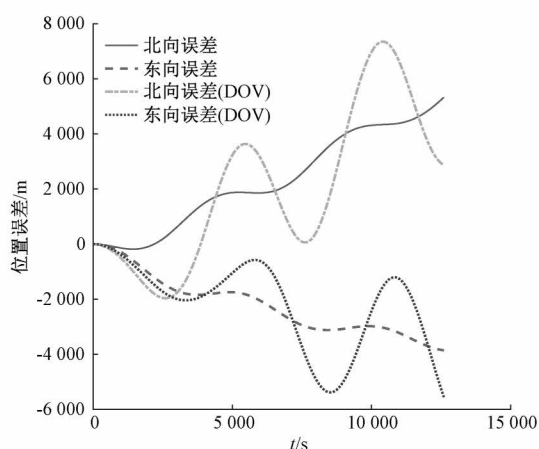


图 12 异常区域的纯惯位置误差对比

Fig. 12 Position error contrast of pure INS in rough area

表 3 异常区域修正 DOV 前后数据统计

Table 3 Statistic of the rough area before and after correction

统计项	修正前		修正后	
	最大值	平均值	最大值	平均值
$\delta\theta/(^{\circ})$	0.027	0.006	0.007	0.003
$\delta\gamma/(^{\circ})$	-0.026	-0.004	-0.009	-0.005
$\delta\psi/(^{\circ})$	-0.045	-0.020	-0.036	-0.020
$\delta P_E/m$	-5 896.2	-2 314.5	-3 856.9	-2 207.8
$\delta P_N/m$	7 598.5	3 032.2	5 324.6	2 291.1

垂线偏差引起的水平位置误差分别如图 13、14 所示,异常区域内的统计数据如表 4 所示。由图 13、14 可知,在 DOV 变化剧烈的区域内,龙格库塔算法和差分算法与理论位置误差变化趋势相吻合,龙格库塔算法基本与理论误差保持一致,可以有效地更新出垂线偏差引起

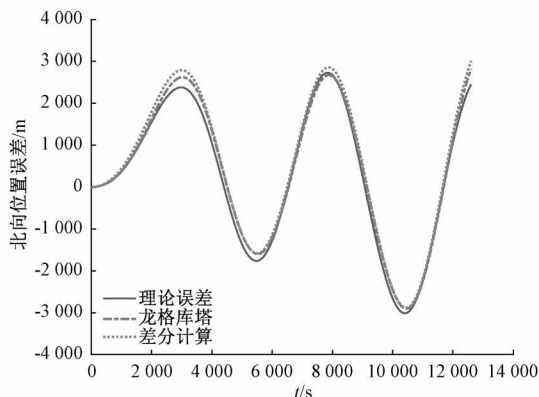


图 13 异常区域运动轨迹上 DOV 引起的北向位置误差

Fig. 13 The northward position error caused by DOV on the trajectory of the rough area

的位置误差,北向误差上,龙格库塔算法相比直接差分算法,其保持更高的误差更新精度,在东向位置误差上,其最开始更新精度稍差,一段时间后其保持较高的更新精度,与理论误差保持一致。在 DOV 变化剧烈的异常区域内,DOV 引起的纯惯导北向位置误差可达 2 934 m,东向位置误差最大可达 2 296 m。对于目前的高精度 INS 来讲,该误差不容忽视,因此,有必要对 DOV 引起的导航误差进行有效补偿,以提高 INS 导航精度。

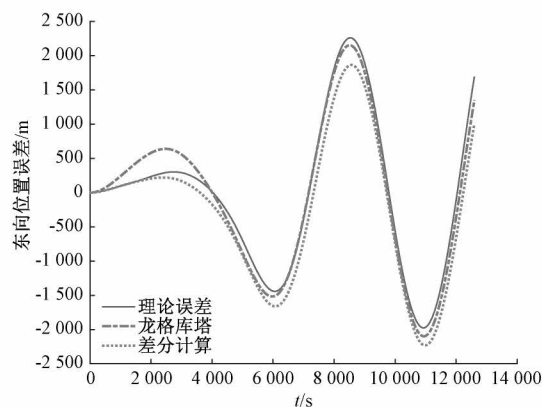


图 14 异常区域运动轨迹上 DOV 引起的东向位置误差

Fig. 14 The eastward position error caused by DOV on the trajectory of the rough area

