

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2209500

# 大尺寸带翼飞行器质心测量新方法

张晓琳<sup>1</sup>, 赵子娟<sup>1</sup>, 张斌<sup>2</sup>, 王军<sup>1</sup>, 唐文彦<sup>1</sup>

(1. 哈尔滨工业大学仪器科学与工程学院 哈尔滨 150001; 2. 首都航天机械有限公司 北京 100076)

**摘要:** 现有的大尺寸带翼飞行器质心测试方法在精度和效率上无法兼顾。针对该问题, 提出了一种质心测量新方法, 并研制了一套质量质心测试系统。该系统采用激光跟踪仪用于得到测量设备坐标系与产品坐标系的转换关系, 解决了现有的小角度翻转法的原理弊端, 从根本上提高了测量精度。本方法的优势在于进行产品测量时候只需测量一组产品关键点及测试设备参考点坐标, 相对于现有的坐标定位-称重法, 提高了测量效率。仿真结果表明, 倾斜角度为 $15^\circ$ 时, 质心测量标准不确定度低于 $1.91\text{ mm}$ , 实验结果表明, 相对于传统方法, 采用本方法测得质心误差减小了 $1/3$ 左右。

**关键词:** 大型带翼飞行器; 质量质心; 四点支撑倾斜测量法

**中图分类号:** TH89 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 410.55

## A new method for measuring the centroid of the large winged aircraft

Zhang Xiaolin<sup>1</sup>, Zhao Zijuan<sup>1</sup>, Zhang Bin<sup>2</sup>, Wang Jun<sup>1</sup>, Tang Wenyan<sup>1</sup>

(1. School of Instrumentation Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;

2. China Capital Aerospace Machinery Corporation Limited, Beijing 100076, China)

**Abstract:** The precision and efficiency cannot be balanced with the existing centroid measurement methods of the large winged aircraft. To address this problem, a new mass centroid measurement method is proposed and a mass centroid testing system is designed. The system uses a laser tracker to obtain the conversion relationship between the coordinate system of the measuring equipment and the product coordinate system, which solves the principle drawbacks of the existing small-angle flip method. In this way, the measurement accuracy is fundamentally improved. The advantage of this method is that the system only needs to measure a set of product key points and reference point coordinates of test equipment, which improves the measurement efficiency compared with the existing coordinate positioning-weighing method. Simulation results show that when the tilt angle is  $15^\circ$ , the standard uncertainty of the centroid measurement is less than  $1.91\text{ mm}$ . Compared with the traditional methods, experimental results show that the error of the centroid measured by this method is reduced by about  $1/3$ .

**Keywords:** large winged vehicle; mass and centroid; four-point support tilt measurement method

## 0 引言

飞行器制造业的发展程度是衡量一个国家科技发展综合水平的重要标准<sup>[1]</sup>, 质量和质心是飞行器总装测试中的重要参数。飞行器姿态确定和控制器算法中的各项参数、推力器力矩等都是以质心位置为基准计算, 因此质量质心参数测量准确性对飞行器的姿态控制有重要意义<sup>[2]</sup>。

由于存在加工制造、装配等误差, 采用仿真分析法无法准确测取质量质心参数, 必须进行实际测量。目前, 常用的质心测量方法有多点称重法、不平衡力矩法、多线摆法、悬挂法等<sup>[3-6]</sup>。其中, 多点称重法测量设备结构简单, 精度较高, 安全性好, 可以同时测量质量和质心参数, 因此, 多点称重法常用于大尺寸物体质量质心参数测量领域。多点称重法采用多个称重传感器支撑测量台, 由静力矩平衡原理可以测得物体质心在测量台坐标系下投影点坐标。将被测物体旋转或倾斜一定角度, 测量该状态

下物质质心在测量台坐标系下投影点坐标。由两种状态下测量台坐标系与被测物体坐标系的转换关系,可以得到被测物体坐标系下物质质心坐标。为了得到被测物体和测量设备的相对位置关系,常采用机械定位机构,该方法会引入较大定位误差,如,西北工业大学吴斌等<sup>[6]</sup>采用水平定位滑台和45°定位滑台用于待测弹体水平时测量平台坐标和待测弹体坐标的转换,定位误差为 $\pm 0.66$  mm。为了提高精度,非接触式测量作为辅助手段应用于质量特性测量领域,如,文献<sup>[7-8]</sup>引入激光跟踪仪用于消除设备倾斜时引入的误差。哈尔滨工业大学王梅宝等<sup>[9-10]</sup>提出一种坐标定位-称重法,该方法对被测件的放置位置及角度没有严格要求,可以避免定位误差对测量结果的影响,精度较高。目前,主要采用旋转法<sup>[11-13]</sup>和倾斜法<sup>[14-15]</sup>改变物体姿态,对于翼展范围较大的飞行器,旋转法会增大弹翼与测量系统干涉的风险,因此本文选用倾斜法。

本文结合现有的测量方法,提出了一种基于四点支撑倾斜测量法的质心测量新方法——含倾斜角度参数的坐标定位-称重法,对质心测量时被测物体初始位置无严格要求,避免定位误差对测量结果的影响。与现有的坐标定位-称重法相比,本方法在系统标定过程中增加倾斜角度测量、转轴端点坐标测量步骤,引入中间坐标系,减少了产品测量过程中一次产品扫描及一次参考点坐标测量步骤,产品测量效率有所提高。

