

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2210092

一种传感器优化布置的高能有效独立法^{*}

史红梅, 孙傲雨

(北京交通大学机械与电子控制工程学院 北京 100044)

摘要:针对结构健康监测的传感器优化布置问题,考虑模态动能和模态应变能对传感器布点选择的影响,提出了一种高能有效独立法(E-EI),解决了有效独立法(EI)容易丢失能量较大测点的问题。推导了多能量参数的归一化等效能量矩阵,通过矩阵对角线元素的大小评价测点的能量分布。为验证 E-EI 法的有效性和泛化性,进行了空间桁架输电铁塔仿真算例分析以及铁路尖轨的实验验证,利用 5 种评价准则从测点能量分布、正交性、所含信息量 3 个方面对比分析了 E-EI 法、EI 法以及 3 种 EI 法的改进方法。结果表明,E-EI 法与其他改进方法相比同时实现了高能测点筛选以及测点高线性独立性。其中,布置 12 个传感器的尖轨实验中 E-EI 法的 MAC 矩阵非对角元素平均值比 EI 法的减少了 5.48%,模态动能平均值比 EI 法的增长了 133.27%,模态应变能比 EI 法的增长了 35.82%。

关键词:传感器优化布置;有效独立法;模态测试;结构健康监测

中图分类号: TH701 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 460.4020

High energy efficient independent method for optimal sensor placement

Shi Hongmei, Sun Aoyu

(School of Mechanical, Electrical Control Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract:To address the problem of optimal sensor placement of structural health monitoring, the influence of the modal kinetic energy and the modal strain energy is considered. A high energy effective independence (E-EI) method based on the effective independence (EI) method is proposed, which solves the deficiency that EI method is easy to lose high energy measurement points. The normalized equivalent energy matrix with multiple energy parameters is derived, and the energy distribution of the measurement points is judged by the size of the diagonal elements of the matrix. The superiority and generalization of the E-EI method are evaluated through the comparative analysis of EI method, E-EI method and other improved algorithms of EI method in terms of energy distribution, orthogonality, and the amount of information contained in the measurement points through five evaluation criteria, using the space truss transmission tower as simulation example and the switch rail as experimental test. Results show that E-EI method not only achieves the purpose of screening high energy measurement points, but also retains the advantages of EI method with high linear independence compared with other improved algorithms. The mean value of non-diagonal elements of MAC matrix of E-EI method is reduced by 5.48%. The mean value of modal kinetic energy is increased by 133.27%. The mean value of modal strain energy is increased by 35.82% compared with EI method in the switch rail experiment with 12 sensors.

Keywords: optimal sensor placement; effective independence method; modal test; structural health monitoring

0 引言

结构健康监测(structural health monitoring, SHM)是一种通过在结构特定部位安装传感器进行模态识别、分析与评估的结构无损检测技术^[1]。传感器的布置直接影响采集信

号成分和质量的好坏,对 SHM 有着至关重要的意义。如何布置传感器以利用有限数量的传感器采集最大限度反应结构的真实响应信息日渐成为 SHM 的突出问题。

为解决传感器优化布置(optimal sensor placement, OSP)问题,许多学者应用各种方法提出了解决方案。最具代表性的是具有严密数学理论基础,根据评价准则进行优

化的传统方法,比如:有效独立法^[2]、模态动能法^[3]、QR分解法^[4]等。但由于评价准则的片面性,这类方法都具有各自的局限性。随着智能优化算法的发展^[5-6],OSP问题的解决也引入了具有很强适应性,对搜索技术进行优化的智能方法,比如:遗传算法^[7-8]、粒子群算法^[9]、人工鱼群算法^[10]、贝叶斯理论算法^[11-12]等。这类方法的目的是搜索目标函数的全局最优值,因此目标函数的选取决定了优化的精度和收敛性。同时这类方法容易陷入局部最优,并且计算速度受计算机性能的影响。近年来,在传统方法和智能优化方法的基础上衍生出许多考虑多种评价准则或将传统方法与智能方法结合进行优化的改进方法,比如:Yao等^[13]最早提出在有效独立法的基础上,把信息阵行列式的值作为适应值,应用遗传算法进行优化迭代的改进方法;谢建宏等^[14]运用遗传算法结合神经网络提出了一种遗传神经网络算法;王剑等^[15]提出一种兼顾多目标值的多目标优化函数的方法;王璋奇等^[16]提出一种先利用QR分解法选择初始测点,后优化目标函数的二维模态置信准则法。这些方法是对前两种方法的改进,由于考虑到更多的影响因子,在解决OSP问题的实际工程实践中更为有效。

1991年,Kammer^[2]提出的有效独立法(effective independence, EI),是目前应用最广泛的传感器布置优化方法。它通过优化Fisher信息矩阵使被选择的模态向量尽可能保持线性无关。但EI法只考虑了测点对模态矩阵的线性贡献度而未涉及到测点的能量贡献,容易丢失振动能量大的测点从而降低了传感器布置的抗噪性。针对EI法的这一缺点,许多学者引入各种能量因子提出了EI法的改进方法。杨雅勋等^[17]以节点自由度模态应变能为修正系数提出了能量系数-有效独立法(EI-modal strain energy, EI-MSE),弥补了EI法信息矩阵不含能量元素的缺点;刘伟等^[18]提出了以模态动能修正EI法的有效独立-模态动能法(EI-modal kinetic energy, EI-MKE);范恒承等^[19]以模态应变能和模态动能为EI法修正系数提出了多能量参数改进有效独立法(EI-multi energy parameter, EI-MEP)。

