

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2209613

六自由度机械臂参数校准不确定度评定方法*

江文松¹, 李旋¹, 罗哉¹, 杨力², 郭斌¹

(1. 中国计量大学计量测试工程学院 杭州 310018; 2. 中国计量大学信息工程学院 杭州 310018)

摘要:六自由度机械臂的结构参数校准对其定位精度影响较大,为了评价其参数化校准效果,采用蒙特卡洛法建立了六自由度机械臂参数校准不确定度评定模型。首先,根据空间坐标系的几何转换关系建立六自由度机械臂结构参数校准模型,分析主要误差来源对校准参数的影响,建立各校准参数的不确定度分量的函数关系;其次,采用现场校准数据集的抽样统计,分析各不确定度分量的概率密度函数,获得真实分布规律;最后,采用蒙特卡洛法建立各校准参数的不确定度分量与机械臂模型之间的数学关系,通过大规模随机数值模拟,实现机械臂校准不确定度的评定。为了验证本文方法的有效性,利用激光跟踪仪对六自由度机械臂进行了校准实验。结果表明,当采用正则化方法进行机械臂校准时,各坐标轴的相对扩展不确定度分别优于0.542 2%, 1.325 9%, 0.015 4%。

关键词:六自由度机器人标定;蒙特卡罗法;不确定度评定;正则化

中图分类号: TH92 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 410.55

Uncertainty evaluation of calibration model of six DOF robot arm

Jiang Wensong¹, Li Xuan¹, Luo Zai¹, Yang Li², Guo Bin¹

(1. China Jiliang University, Hangzhou 310018, China; 2. China Jiliang University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: In this article, the Monte Carlo method is used to evaluate the uncertainty of the robotic arm calibration system. First, this method formulates a model for each variable of the manipulator calibration system. Then, the actual distribution of the input is obtained by establishing the actual data set as the input of the manipulator calibration system. To evaluate the correctness of this method, the main sources of uncertainty in the calibration process are analyzed, and a method based on Monte Carlo uncertainty evaluation is proposed to evaluate the calibration process of the manipulator based on regularization. By using laser tracker as the measurement tool, the method of robot regularization parameter identification is evaluated experimentally. And the uncertainty evaluation of robot calibration is carried out. The results show that the relative expanded uncertainty of each axis is better than 0.542 2%, 1.325 9%, and 0.015 4%, respectively.

Keywords: robot calibration; Monte Carlo method; uncertainty evaluation; regularization

0 引言

协作型机器人应用较为广泛,可以代替人们在密集流水线工作、恶劣环境下的工作等^[1-2]。因此,机器人的定位精度在整个工作中占据重要位置^[3-6]。作为机器人定位精度的核心,机器人标定一直是各国学者研究的热点^[7]。在进行机器人标定研究时,一般采用外部设备对机器人末端位置进行标定^[8],或者通过空间约束机器人

末端,采用最小二乘法^[9]、粒子群算法、LM算法^[10-11]、最大似然估计^[12]进行参数辨识,达到机器人提高精度的目的。为提高机器人的定位精度,一般采用机器人运动学标定的方式对机器人的结构参数进行校准。但对于机器人标定的不确定度评定却鲜少研究。

在进行不确定度评定时,通常采用测量不确定指南(guide to the expression of uncertainty in measurement, GUM)进行计算能够估计参数校准系统的不确定度。但是,由于该校准系统的表征系统比较复杂并且具有未知

收稿日期:2022-04-14 Received Date: 2022-04-14

* 基金项目:国家自然科学基金(52005471, 52075511, 51927811)项目资助

的样本分布,所以,GUM不能直接对机器人的校准系统进行不确定度评估。但是,蒙特卡洛法(Monte Carlo method, MCM)不容易受样本空间以及非线性的影响^[13],因此常被用于复杂传递模型的不确定度评定^[14]。本文采用蒙特卡洛进行不确定度评定。蒙特卡洛在不确定度评定方面有积极的作用,比如,文献[15]以小功率座校准因子测量不确定度评定示例,说明了采用蒙特卡洛法进行测量不确定度评定的实现方法。文献[16]通过蒙特卡洛的方法对冲击力溯源系统进行不确定度评定。文献[17]用蒙特卡罗数值模拟方法评定复杂模型测量不确定度的原理和评定步骤,并用实例对上述两种评定方法进行对比。它主要通过概率分布对不确定性输入的先验信息的影响来进行评定^[18]。但因为在进行不确定度评定过程中,概率分布并不能真实反映数据的真实情况,因此为研究机器人标定的不确定度,本文提出以多次测量的真实数据利用蒙特卡洛对机器人末端位置进行不确定度评定,主要包括标定原理、不确定度分析和不确定度建模过程。