表 4 异常区域内的统计数据

Table 4 Statistic of the rough area

统计项	最大值	最小值	平均值
$\eta/(^{\circ})$	24.62	-9.96	6.11
$\xi/(^{\circ})$	16.01	-50.16	17.18
$\delta P_N/m$	2 934.42	-	898.45
$\delta P_E/m$	2 296.73	-	1 198.68

龙格库塔误差更新算法与直接差分算法都可以有效计算 DOV 引起的导航定位误差,前者相比直接差分算法,其误差保持精度总体更高。但在导航误差更新前期,直接差分算法比前者精度更优,因此,在 DOV 变化较为剧烈的异常区域内,可选择龙格库塔算法更新,短时导航时,可选择直接差分算法计算误差。

4 DOV 数据分辨率对修正精度的影响

垂线偏差测量研究包括数字天定仪、航空重力矢量测量法及卫星测高等,为 INS 误差补偿奠定了基础^[23-24]。为了有效判定出不同精度级别的 INS 的 DOV 补偿需求,本节主要从 DOV 数据分辨率和补偿更新频率两方面,分析不同精度级别的惯导系统对垂线偏差的补偿需求,为 INS 的垂线偏差补偿提供参考基准。

4.1 分辨率分析

仿真条件设置与第3节一致,利用重力场模型计算出的 $1' \times 1'$ 网格垂线偏差插值后得到区域内的重力数据来模拟实际的垂线偏差,假设其为真实重力场。分别计算出分辨率为 $2.5' \times 2.5'$ 、 $5' \times 5'$ 、 $10' \times 10'$ 三种垂线偏差网格数据,并进行插值计算来补偿实际重力,补偿更新频率均为 0.03 s ,与惯导解算周期一致。

以一般区域为例,经垂线偏差补偿后,垂线偏差引起的系统水平位置误差残差分别如图15(a)、(b)所示。从图15中的补偿结果来看,在垂线偏差变化一般的区域内,3种不同分辨率的网格数据补偿后都大幅度提升系统水平位置精度。随着数据分辨率的降低,水平位置误差残差逐步升高,采用 $2.5' \times 2.5'$ 的网格垂线偏差数据补偿可达到 1 m 左右的水平位置精度,采用 $5' \times 5'$ 分辨率的垂线偏差数据补偿精度可达 10 m ,采用 $10' \times 10'$ 分辨率的数据补偿精度满足 50 m 。

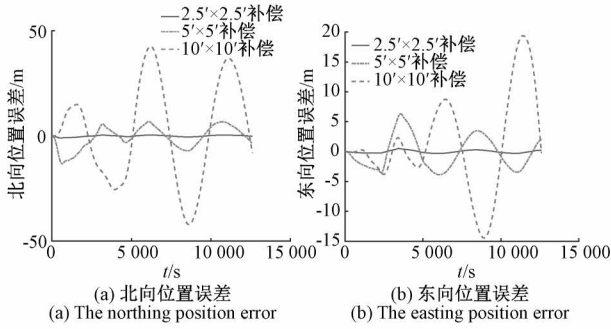


图15 DOV补偿后的位置误差残差

Fig. 15 The easting position error residual after DOV compensation

根据导航定位精度,惯性导航系统可分为战略、导航、商用3种级别^[25],由前文分辨率结果分析可知,对于战略级导航系统,其位置精度要求在 0.001 nm/h ,则需要 $2.5' \times 2.5'$ 分辨率的垂线偏差数据进行补偿;对于导航级系统,其位置精度须达到 0.01 nm/h ,则需要 $5' \times 5'$ 分辨率以下的网格数据补偿;对于位置精度要求在 0.1 nm/h 的商业级导航系统, $10' \times 10'$ 的网格数据即可补偿,因此在精度要求在百米之内的纯惯导系统,预先实测或计算出 $10' \times 10'$ 分辨率的垂线偏差数据即可。