以上改进方法通过给EI法的迭代矩阵乘以一个含有振动能量的系数矩阵,从而得到最优的布置方案。但乘以系数矩阵之后的计算矩阵会降低测点特性的真实性,即改变原本迭代矩阵向量间的独立关系,从而削减了EI法测点独立性高的优势。本文引入模态动能和模态应变能推导出多能量参数的归一化等效能量矩阵(equivalent energy matrix, EEM),利用矩阵EEM对角线元素的大小筛选出能量高的测点子集,并通过EI法对高能的测点子集进行二次筛选,从而得到一种针对OSP问题的高能有效独立法(high energy effective independence, E-EI)。E-EI法在不改变EI法有效性的基础上不仅考虑到高能测点,提高了测点组合的抗噪性,还充分保证了测点组合

的模态独立性和模态信息量,更适合实际工程实践中OSP的应用。同时,为验证E-EI法的优越性和泛化性,本文以空间桁架输电铁塔结构为算例,以铁路尖轨为实验模型,运用5种评价准则评价了E-EI法,并与EI法、EI-MKE法、EI-MSE法、EI-MEP法4种既有方法作对比分析。

1 传感器优化布置方法

1.1 有效独立法

EI法从待测结构的所有自由度出发,逐步迭代删去那些对模态线性独立性贡献最小的自由度从而优化Fisher信息阵($\Phi^T\Phi$)使被保留下来的测点位置的模态向量相互独立。

EI法首先构造矩阵E:

$$E = \Phi\psi\lambda^{-1}\psi^T\Phi^T = \Phi[\Phi^T\Phi]^{-1}\Phi^T \quad (1)$$

式中: ψ 是Fisher信息阵的标准化正交特征向量, λ 为对应的特征值, Φ 是结构的模态矩阵。

由 $E^2 = E$ 可知E是幂等矩阵,E的对角线上的每一个值都代表着与该值相对应的自由度对模态矩阵 Φ 的秩的贡献大小,且对角线上的值在0~1之间。当对角线元素接近于0时,表示其相应自由度对模态矩阵的线性独立性贡献很小,应该删除该自由度;当对角线元素接近于1时,表示该自由度对模态矩阵的线性独立性有较大贡献,应该保留该自由度。有效独立法从所有自由度中逐步迭代,依次删除对模态向量线性独立性贡献最小的自由度,直到剩下自由度的数量等于所选传感器的数量为止。

1.2 有效独立-模态动能法

刘伟等^[18]提出的EI-MKE法考虑质量分布的影响,用模态动能向量与有效独立向量相乘对迭代矩阵E进行修正。修正后的表达式如下:

$$E = \text{diag}(\Phi(\Phi^T\Phi)^{-1}\Phi^T) \cdot \text{MKE}_{\text{diag}} = \text{diag}(\Phi(\Phi^T\Phi)^{-1}\Phi^T) \cdot \text{diag}(M\Phi\Phi^T) \quad (2)$$

式中:M为结构的质量矩阵; Φ 为结构的模态矩阵。

1.3 有效独立-模态应变能法

杨雅勋等^[17]提出的EI-MSE法是以节点自由度对模态应变能的贡献度作为加权系数修正EI法的迭代矩阵E。其中加权系数的表达式为:

$$C_{EC_j} = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p \phi_i^T k_j \phi_{ij} \quad (3)$$

式中: ϕ_i 为第i阶模态振型; ϕ_{ij} 为第i阶模态下自由度j的振型值;p为选取的模态数目。

修正后E的表达式为:

$$E = \Phi(\Phi^T\Phi)^{-1}\Phi^T \cdot \text{diag}(C_{EC_1}, C_{EC_2}, \dots, C_{EC_n}) \quad (4)$$

1.4 有效独立-多能量参数法

范恒承等^[19]同时引入模态动能和模态应变能对 EI 法的迭代矩阵 E 进行改造,改造后的表达式为:

$$E = \Phi(\Psi^T \Psi)^{-1} \Phi^T \cdot \text{diag}(f_1, f_2, \dots, f_r) \quad (5)$$

$$f_r = \sum_{n=1}^p \phi_{in} \sum_j k_{ij} \phi_{jn} \quad (6)$$

式中: $\psi = U\Phi$, U 是结构总体质量矩阵 M 的分解向量,分解公式为 $M = UU^T$; ϕ_{in} 和 ϕ_{jn} 分别为第 n 阶模态在第 i 个自由度和第 j 个自由度的分量; k_{ij} 为整体刚度矩阵中第 i 行第 j 列的值。

2 高能有效独立法

本文引入模态动能和模态应变能推导出多能量参数的归一化等效能量矩阵 EEM ,提出一种考虑多能量参数的 E-EI 法。下面对方法进行详细介绍。

根据 Heo 等^[20]对模态动能的描述,结构第 i 个自由度第 k 阶模态对应的模态动能可表达为:

$$MKE_{ik} = \phi_{ik} \sum_j M_{ij} \phi_{jk} \quad (7)$$

其中, MKE_{ik} 为第 i 个自由度第 k 阶模态对应的模态动能, ϕ_{ik} 为第 i 个自由度第 k 阶模态分量, ϕ_{jk} 为第 j 个自由度第 k 阶模态分量, M_{ij} 为质量矩阵第 i 行第 j 列的值。

