

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2210615

基于区间层次分析法的三坐标测量机精度分配方法*

陈洪芳¹, 高毅¹, 王帼媛², 孙梦阳¹, 石照耀¹

(1. 北京工业大学材料与制造学部北京市精密测控技术与仪器工程技术研究中心 北京 100124;

2. 北京航空精密机械研究所精密制造技术航空科技重点实验室 北京 100076)

摘要:为了提高三坐标测量机(CMM)研发和整机精度设计水平,提出了一种基于区间层次分析法的CMM精度分配方法。首先建立CMM准刚体模型;基于CMM目标精度和行程范围,利用套索算法(LASSO)和正交三角分解对准刚体模型进行全参数、高精度求解,得到CMM的21项几何误差。然后根据CMM结构和运动方式,划分CMM整机的精度层次结构;利用区间层次分析法确定CMM关键零部件相对于几何误差的精度分配权重向量。利用CMM 21项几何误差和精度分配权重向量得到CMM关键零部件的精度分配结果。结果表明,针对目标精度为 $(4.5+L/400)$ μm 的CMM,利用精度分配方法组装的样机精度达到 $(2.7+L/400)$ μm 。因此所提出的CMM精度分配方法能够更精确的对CMM关键零部件的精度选取提供依据,提高整机精度,节约整机设计效率,降低研发成本。

关键词:三坐标测量机;几何误差;区间层次分析法;精度分配

中图分类号: TH711 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 410

Accuracy allocation method of coordinate measuring machine based on interval analytic hierarchy process

Chen Hongfang¹, Gao Yi¹, Wang Guoyuan², Sun Mengyang¹, Shi Zhaoyao¹

(1. Beijing Engineering Research Center of Precision Measurement Technology and Instruments, Faculty of Materials and Manufacturing, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China; 2. Aviation Key Laboratory of Science and Technology on Precision Manufacturing Technology, Beijing Precision Engineering Institute for Aircraft Industry, Beijing 100076, China)

Abstract: To improve the development of coordinate measuring machine (CMM) and the whole machine accuracy design level, a CMM accuracy assignment method based on interval hierarchical analysis is proposed. First, the CMM quasi-rigid body model is formulated. Based on CMM target accuracy and travel range, full-parameter, high-precision solution of the quasi-rigid body model using the least absolute shrinkage and selection operator (LASSO) and orthogonal trigonometric decomposition, the 21 geometric errors of the CMM are achieved. Then, according to the CMM structure and movement, the accuracy hierarchy of the CMM whole machine is divided. The interval hierarchical analysis is used to determine the accuracy assignment weight vector of CMM critical parts relative to geometric errors. The accuracy assignment results of CMM key components are obtained by using the CMM with the 21 geometric errors and the accuracy assignment weight vector. The results show that, for a CMM with a target accuracy of $(4.5+L/400)$ μm , the prototype assembled using the proposed accuracy allocation method achieves an accuracy of $(2.7+L/400)$ μm . Therefore, the proposed CMM accuracy allocation method can provide a more accurate basis for the accuracy selection of key CMM components. The accuracy of the whole machine is improved, the efficiency of the whole machine design is saved, and the research and development cost are reduced.

Keywords: coordinate measuring machine; geometric error; interval analytic hierarchy process; accuracy distribution

0 引言

高精度三坐标测量机 (coordinate measuring machine, CMM) 是先进高端制造装备领域关键核心部件高质量制造和检测的有效保障手段^[1-2]。精度分配是 CMM 设计中的一项重要研究内容, CMM 的精度设计^[3] 优劣对产品的性价比有着很大的影响, 直接影响产品在市场的竞争力。

目前对于机床的精度分配主要通过两种方法^[4-9]: 1) 通过建立几何误差模型进行精度设计; 2) 通过已有的仪器精度设计方案进行类比。鲜有 CMM 的精度分配研究。杨洪涛等^[10] 针对纳米三坐标测量机进行了正向精度设计。黄华等^[11] 提出一种多层次集成设计方法。根据模态实验找出机床结构的薄弱环节, 采用灵敏度分析确定元结构和关键部件的敏感尺寸作为设计参数进行优化。Zhang 等^[12] 应用多系统理论建立了机床的体积误差模型, 基于神经模糊控制理论建立了机床的热误差模型, 并建立了几何误差-成本模型和几何误差-可靠性模型, 提出一种同时考虑几何误差和热误差的通用方法来分配机床的零部件的几何精度。Chen 等^[13] 将元动作理论运用于数控机床精度分配中, 深入研究了基于“功能-运动-动作分解”的数控机床精度分配技术。

基于前期 CMM21 项几何误差辨识方法的研究基础^[14-15], 本文提出了一种基于区间层次分析法的 CMM 精度分配方法, 能够实现 CMM 几何精度的优化, 为 CMM 关键零部件的精度选取提供依据, 提高 CMM 产品设计的性价比。

1 CMM 准刚体模型的建立

本文研究对象是运动方式为 YFXZ 型的固定桥式三坐标测量机, 其结构如图 1 所示。在足够精度反映 CMM 实际情况的条件下, 建立 CMM 准刚体模型^[16]。准刚体指在没有复杂变形时, 三坐标测量机的各个部件可按照刚体的情况对待。

Y 轴为第 1 运动, X 轴为第 2 运动, Z 轴为第 3 运动, 工作台的运动方向为 Y 轴, 测量机滑架的运动方向为 X 轴, 测量机立柱的运动方向为 Z 轴。在 CMM 的 4 个作相对运动的部件工作台、桥框、滑架与主轴上分别建立直角坐标系 $OYXZ$ 、 $O_1X_1Y_1Z_1$ 、 $O_2X_2Y_2Z_2$ 、 $O_3X_3Y_3Z_3$ 。测头固定安装在主轴上。测端 P 在主轴坐标系具有坐标 (x_p, y_p, z_p) 。