4.2 更新频率分析

第4.1节主要分析了不同分辨率的垂线偏差数据补偿水平位置误差的影响。在实际补偿过程中,补偿更新频率同样会制约INS补偿精度,影响导航解算时间。为此,本节主要分析垂线偏差补偿频率对精度的影响。

仿真条件与上节保持一致,分别选取 0.15 、 0.3 和 3 s 三种更新补偿频率进行分析,经垂线偏差补偿后,垂线偏差引起的系统水平位置误差残差如图16(a)、(b)所示。

3种不同更新频率补偿后都大幅度提升系统水平位置精度,随着补偿频率的提升,水平位置误差残差逐渐降低,补偿效果提升显著。

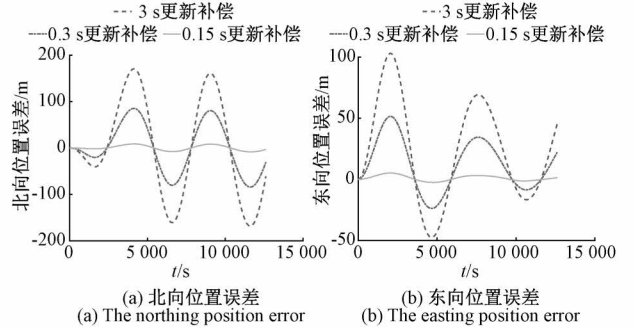


图16 不同更新频率DOV补偿后的位置误差残差

Fig. 16 Residual position error after DOV compensation with different update frequencies

5 车载实验分析

为进一步验证上述误差更新算法的准确性,评估垂线偏差补偿纯惯导误差后的精度效果,于2022年11月在西安周边开展了车载导航实验,实验路径如图17所示,运动轨迹起点坐标为: $N 34^{\circ}19'7'' E 109^{\circ}7'4''$,终点坐标为: $N 35^{\circ}28'44'' E 110^{\circ}27'42''$,总长约 300 km 。路径垂线偏差由2190阶EIGEN-6C4重力场模型计算,如图18所示。

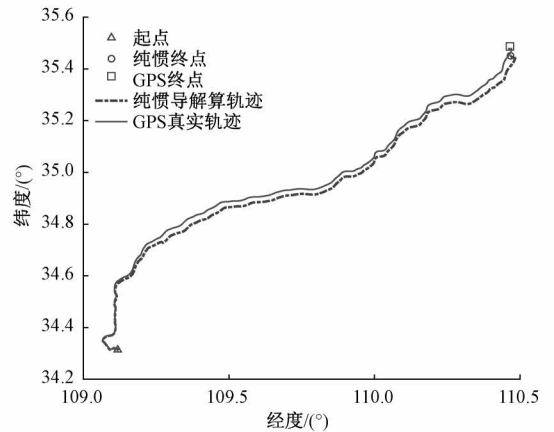


图17 运动轨迹

Fig. 17 The trajectory

纯惯导姿态、速度、位置误差由SINS/GPS组合导航结果为基准求得,姿态误差如图19所示,由图19可知方位姿态误差相比水平姿态误差略大,在 0.02° 附近波动。经垂线偏差补偿前后的速度误差、位置误差如图20、21所示,由图20和21可知,经垂线偏差补偿后,

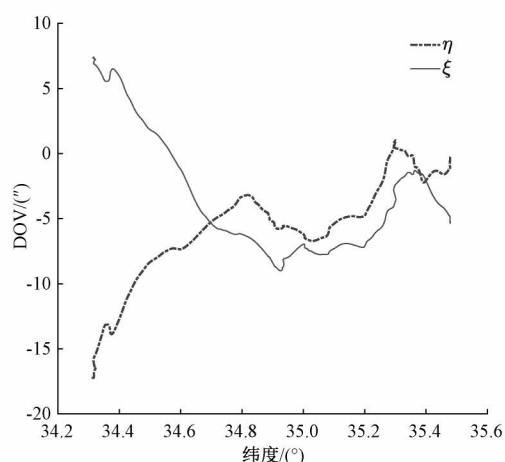


图 18 路径垂线偏差

Fig. 18 DOV of the trajectory

东向速度误差最大值由 1.08 m/s 降至 0.62 m/s, 水平位置误差精度提高近 230 m, 统计数据如表 5 所示。经路径垂线偏差补偿后, 纯惯导速度、位置解算精度提升显著, 验证了前期理论分析的正确性。