1 机械臂的参数化校准原理

机器人标定的基础是机器人的运动学模型,对机器人进行运动学建模,本文采用改进DH的方法对机器人建模,机器人的结构如图1所示。

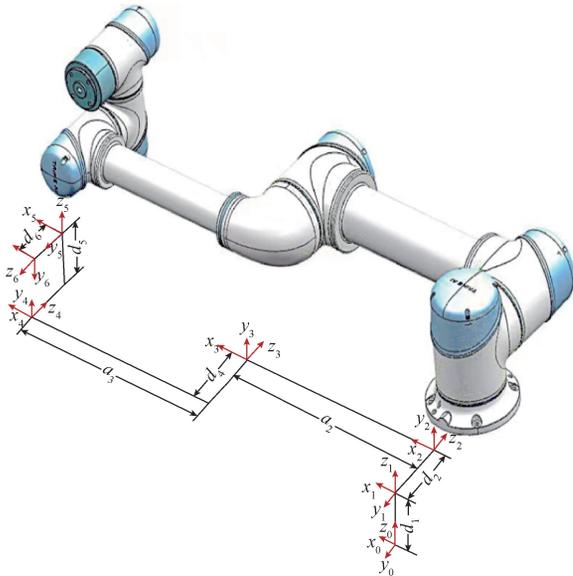


图1 机械臂初始状态及其连杆坐标系

Fig. 1 The initial state of the robot and its link coordinate system

根据图1,通过机器人各关节之间连杆偏移、连杆扭转、关节转角、连杆长度,得到两连杆之间的关系式(1)所示。

$$\begin{aligned} T_6 &= A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6 = \\ &f_1(t_1, d_1, \alpha_0, a_0) \times f_2(t_2, d_2, \alpha_1, a_1) \times f_3(t_3, d_3, \alpha_2, a_2) \times \\ &f_4(t_4, d_4, \alpha_3, a_3) \times f_5(t_5, d_5, \alpha_4, a_4) \times f_6(t_6, d_6, \alpha_5, a_5) \end{aligned} \quad (1)$$

其中, A_i 表示第 i 个关节转换矩阵, (x, y, z) 表示机器人末端位置, t 表示关节转角, a 表示连杆长度, d 表示连杆偏移, α 表示连杆扭转。最后得到位置简化为:

$$\begin{cases} x = T_6(1, 4) = \\ F_1(t_1, d_1, \alpha_0, a_0, t_2, d_2, \alpha_1, a_1, t_3, d_3, \alpha_2, a_2, t_4, d_4, \\ \alpha_3, a_3, t_5, d_5, \alpha_4, a_4, t_6, d_6, \alpha_5, a_5) \\ y = T_6(2, 4) = \\ F_2(t_1, d_1, \alpha_0, a_0, t_2, d_2, \alpha_1, a_1, t_3, d_3, \alpha_2, a_2, \beta_2, t_4, \\ d_4, \alpha_3, a_3, t_5, d_5, \alpha_4, a_4, t_6, d_6, \alpha_5, a_5) \\ z = T_6(3, 4) = \\ F_3(t_1, d_1, \alpha_0, a_0, t_2, d_2, \alpha_1, a_1, t_3, d_3, \alpha_2, a_2, \beta_2, t_4, \\ d_4, \alpha_3, a_3, t_5, d_5, \alpha_4, a_4, t_6, d_6, \alpha_5, a_5) \end{cases} \quad (2)$$

其中, $T_6(i, j)$ 表示矩阵 T_6 中第 i 行、第 j 列的元素。得到机器人的运动学参数如表1所示。

表1 机器人运动学参数

Table 1 Robot kinematic parameters

Link i	$\alpha_{i-1}/(^{\circ})$	a_{i-1}/mm	d_i/mm	$t_i/(^{\circ})$
1	0	0	99.927	t_1
2	90	0	106.950	t_2
3	0	428.052	0	t_3
4	0	398.551	0	t_4
5	-90	0	93.160	t_5
6	-90	0	81.910	t_6