引入齐次变换矩阵, 将坐标系变换过程中的原点位移运动矢量和角运动误差旋转矩阵统一为一个运算矩阵。

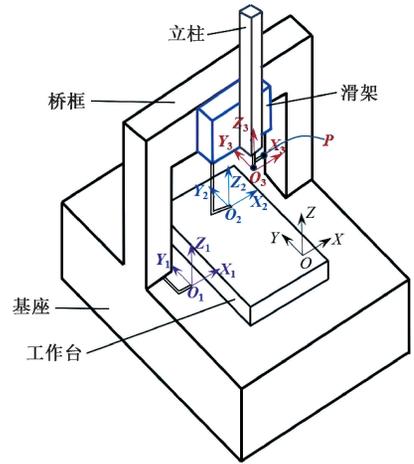


图 1 CMM 结构示意图

Fig. 1 CMM structure diagram

Y 轴方向运动的齐次变换矩阵为:

$$T(y) = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_z(y) & \varepsilon_y(y) & \delta_x(y) \\ \varepsilon_z(y) & 1 & -\varepsilon_x(y) & \delta_y(y) + y \\ -\varepsilon_y(y) & \varepsilon_x(y) & 1 & \delta_z(y) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: y 为测端 P 由点 (x_p, y_p, z_p) 沿着 Y 轴移动的距离; $\varepsilon_z(y)$ 为 y 轴偏摆误差; $\varepsilon_y(y)$ 为 y 轴滚动误差; $\delta_x(y)$ 为 y 轴 x 方向直线度误差; α_{xy} 为 x 轴与 y 轴垂直度误差; $\varepsilon_x(y)$ 为 y 轴俯仰误差; $\delta_y(y)$ 为 y 轴定位误差; $\delta_z(y)$ 为 y 轴 z 方向直线度误差。

X 轴方向运动的齐次变换矩阵为:

$$T(x) = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_z(x) & \varepsilon_y(x) & \delta_x(x) + x \\ \varepsilon_z(x) & 1 & -\varepsilon_x(x) & \delta_y(x) - \alpha_{xy} \cdot x \\ -\varepsilon_y(x) & \varepsilon_x(x) & 1 & \delta_z(x) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中: x 为测端 P 由点 (x_p, y_p, z_p) 沿着 X 轴移动的距离; $\varepsilon_z(x)$ 为 x 轴偏摆误差; $\varepsilon_y(x)$ 为 x 轴俯仰误差; $\delta_x(x)$ 为 x 轴定位误差; $\varepsilon_x(x)$ 为 x 轴滚动误差; $\delta_y(x)$ 为 x 轴 y 方向直线度误差; $\varepsilon_x(x)$ 为 x 轴滚动误差; $\delta_z(x)$ 为 x 轴 z 方向直线度误差。

Z 轴方向运动的齐次变换矩阵为:

$$T(z) = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_z(z) & \varepsilon_y(z) & \delta_x(z) - \alpha_{xz} \cdot z \\ \varepsilon_z(z) & 1 & -\varepsilon_x(z) & \delta_y(z) - \alpha_{yz} \cdot z \\ -\varepsilon_y(z) & \varepsilon_x(z) & 1 & \delta_z(z) + z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中: z 为测端 P 由点 (x_p, y_p, z_p) 沿着 Z 轴移动的距离; $\varepsilon_z(z)$ 为 z 轴滚动误差; $\varepsilon_y(z)$ 为 z 轴俯仰误差; $\delta_x(z)$ 为 z

轴 x 方向直线度误差; α_{xz} 为 x 轴与 z 轴垂直度误差; α_{yz} 为 y 轴与 z 轴垂直度误差; $\delta_z(z)$ 为 z 轴定位误差; $\delta_y(z)$ 为 z 轴 y 方向直线度误差; $\varepsilon_x(z)$ 为 z 轴俯仰误差。

测头 P 在 X, Y, Z 轴方向移动 x, y, z 后, 在工件坐标系中的实际位置 OP 为:

$$OP = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = T^{-1}(y)T(x)T(z) \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

而移动过后测头 P 在工件坐标系中的理论位置应为 $(x+x_p, y+y_p, z+z_p)$ 。则 CMM 的测量误差为:

$$\begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' - (x + x_p) \\ y' - (y + y_p) \\ z' - (z + z_p) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

根据式(1)~(5)得到 CMM 的准刚体模型如下:

$$\Delta x = \delta_x(x) - \delta_x(y) + \delta_x(z) - z\alpha_{xz} - y\varepsilon_z(y) + z[\varepsilon_y(x) - \varepsilon_y(y)] - y_p[\varepsilon_z(x) - \varepsilon_z(y) + \varepsilon_z(z)] + z_p[\varepsilon_y(x) - \varepsilon_y(y) + \varepsilon_y(z)] \quad (6)$$

$$\Delta y = \delta_y(x) - \delta_y(y) + \delta_y(z) - x\alpha_{xy} - z\alpha_{yz} - x\varepsilon_z(y) - z[\varepsilon_x(x) - \varepsilon_x(y)] + x_p[\varepsilon_z(x) - \varepsilon_z(y) + \varepsilon_z(z)] - z_p[\varepsilon_x(x) - \varepsilon_x(y) + \varepsilon_x(z)] \quad (7)$$

$$\Delta z = \delta_z(x) - \delta_z(y) + \delta_z(z) + y\varepsilon_x(y) + x\varepsilon_y(y) + y_p[\varepsilon_x(x) - \varepsilon_x(y) + \varepsilon_x(z)] - x_p[\varepsilon_y(x) - \varepsilon_y(y) + \varepsilon_y(z)] \quad (8)$$

2 基于套索算法(LASSO)的准刚体模型求解

在求解 21 项几何误差时, 需要获得测量点及对应的体积误差。针对研究对象的行程范围和示值误差, 在行程范围内按照一定间距生成测量点, 间距可根据行程范围自行决定, 间距的大小与生成的测量点个数相关。然后结合示值误差得到测量点对应的体积误差。

令 CMM 测量空间内测量点 $A_g(x_g, y_g, z_g)$ 到测量点 $A_1(x_1, y_1, z_1)$ 3 个坐标轴的位移分别为 $x_{g1} = x_g - x_1, y_{g1} = y_g - y_1, z_{g1} = z_g - z_1$, 代入 CMM 的准刚体模型式(6)~(8)中, 得到方程组:

$$A_g \times x_g = b_g \quad (9)$$

式中: g 为测量点的个数, $g=1, 2, 3, \dots, n$; $A_g = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 0 & z_{g1}+z_{A_1} & -y_{A_1} & -1 & 0 & 0 & 0 & -z_{g1}-z_{A_1} \\ -z_{g1}-z_{A_1} & 0 & x_{A_1} & 0 & -1 & 0 & z_{g1}+z_{A_1} & 0 \\ y_{A_1} & -x_{A_1} & 0 & 0 & 0 & -1 & y_{g1}-y_{A_1} & x_{g1}+x_{A_1} \\ -y_{g1}+y_{A_1} & 1 & 0 & 0 & 0 & z_{A_1} & -y_{A_1} & 0 & -z_{g1} & 0 \\ -x_{g1}-x_{A_1} & 0 & 1 & 0 & -z_{A_1} & 0 & x_{A_1} & -x_{g1} & 0 & -z_{g1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & y_{A_1} & -x_{A_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$x_g = \begin{bmatrix} \delta_x(x), \delta_y(x), \delta_z(x), \varepsilon_x(x), \varepsilon_y(x), \varepsilon_z(x), \delta_x(y), \delta_y(y), \delta_z(y), \varepsilon_x(y), \varepsilon_y(y), \varepsilon_z(y), \delta_x(z), \delta_y(z), \delta_z(z), \varepsilon_x(z), \varepsilon_y(z), \varepsilon_z(z), \alpha_{xy}, \alpha_{xz}, \alpha_{yz} \end{bmatrix}^T; b_g = [\Delta x_g, \Delta y_g, \Delta z_g]^T。$$