## 1 质心测量新方法

### 1.1 建立坐标系

为了确定待测产品与测量设备的相对位置,引入激光跟踪仪进行关键点坐标测量,测量过程中定义了5个相关坐标系,如图1所示。

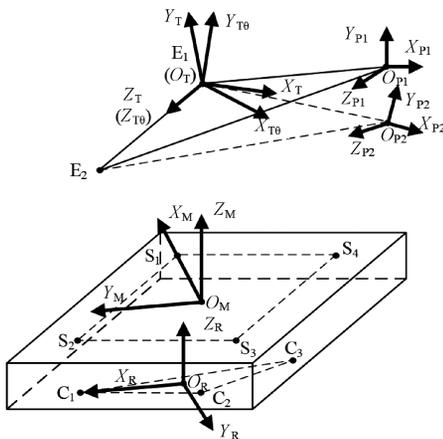


图1 关键点及各坐标系的建立

Fig. 1 Establishment of key points and the coordinate

1) 仪器坐标系  $O_L X_L Y_L Z_L$ 。为了建立各坐标系的关系,本文引入激光跟踪仪作为坐标测量标准器,将激光跟踪仪的基准坐标系定义为仪器坐标系。

2) 测量坐标系  $O_M X_M Y_M Z_M$ 。测量坐标系由底座上4个称重传感器承重点  $S_i (i=1,2,3)$  确定,取4个称重传感器承重点的几何中心为原点  $O_M$ ,  $X_M$  轴由原点  $O_M$  指向第一个承重点  $S_1$ ,  $Z_M$  轴垂直于4个点所在的平面且向上,  $Y_M$  按右手定则确定。

3) 参考坐标系  $O_R X_R Y_R Z_R$ 。参考坐标系由底座外圈上3个参考点  $C_i (i=1,2,3)$  确定,取3个参考点的几何中心为原点  $O_R$ ,  $X_R$  轴由原点  $O_R$  指向第1个参考点  $C_1$ ,  $Z_R$  轴垂直于3个点所在的平面且向上,  $Y_R$  按右手定则确定。

4) 产品坐标系  $O_P X_P Y_P Z_P$ 。产品坐标系由产品指定者指定,通过激光跟踪仪测量产品指定点坐标建立,为方便描述,两种测量姿态下产品坐标系分别记为  $O_{P1} X_{P1} Y_{P1} Z_{P1}$ 、 $O_{P2} X_{P2} Y_{P2} Z_{P2}$ ,产品质心最终测量结果在此坐标系下描述。

5) 中间转换坐标系  $O_T X_T Y_T Z_T$ 。中间转换坐标系由2个转轴端点  $E_i (i=1,2)$  和产品坐标系原点  $O_P$  确定,取第1个转轴端点  $E_1$  为原点  $O_T$ ,  $Z_T$  轴由原点  $O_T$  指向第2个转轴端点  $E_2$ ,  $Y_T$  轴垂直于3个点所在的平面且向上,  $X_T$  按右手定则确定。旋转测量架绕转轴旋转时,中间转换坐标系与产品坐标系同时绕  $Z_T$  轴旋转相同角度,为了方便描述,第2种测量姿态下中间转换坐标系记为  $O_{T0} X_{T0} Y_{T0} Z_{T0}$ 。

质量质心测量步骤如下:

1) 装配质心测量台时,激光跟踪仪位置不变,即同一仪器坐标系下,标定质心测量台上关键点坐标及旋转测量架旋转角度,如表1所示。

表1 标定参数

Table 1 Calibration parameters

参数	说明
$S_i (x_{LSi}, y_{LSi}, z_{LSi}) (i=1,2,3,4)$	仪器坐标系下4个传感器承重点坐标
$C_i (x_{LCi}, y_{LCi}, z_{LCi}) (i=1,2,3)$	仪器坐标系下3个参考点坐标
$E_i (x_{LEi}, y_{LEi}, z_{LEi}) (i=1,2)$	仪器坐标系下2个转轴端点坐标
$\theta$	倾斜角度

2) 空载测量。读取第1种测量姿态下空载时传感器的输出值,记为  $m_{i1} (i=1,2,3,4)$ 。倾斜旋转测量架,读取第2种测量姿态下空载时传感器的输出值,记为  $m_{i2} (i=1,2,3,4)$ 。

3) 加载产品后,利用激光跟踪仪扫描产品建立产品坐标系,测得3个参考点在产品坐标系下的坐标  $C_{Pi} (x_{PiGi}, y_{PiGi}, z_{PiGi}) (i=1,2,3)$ 。

4) 产品测量。读取第1种测量姿态下负载时传感器的输出值,记为  $m'_{i1}$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ )。倾斜旋转测量架,读取第2种测量姿态下负载时传感器的输出值,记为  $m'_{i2}$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ )。

## 1.2 求解坐标系之间的转换关系

设空间中某一点P在A坐标系下的坐标为  $(x_{AP}, y_{AP}, z_{AP})$ , 在B坐标系下的坐标为  $(x_{BP}, y_{BP}, z_{BP})$ 。