模态应变能的表达式为:

$$MSE_{ik} = \phi_{ik} \sum_j K_{ij} \phi_{jk} \quad (8)$$

其中, MSE_{ik} 为第 i 个自由度第 k 阶模态对应的模态应变能, K_{ij} 为刚度矩阵第 i 行第 j 列的值。

由于实际工程应用中质量矩阵和刚度矩阵元素的数量级差别过大(本文实验分析的数量级差达 10^{12} 倍),所以对所求模态动能和模态应变能作归一化变换:

$$GMKE_{ik} = \frac{n \times N \times MKE_{ik}}{\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^N MKE_{ik}} \quad (9)$$

$$GMSE_{ik} = \frac{n \times N \times MSE_{ik}}{\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^N MSE_{ik}} \quad (10)$$

其中, $GMKE_{ik}$ 和 $GMSE_{ik}$ 分别表示第 i 个自由度第 k 阶模态对应的相对模态动能和相对模态应变能, n 和 N 分别代表所有自由度个数和所选模态阶数。

取两者之和作为第 i 个自由度第 k 阶模态对应的相对总能量 GE_{ik} 。设等效能量矩阵 EEM 的表达式为:

$$EEM = \text{diag}((GE)(GE)^T) \quad (11)$$

式中:矩阵 EEM 的对角线元素为结构对应自由度的各阶振动相对总能量的平方和。平方和作为等效能量的计算,不仅可以代表总能量的大小,还可以筛选出待选自由度对应某一阶的相对高能量的测点。

设安装传感器数量为 h ,为满足模态可观测量, h 的值不应小于待分析的模态阶数。设矩阵 EEM 对角线元素的平均值为 \bar{x} 。依次删去等效能量矩阵 EEM 对角线上的最小值,同时删去其位置代表的自由度,直到删去的最小值大于对角线元素的平均值 \bar{x} 或者剩余待选自由度个数等于 $2h$ 。

利用 EI 法在剩余自由度中选出线性独立性最高的 h 个自由度,构造的矩阵 E 的表达式为:

$$E = \Phi_s [\Phi_s^T \Phi_s]^{-1} \Phi_s^T \quad (12)$$

式中: Φ_s 是结构剩余自由度的模态矩阵。

E-EI 法的流程如图 1 所示。

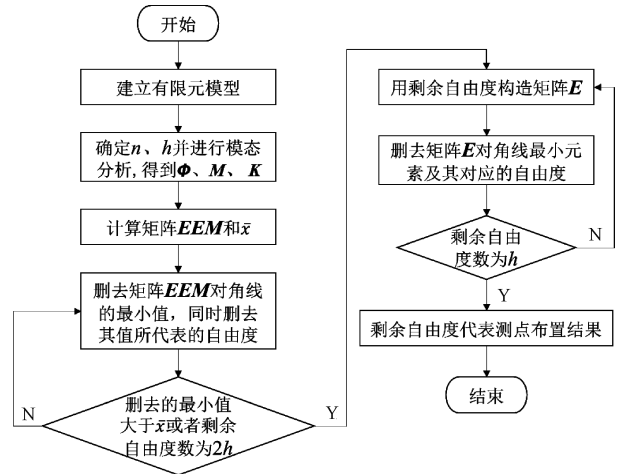


图 1 E-EI 法流程

Fig. 1 Flow chart of the E-EI method

能量值是针对某一测点的绝对量,不随测点集的变化而变化,而线性独立性的高低是定义在多测点之间的相对量,随测点集内元素的变化而发生改变, E-EI 法先利用矩阵 EEM 筛选出高能测点集,后使用 EI 法得到最终布置方案。这既保证了测点的模态独立性又尽可能使测点分布在能量较大的位置上。

3 传感器优化布置准则

为判别一种传感器布置方案的优劣,许多学者根据不同的原则建立了不同的评价准则,本文对常用的几种准则作简要介绍。

3.1 模态置信准则

考虑到实际测量自由度数远小于结构模型的自由度数以至于测得的模态向量难以保证其正交性,甚至会由于向量间的交角过小而丢失重要模态,模态置信准则以模态向量间的空间交角为标准,对传感器布置方案进行评价,是最常用的传感器优化布置评价准则。其中模态

置信矩阵 \mathbf{MAC} 的表达式为:

$$MAC_{ij} = \frac{(\Phi_i^T \Phi_j)^2}{(\Phi_i^T \Phi_i) \cdot (\Phi_j^T \Phi_j)} \quad (13)$$