设 21 项几何误差中所包含几何误差的个数为 f 个, 共 n 个测量点, 整理式(9)得到:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & (z+z_1)_1 & (-y_1)_1 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & (-z-z_1)_1 & 0 & (x_1)_1 & \dots & (-z)_1 \\ 0 & 0 & 1 & (y_1)_1 & (-x_1)_1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & (z+z_1)_2 & (-y_1)_2 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & (-z-z_1)_2 & 0 & (x_1)_2 & \dots & (-z)_2 \\ 0 & 0 & 1 & (y_1)_2 & (-x_1)_2 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & (y_1)_g & (-x_1)_g & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}_{3g \times f} \begin{bmatrix} \delta_x(x) \\ \delta_y(x) \\ \delta_z(x) \\ \varepsilon_x(x) \\ \varepsilon_y(x) \\ \varepsilon_z(x) \\ \vdots \\ \alpha_{yz} \end{bmatrix}_{f \times 1} = \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta y_1 \\ \Delta z_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta y_2 \\ \Delta z_2 \\ \vdots \\ \Delta z_n \end{bmatrix}_{3g \times 1} \quad (10)$$

由于式(10)的系数矩阵 A 奇异, 该方程组无法利用传统的最小二乘法求解。为此利用机器学习中的 LASSO 求解准刚体模型式(6)~(8)。因 $\varepsilon_z(x), \varepsilon_x(z), \varepsilon_y(z), \varepsilon_z(z)$ 4 项角运动误差的系数由初始测量点的坐标构成, 初始点为坐标原点, 4 项角运动误差的系数为 0, 故利用 LASSO 可求出 17 项几何误差。基于体积误差与单轴几

何误差的几何模型, 利用正交三角分解其余 4 项角运动误差。

对系数矩阵 A 进行零均值标准化, 将由体积误差组成的矩阵 b 中心化, 即:

$$\sum_{u=1}^{3g} b_u = 0; \sum_{u=1}^{3g} a_{ud} = 0; \sum_{u=1}^{3g} a_{ud}^2 = 1 \quad (11)$$

式中： u 为方程式个数， $u = 1, 2, 3, \dots, 3g$ ； d 为第 d 个几何误差个数， $d = 1, 2, 3, \dots, f$ 。

找到一组线性回归系数 $\hat{x} \in R^f$ ，使得 $\hat{\mu} = A\hat{x}$ 。LASSO 的优化目标为：

$$\hat{x}^{\text{lasso}} = \arg \min_x \frac{1}{2} \|b - \hat{\mu}\|^2 \tag{12}$$

subject to $\sum_{v=1}^f |x_v| \leq t$

式中： \hat{x}^{lasso} 为 LASSO 算法求解的几何误差； b 为 CMM 体积误差； v 为第 v 个几何误差， $v = 1, 2, 3, \dots, f$ ； t 为调和参数，且 $t \geq 0$ 。

体积误差与 x 轴几何误差的关系如下：

$$\begin{bmatrix} \Delta x_g \\ \Delta y_g \\ \Delta z_g \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\varepsilon_z(x) & \varepsilon_y(x) & \delta_x(x) \\ \varepsilon_z(x) & 0 & -\varepsilon_x(x) & \delta_y(x) \\ -\varepsilon_y(x) & \varepsilon_x(x) & 0 & \delta_z(x) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_g \\ y_g \\ z_g \\ 1 \end{bmatrix} \tag{13}$$

将通过 LASSO 算法求解得到的 $\delta_x(x)$ 、 $\delta_y(x)$ 、 $\delta_z(x)$ 、 $\varepsilon_x(x)$ 、 $\varepsilon_y(x)$ 及体积误差 (Δx_g 、 Δy_g 、 Δz_g) 代入式 (13)，利用正交三角分解可以求得角运动误差 $\varepsilon_z(x)$ 。

体积误差与 z 轴几何误差的关系如下：

$$\begin{bmatrix} \Delta x_g \\ \Delta y_g \\ \Delta z_g \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\varepsilon_z(z) & \varepsilon_y(z) & \delta_x(z) \\ \varepsilon_z(z) & 0 & -\varepsilon_x(z) & \delta_y(z) \\ -\varepsilon_y(z) & \varepsilon_x(z) & 0 & \delta_z(z) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{g1} \\ y_{g1} \\ z_{g1} \\ 1 \end{bmatrix} \tag{14}$$

将通过 LASSO 算法求解得到的 $\delta_z(z)$ 、 $\delta_x(z)$ 、 $\delta_y(z)$ 及体积误差 (Δx_g 、 Δy_g 、 Δz_g) 代入式 (14)，利用正交三角分解可以求得角运动误差 $\varepsilon_x(z)$ 、 $\varepsilon_y(z)$ 、 $\varepsilon_z(z)$ 。

综上，实现了 YFXZ 型 CMM 准刚体模型的 21 几何误差求解。

3 基于区间层次分析法的 CMM 精度分配方法

3.1 CMM 的精度层次结构

对于 CMM 的精度分配，由于精度控制实现的难易程度不同，21 项几何误差对 CMM 不同零部件精度的影响程度一般也是不明确的。由于问题的复杂性以及信息的不完备，在进行精度分配时往往会出现判断不确定的情况。采用区间层次分析法可有效解决主观判断和决策属性的不确定性。三坐标测量机 21 项几何误差是静态误差和动态误差的综合误差，考虑用逐层分配思想进行分层。目标层是 CMM 整机精度的总设计约束；准则层中将 CMM 按照运动轴划分为 X, Y, Z 三个运动模块；子准则层是 CMM 功能部件层，如 CMM 基座（导轨）、横梁、立柱、精密滚珠丝杠、光栅尺、钢丝齿形带， C_{GX} 、 C_{GY} 、 C_C 、 C_D 、 C_H 、 C_L 分别表示 X 轴精密滚珠丝杠、 Y 轴精密滚珠丝杠、 Z 轴钢丝齿形带、 X 轴导轨、 Y 轴导轨（横梁）和 Z 轴导轨（立柱）；方案层是 21 项几何误差。构建的 CMM 精度层次结构如图 2 所示。