若已知B坐标系到A坐标系的旋转矩阵  $R_{AB}$  和平移向量  $C_{AB}$ , 则有:

$$\begin{bmatrix} x_A \\ y_A \\ z_A \\ 1 \end{bmatrix} = T_{AB} \begin{bmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中:  $T_{AB} = \begin{bmatrix} R_{AB} & C_{AB} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix}$  为B坐标系到A坐标系的转换矩阵。

根据仪器坐标系  $O_L X_L Y_L Z_L$  下称重传感器承重点坐标  $S_i(x_{LSi}, y_{LSi}, z_{LSi})$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) 求解测量坐标系到仪器坐标系的转换矩阵  $T_{LM}$  的过程如式(2)~(10)所示。

1) 求解测量坐标系到仪器坐标系的平移向量。根据测量坐标系原点的定义可得:

$$C_{LM} = \left[ \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 x_{LSi} \quad \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 y_{LSi} \quad \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 z_{LSi} \right]^T \quad (2)$$

式中:  $C_{LM}$  为测量坐标系到仪器坐标系的平移向量。

2) 求解测量坐标系到仪器坐标系的旋转矩阵。

(1) 根据测量坐标系  $X_M$  轴的定义, 仪器坐标系下  $X_M$  方向向量为:

$$A = [x_{LS1} \quad y_{LS1} \quad z_{LS1}]^T - C_{LM} \quad (3)$$

即仪器坐标系下  $X_M$  轴单位方向向量为:

$$e_{X_M} = \frac{A}{|A|} \quad (4)$$

(2) 根据测量坐标系  $Z_M$  轴的定义, 仪器坐标系下  $Z_M$  轴单位方向向量与称重传感器承重点所在平面的单位法向量一致。设4个称重传感器承重点都处在同一平面内, 且平面方程为:  $ax + by + cz = 1$ , 则有:

$$\begin{bmatrix} x_{LS1} & y_{LS1} & z_{LS1} \\ x_{LS2} & y_{LS2} & z_{LS2} \\ x_{LS3} & y_{LS3} & z_{LS3} \\ x_{LS4} & y_{LS4} & z_{LS4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\text{记} \begin{bmatrix} x_{LS1} & y_{LS1} & z_{LS1} \\ x_{LS2} & y_{LS2} & z_{LS2} \\ x_{LS3} & y_{LS3} & z_{LS3} \\ x_{LS4} & y_{LS4} & z_{LS4} \end{bmatrix} = M, \quad \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = A', \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = L, \quad \text{则}$$

式(5)可改写为:

$$M \cdot A' = L \quad (6)$$

通过最小二乘法求解  $A'$  的值可得4个称重传感器承重点拟合平面法向量:

$$A' = (M^T M)^{-1} M^T L \quad (7)$$

则仪器坐标系中  $Z_M$  轴单位方向向量为:

$$e_{Z_M} = \frac{A'}{|A'|} \quad (8)$$

(3) 根据右手定则, 可求得  $Y_M$  轴的单位方向向量:

$$e_{Y_M} = e_{Z_M} \times e_{X_M} \quad (9)$$

此时, 可求得  $R_{LM} = [e_{X_M} \quad e_{Y_M} \quad e_{Z_M}]$ 。

3) 求解测量坐标系到仪器坐标系的转换矩阵:

$$T_{LM} = \begin{bmatrix} R_{LM} & C_{LM} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \quad (10)$$

同理, 按定义建立参考坐标系, 根据仪器坐标系下参考点坐标  $C_i(x_{LCi}, y_{LCi}, z_{LCi})$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 和产品坐标系下参考点坐标  $C_{Pi}(x_{PiGi}, y_{PiGi}, z_{PiGi})$  ( $i = 1, 2, 3$ ), 可以求得参考坐标系到仪器坐标系的转换矩阵  $T_{LR}$ 、参考坐标系到产品坐标系的转换矩阵  $T_{PIR}$ 。

将转轴端点坐标  $E_i(x_{LEi}, y_{LEi}, z_{LEi})$  ( $i = 1, 2$ ) 代入式(11)可得到产品坐标系  $O_{P1} X_{P1} Y_{P1} Z_{P1}$  下转轴端点坐标, 记为  $E_i(x_{P1Ei}, y_{P1Ei}, z_{P1Ei})$  ( $i = 1, 2$ )。

$$\begin{bmatrix} x_{P1E1} & x_{P1E2} \\ x_{P1E1} & x_{P1E2} \\ x_{P1E1} & x_{P1E2} \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = T_{PIR} T_{LR}^{-1} \begin{bmatrix} x_{LE1} & x_{LE2} \\ x_{LE1} & x_{LE2} \\ x_{LE1} & x_{LE2} \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

按定义建立中间转换坐标系, 计算得到中间转换坐标系与产品坐标系之间的转换关系  $T_{P1T}$ 。

## 1.3 建立质心计算模型

### 1) 质量测量原理

第1种测量姿态下, 空载测量时, 传感器输出值为  $m_{i1}$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ), 负载测量时, 传感器输出值为  $m_{i2}$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ), 分别建立力平衡方程为:

$$\begin{cases} M_{01}g = \sum_{i=1}^4 m_{i1}g \\ M_{11}g = \sum_{i=1}^4 m'_{i1}g \end{cases} \quad (12)$$