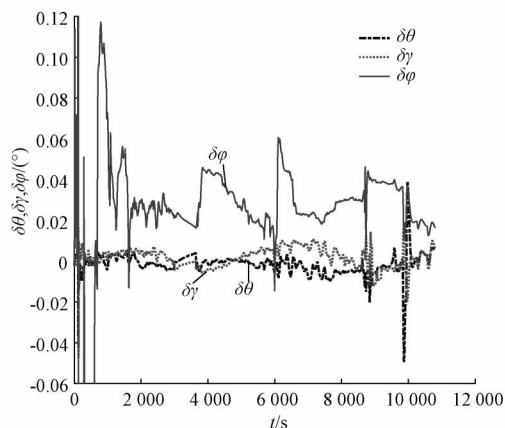


图 19 纯惯导姿态误差

Fig. 19 The attitude error of SINS

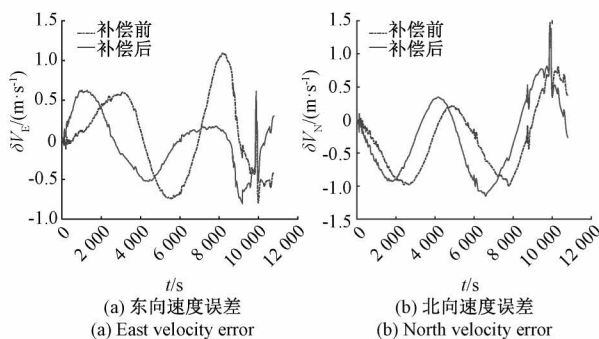


图 20 纯惯导补偿前后速度误差

Fig. 20 The velocity error of SINS before and after compensation

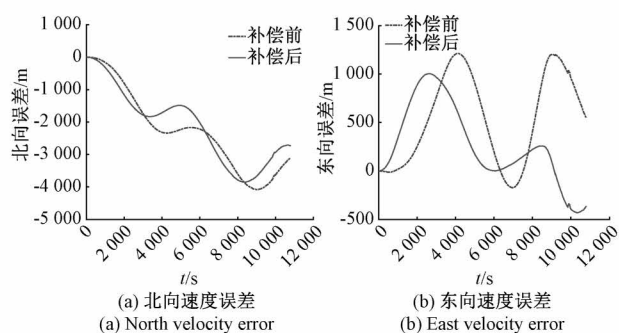


图 21 纯惯导补偿前后位置误差

Fig. 21 The position error of SINS before and after compensation

表 5 纯惯导补偿前后数据统计

Table 5 Statistic of SINS before and after compensation

统计项	补偿前		补偿后	
	最大值	平均值	最大值	平均值
$\delta V_E / (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	1.089	0.054	0.624	-0.031
$\delta V_N / (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	1.481	-0.286	1.476	-0.252
$\delta P_E / \text{m}$	1 212.7	545.1	1 003.8	269.3
$\delta P_N / \text{m}$	-4 078.1	-2 262.1	-3 848.4	-2 107.3

6 结 论

随着惯性技术的发展、惯性器件精度不断提高, 军用及民用领域均对高精度 INS 的位置精度提出了更高的要求, 垂线偏差对 INS 的误差影响就需予以考虑并进行补偿。本文主要基于惯性导航系统误差方程, 研究了垂线偏差对 INS 的水平位置误差的影响, 推导了两种垂线偏差对惯导系统误差项的数值更新算法, 验证了其在不同地区的更新效果和精度, 并分析了不同分辨率及补偿频率的垂线偏差网格数据对 INS 水平位置误差的影响, 最后开展了车载导航 DOV 补偿实验。所得主要以下结论:

垂线偏差引起的 INS 水平位置误差在有界范围内震荡, 水平位置误差量与轨迹上垂线偏差的大小有关, 在垂线偏差变化剧烈的异常区域, 最大位置误差可达近 3 000 m。