1) X 轴

关键零部件有导轨、滚珠丝杠和光栅尺。其中横梁与 $\delta_x(x)$ 、 $\delta_y(x)$ 、 $\delta_z(x)$ 、 $\varepsilon_x(x)$ 、 $\varepsilon_y(x)$ 、 $\varepsilon_z(x)$ 、 α_{xy} 、 α_{xz} 这 8 项几何误差相关；滚珠丝杠与 $\delta_x(x)$ 、 $\delta_y(x)$ 、 $\delta_z(x)$ 、 $\varepsilon_x(x)$ 、 $\varepsilon_y(x)$ 、 $\varepsilon_z(x)$ 这 6 项几何误差相关；光栅尺与定位误差 $\delta_x(x)$ 相关。

2) Y 轴

关键零部件有横梁、滚珠丝杠和光栅尺。其中导轨与 $\delta_y(y)$ 、 $\delta_x(y)$ 、 $\delta_z(y)$ 、 $\varepsilon_x(y)$ 、 $\varepsilon_y(y)$ 、 $\varepsilon_z(y)$ 、 α_{xy} 、 α_{yz} 这 8 项几何误差相关；滚珠丝杠与 $\delta_y(y)$ 、 $\delta_x(y)$ 、 $\delta_z(y)$ 、 $\varepsilon_x(y)$ 、 $\varepsilon_y(y)$ 、 $\varepsilon_z(y)$ 这 6 项几何误差相关；光栅尺与定位误差 $\delta_y(y)$ 相关。

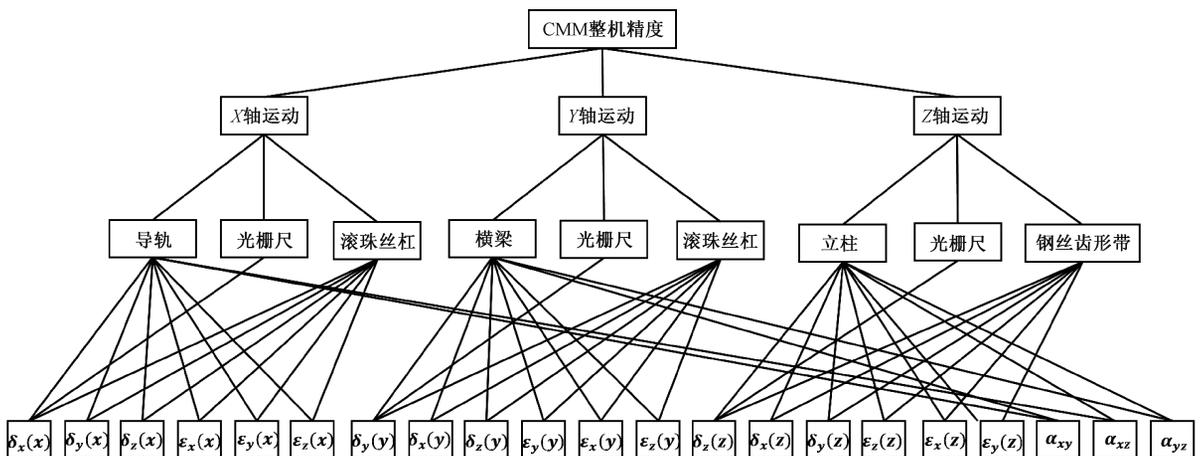


图 2 CMM 精度层次结构

Fig. 2 CMM accuracy hierarchy

3) Z 轴

关键零部件有立柱、钢丝齿形带和光栅尺。其中横梁与 $\delta_z(z)$ 、 $\delta_x(z)$ 、 $\delta_y(z)$ 、 $\varepsilon_x(z)$ 、 $\varepsilon_y(z)$ 、 $\varepsilon_z(z)$ 、 α_{xz} 、 α_{yz} 这 8 项几何误差相关; 钢丝齿形带与 $\delta_z(z)$ 、 $\delta_x(z)$ 、 $\delta_y(z)$ 、 $\varepsilon_x(z)$ 、 $\varepsilon_y(z)$ 、 $\varepsilon_z(z)$ 6 项几何误差相关; 光栅尺与定位误差 $\delta_z(z)$ 相关。

3.2 CMM 不同零部件几何误差权重计算

1) 构造区间判断矩阵

以区间数 $a_{ij}^k = [a_{ij}^{k-}, a_{ij}^{k+}]$ 对不同零部件的几何误差的相对重要程度进行赋值, 构造同一零部件下各几何误差的区间判断矩阵:

$$A^k = (a_{ij}^k)_{m \times m} = ([a_{ij}^{k-}, a_{ij}^{k+}])_{m \times m} = [A^{k-}, A^{k+}] \quad (15)$$

其中, $A_{ij} = \frac{1}{A_{ji}}$, $A_{ji} = [\frac{1}{a_{ij}^{k+}}, \frac{1}{a_{ij}^{k-}}]$ 。k 代表 CMM 的不

同零部件; m 代表零部件 k 下共有 m 个几何误差; $a_{ij}^k = [a_{ij}^{k-}, a_{ij}^{k+}]$ 表示在零部件 k 下的第 i 个几何误差与第 j 个几何误差之间的重要性比值; $1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq m$, $A^{k-} = (a_{ij}^{k-})_{m \times m}, A^{k+} = (a_{ij}^{k+})_{m \times m}$ 。