式中:  $M_{01}$  为工装质量,  $M_{11}$  为工装与被测件的总质量,  $g$  为重力加速度。同理, 将  $m_{i2}$ 、 $m'_{i2}$  代入上式得到  $M_{02}$ 、 $M_{12}$ , 则被测件质量计算公式为:

$$m = \frac{(M_{11} - M_{01}) + (M_{12} - M_{02})}{2} \quad (13)$$

2) 在测量坐标系下描述2条重力作用线

将称重传感器承重点在仪器坐标系下的坐标  $S_i(x_{LSi}, y_{LSi}, z_{LSi})$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) 及测量坐标系到仪器坐标

系的转换矩阵  $T_{LM}$ , 代入式(1) 得到其在测量坐标系下的坐标  $S_i(x_{Mi}, y_{Mi}, z_{Mi}) (i=1, 2, 3, 4)$ 。产品处于第1种测量姿态时, 在测量坐标系下建立静力矩平衡方程, 可以得到产品质心在测量坐标系  $XOY$  面的投影点, 记为  $CG_1(x_{cg1}, y_{cg1}, 0)$ 。投影点在测量坐标系下  $X, Y$  轴方向的坐标如式(14) 所示。

$$\begin{cases} x_{cg1} = \frac{\sum_{i=1}^4 (m'_{i1} - m_{i1}) \cdot x_{Mi}}{m} \\ y_{cg1} = \frac{\sum_{i=1}^4 (m'_{i1} - m_{i1}) \cdot y_{Mi}}{m} \end{cases} \quad (14)$$

同理, 将  $m_{i2}, m'_{i2}$  代入上式, 可以得到产品处于第2种测量姿态时, 产品质心在测量坐标系  $XOY$  面的投影点, 记为  $CG_2(x_{cg2}, y_{cg2}, 0)$ 。

过两个投影点分别作两条重力作用线, 即与重力方向平行的作用线, 测量坐标系下重力作用线的方向向量可以表示为  $(0, 0, 1)$ 。

3) 在产品坐标系下描述第1条重力作用线

利用式(15) 可以求得产品坐标系下点  $CG_1$  的坐标  $(x_{Pcg1}, y_{Pcg1}, z_{Pcg1})$ 、产品坐标系下第1条重力作用线的方向向量  $(m_1, n_1, p_1)$ :

$$\begin{bmatrix} x_{Pcg1} & m_1 \\ y_{Pcg1} & n_1 \\ z_{Pcg1} & p_1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = T_{PIR} \cdot T_{LR}^{-1} \cdot T_{LM} \begin{bmatrix} x_{cg1} & 0 \\ y_{cg1} & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

因此, 产品坐标系下产品第1条重力作用线  $L_1$  的解析表达式为:

$$\frac{x - x_{Pcg1}}{m_1} = \frac{y - y_{Pcg1}}{n_1} = \frac{z - z_{Pcg1}}{p_1} \quad (16)$$

4) 在产品坐标系下描述第2条重力作用线

利用式(17) 可以求得产品坐标系下点  $CG_2$  的坐标  $(x_{Pcg2}, y_{Pcg2}, z_{Pcg2})$ 、产品坐标系下第2条重力作用线的方向向量  $(m_2, n_2, p_2)$ :

$$\begin{bmatrix} x_{Pcg2} & m_2 \\ y_{Pcg2} & n_2 \\ z_{Pcg2} & p_2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = T_{P2T\theta} \cdot T_{\theta} \cdot T_{PI1}^{-1} \cdot T_{PIR} \cdot T_{LR}^{-1} \cdot T_{LM} \begin{bmatrix} x_{cg2} & 0 \\ y_{cg2} & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

式中:  $T_{\theta} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  为旋转矩阵, 表示绕  $Z$

轴旋转  $\theta$  度。 $T_{P2T\theta}$  为第2种测量姿态时中间转换坐标系到产品坐标系的转换矩阵, 由于产品处于两种测量姿态时, 产品与旋转测量架的相对位置未改变, 因此  $T_{P2T\theta} = T_{PI1}$ 。

因此, 产品坐标系下产品第2条重力作用线  $L_2$  的解析表达式为:

$$\frac{x - x_{Pcg2}}{m_2} = \frac{y - y_{Pcg2}}{n_2} = \frac{z - z_{Pcg2}}{p_2} \quad (18)$$

5) 基于异面直线交点拟合计算产品质心 CG

产品坐标系下, 当两条重力作用线相交时, 两条重力作用线之间的交点就是质心, 求解较简单; 当两条重力作用线是异面直线时, 两条重力作用线的公垂线中点就是质心的最佳估计值。求解过程如下:

设产品坐标系下第1条重力作用线与公垂线交点为  $N_1(x_{N1}, y_{N1}, z_{N1})$ , 第2条重力作用线与公垂线交点为  $N_2(x_{N2}, y_{N2}, z_{N2})$ , 由于公垂线分别与两条重力作用线垂直, 则两个交点坐标满足下式:

$$\begin{cases} (x_{N2} - x_{N1})m_1 + (y_{N2} - y_{N1})n_1 + (z_{N2} - z_{N1})p_1 = 0 \\ (x_{N2} - x_{N1})m_2 + (y_{N2} - y_{N1})n_2 + (z_{N2} - z_{N1})p_2 = 0 \end{cases} \quad (19)$$