其中, Φ_i 和 Φ_j 分别为第 i 阶和第 j 阶模态向量, MAC_{ij} 表示模态置信度矩阵的第 i 行第 j 列元素。

MAC_{ij} 代表第 i 阶模态向量和第 j 阶模态向量的空间夹角的大小。 MAC_{ij} 的值越靠近 0, 两向量相关性越小, 0 代表两向量正交, 1 代表两向量平行。在此基础上可以定义两种评价标准: 模态置信平均值 MAC_a 和模态置信最大值 MAC_m , 表达式分别为:

$$MAC_a = \frac{2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N MAC_{ij}}{N(N-1)} \quad (14)$$

$$MAC_m = (MAC_{ij})_{\max}, (i \neq j) \quad (15)$$

式中: N 为所选模态阶数, $(MAC_{ij})_{\max}$ 为矩阵 \mathbf{MAC} 非对角元素最大值。

3.2 模态动能准则和模态应变能准则

结构的各个模态的能量分配不均匀, 测点最好能分布在模态动能或模态应变能较大的自由度上以提高测试信号的信噪比, 增强测试信号的准确度。模态动能准则和模态应变能准则分别用来评判测点各模态的总动能和总应变能的大小, 以所有被选测点的总动能或总应变能的平均值为标准评价传感器优化布置方案, 计算公式为:

$$E_k = \frac{\sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^n MKE_{ik}}{h} \quad (16)$$

$$E_s = \frac{\sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^n MSE_{ik}}{h} \quad (17)$$

其中, MKE_{ik} 和 MSE_{ik} 的计算公式如式(7)和(8)所示。 E_k 、 E_s 分别代表所有测点总动能和总应变能的平均值。 h 、 n 和 N 分别代表安装传感器的数量、所有自由度个数和所选模态阶数。

3.3 Fisher 信息矩阵行列式准则

Fisher 信息矩阵行列式准则以 Fisher 信息矩阵包含的模态信息的多少评价布置方案。Fisher 信息矩阵的行列式越大, 其所包含的模态信息越多。

4 算例分析

为验证 E-EI 法的可行性和优势, 以空间桁架输电铁塔为算例分析, 利用 5 种评价准则从测点能量分布、正交性、所含信息量 3 个方面对比分析了 E-EI 法、EI 法、EI-MKE 法、EI-MSE 法和 EI-MEP 法 5 种方法。

4.1 有限元建模

如图 2 所示, 桁架杆件的单元类型为 Link180。Link180 单元是杆轴方向的拉压单元, 每个节点具有 3 个平动自由度且不承受弯扭, 可以用来模仿桁架、缆索、连杆等。杆件截面积为 $1 \times 10^{-3} \text{ m}^2$, 弹性模量为 210 GPa, 密度为 7850 kg/m^3 。结构的长宽高为 $5 \text{ m} \times 2 \text{ m} \times 4.5 \text{ m}$, 其中水平杆和竖直杆的尺寸包括 1 m , 1.5 m 和 2 m , 其余斜杆可根据水平杆和竖直杆的尺寸得出。

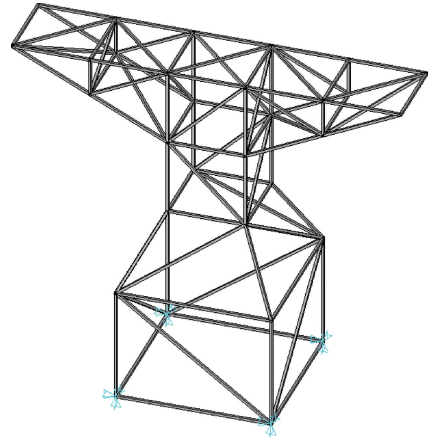


图 2 空间桁架输电铁塔有限元模型

Fig. 2 Finite element model of the space truss transmission tower

有限元模型除自由度被完全约束的 4 个节点外共 28 个节点, 84 个自由度。考虑到现场测试技术的能力和损伤识别技术的需要, 所测振型阶数不应过高且应包含结构的主要振型。选择结构的前 6 阶振型进行分析, 其中包含了结构的侧滚、横摆、俯仰和沉浮自由度。

4.2 传感器优化布置

分别采用 EI 法、EI-MKE 法、EI-MSE 法、EI-MEP 法和 E-EI 法对传感器进行优化布置, 并对各种方法在结构上布置不同数量的传感器的方案进行评价。考虑到各种评价准则有各自的特点, 选用模态置信平均值和模态置信最大值评价布置测点的正交性, 选用模态动能值和模态应变能值评价布置测点的能量分布, 选用 Fisher 信息行列式值评价布置测点包含的模态信息量。安装传感器数目要满足结构的模态可观测性, 即传感器数量要大于分析的振型数目, 且传感器安装数目过多对评价各种布置方案的优劣没有意义。选择传感器数量在 6 ~ 40 之间对各种方案进行评价。评价结果如图 3~7 所示。其中模态动能值和模态应变能值与模态振型的归一化因子有关, 图中只需比较其相对大小即可。