$$C_{C_X} = \begin{bmatrix} & \delta_x(x) & \delta_y(x) & \delta_z(x) & \varepsilon_x(x) & \varepsilon_y(x) & \varepsilon_z(x) \\ \delta_x(x) & [1.0, 1.0] & [6.5, 7.4] & [6.9, 7.8] & [1.8, 2.4] & [0.6, 0.8] & [3.2, 3.9] \\ \delta_y(x) & [1/7.4, 1/6.5] & [1.0, 1.0] & [1.3, 2.1] & [0.3, 0.9] & [0.2, 0.8] & [0.4, 1.1] \\ \delta_z(x) & [1/7.8, 1/6.9] & [1/2.1, 1/1.3] & [1.0, 1.0] & [0.3, 1.2] & [0.3, 0.9] & [0.4, 1.3] \\ \varepsilon_x(x) & [1/2.4, 1/1.8] & [1/0.9, 1/0.3] & [1/1.2, 1/0.3] & [1.0, 1.0] & [0.6, 1.3] & [2.6, 3.1] \\ \varepsilon_y(x) & [1/0.8, 1/0.6] & [1/0.8, 1/0.2] & [1/0.9, 1/0.3] & [1/1.3, 1/0.6] & [1.0, 1.0] & [4.3, 5.2] \\ \varepsilon_z(x) & [1/3.9, 1/3.2] & [1/1.1, 1/0.4] & [1/1.3, 1/0.4] & [1/3.1, 1/2.6] & [1/5.2, 1/4.3] & [1.0, 1.0] \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$C_D = \begin{bmatrix} & \delta_x(x) & \delta_y(x) & \delta_z(x) & \varepsilon_x(x) & \varepsilon_y(x) & \varepsilon_z(x) & \alpha_{xy} & \alpha_{xz} \\ \delta_x(x) & [1.0, 1.0] & [6.7, 7.6] & [6.8, 7.9] & [1.6, 2.3] & [0.6, 1.1] & [3.4, 4.2] & [1.3, 2.2] & [0.2, 0.7] \\ \delta_y(x) & [1/7.6, 1/6.7] & [1.0, 1.0] & [1.5, 2.2] & [1.8, 2.5] & [0.8, 1.3] & [0.8, 1.4] & [0.7, 1.3] & [0.1, 0.6] \\ \delta_z(x) & [1/7.9, 1/6.8] & [1/2.2, 1/1.5] & [1.0, 1.0] & [0.7, 1.4] & [0.5, 1.1] & [0.3, 0.9] & [0.2, 0.8] & [0.1, 0.7] \\ \varepsilon_x(x) & [1/2.3, 1/1.6] & [1/2.5, 1/1.8] & [1/1.4, 1/0.7] & [1.0, 1.0] & [0.8, 1.2] & [1.6, 2.3] & [1.1, 1.8] & [0.3, 1.1] \\ \varepsilon_y(x) & [1/1.1, 1/0.6] & [1/1.3, 1/0.8] & [1/1.1, 1/0.5] & [1/1.2, 1/0.8] & [1.0, 1.0] & [3.4, 4.1] & [2.4, 3.2] & [0.6, 1.2] \\ \varepsilon_z(x) & [1/4.2, 1/3.4] & [1/1.4, 1/0.8] & [1/0.9, 1/0.3] & [1/2.3, 1/1.6] & [1/4.1, 1/3.4] & [1.0, 1.0] & [0.7, 1.2] & [0.4, 0.9] \\ \alpha_{xy} & [1/2.2, 1/1.3] & [1/1.3, 1/0.7] & [1/0.8, 1/0.2] & [1/1.8, 1/1.1] & [1/3.2, 1/2.4] & [1/1.2, 1/0.7] & [1.0, 1.0] & [0.6, 1.2] \\ \alpha_{xz} & [1/0.7, 1/0.2] & [1/0.6, 1/0.1] & [1/0.7, 1/0.7] & [1/1.1, 1/0.3] & [1/1.2, 1/0.6] & [1/0.9, 1/0.4] & [1/1.2, 1/0.6] & [1.0, 1.0] \end{bmatrix} \quad (17)$$

2) 求解权重向量

构建不同几何误差的区间判断矩阵后, 需要对同一零部件下的不同几何误差进行权重计算并排序。采用特征根向量法分别求出 A^{k-} 和 A^{k+} 的权重向量 x^{k-} 和 x^{k+} 。

则 A^k 的区间权重为:

$$W^k = (w)_{1 \times m} = [\alpha x^{k-}, \beta x^{k+}] = [W^{k-}, W^{k+}] \quad (18)$$

由于 CMM 三个运动轴的滚珠丝杠对应的几何误差映射关系相同, 因此 X、Y、Z 轴的导轨 C_{C_X}, C_{C_Y}, C_C 对应几何误差的重要性区间判断矩阵相同, 以滚珠丝杠 C_{C_X} 为父准则, 最后利用 1~9 标度法给出 CMM 几何误差之间的重要性权重区间判断矩阵如式 (16) 所示。

1~9 标度法概念如下:

$a_{ij} = 1$, 表示元素 i 与元素 j 相比重要性相同。

$a_{ij} = 3$, 表示元素 i 比元素 j 略重要。

$a_{ij} = 5$, 表示元素 i 比元素 j 较重要。

$a_{ij} = 7$, 表示元素 i 比元素 j 很重要。

$a_{ij} = 9$, 表示元素 i 比元素 j 重要的多。

$a_{ij} = 2m, m = 1, 2, 3, 4$; 表示元素 i 与元素 j 重要性介于 $a_{ij} = 2m-1$ 与 $a_{ij} = 2m+1$ 之间。

由于 CMM 三个运动轴的导轨对应的几何误差映射关系相同, 因此 X、Y、Z 轴导轨 C_D, C_H, C_L 对应几何误差的重要性区间判断矩阵相同。以导轨为父准则, 则相应的 CMM 几何误差之间的重要性权重区间判断矩阵如式 (17)。

$$\text{其中, } \alpha = \left[\sum_{j=1}^m \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^m a_{ij}^{k+}} \right) \right]^{\frac{1}{2}}, \beta = \left[\sum_{j=1}^m \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^m a_{ij}^{k-}} \right) \right]^{\frac{1}{2}}。$$

当 $0 \leq \alpha \leq 1 \leq \beta$ 时, 则表示该区间判断矩阵的一致性良好, 可以采用。分别取权重向量 W^{k-} 和 W^{k+} 作为局部区间权重向量元素。

以零部件滚珠丝杠为例,利用上式计算区间判断矩阵一致性参数,结果显示,在滚珠丝杠准则下 $\alpha = 0.822 1$, $\beta = 1.131 1$,构建的矩阵满足一致性要求。

通过一致性检验后,对区间比较判断矩阵进行权重求解,步骤如下。

首先将矩阵 C_{GX} 分解成两个矩阵, $C_{GX} = [C_{GX}^-, C_{GX}^+]$, C_{GX}^- , C_{GX}^+ 分别称为左、右判断矩阵,