由于两个交点分别在两条重力作用线上, 令:

$$\begin{cases} \frac{x_{N1} - x_{Pcg1}}{m_1} = \frac{y_{N1} - y_{Pcg1}}{n_1} = \frac{z_{N1} - z_{Pcg1}}{p_1} = k_1 \\ \frac{x_{N2} - x_{Pcg2}}{m_2} = \frac{y_{N2} - y_{Pcg2}}{n_2} = \frac{z_{N2} - z_{Pcg2}}{p_2} = k_2 \end{cases} \quad (20)$$

联立式(19) 和(20) 得到一个关于  $k_1, k_2$  的二元一次方程:

$$\begin{cases} -(m_1^2 + n_1^2 + p_1^2)k_1 + (m_1m_2 + n_1n_2 + p_1p_2)k_2 + b_1 = 0 \\ -(m_1m_2 + n_1n_2 + p_1p_2)k_1 + (m_2^2 + n_2^2 + p_2^2)k_2 + b_2 = 0 \end{cases} \quad (21)$$

式中:  $b_1, b_2$  为已知数:

$$\begin{cases} b_1 = (x_{Pcg2} - x_{Pcg1})m_1 + (y_{Pcg2} - y_{Pcg1})n_1 + (z_{Pcg2} - z_{Pcg1})p_1 \\ b_2 = (x_{Pcg2} - x_{Pcg1})m_2 + (y_{Pcg2} - y_{Pcg1})n_2 + (z_{Pcg2} - z_{Pcg1})p_2 \end{cases}$$

解二元一次方程组可得  $k_1, k_2$  的值, 代入式(20), 可求出垂足坐标  $N_1(x_{N1}, y_{N1}, z_{N1})$ 、 $N_2(x_{N2}, y_{N2}, z_{N2})$ 。  $N_1N_2$  线段中点坐标就是质心估计坐标。产品坐标系下产品质心 CG 坐标为:

$$\begin{cases} x_{CG} = \frac{x_{N1} + x_{N2}}{2} \\ y_{CG} = \frac{y_{N1} + y_{N2}}{2} \\ z_{CG} = \frac{z_{N1} + z_{N2}}{2} \end{cases} \quad (22)$$

## 2 基于蒙特卡洛法的不确定度评定

由于本系统采用的质心测量方法是通过解算复杂方程组得到产品质心测量结果,因此质心测量结果不能用某一解析公式表示,测量模型难以求导,GUM 方法不适用于本系统的不确定度分析。为解决上述问题,采用蒙特卡洛法 MCM 对该质心测量方法进行不确定度分析。

MCM 评定步骤如下:

1) 建立测量模型  $Y=f(X_1, X_2, \dots, X_N)$ 。将 1.2 节和 1.3 节提到的质心计算模型简化为:

$$\begin{bmatrix} x_{CG} \\ y_{CG} \\ z_{CG} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(\mathbf{m}, \mathbf{S}_L, \mathbf{C}_L, \mathbf{E}_L, \mathbf{C}_{P1}, \theta) \\ f_2(\mathbf{m}, \mathbf{S}_L, \mathbf{C}_L, \mathbf{E}_L, \mathbf{C}_{P1}, \theta) \\ f_3(\mathbf{m}, \mathbf{S}_L, \mathbf{C}_L, \mathbf{E}_L, \mathbf{C}_{P1}, \theta) \end{bmatrix} \quad (23)$$

式中:  $\mathbf{m} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m'_{11} & m'_{12} \\ m_{21} & m_{22} & m'_{21} & m'_{22} \\ m_{31} & m_{32} & m'_{31} & m'_{32} \\ m_{41} & m_{42} & m'_{41} & m'_{42} \end{bmatrix}$  是称重传感器测量值,

$\mathbf{S}_L = \begin{bmatrix} x_{LS1} & x_{LS2} & x_{LS3} & x_{LS4} \\ y_{LS1} & y_{LS2} & y_{LS3} & y_{LS4} \\ z_{LS1} & z_{LS2} & z_{LS3} & z_{LS4} \end{bmatrix}$  是仪器坐标系下称重传感器

承重点坐标,  $\mathbf{C}_L = \begin{bmatrix} x_{LC1} & x_{LC2} & x_{LC3} \\ y_{LC1} & y_{LC2} & y_{LC3} \\ z_{LC1} & z_{LC2} & z_{LC3} \end{bmatrix}$  是仪器坐标系下参

考点坐标,  $\mathbf{E}_L = \begin{bmatrix} x_{LE1} & x_{LE2} \\ y_{LE1} & y_{LE2} \\ z_{LE1} & z_{LE2} \end{bmatrix}$  是仪器坐标系下转轴端点坐

标,  $\mathbf{C}_{P1} = \begin{bmatrix} x_{P1C1} & x_{P1C2} & x_{P1C3} \\ y_{P1C1} & y_{P1C2} & y_{P1C3} \\ z_{P1C1} & z_{P1C2} & z_{P1C3} \end{bmatrix}$  是产品坐标系下参考点坐