利用垂线偏差数据补偿 INS 时, 随着垂线偏差网格数据分辨率的降低, 补偿后的水平位置误差残差逐渐增高。对于位置精度要求在 0.1 nm/h 的 INS, $10' \times 10'$ 的网格数据即可补偿; 0.01 nm/h 的 INS 则需要 $5' \times 5'$ 分辨率以下的的数据。随着补偿频率的提升, 水平位置误差残差逐渐降低。

参考文献

- [1] CHANG L, QIN F, WU M. Gravity disturbance compensation for inertial navigation system[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2018, 68(10):3751-3765.
- [2] ZHOU X, YANG G, CAI Q, et al. A novel gravity compensation method for high precision free-INS based on "extreme learning machine" [J]. Sensors, 2016, 16(12):1260-1274.
- [3] ZHU Z, ZHAO B, GUO Y, et al. Research on gravity vertical deflection on attitude of position and orientation system and compensation method[J]. Aerospace Science and Technology, 2019, 85(2):495-504.
- [4] JUNBO T, JULIANG C, LUBING C, et al. A model of gravity vector measurement noise for estimating accelerometer bias in gravity disturbance compensation [J]. Sensors, 2018, 18(3):883-909.
- [5] JUNBO T, JULIANG C, MEIPING W, et al. Compensation of horizontal gravity disturbances for high precision inertial navigation[J]. Sensors, 2018, 18(3):906-927.
- [6] HAO X, ZHAO Y, WANG X, et al. An analysis of the effect of gravity anomaly to height estimation in high-precision ins/gnss integrated navigation systems [J]. IEEE Sensors Journal, 2018, 43(10):1-11.
- [7] WANG J, YANG G, LI X, et al. Application of the spherical harmonic gravity model in high precision inertial navigation systems [J]. Measurement Science and Technology, 2016, 27(9):95-103.
- [8] WANG J, YANG G, LI J, et al. An online gravity modeling method applied for high precision free-INS[J]. Sensors, 2016, 16(10):1541-1560.
- [9] JEKELI C, LEE J K, KWON J H. On the computation and approximation of ultra-high-degree spherical harmonic series[J]. Journal of Geodesy, 2007, 81(9):603-615.
- [10] ZHAO D, LI S, WANG Q, et al. The modified integral method for the determination of gravity disturbance near the Earth's surface [J]. Journal of Geodetic Science, 2019, 9(1):65-70.
- [11] 刑志斌, 李姗姗, 范雕, 等. 结合向量化和FFT技术的模型扰动引力快速计算[J]. 中国惯性技术学报, 2019, 27(3):321-326.
- XING ZH B, LI SH SH, FAN D, et al. On fast computation of model disturbing gravity vectors by vectorization technique and FFT technique[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2019, 27(3):321-326.
- [12] JEKELI C. Precision free-inertial navigation with gravity compensation by an onboard gradiometer[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2006, 29(3):704-713.
- [13] 赵忠, 王鹏. 高精度惯性导航系统垂线偏差影响与补偿[J]. 中国惯性技术学报, 2013, 21(6):701-705.
- ZHAO ZH, WANG P. Influence and compensation of vertical deviation of high precision inertial navigation system [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2013, 21(6):701-705.
- [14] 李胜全, 欧阳永忠, 常国宾, 等. 惯性导航系统重力扰动矢量补偿技术[J]. 中国惯性技术学报, 2012, 20(4):410-413.
- LI SH Q, OUYANG Y ZH, CHANG G B, et al. Compensation technology of gravity disturbance vector in inertial navigation system[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2012, 20(4):410-413.
- [15] VANDERWERF K. Schuler pumping of inertial velocity errors due to gravity anomalies along a popular north pacific airway[C]. The Position Location and Navigation Symposium, 1996.
- [16] 管斌, 孙中苗, 吴富梅, 等. 扰动重力水平分量对惯导系统的位置误差影响[J]. 武汉大学学报:信息科学版, 2017, 42(10):1474-1481.
- GUAN B, SUN ZH M, WU F M, et al. Influence of horizontal disturbing gravity on position error in inertial navigation systems [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2017, 42(10):1474-1481.
- [17] 王晶, 杨功流, 李湘云, 等. 重力扰动矢量对惯导系统影响误差项指标分析[J]. 中国惯性技术学报, 2016, 24(3):285-290.
- WANG J, YANG G L, LI X Y, et al. Error indicator analysis for gravity disturbing vector's influence on inertial navigation system[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2016, 24(3):285-290.
- [18] 翁海娜, 李鹏飞, 高峰, 等. 高精度惯导系统重力扰动的阻尼抑制方法[J]. 中国惯性技术学报, 2017, 25(2):141-146.
- WENG H N, LI P F, GAO F, et al. Damping suppression method for gravity disturbance of high-precision inertial navigation system [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2017, 25(2):141-146.
- [19] 金际航, 边少锋. 重力扰动对惯性导航系统的位置误差影响分析[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2010,