理想状态下,机器人的实际末端位置与控制器的名义位置是一样的,由于制造与装配误差的存在,机器人的几何参数存在误差,在运动学模型建立的基础上,建立几何参数误差模型。

$$\begin{cases} S - S_1 = U \times E \\ E = [\Delta t_1 \cdots \Delta t_6, \Delta d_1 \cdots \Delta d_6, \Delta a_1 \cdots \Delta a_6, \Delta \alpha_1 \cdots \Delta \alpha_6]^T \\ S = [x, y, z]^T \\ S_1 = [x_1, y_1, z_1]^T \end{cases} \quad (3)$$

其中, S 表示根据激光跟踪仪测量得到的末端位置, S_1 表示机器人示教器的末端位置, U 表示关于机器人记恨参数的雅可比矩阵。

通过正则化参数辨识得到 E , 在进行正则化辨识过程中, 如式(4)所示。

$$\begin{cases} E = (U^T U + \Gamma^T \Gamma)^{-1} U^T S \\ \Gamma = \lambda I \end{cases} \quad (4)$$

其中, Γ 表示吉洪诺夫矩阵, λ 表示正则化参数。

正则化辨识过程中, 正则化参数主要采用 L 曲线的方式取得。

辨识得到了机器人几何参数误差, 将其叠加到名义几何参数上, 最终构造出新的结构参数, 最后得到重构的数学模型:

$$\begin{aligned} T_6 &= A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6 = \\ &f_1(t'_1, d'_1, \alpha'_0, a'_0) \times f_2(t'_2, d'_2, \alpha'_1, a'_1) \times \\ &f_3(t'_3, d'_3, \alpha'_2, a'_2) \times f_4(t'_4, d'_4, \alpha'_3, a'_3) \times \\ &(t'_5, d'_5, \alpha'_4, a'_4) \times f_6(t'_6, d'_6, \alpha'_5, a'_5) = F(X) \end{aligned} \quad (5)$$

其中,

$$\begin{aligned} (t'_1, \dots, t'_6, d'_1, \dots, d'_6, \alpha'_1, \dots, \alpha'_6, a'_1, \dots, a'_6) = \\ (t_1, \dots, t_6, d_1, \dots, d_6, a_1, \dots, a_6, \alpha_1, \dots, \alpha_6) + \\ (\Delta t_1 \dots \Delta t_6, \Delta d_1 \dots \Delta d_6, \Delta a_1 \dots \Delta a_6, \Delta \alpha_1 \dots \Delta \alpha_6) \end{aligned}$$

2 不确定度来源分析与建模

根据建立的模型及公式可以看出, 机器人在标定过程中, 误差来源于机器人本身几何参数和测量装置两部分。通过分析可以看出, 误差主要是有机器人关节转角、连杆长度、连杆偏移、连杆扭转变化量引起。而机器人结构参数变化量主要是标定本身以及激光跟踪仪和机器人中的角编码器引起的。主要包括激光跟踪仪测量引入的不确定度分量、角度测量过程中引起的不确定度分量、标定过程中不同正则化参数引入不确定度分量、标定过程中不同个数方程组成的误差模型引入不确定度分量、标定过程中同样数目不同组成的误差模型引入不确定度分量等。

2.1 激光跟踪仪引入不确定度分量

在进行位置测量中选用徕卡 AT403 激光跟踪仪对机器人末端位置进行测量, 如图 2 所示。

激光跟踪仪的位置绝对测量精度 $5 \mu\text{m}$ 由激光跟踪仪引起的标准差为:

$$\sigma_l = \frac{\delta_l}{k} l \quad (6)$$

其中, l 表示激光跟踪仪测量的位置, δ_l 表示位置精度。

因此, 激光跟踪仪测量不确定度满足均匀分布 $R[-5, 5]$, 模拟次数根据误差模型维度确定。

2.2 角度测量引入的不确定度

机器人示教器显示的角度通过机器人角编码器测量得到, 根据机器人的角度绝对精度 0.01 ($k=2$) 得到角度

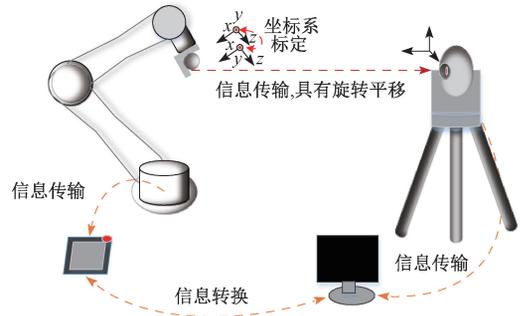


图2 激光跟踪仪测量原理

Fig. 2 Measurement principle of laser tracker

标准差:

$$\sigma_t = \frac{0.01}{2} t \quad (7)$$

其中, t 表示关节转角。

因此, 角度在测量时满足均匀分布 $[-0.005, 0.005]$, 模拟次数根据误差模型维度确定。

2.3 辨识模型引入的不确定度分量

机器人的几何参数的不确定度主要受不同正则化参数、采样数目、随机采样影响。

1) 正则化参数的估计偏离引起的不确定度

在进行参数辨识过程中, 基于辨识过程中存在不适定问题, 采用吉洪诺夫正则化的方法进行参数辨识。正则化方法的核心选择正则化参数, 不同的正则化参数得到不同的几何参数误差。在保证机器人几何参数误差不失真的正则化参数范围内进行正则化参数选择, 选择不同正则化参数进行重复测量得到其对标定精度的影响。通过式(4)得到不同的几何误差参数, 通过重复测量得到各参数不确定度:

$$u = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta_i - \bar{\Delta})^2}{n(n-1)}} \quad (8)$$

其中, Δ_i 表示第 i 次测量的得到结构误差参数, $\bar{\Delta}$ 表示结构参数误差平均值。

通过各参数合成得到参数不确定度:

$$u = \sqrt{\sum_{i=1}^{24} \left(\frac{\partial F(X)}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i)} \quad (9)$$

式中: $u^2(x_i)$ 表示第 i 个参数不确定度, x_i 表示第 i 个参数。

2) 参数辨识模型的维度引起的不确定度

通过实验测试, 将不同数目在进行运动学标定过程中采集点的数目对标定结果有影响, 为分析点数目对参数的影响, 分别随机选择不同数目点集, 然后重复测量多次, 根据此方法得到机器人参数标定的影响。参数不

确定度比照 2.2 节 1) 中的方法。

最后,在本部分中,在进行结构参数输入时,分布假设与次数按照如下规则:

(1) 不确定度分量的误差分布假设

由于机械臂各结构参数的误差分布很难通过先验信息了解其分布,因此,采用现场实测的实验数据进行抽样模拟,通过统计的方式获得其真实的误差分布规律。

(2) 模拟次数的设置

由于方程组维度对辨识参数的精度有影响,因此,利用 MCM 的模拟次数 M 通过方程组维度来决定,其取值区间满足 $(0, \text{Min}(Ck/K)]$, 其中, k 为方程组维度, K 是实验次数。因此,实验次数越大,越能模拟出真实的抽样规律。

3 实验与测量不确定度的 MCM 评定

3.1 机器人标定实验装置及原理

利用机器人标定系统对机器人进行参数标定,完成不确定度评定。本系统主要由激光跟踪仪、机器人、上位机、示教器组成。如图 3 所示。



图 3 实验现场图

Fig. 3 Experimental site map

将激光跟踪仪安装在三脚架上,以达到一定高度位置,然后将连接器安装在机器人末端,能让靶球稳定放置在上面。再将靶球放置在连接器上,通过激光跟踪仪进行数据采集,得到机器人末端位置。