4.3 结果分析

由评价结果可以看出, 以模态置信平均值准则和模态置信最大值准则为标准, E-EI 法与 EI 法明显优于其他方

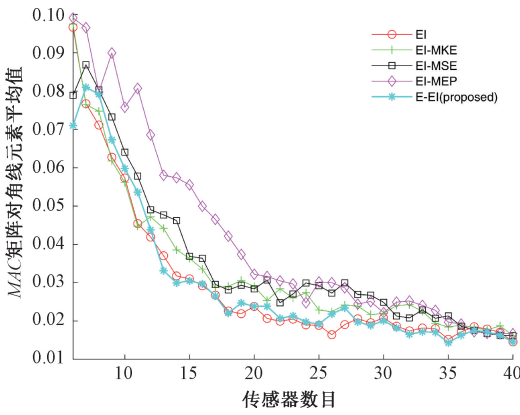


图 3 MAC 矩阵非对角元素平均值准则

Fig. 3 Mean criterion on non-diagonal elements in MAC

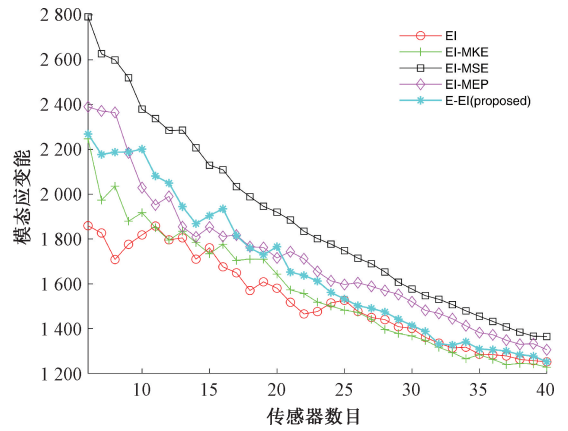


图 6 模态应变能准则

Fig. 6 Modal strain energy criterion

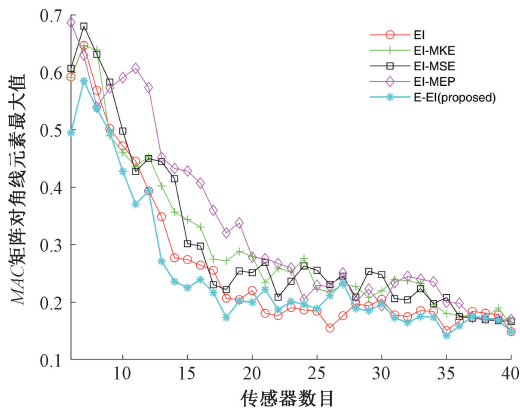


图 4 MAC 矩阵非对角元素最大值准则

Fig. 4 Maximum criterion on non-diagonal elements in MAC

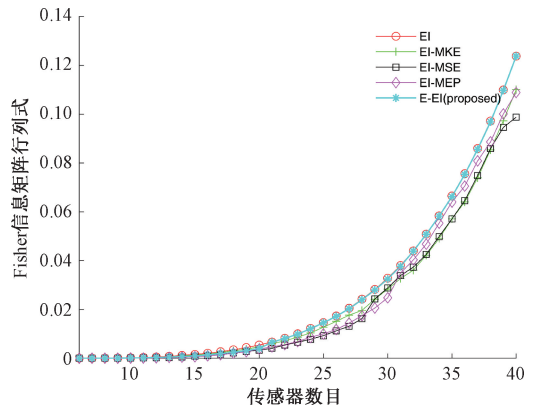


图 7 Fisher 信息矩阵行列式准则

Fig. 7 Fisher information matrix determinant criterion

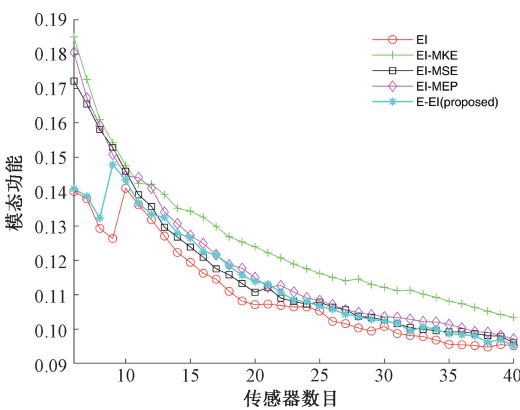


图 5 模态动能准则

Fig. 5 Modal kinetic energy criterion

果较好的为 E-EI 法和 EI-MEP 法。以 Fisher 信息矩阵行列式准则标准,E-EI 法和 EI 法均为最优方法。

综上所述,E-EI 法在考虑能量上综合考虑模态动能和模态应变能,所选测点在两种能量上都维持在较高水平,且效果同 EI-MEP 相似。在正交性和所含信息量方面与 EI 法可以并列最优方法,甚至在模态置信准则评价上优于 EI 法。即 E-EI 法在保持模态矩阵向量正交性和所含信息量的前提下,将能量考虑到传感器优化布置中,有效改善了 EI 法,且在各种改进方法中综合效果最好。

5 实验验证

尖轨是转辙器的重要部件,尖轨的扳动能将列车引入正线或侧线方向。相对于等截面钢轨,尖轨属于变截面钢轨更容易产生裂纹和变形,对尖轨进行实时健康监测对轨道交通安全有重要的工程意义。为验证 E-EI 法的有效性和泛化性,以铁路尖轨的质量监测为工程背景进行实验,进一步讨论数值仿真算例的结论。

法,且当布置少量传感器时,E-EI 法在模态置信最大值上优于 EI 法,是 5 种方法中的最优方法;当传感器数量大于 9 时,以模态动能准则和模态应变能准则为标准,4 种改进方法都达到了改善 EI 法的目的,且 EI-MKE 法在模态动能单方面,EI-MSE 法在模态应变能单方面占有优势,综合效

以长度为 12.48 m 的尖轨 (如图 8 所示) 为实验模型,以 0.2 m 为步长等间距在尖轨上表面布置垂直方向上的加速度传感器,采样频率为 1 000 Hz,运用激振器法进行结构模态测试(搭建的模态测试系统如图 9 所示)。由于测点较多,采用分组多次采集响应信息并集中处理分析的方式提取尖轨的模态频率。采用随机子空间法 (stochastic subspace identification, SSI) 和峰值拾取法 (peak-picking identification, PPI) 提取其前五阶模态频率进行分析,稳定图如图 10 所示。