标,  $\theta$  是旋转测量架倾斜角度。

2) 模拟测量过程。首先对测量模型输入量真值进行赋值,然后确定各个输入量误差值的概率分布。在 UG NX 软件中建立仪器坐标系和产品坐标系,将关键点坐标作为三维坐标测量值的真值。设称重传感器为 2 100 mm×1 800 mm 矩形分布,质量为 4 000 kg 的待测产品水平测量时,质量平均分布在 4 个称重传感器上,即 4 个称重传感器承重  $m'_{i1} - m_{i1}$  均为 1 000 kg,倾斜角度为  $\theta = 15^\circ$  时,4 个称重传感器承重  $m'_{i2} - m_{i2}$  分别为 753.9、753.9、1 246.1、1 246.1 kg。测量模型含有 3 种输入量:称重传感器输出值、关键点的三维坐标测量值和倾斜角度值,若  $u_m = 0.5 \text{ kg}$ 、 $u_x = u_y = u_z = 0.03 \text{ mm}$ 、 $u_\theta = 5''$ ,则误差分布特征如表 2 所示。

表 2 输入量误差分布特征

Table 2 Distribution characteristics of input quantity errors

输入量误差值 $\delta x$	分布特征
$\delta m/\text{kg}$	$N(0, 0.5)$
$\delta x, \delta y, \delta z/\text{mm}$	$N(0, 0.03)$
$\delta \theta/(\text{''})$	$N(0, 5)$

3) 设置蒙特卡洛实验次数  $M$ 。本文取  $M = 10\ 000$ 。

4) 按照输入量误差分布特征随机抽取  $M$  个样本  $x_{ij} = X_i + \delta x_{ij}, j = (1, 2, \dots, M)$  计算测量模型在每个样本处的估计值  $(x_{CGj}, y_{CGj}, z_{CGj}), j = (1, 2, \dots, M)$ 。

5) 求取标准不确定度。按贝塞尔公式计算测量结果的标准不确定度如表 3 所示。

6) 由统计模拟直方图求取置信区间。测量结果误差直方图如图 2 所示。按 95% 的置信概率给出置信区间,如表 3 所示。

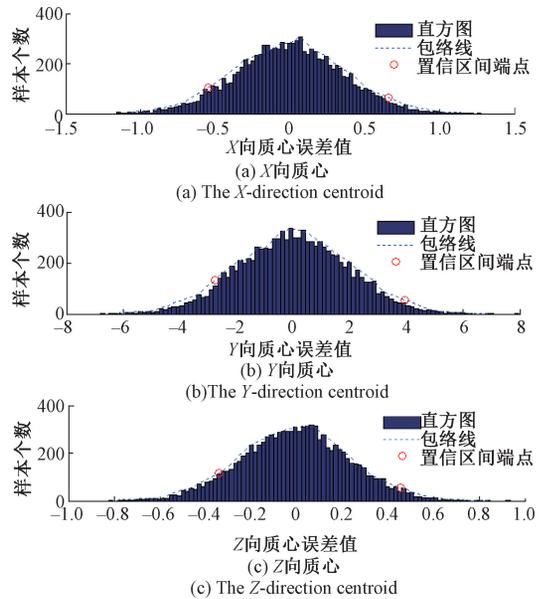


图 2 仿真结果直方图

Fig. 2 Histogram of simulation results

表 3 不确定度评定结果

Table 3 Results of uncertainty evaluation

测量量	$x_{CG}/\text{mm}$	$y_{CG}/\text{mm}$	$z_{CG}/\text{mm}$
标准不确定度	0.35	1.91	0.23
95% 概率置信区间	$[-0.55, 0.66]$	$[-2.77, 3.93]$	$[-0.34, 0.46]$
标准不确定度 (传统方法)	0.63	2.64	0.6

相同条件下,采用传统方法测量质心的标准不确定度估计值如表3所示,与传统方法相比,本方法的质心测量标准不确定度提高了1/3左右。

### 3 实验

#### 3.1 质心测量设备

采用四点支撑倾斜测量法研制了一套质心测量系统,用于某型号飞行器的三维质心测量。

质心测量系统由质量质心测试台、激光跟踪仪测量系统、工控机3部分组成。其中,质量质心测试台由底座、固定测量架和旋转测量架3部分组成,如图3所示。底座上安装有4个称重传感器,并在底座外围安装有多个靶点,用于建立参考坐标系。旋转测量架用于安装待测产品,固定测量架上固定的电动推杆用于推动旋转测量架绕转轴旋转,实现被测产品姿态变换。

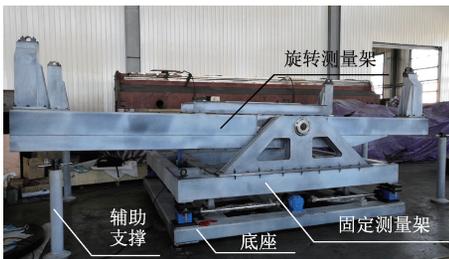


图3 质量质心测试台总图

Fig. 3 Schematic diagram of a mass and centroid measuring equipment

#### 3.2 精度验证实验

为验证本测试系统的质量测量精度,采用质量为3 327.7 kg的标准砝码组合(2个1 000 kg砝码、20个20 kg砝码、1个927.7 kg砝码)进行测试,测试时变动20个20 kg砝码的位置,质量测试数据如表4所示。