为了得到多组一定数目的误差模型,本实验采集 53 组数据,如图 4 所示为采集的 53 组点的位置图。

根据第 1 部分机器人的标定原理,在正则化参数为 3.0633×10^{-14} 时得到最优解。根据模型进行不确定度分析。

3.2 测量不确定度的 MCM 评定

为了验证正则化参数引入的不确定度分量,在正则化参数为 0.5×10^{-14} 时,得到机器人末端位置

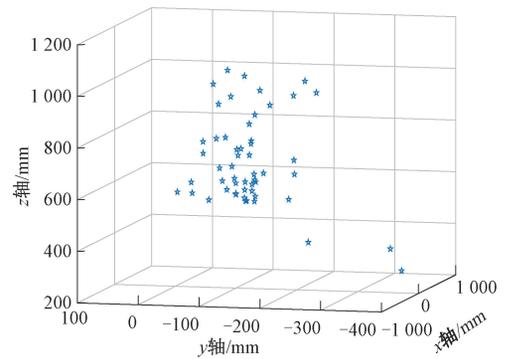


图 4 机器人末端位置采集点

Fig. 4 Robot end position collection point

(229.949 1, -92.517 6, 532.433 9), 根据验证得到最优正则化参数 3.0633×10^{-14} , 有效的正则化参数范围 $[0.5633 \times 10^{-14}, 10.5633 \times 10^{-14}]$, 以 0.001 为步长在有效范围内进行 10 000 组不同的正则化参数的不确定度研究, 以 $(-7.5005, -234.4840, -106.7448, -92.3875, -61.5425, 20.7451)$ 作为研究的角度, 得到机器人结构参数具体分布如图 5 所示。将得到的结构参数带入模型中得到关于 x, y, z 的分布如图 6 所示。

从图 5 可以看出不同正则化参数下机器人的结构参数的分布并非常见的概率密度分布, 且各个结构参数呈现出来的分布也不尽相同。主要原因是其本身算法结构数学模型较为复杂, 所以在进行统计不同正则化参数下机器人的结构参数的分布时, 不能简单的把某个参数分布看作某种常见的概率密度分布进行数据统计。

通过数据采集, 将每个参数的概率密度分布带入到建立的数学模型得到图 6 所示的末端位置分布图, x 轴、 y 轴、 z 轴呈现不同的分布, x 轴、 y 轴主要表现为先下降后上升的趋势, z 轴主要表现为上升趋势, 且 x 轴分布主要集中在 228.600 ~ 228.900 mm 之间, y 轴主要集中在 -99.25 ~ -98.75 mm 之间, 但在 -99.75 ~ -97.625 mm 附近呈现均匀较低频次, 所以各轴呈现出来的分布为非常规的, 说明正则化参数对机器人末端位置存在一定的影响。

通过不同正则化参数求得的末端位置, 得到机器人位置不确定度, 如图 7 所示。图 7 所对应的最低点的不确定度在 L 曲线求得的最优正则化参数附近, 从侧面证明了采用 L 曲线得到正则化参数的优越性。在后面的不确定度评定过程中, 正则化参数都采用最优正则化参数进行。

通过软件计算得到 $\bar{x} = 228.7826$ mm, $\bar{y} = -99.3963$ mm, $\bar{z} = 532.3967$ mm, $u(x) = 0.2683$, $u(y) = 0.0468$, $u(z) = 0.0694$ 。