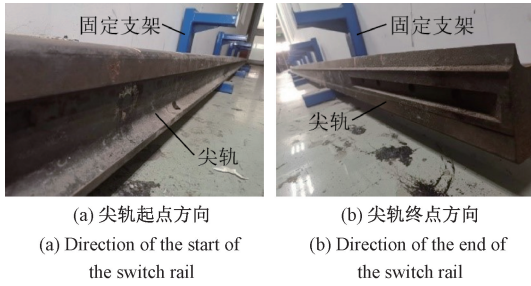


图 8 尖轨结构图
Fig. 8 Structure of switch rail

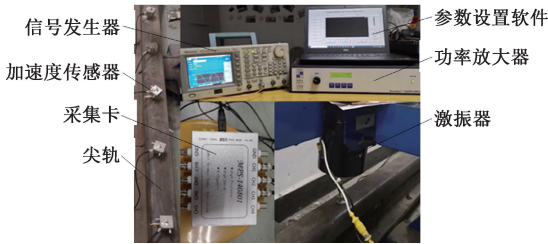


图 9 测试系统
Fig. 9 Test system

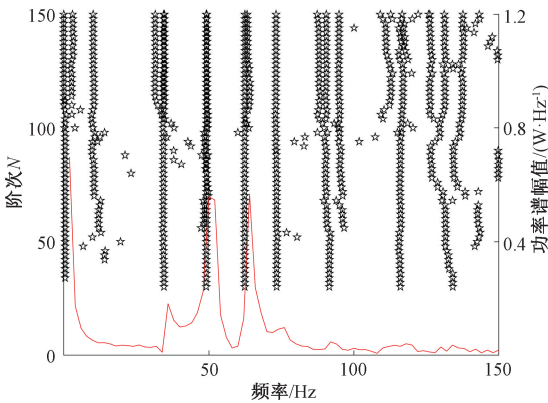


图 10 稳定图
Fig. 10 Stability diagram

根据实际模型建立有限元实体模型如图 11 所示。考虑到实际模型与有限元模型存在偏差,以尖轨的弹性模量和密度为设计变量,以各阶频率的误差平方和为目标函数用 ANSYS 优化分析方法对有限元模型进行修正,修正结

果如表 1 所示。根据修正结果,各阶频率误差均在 10% 以内,可将修正后的模型用于传感器的优化布置研究。

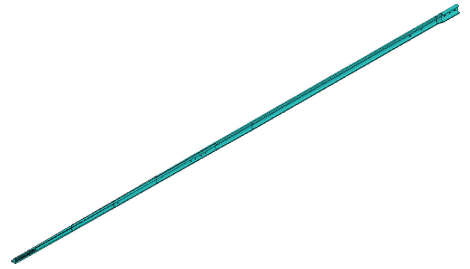


图 11 有限元模型
Fig. 11 Finite element model

表 1 尖轨模型修正结果比较

Table 1 Comparison of correction results of the switch rail model

模态阶数	实验获取/Hz	仿真获取/Hz	误差/%	修正后/Hz	修正后误差/%
第 1 阶	34.515	29.842	-13.54	31.328	-9.23
第 2 阶	49.227	44.442	-9.72	46.656	-5.22
第 3 阶	63.154	60.955	-3.48	63.991	1.33
第 4 阶	73.144	75.255	2.89	79.004	8.01
第 5 阶	90.476	86.183	-1.3	90.476	0

由于有限元模型为实体模型,不可能将所有节点都进行计算。本文以 0.1 m 为步长将尖轨划分成 125 个单元,对所有单元节点进行研究,共划分 124 个节点,372 个自由度。利用修正后模型的模态信息,导出待选测点的模态矩阵 Φ 、刚度矩阵 K 和质量矩阵 M , 分别用 EI 法、EI-MKE 法、EI-MSE 法、EI-MEP 法和本文的 E-EI 法对传感器进行优化布置,并对各种方法在结构上布置不同数量的传感器的方案进行评价。

考虑到尖轨的空间特性、分析的模态阶数以及实验结果的可靠性,选择在 12 个自由度和 24 个自由度上布置传感器,用 5 种方法布置的结果如表 2 和 3 所示。各方案的评价结果如表 4 和 5 所示。 f_1, f_2, f_3, f_4, f_5 分别代表模态置信矩阵对角线元素平均值、模态置信矩阵对角线元素最大值、模态动能值(量级为 10^{-4})、模态应变能值(量级为 10^8)、Fisher 信息矩阵行列式值。其中 f_3 和 f_4 同样只需比较其相对大小。

通过表 2 和 3 可以发现各方法布置结果都集中在尖轨的两端和中间,且有很多的测点重叠,这证明了各种方案趋近于最优布置方案的合理性。其中 E-EI 法的布置较为均匀,这反映出 E-EI 法的可靠性。

通过表 4 和 5 可以发现 E-EI 法无论是在测点的能量上还是在线性独立性上都有效的改善了 EI 法。且 E-EI 法在测点间的独立性上, f_1 和 f_2 的值明显小于其他