其中:

$$C_{GX}^- = \begin{bmatrix} 1.0 & 6.5 & 6.9 & 1.8 & 0.6 & 3.2 \\ 1/7.4 & 1.0 & 1.3 & 0.3 & 0.2 & 0.4 \\ 1/7.8 & 1/0.21 & 1.0 & 0.3 & 0.3 & 0.4 \\ 1/2.4 & 1/0.9 & 1/1.2 & 1.0 & 0.6 & 2.6 \\ 1/0.8 & 1/0.8 & 1/0.9 & 1/1.3 & 1.0 & 4.3 \\ 1/3.9 & 1/1.1 & 1/1.3 & 1/3.1 & 1/5.2 & 1.0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$C_{GX}^+ = \begin{bmatrix} 1.0 & 7.4 & 7.8 & 2.4 & 0.8 & 3.9 \\ 1/6.5 & 1.0 & 2.1 & 0.9 & 0.8 & 1.1 \\ 1/6.9 & 1/1.3 & 1.0 & 1.2 & 0.9 & 1.3 \\ 1/1.8 & 1/0.3 & 1/0.3 & 1.0 & 1.3 & 3.1 \\ 1/0.6 & 1/0.2 & 1/0.3 & 1/0.6 & 1.0 & 5.2 \\ 1/3.2 & 1/0.4 & 1/0.4 & 1/2.6 & 1/4.3 & 1.0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

分别计算左右判断矩阵的最大特征值以及对应最大的特征向量,并进行归一化处理。得到对应的权重向量分别为 $w_{C_{GX}^-} = [0.310 1, 0.053 0, 0.048 5, 0.130 0, 0.218 3, 0.062 1]^T$, $w_{C_{GX}^+} = [0.340 5, 0.101 6, 0.098 6, 0.200 3, 0.292 3, 0.097 8]^T$ 。

计算 C_{GX} 对应的权重向量。得到 $w_{C_{GX}} = w_{C_{GY}} = w_{C_C} = [[0.310 1, 0.340 5], [0.053 0, 0.101 6], [0.048 5, 0.098 6], [0.130 0, 0.200 3], [0.218 3, 0.292 3], [0.062 1, 0.097 8]]^T$ 。

由于3个运动轴导轨的作用相同,所以对应几何误差的重要性区间判断矩阵相同。

同计算滚珠丝杠的权重向量的方法,可根据导轨的重要性区间判断矩阵计算 C_D 、 C_H 、 C_L 。 $w_{C_D} = w_{C_H} = w_{C_L} = [[0.220 7, 0.206 0], [0.076 5, 0.091 1], [0.039 4, 0.066 2], [0.080 3, 0.100 5], [0.136 7, 0.150 7], [0.055 1, 0.078 2], [0.072 0, 0.108 0], [0.137 1, 0.306 9]]^T$ 。

3) 权重区间解模糊化

为了提高精度分配的准确性,考虑权重区间上下限的差值,对区间权重进行解模糊化。

$$\text{令 } M_i = \frac{W_i^{k^-} + W_i^{k^+}}{2}, D_i = \frac{W_i^{k^-} - W_i^{k^+}}{2}, \text{则有:}$$

$$\omega_i = M_i + (2\gamma - 1) \cdot D_i \quad (21)$$

其中 $0 \leq \gamma \leq 1$, γ 表示设计人员对精度设计要求的主观偏好。当 $\gamma = 0$ 时, $\omega = \omega^{k^-}$, 表示 CMM 设计人员对精度要求较高;当 $\gamma = 0.5$ 时, $\omega = (\omega^{k^-} + \omega^{k^+})/2$, 表示 CMM 设计人员对精度要求一般;当 $\gamma = 1$ 时, $\omega = \omega^{k^+}$, 表示 CMM 设计人员对精度要求较低。

将权重向量归一化处理,得到最终的 CMM 不同零部件精度分配权重向量:

$$W_i = [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m]^T \quad (22)$$

本文取 $\gamma = 0.2$, 得到的滚珠丝杠权重分配结果为 $w_{C_{GX}} = w_{C_{GY}} = w_{C_C} = [0.316 2, 0.062 7, 0.058 5, 0.144 1, 0.233 1, 0.069 3]^T$ 。同理得到 CMM 三个运动轴导轨的分配权重 $w_{C_D} = w_{C_H} = w_{C_L} = [0.217 7, 0.079 4, 0.044 8, 0.084 3, 0.139 5, 0.059 7, 0.079 2, 0.171 1]^T$ 。

3.3 CMM 精度分配结果

针对行程范围为 $1\ 000\ \text{mm} \times 1\ 000\ \text{mm} \times 800\ \text{mm}$ 、示值误差为 $(4.5+L/400)\ \mu\text{m}$ 、运动方式为 YFXZ 型的固定桥式 CMM 进行精度分配。基于 CMM 的准刚体模型,利用 LASSO 算法和正交三角分解方法对准刚体模型进行求解,得到 CMM 的 21 项几何误差如表 1 所示。由于误差的正负号指的是补偿量,对于零部件精度考虑的是大小,21 项几何误差取绝对值。基于本文提出的方法进行 CMM 的关键零部件的精度分配结果如表 2 所示。

表 1 CMM 的 21 项几何误差
Table 1 21 geometric error of CMM

X 轴几何误差项	结果	Y 轴几何误差项	结果	Z 轴几何误差项	结果	垂直度误差项	结果
$\delta_x(x)/\mu\text{m}$	0~5.76	$\delta_y(y)/\mu\text{m}$	-4.26~0	$\delta_z(z)/\mu\text{m}$	0~3.98	$\alpha_{xy}/\mu\text{rad}$	-3.58
$\delta_y(x)/\mu\text{m}$	0~2.17	$\delta_x(y)/\mu\text{m}$	-2.31~0	$\delta_x(z)/\mu\text{m}$	0~0.68	$\alpha_{xz}/\mu\text{rad}$	-6.27
$\delta_z(x)/\mu\text{m}$	0~1.37	$\delta_z(y)/\mu\text{m}$	-3.00~0	$\delta_y(z)/\mu\text{m}$	0~0.56	$\alpha_{yz}/\mu\text{rad}$	-5.46
$\varepsilon_x(x)/\mu\text{rad}$	0~4.52	$\varepsilon_y(y)/\mu\text{rad}$	0~0.77	$\varepsilon_z(z)/\mu\text{rad}$	0~0.05		
$\varepsilon_y(x)/\mu\text{rad}$	-5.44~0	$\varepsilon_x(y)/\mu\text{rad}$	-1.51~1.50	$\varepsilon_x(z)/\mu\text{rad}$	-2.40~0.28		
$\varepsilon_z(x)/\mu\text{rad}$	-1.20~3.90	$\varepsilon_z(y)/\mu\text{rad}$	-0.90~1.51	$\varepsilon_y(z)/\mu\text{rad}$	-0.32~2.4		