35(1):34-36.

JIN J H, BIAN SH F. Analysis of inertial navigation system positioning error caused by gravity disturbance[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2010, 35(1):34-36.

- [20] 姜磊, 王宇. 高精度惯导系统重力扰动误差抑制技术[J]. 仪器仪表学报, 2014, 35(S2):146-150.

JIANG L, WANG Y. Technology of error suppression caused by gravitational disturbance in high-precision inertial navigation system [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2014, 35(S2):146-150.

- [21] 郝诗文, 张志利, 周召发, 等. 重力扰动对惯性导航系统初始对准的影响[J]. 系统工程与电子技术, 2020, 42(7):1575-1581.

HAO SH W, ZHANG ZH L, ZHOU ZH F, et al. Analysis on influence of gravity disturbance on initial alignment of inertial navigation system [J]. System Engineering and Electronics, 2020, 42(7):1575-1581.

- [22] 周潇, 杨功流, 蔡庆中. 基于小波神经网络的高精度惯导重力扰动补偿方法[J]. 中国惯性技术学报, 2016, 24(5):571-576.

ZHOU X, YANG G L, CAI Q ZH. Compensation on gravity disturbance for high-precision INS based on wavelet neural network [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2016, 24(5):571-576.

- [23] KWON J H, JEKELI C. Gravity requirements for compensation of ultra-precise inertial navigatio [J]. The Journal of Navigation, 2005, 58(3):479-492.

- [24] DAI D, WANG X, ZHAN D, et al. An improved method for dynamic measurement of deflections of the vertical based on the maintenance of attitude reference [J]. Sensors, 2014, 14(9):16322-16342.

- [25] JEKELI C. Inertial navigation system with geodetic applications [M]. Berlin: Walter de Gruyter, 2001:51-53.

作者简介



郝诗文, 2018 年于北京科技大学获得学士学位, 2020 年于火箭军工程大学获得硕士学位, 现为火箭军工程大学博士生, 主要研究方向为重力辅助导航及重力测量。
E-mail: wenjy70796@163.com。

Hao Shiwen received his B.Sc. degree from University of Science and Technology Beijing in 2018, and received his M.Sc. degree from Rocket Force University of Engineering in 2020. He is currently a Ph.D. candidate Rocket Force University of Engineering. His main research interests include gravity aided navigation and gravimetry.



周召发 (通信作者), 分别于 1996 年、2002 年、2007 年于第二炮兵工程学院获得学士、硕士及博士学位, 现为火箭军工程大学教授, 主要研究方向为惯性导航技术及天文导航。
E-mail: zzftxy@163.com。

Zhou Zhaofa (Corresponding author) received his B.Sc. degree, M.Sc. degree, and Ph.D. degree all from Rocket Force University of Engineering in 1996, 2002, and 2007, respectively. He is currently a professor at Rocket Force University of Engineering. His main research interests include inertial navigation and celestial navigation.



张志利, 分别于 1988 年、1991 年、2001 年于第二炮兵工程学院获得学士、硕士及博士学位, 现为火箭军工程大学教授, 主要研究方向为定位定向及系统仿真技术。
E-mail: aaa360070796@qq.com。

Zhang Zhili received his B.Sc. degree, M.Sc. degree, and Ph.D. degree all from Rocket Force University of Engineering in 1988, 1991, and 2001, respectively. He is currently a professor at Rocket Force University of Engineering. His main research interests include positioning and orientating, and system simulation technology.