表 2 布置 12 个传感器各方案布置结果

Table 2 Layout results of each method with 12 sensors

方法	布置自由度编号											
EI	1	2	4	5	151	154	157	365	367	368	370	371
EI-MKE	10	11	46	61	220	268	307	325	353	356	367	368
EI-MSE	1	2	5	11	46	157	220	356	362	365	367	368
EI-MEP	1	2	4	5	11	46	157	356	362	365	367	368
E-EI	2	5	10	46	61	157	220	325	362	365	367	368

表 3 布置 24 个传感器各方案布置结果

Table 3 Layout results of each method with 24 sensors

方法	布置自由度编号											
EI	1	2	4	5	7	8	52	55	145	148	151	154
	157	160	163	319	359	362	364	365	367	368	370	371
EI-MKE	5	10	11	17	46	52	55	61	76	157	160	220
	256	268	304	307	313	325	353	356	362	365	367	368
EI-MSE	1	2	4	5	10	11	46	49	61	151	157	217
	220	268	307	313	325	353	356	359	362	365	367	368
EI-MEP	1	2	4	5	8	11	14	46	49	61	148	151
	157	217	220	307	313	353	356	359	362	365	367	368
E-EI	2	5	10	11	46	49	52	55	61	148	151	157
	160	220	268	313	316	325	356	359	362	365	367	368

表 4 布置 12 个传感器各方案评价结果

Table 4 Evaluation results of each method with 12 sensors

方法	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
EI	0.049 3	0.174 4	0.358 9	1.015 1	4.690 6
EI-MKE	0.045 0	0.339 6	1.529 0	1.282 7	0.145 0
EI-MSE	0.087 9	0.301 9	0.941 3	1.704 2	1.248 3
EI-MEP	0.134 7	0.391 1	0.896 4	1.673 0	1.028 5
E-EI	0.046 6	0.219 5	0.837 2	1.378 7	1.102 4

表 5 布置 24 个传感器各方案评价结果

Table 5 Evaluation results of each method with 24 sensors

方法	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
EI	0.032 7	0.110 1	0.297 7	0.746 7	0.005 6
EI-MKE	0.023 7	0.138 0	1.052 6	1.071 6	0.000 8
EI-MSE	0.055 2	0.184 4	0.898 0	1.192 1	0.002 4
EI-MEP	0.066 0	0.221 9	0.737 4	1.163 5	0.002 3
E-EI	0.025 8	0.105 0	0.867 3	1.132 9	0.002 1

其测点的总能量处于较高水平;在保证测点所含的信息量上,E-EI 法的 f_5 的值大于 EI-MKE 法,并且与其他两种改进方法十分接近。故 E-EI 法在 3 方面的评价上都没有明显的缺点,且线性独立性强的优点十分突出,是一种稳定、准确、可靠的解决 OSP 问题的方法。

EI 法选出的是待选测点中线性独立性最高的一组测点却不是能量最高的一组,所以高能和高线性独立性存在一定的矛盾。E-EI 法先求得待选测点集合的高能子集,选出的是高能子集中线性独立性最高的一组测点。E-EI 法的优势在于保证了 EI 法的优势不减弱并且在能量方面远超 EI 法,这也是 EI 法在表 4 中 f_2 和 f_3 的值以及表 5 中 f_5 的值最优而在其他准则下效果次于 E-EI 法的原因。

6 结 论

提出了 E-EI 法,通过理论分析、空间桁架输电铁塔结构算例分析和铁路尖轨的实验验证可以得到如下结论:

1) 根据测点能量的绝对性和测点间线性独立的相对性,提出先筛选高能测点,后选出线性独立性高的测点的

3 种方法,说明其测点间的线性独立性最高;在测点的能量上, f_3 和 f_4 的值已非常接近于另外 3 种改进方法,说明

高能有效独立法(E-EI法),在理论上该方法既能保证所选测点的能量高又能保证测点间的线性独立性强。

2)通过空间桁架输电铁塔结构的算例分析,对比其他4种方法证明了E-EI法的有效性。在测点能量方面,相比于EI法,E-EI法具有明显的优越性。与其他改进方法相比,在测点的能量方面,其综合效果较好,且与E-MEP法相似;在测点的独立性和所含信息量方面,E-EI法在5种方法中最具优势。

3)通过尖轨的实验验证,分析了在尖轨上分别布置12个传感器和24个传感器时各方案布置效果。证明了E-EI法相对于EI法,在测点能量上有明显优势,相对于其他改进方法,在测点间的线性独立性上有明显优势。

4)理论分析、算例分析和实验验证的结果都表明E-EI法有效考虑了高能测点,同时保留了EI法在保证测点线性独立上的优势。空间桁架上的仿真结果和尖轨监测平台上的实验结果都证明E-EI法能取得良好的传感器布置效果,说明E-EI法具有很好的泛化性,便于实际工程应用。

参考文献

- [1] 杨辰. 结构健康监测的传感器优化布置研究进展与展望[J]. 振动与冲击, 2020, 39(17):82-93.
YANG CH. Progress and prospects of research on optimal arrangement of sensors for structural health monitoring[J]. *Vibration and Shock*, 2020, 39(17): 82-93.
- [2] KAMMER D C. Sensor placement for on-orbit modal identification and correlation of large space structures[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1991, 14(2):251-259.
- [3] MEO M, ZUMPANO G. On the optimal sensor placement techniques for a bridge structure [J]. *Engineering Structures*, 2005, 27(10):1488-1497.
- [4] SCHEDLINSKI C, LINK M. An approach to optimal pick-up and exciter placement [C]. *International Modal Analysis Conference*, 1996.
- [5] LI W, WANG G G, GANDOMI A H. A survey of learning-based intelligent optimization algorithms [J]. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 2021, 28(5):1-19.
- [6] 郑磊. 智能优化算法应用研究[D]. 南京:南京邮电大学, 2020.
ZHENG L. Intelligent optimization algorithm application research[D]. Nanjing: Nanjing University of Posts and Telecommunications, 2020.