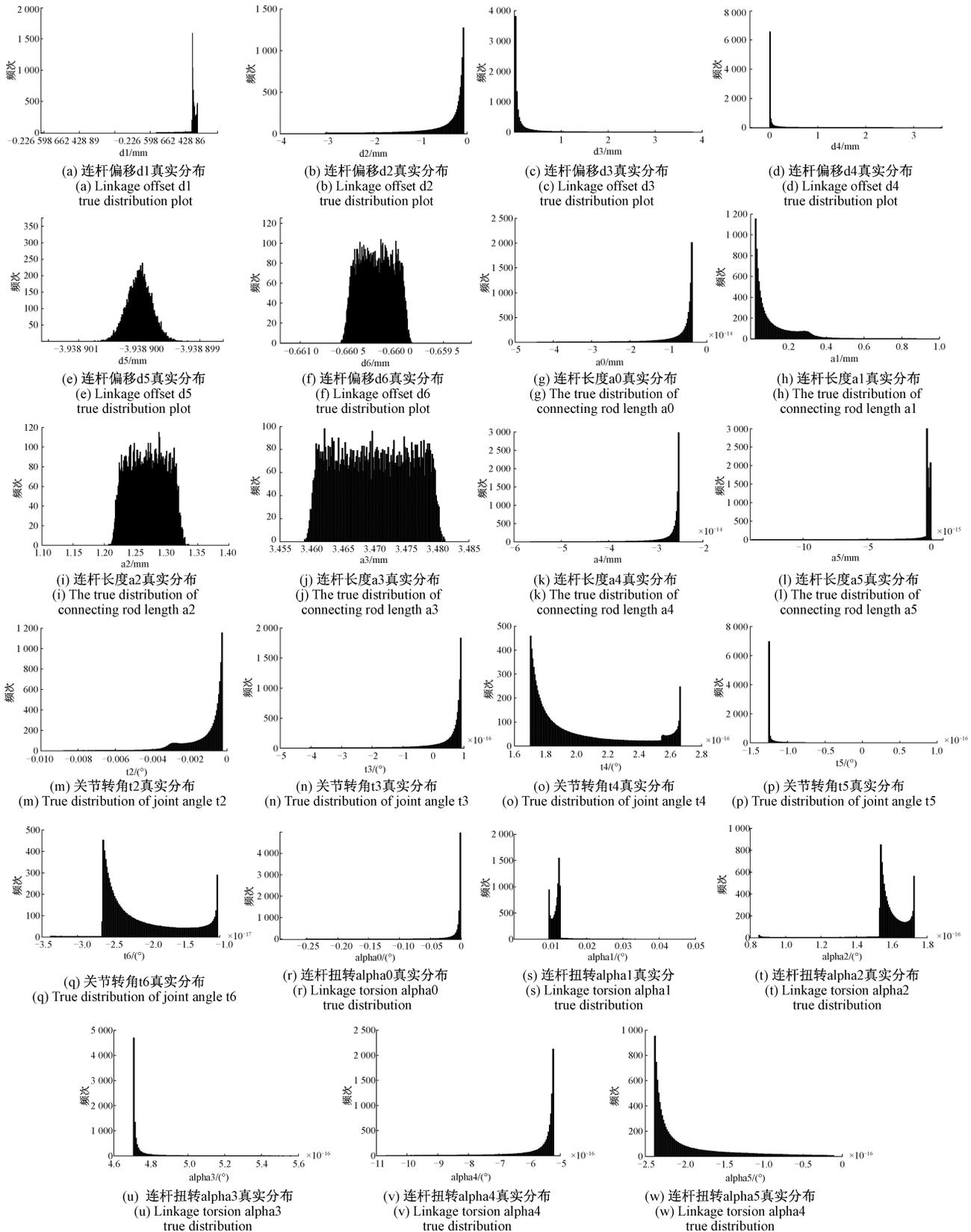


图5 不同正则化参数下机器人的结构参数分布

Fig. 5 Structural parameter distribution of the robot under different regularization parameters

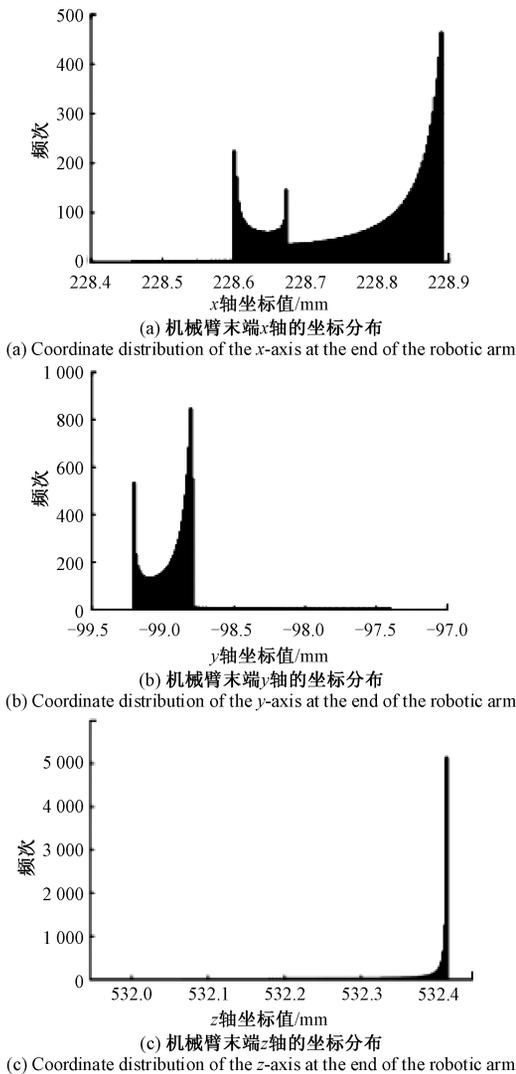


图 6 不同正则化参数的机器人末端位置分布图
Fig. 6 Distribution of robot end positions with different regularization parameters

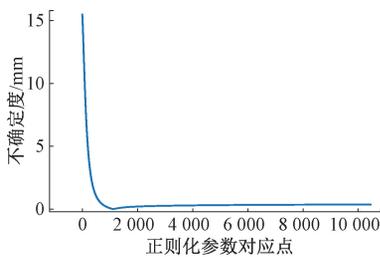


图 7 不同正则化参数对应不确定度曲线
Fig. 7 Corresponding uncertainty curves of different regularization parameters