表4 质量精度验证实验测试数据

Table 4 Test data of mass measurement accuracy evaluation

序号	1	2	3	4	5
真值/kg	3 327.7	3 327.7	3 327.7	3 327.7	3 327.7
测量值/kg	3 327.741	3 327.427	3 327.37	3 327.534	3 327.862
误差/kg	0.041	-0.273	-0.33	-0.166	0.162

由最大误差法估计标准不确定度,计算公式如下:

$$u = s = \frac{1}{k_n} |\delta_i|_{\max} \quad (24)$$

式中: $u$ 为标准不确定度, $s$ 为标准差, $\delta_i$ 为独立测量值与被测参考值的差, $k_n$ 为误差法系数,与测量次数 $n$ 有关。

查资料可知, $\frac{1}{k_5} = 0.64$ 。置信概率为95%的扩展不确定度为:

$$U_{95} = 2u \quad (25)$$

将表4中的数据代入式(24)、(25),可得本系统质量测量扩展不确定度为0.42 kg,即相对扩展不确定度为0.42 kg/3 327.7 kg < 0.02%,质量测量精度为 $\pm 0.02\%$  F. S。

为验证本测试系统的质心测量精度,采用圆盘标准件进行测试,圆盘质心在 $X_M O_M Y_M$ 平面上投影点坐标如表5所示。经计量部门检定,该标准件质心与形心的差值<0.05 mm,因此,该标准件的形心位置可以近似作为标准件质心位置。将激光跟踪仪测得的标准件形心坐标作为质心坐标参考值,测试数据如表5所示。

表5 质心测量结果

Table 5 Measurement results of centroid

序号	测量值		参考值 (激光跟踪仪测得)		误差	
	X/mm	Y/mm	X/mm	Y/mm	X/mm	Y/mm
1	32.687	102.949	32.920	102.637	-0.233	0.312
2	123.425	-22.631	122.751	-21.362	0.674	-1.269
3	35.691	-113.269	34.835	-113.864	0.856	0.595
4	-103.597	12.697	-104.626	14.209	1.029	-1.512
5	21.226	32.174	21.659	33.086	-0.433	-0.912

相同条件下,采用传统方法测得质心误差为2~5 mm<sup>[16-17]</sup>。由表中数据可知,本方法的质心最大测量误差为1.512 mm,与传统方法相比,减少了1/3左右。将表5中的数据代入式(24)、(25),可得本系统纵向质心测量结果的扩展不确定度为1.9 mm,横向质心测量结果的扩展不确定度为1.3 mm,即纵向质心测量精度为 $\pm 1.9$  mm,横向质心测量精度为 $\pm 1.3$  mm。

#### 3.3 某型号飞行器实测结果

现有某型号大尺寸飞行器质量约4 000 kg,长约10 m,翼展约5 m,采用本系统对该飞行器的质心进行实测,将现有的坐标定位-称重法测量结果作为标准值,本文提出的含有倾角参数的坐标定位-称重法的测量结果作为测量值,测量结果如表6所示,最大测量误差为0.54 mm,可知,本方法具有较高测量精度。

表6 飞行器质心测量结果

Table 6 Measurement results of centroid of the aircraft

	mm		
质心	X	Y	Z
标准值	-3 801.00	18.47	0.16
测量值	-3 801.33	17.93	0.28
误差	-0.33	-0.54	0.16

与现有的坐标定位-称重法相比,本方法在标定过程中增加倾角测量、转轴端点坐标测量步骤,引入中间转换坐标系  $O_T X_T Y_T Z_T$ ,减少了产品测量过程中产品坐标系建立次数及参考点坐标测量次数,提高了产品测量效率。

## 4 结 论

本文提出了一种适用于大型带翼飞行器质心测量的方法,该方法对被测件的放置位置没有严格要求,可以避免定位误差对测量结果的影响。首先,详细介绍了测量原理并采用蒙特卡洛法对该方法进行不确定度分析。仿真结果表明,相对于传统方法,采用本方法测得质心的不确定度减小了1/3左右。然后对质心测量系统进行精度验证实验,实验结果表明,相对于传统方法,采用本方法测得质心的最大误差减小了1/3左右。该系统质量测量精度为 $\pm 0.02\% F.S.$ ,纵向质心测量精度为 $\pm 1.9\text{ mm}$ ,横向质心测量精度为 $\pm 1.3\text{ mm}$ 。最后,对某型号飞行器进行实测,实验结果表明,使用同一套系统进行质心测量,与现有的坐标定位-称重法相比,采用本方法所用步骤较少,提高了测量效率。