表 2 CMM 关键零部件精度分配结果

Table 2 Accuracy distribution of important parts of CMM

坐标轴	零部件	精度/ μm
X 轴	滚珠丝杠	3.095 6
	光栅尺	3.966 7
	导轨	3.396 6
Y 轴	滚珠丝杠	1.501 5
	光栅尺	2.736 7
	横梁	2.282 3
Z 轴	钢丝齿形带	1.184 0
	光栅尺	2.584 0
	立柱	2.246 5

对于 CMM, 导轨精度因素主要包括导轨的平面度和直线度, 因此结合 CMM 各关键零部件制造工艺水平和精度分配结果, CMM 的 X 轴可以选择平面度和直线度为 $3.5 \mu\text{m}$ 的气浮导轨; CMM 的 Y 轴可以选择平面度和直线度为 $2.5 \mu\text{m}$ 的横梁; CMM 的 Z 轴可以选择平面度和直线度为 $2.5 \mu\text{m}$ 的立柱。由于定位误差主要来自于标尺误差, 因此可以根据精度要求, X 轴选择精度为 $4 \mu\text{m}$ 的光栅尺, Y 轴和 Z 轴选择精度为 $3 \mu\text{m}$ 的光栅尺。X 轴可以选择选择定位精度为 $3 \mu\text{m}$ 的滚珠丝杠, Y 轴可以选择选择定位精度为 $1.5 \mu\text{m}$ 的滚珠丝杠, Z 轴可以选择选择定位精度为 $2 \mu\text{m}$ 钢丝齿形带。

4 实 验

4.1 精度分配方法的仿真验证

针对图 2 的 CMM 精度层次结构, 根据不同运动轴及零部件的重要性结合区间层次分析法, 构建区间判断矩阵。以整体精度要求为父准则, 则 CMM 三个运动轴的重要性权重区间判断矩阵 A 为:

$$A = \begin{bmatrix} [1, 1] & [0.9, 1.1] & [1.0, 1.2] \\ [1/1.1, 1/0.9] & [1, 1] & [1.2, 1.3] \\ [1/1.2, 1/1.0] & [1/1.3, 1/1.2] & [1, 1] \end{bmatrix} \quad (23)$$

由于 CMM 三个运动轴对应的零部件具有相同的映射关系, 因此, 认为 3 个运动轴 B_x 、 B_y 、 B_z 对应关键零部件的重要性区间判断矩阵相同。以运动轴为父准则, 则相应的 CMM 光栅尺、导轨、滚珠丝杠之间的重要性权重区间判断矩阵为:

$$B_x = B_y = B_z =$$

$$\begin{bmatrix} [1, 1] & [1.7, 2.5] & [2.1, 2.8] \\ [1/2.5, 1/1.7] & [1, 1] & [1.5, 2.3] \\ [1/2.8, 1/2.1] & [1/2.3, 1/1.5] & [1, 1] \end{bmatrix} \quad (24)$$

CMM 整机对于 X、Y、Z 运动轴精度的权重分配结果为 $A = [0.334 2, 0.354 3, 0.295 9]^T$; 得到不同运动轴相对于光栅尺、导轨、滚珠丝杠精度的分配权重为 $B_x = B_y = B_z = [0.503 2, 0.280 9, 0.178 4]^T$ 。基于该型号 CMM 的最大允许示值误差, 结合基于 LASSO 算法解算的 21 项几何误差, 通过仿真验证基于区间层次分析方法的 CMM 精度分配合理性, 得到 CMM 的整机精度为 $2.7 \mu\text{m}$, 结果如表 3 所示。仿真获得的整机精度高于示值误差为 $(4.5+L/400) \mu\text{m}$ 的设计指标, 由于仿真结果不包括装配误差等其他因素对仪器精度的影响, 因此, 利用本文提出的 CMM 精度分配方法得出的零部件精度指标, 满足该型号最大允许示值误差 $(4.5+L/400) \mu\text{m}$ 的精度要求。

表 3 CMM 整机精度仿真验证

Table 3 CMM whole machine accuracy simulation verification

坐标轴	零部件	精度/ μm	权重 $B_x=B_y=B_z$	轴精度/ μm	权重 A	整机精度/ μm
X 轴	滚珠丝杠	3.0	0.280 9			
	光栅尺	4.0	0.503 2	3.479 9	0.334 2	
	导轨	3.5	0.178 4			
Y 轴	滚珠丝杠	1.5	0.280 9			
	光栅尺	3.0	0.503 2	2.377 0	0.354 3	2.7
	横梁	2.5	0.178 4			
Z 轴	钢丝齿形带	2.0	0.280 9			
	光栅尺	3.0	0.503 2	2.517 4	0.295 9	
	立柱	2.5	0.178 4			

4.2 精度分配方法的实验验证

以北京航空精密机械研究所某固定桥式型 CMM 为例, 其行程范围为 $1\ 000\ \text{mm} \times 1\ 000\ \text{mm} \times 800\ \text{mm}$, 最大允许示值误差的设计指标为 $(4.5+L/400) \mu\text{m}$, 基于 CMM 关键零部件成本因素考虑和精度分配的结果, 关键零部件实际产品的指标如下: 光栅尺的精度为 $3 \mu\text{m}/\text{m}$, 滚珠丝杠的精度等级是 P4 级, 长轴导轨, 横梁, 立柱平面度和直线度均为 $4 \mu\text{m}$ 。

基于零部件精度和不同层级对应的权重向量, 获得该型号 CMM 的整机精度, 结果如表 4 所示。

基于本文提出的精度分配方法和实际样机选取的零部件产品精度结果获得的 CMM 整机精度结果来看, 选取的 CMM 关键零部件精度可以满足该型号 CMM 最大允许示值误差 $(4.5+L/400) \mu\text{m}$ 的精度要求。