通过根据采集到的 159 组误差方程, 构建以不同数目误差方程为一组的误差模型, 以正则化参数取最优解, 进行参数辨识。在构建不同维度误差模型时, 按照参数

的未知数作为参考, 即误差模型维度大于 23。误差模型的不同维度对机器人辨识具有一定影响, 较少的维度得到参数误差越大, 基于参数误差与最少维度, 以及采集的样本空间的综合考虑, 本文取 40 为最少维度误差模型, 维度范围是 40~159 维, 共取得 119 组不同维度的误差模型。据此得到关于不同数目误差方程的误差模型, 得到关于不同数目的采集点对机器人定位精度的影响, 如图 8 关于机器人末端各轴坐标的不确定度。

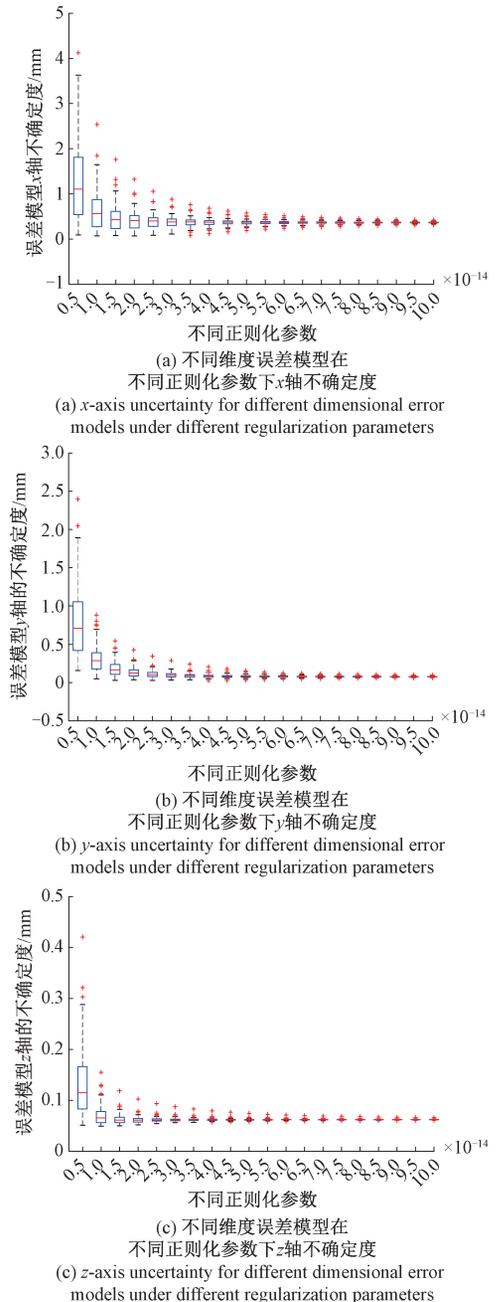


图 8 不同维度误差模型对应各轴不确定度曲线
Fig. 8 Uncertainty curves of each axis corresponding to different error equations

其中,“+”代表异常值。

由图8可以看出不同正则化参数下、不同维度的误差模型所对应的各轴不确定度下,不确定度中位数呈现出图7相同的趋势,不确定度趋于平稳,不同的维度误差模型对应的不确定趋势呈现收敛状态。在正则化参数大于 3.0633×10^{-14} , 出现异常值增多现象,说明正则化参数为 3.0633×10^{-14} 是较为合适的参数,在正则化参数越来越大时,误差模型的维数对不确定的影响越来越小。