- [7] QIN X, ZHAN P, YU C, et al. Health monitoring sensor placement optimization based on initial sensor layout using improved partheno-genetic algorithm[J]. *Advances in Structural Engineering*, 2021, 24(2):252-265.
- [8] YANG C, ZHENG W, ZHANG X. Optimal sensor placement for spatial lattice structure based on three-dimensional redundancy elimination model[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2019, 66(FEB.):576-591.
- [9] ZHEN Z. Optimal layout of health monitoring sensor in gymnasium based on improved particle swarm optimization algorithm[J]. *Journal of Intelligent and Fuzzy Systems*, 2018, 35:1-7.
- [10] 刘雨博,任洋洋. 基于人工鱼群算法的光纤应变传感网络布置优化[J]. *传感器与微系统*, 2019, 38:57-59,66.
LIU Y B, REN Y Y. Optimization of fiber optic strain sensing network arrangement based on artificial fish swarm algorithm[J]. *Sensors and Microsystems*, 2019, 38:57-59,66.
- [11] FLYNN E B, TODD M. A bayesian approach to optimal sensor placement for structural health monitoring with application to active sensing[J]. *Mechanical Systems & Signal Processing*, 2010, 24(4):891-903.
- [12] YANG Y, CHADHA M, HU Z, et al. An optimal sensor placement design framework for structural health monitoring using Bayes risk[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2022, 168:108618.
- [13] YAO L, SETHARES W A, KAMMER D C. Sensor place-ment for on-orbit modal identification via a genetic algorithm [J]. *AIAA Journal*, 2012, 31(10):1922-1928.
- [14] 谢建宏,张为公. 基于遗传神经网络的智能复合材料损伤检测传感器位置优化的研究[J]. *仪器仪表学报*, 2005,26(11):1184-1187.
XIE J H, ZHANG W G. Optimal sensor placement for damage detection in smart composite material based on genetic algorithms and neural network [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2005, 26(11):1184-1187.
- [15] 王剑,王璋奇. 输电铁塔双轴加速度传感器多目标优化布置[J]. *仪器仪表学报*,2016,37(2):277-285.
WANG J, WANG ZH Q. Multi-objective optimization arrange-ment of dual-axis acceleration sensors for power

- transmission towers [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2016, 37(2):277-285.
- [16] 王璋奇,王剑. 输电铁塔双轴加速度传感器优化布置[J]. 仪器仪表学报, 2017, 38(9):2200-2209.
WANG ZH Q, WANG J. Optimal arrangement of dual-axis acceleration sensors for power transmission towers[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2017, 38(9):2200-2209.
- [17] 杨雅勋,郝宪武,孙磊. 基于能量系数-有效独立法的桥梁结构传感器优化布置[J]. 振动与冲击, 2010, 29(11):119-123,134,257.
YANG Y X, HAO X W, SUN L. Optimal arrangement of sensors for bridge structures based on the energy coefficient-effective independence method[J]. Vibration and Shock, 2010, 29(11):119-123,134,257.
- [18] 刘伟,高维成,李惠,等. 基于有效独立的改进传感器优化布置方法研究[J]. 振动与冲击, 2013, 32:54-62.
LIU W, GAO W CH, LI H, et al. Research on the optimized arrangement of improved sensors based on effective independence[J]. Vibration and Shock, 2013, 32:54-62.
- [19] 范恒承,余岭. 一种传感器优化布置的多能量参数改进有效独立法[J]. 振动与冲击, 2020, 39(24):25-31.
FAN H CH, YU L. A multi-energy parameter improved effective independence method for optimal sensor arrangement[J]. Vibration and Shock, 2020, 39(24):25-31.

- [20] HEO G, WANG M L, SATPATHI D. Optimal transducer placement for health monitoring of long span bridge[J]. Soil Dynamics & Earthquake Engineering, 1997, 16(7-8):495-502.

作者简介



史红梅, 分别于 1994 年、1997 年、2012 年于北京交通大学获得学士、硕士、博士学位, 现为北京交通大学教授, 主要研究方向为轨道交通安全状态检测与监测技术。

E-mail: hmshi@bjtu.edu.cn

Shi Hongmei received her B.Sc., M.Sc., and Ph. D. degrees all from Beijing Jiaotong University in 1994, 1997, and 2012, respectively. She is currently an associate professor at Beijing Jiaotong University. Her main research interests include measurement and monitoring technology for rail transportation safety.



孙傲雨 (通信作者), 2021 年于北京交通大学获得学士学位, 现为北京交通大学硕士研究生, 主要研究方向为铁路桥梁健康监测技术。

E-mail: 21126063@bjtu.edu.cn

Sun Aoyu (Corresponding author) received his B.Sc. degree from Beijing Jiaotong University in 2021. He is currently pursuing M.Sc. degree at Beijing Jiaotong University. His main research interest is monitoring technology for railway bridge health.