## 参考文献

- [ 1 ] 李跃振. 大型弹体质量与质心测量仪设计与开发[D]. 廊坊: 北华航天工业学院, 2019.  
LI Y ZH. Design and development of large-scale projectile mass and centroid measuring instruments [ D ]. Langfang: North China Institute of Aerospace Engineering, 2019.
- [ 2 ] 侯悦民, 季林红, 金德闻. 小卫星动平衡研究——质心偏差对姿态控制精度的影响[J]. 导弹与航天运载技术, 2003(4): 12-16.  
HOU Y M, JI L H, JIN D W. Research on the dynamic balancing of small satellites——The effect of mass eccentricity on attitude control precision [ J ]. Missiles and Space Vehicle, 2003(4): 12-16.
- [ 3 ] 周燕. 弹箭质量特性参数综合测试系统设计[D]. 南京: 南京理工大学, 2006.  
ZHOU Y. Design of comprehensive measurement system for projectile quality characteristic parameters [ D ]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2006.
- [ 4 ] 李强, 黄小春, 张志博, 等. 大型运载火箭质量质心测量系统校准方法[J]. 机械工程与自动化, 2019(2): 5-7.  
LI Q, HUANG X CH, ZHANG ZH B, et al. Calibration method for mass centroid measurement system for large launch vehicles [ J ]. Mechanical Engineering and Automation, 2019(2): 5-7.
- [ 5 ] MONDAL N, ACHARYYA S, SAHA R, et al. Optimum design of mounting components of a mass property measurement system [ J ]. Measurement, 2016, 78: 309-321.
- [ 6 ] 吴斌, 王海峰, 马贵贤. 大质量飞行器质心测量方法[J]. 宇航计测技术, 2007, 27(6): 28-33.  
WU B, WANG H F, MA G X. Measurement method of centroid for the vehicle with large mass [ J ]. Journal of Astronautic Metrology and Measurement, 2007, 27(6): 28-33.
- [ 7 ] 王超. 大尺寸飞行器质量特性测量关键技术研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2014.  
WANG CH. Research on key technologies of mass properties measurement for large-size aircraft [ D ]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2014.
- [ 8 ] WANG CH, ZHANG X L, XU C H, et al. Flexible measurement of large-scale column structure's centroid based on coordinate measurement equipment [ C ]. International Conference on Instrumentation, IEEE, 2011.
- [ 9 ] 王梅宝, 张晓琳, 唐文彦, 等. 柔性质心测量方法及不确定度评定[J]. 光学精密工程, 2019, 27(7): 1500-1507.  
WANG M B, ZHANG X L, TANG W Y, et al. Flexible center of gravity measurement method and uncertainty evaluation [ J ]. Optics and Precision Engineering, 2019, 27(7): 1500-1507.
- [ 10 ] 王梅宝. 大尺寸飞行器质心柔性测量关键技术研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2020.  
WANG M B. Research on flexible technology of center of gravity measurement for large-scale spacecraft [ D ]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2020.
- [ 11 ] 梁彦, 张驰, 梁明. 弹体质量质心测量系统的设计实现及其误差分析[J]. 战术导弹技术, 2012(3): 29-35.  
LIANG Y, ZHANG CH, LIANG M. Design realization and error analysis of mass measurement and centroid localization system for missiles [ J ]. Tactical Missile Technology, 2012(3): 29-35.
- [ 12 ] 林闯, 郑昱, 广晨汉, 等. 带翼展飞行器质量质心测量系统设计与误差分析[J]. 航空学报, 2022,

- 43(1): 406-415.
- LIN CH, ZHENG Y, GUANG CH H, et al. Design implementation and error analysis of mass and centroid measurement of aircraft with wingspan [ J ]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2022, 43 ( 1 ): 406-415.
- [ 13 ] 王佳昌. 弹箭模型质量特性参数一体化测量技术研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2018.
- WANG J CH. Research on the integrated measuring technique of the mass properties for missile and rocket model[D]. Chongqing: Chongqing University, 2018.
- [ 14 ] 张鹰华, 樊新华, 张雷雨, 等. 基于四点支撑法的导弹质量质心测量系统设计及误差分析[J]. 机械设计与研究, 2016, 32(3): 96-99.
- ZHANG Y H, FAN X H, ZHANG L Y, et al. The design and error analysis of a new mass and centroid measurement system for missiles based on four-point support approach [ J ]. Machine Design and Research, 2016, 32(3): 96-99.
- [ 15 ] 温晶晶, 邓聃, 汤海亮, 等. 动力总成惯性参数快速一体化测试系统研究 [ J ]. 仪器仪表学报, 2017, 38(2): 351-360.
- WEN J J, DENG D, TANG H L, et al. Research on fast integration system for measuring inertial parameters of powertrain[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2017, 38(2): 351-360.
- [ 16 ] 张烈山. 多组舱段质量质心测量设备关键技术研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2012.
- ZHANG L SH. Research on key techniques of measuring apparatus for determining the masses and three axes of centroids of multiply cabins [ D ]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2012.
- [ 17 ] 李源. 导弹发射车多状态质心高精度测量方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2019.
- LI Y. Research on high precision measurement method for mass center of multi-state missile launcher [ D ]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2019.

### 作者简介



张晓琳(通信作者), 2000年于浙江大学获得学士学位, 2006年和2010年分别于哈尔滨工业大学获得硕士和博士学位, 现为哈尔滨工业大学副教授, 主要研究方向为质量特性测量技术和激光干涉测量技术。

E-mail: zhangxiaolin@hit.edu.cn

**Zhang Xiaolin** (Corresponding author) received her B. Sc. degree from Zhejiang University in 2000, and received her M. Sc. and Ph. D. degree both from Harbin Institute of Technology in 2006 and 2010, respectively. She is currently an associate professor at Harbin Institute of Technology. Her main research interests include mass property measurement technology and laser interferometry technology.