表4 CMM整机精度实验验证

Table 4 Experimental verification of the accuracy of CMM

坐标轴	零部件	精度	权重	单轴精	权重 A	CMM 整 机精 度/ μm
		/ μm	$B_x=B_y=B_z$	度/ μm		
X 轴	滚珠丝杠	8	0.280 9			
	光栅尺	3	0.503 2	4.470 4	0.334 2	
	导轨	4	0.178 4			
Y 轴	滚珠丝杠	8	0.280 9			4.4
	光栅尺	3	0.503 2	4.470 4	0.354 3	
	横梁	4	0.178 4			
Z 轴	钢丝齿形带	8	0.280 9			
	光栅尺	3	0.503 2	4.470 4	0.295 9	
	立柱	4	0.178 4			

5 结 论

提出基于区间层次分析法的 CMM 精度分配方法,通过建立 CMM 的准刚体模型,基于 LASSO 算法对准刚体模型进行全参数、高精度求解得到 CMM 的 21 项几何误差,根据获得 21 项几何误差结果计算权重向量;通过对区间权重解模糊化,提高了精度分配权重的准确性,同时降低了精度分配结果的随机性、主观性。提出的精度分配方法可以作为设计人员选取 CMM 关键零部件精度的参考,更加深刻的了解该结构型号的 CMM 运行过程中不同误差的产生机理,节约整机设计效率,降低研发成本。

参考文献

- [1] 石照耀,张斌,林家春,等. 坐标测量技术半世纪——演变与趋势[J]. 北京工业大学学报, 2011, 37(5): 648-656.
- SHI ZH Y, ZHANG B, LIN J CH, et al. Half a century of coordinate measurement technology-evolution and trends[J]. Journal of Beijing University of Technology, 2011, 37(5): 648-656.
- [2] 魏舜昊,章家岩,冯旭刚. 三坐标测量机高速测量过程动态误差分析与补偿[J]. 电子测量与仪器学报, 2020,34(5):43-50.
- WEI SH H, ZHANG J Y, FENG X G. Analysis and compensation of dynamic errors during high-speed measurement on CMM [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2020, 34(5): 43-50.
- [3] 余治民,刘子建,艾彦熊,等. 大型数控龙门导轨磨床

几何误差建模与基于可靠性理论的精度分配[J]. 机械工程学报, 2013, 49(17): 142-151.

YU ZH M, LIU Z J, AI Y X, et al. Geometric error modeling of large CNC gantry guide grinder and accuracy assignment based on reliability theory [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(17): 142-151.

- [4] ZHANG S Y, XU J H, TAN J R, et al. A review of key technologies for intelligent design of customized products[J]. Engineering, 2017, 3(5): 128-147.

- [5] 李健,冉琰,张根保,等. 机械传动系统运动精度优化分配新方法[J]. 中国机械工程, 2022, 33(9): 1034-1043.

LI J, RAN Y, ZHANG G B, et al. New method for optimal distribution of motion accuracy in mechanical drive systems[J]. China Mechanical Engineering, 2022, 33(9): 1034-1043.

- [6] WU H R, LI X X, SUN F C, et al. A status review of volumetric positioning accuracy prediction theory and static accuracy design method for multi-axis CNC machine tools [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2022, 122: 2139-2159.

- [7] 张海燕,侯力,罗岚,等. 变双曲圆弧齿线圆柱齿轮专用机床的模块化设计[J]. 机械工程学报, 2021, 57(3): 77-86.

ZHANG H Y, HOU L, LUO L, et al. Modular design of a special machine tool for variable hyperbolic helical cylindrical gears[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2021, 57(3): 77-86.

- [8] 杨聪,王志伟,赵炎,等. 亚微米级高精度复合式坐标测量机的研制[J]. 仪器仪表学报, 2018, 39(12): 1-8.

YANG C, WANG ZH W, ZHAO Y, et al. Development of a sub-micron high precision compound coordinate measuring machine [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2018, 39(12): 1-8.

- [9] MONTASSAR L, HELENE C, BELHASSEN B. Machine tool architecture selection at the preliminary design stage: Application to hard material machining [J]. Journal of Computational Design and Engineering, 2020, 7(5): 657-667.

- [10] 杨洪涛,费业泰,陈晓怀,等. 纳米三坐标测量机不确定度分析与精度设计[J]. 重庆大学学报(自然科学

- 版), 2006,29(8): 82-86.
- YANG H T, FEI Y T, CHEN X H, et al. Nano CMM uncertainty analysis and accuracy design[J]. Journal of Chongqing University, 2006,29(8): 82-86.
- [11] 黄华,张树有,刘晓健,等. 基于灵敏度的机床产品结构多层次集成设计分析方法[J]. 计算机集成制造系统, 2015, 21(11): 2837-2848.
- HUANG H, ZHANG SH Y, LIU X J, et al. Sensitivity-based multi-level integrated design analysis method for machine tool product structure[J]. Computer Integrated Manufacturing System, 2015, 21(11): 2837-2848.
- [12] ZHANG Z L, LIU Z F, CAI L G, et al. An accuracy design approach for a multi-axis NC machine tool based on reliability theory [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2017, 91(5-8): 1547-1566.
- [13] CHEN Y F, RAN Y, ZHANG G B, et al. Meta-action-oriented collaborative allocation optimization for accuracy-related key quality characteristics of CNC machine tools[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2023,124:4365-4383.
- [14] 陈洪芳,孙梦阳,高毅,等. 利用弹性网络算法求解大型三坐标测量机几何误差的方法[J]. 中国机械工程, 2022, 33(9): 1077-1083.
- CHEN H F, SUN M Y, GAI Y, et al. A method for solving geometric errors of large CMMs using elastic network algorithm [J]. China Mechanical Engineering, 2022, 33(9): 1077-1083.
- [15] CHEN H F, ZHANG S, WANG G Y, et al. LASSO based compensation method for geometric errors of large coordinate measuring machine [J]. Measurement, 2022 (196): 111157.
- [16] 张国雄. 三坐标测量机[M]. 天津:天津大学出版社, 1999: 354-364.
- ZHANG G X. Coordinate measuring machines [J]. Tianjin: Tianjin University Press, 1999:354-364.

作者简介



陈洪芳(通信作者),2002年于哈尔滨工业大学获得学士学位,2004年于哈尔滨工业大学获得硕士学位,2007年于哈尔滨工业大学获得博士学位,现为北京工业大学教授、博士生导师,主要研究方向为激光精密测量技术。

E-mail: chf0302@126.com

Chen Hongfang (Corresponding author) received her B. Sc. degree, M. Sc. degree, and Ph. D. degree all from Harbin Institute of Technology in 2002, 2004, and 2007, respectively. She is currently a professor and a Ph. D. supervisor at Beijing University of Technology. Her main research interest is laser precision measurement technology.