基于不同维度误差模型对末端位置不确定度的合成,如图9所示。

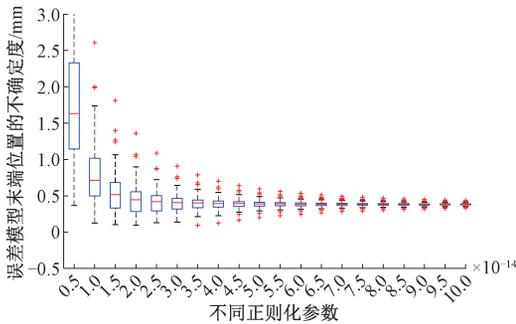


图9 不同误差方程对应位置不确定度曲线

Fig.9 Curves of position uncertainty corresponding to different error equations

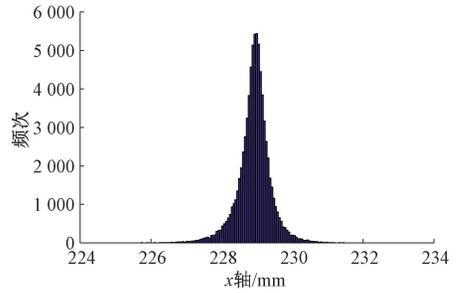
通过软件计算得到 $\bar{x} = 228.9736 \text{ mm}$, $\bar{y} = -99.1906 \text{ mm}$, $\bar{z} = 532.4138 \text{ mm}$, $u(x) = 0.1942 \text{ mm}$, $u(y) = 0.3555 \text{ mm}$, $u(z) = 0.0111 \text{ mm}$ 。

根据53个采集点,构建以33组误差方程为一组的误差模型,随机组合,取10000组误差模型,正则化参数取最优解,进行参数辨识。据此得到结构误差分布,在进行参数辨识过程中,发现 t_1 为冗余参数,将其进行剔除,得到23个结构参数的误差分布。将其输入标定模型中,得到 x, y, z 的分布如图10所示。通过机器人标定过程,得到机器人的定位误差的分布图如图11所示。

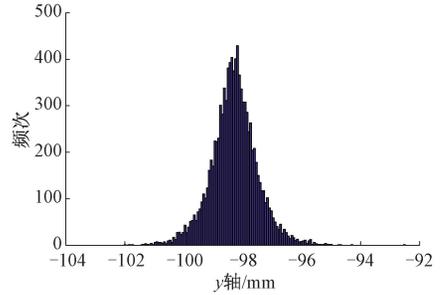
$$\begin{cases} \overline{\mathbf{F}(X)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n F(X_i) \\ \mathbf{u} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \end{cases} \quad (10)$$

通过带入模型中,得到: $\overline{\mathbf{F}(X)} = (228.9195, -99.2792, 532.4152)$, $\mathbf{u} = (0.4774, 0.5063, 0.0316)$, 这表明在位置 $(228.9195, -99.2792, 532.4152)$ 的情况下,它的标准不确定度为 $(0.4774, 0.5063, 0.0316)$ 。

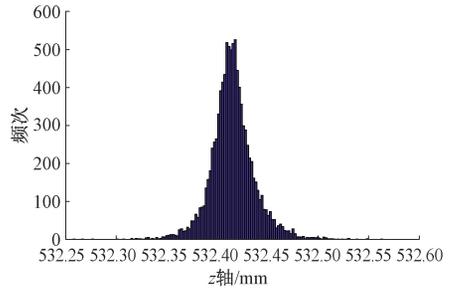
以激光跟踪仪测量值为真值,采用本文原理方法,在 $(-7.5005, -234.484, -106.7448, -92.3875, -61.5425, 20.7451)$ 位置上的位置绝对误差分布图。从图11中可以看出位置绝对误差在 $(0, 1) \text{ mm}$ 范围内占



(a) x轴直方分布图
(a) x-axis histogram distribution



(b) y轴直方分布图
(b) y-axis histogram distribution



(c) z轴直方分布图
(c) z-axis histogram distribution

图10 机器人各轴输出对应的直方分布图

Fig.10 Histogram corresponding to the output of each axis of the manipulator

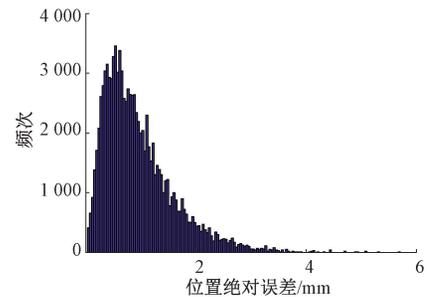


图11 机器人标定后不确定度引起的位置误差的分布图

Fig.11 Distribution of the position error caused by the uncertainty after the calibration of the robotic arm

据比例偏大,且在 $0 \sim 0.4 \text{ mm}$ 附近一直呈现指数增长,从 0.4 mm 附近一直到最大误差之间呈现迅速下降的状态,所以此分布为非对称分布,可以近似看作卡方分布。根

据图中信息看出在 0.4 mm 附近位置绝对误差达到了顶点,间接说明算法的有效性。

根据 x 、 y 、 z 各轴的输出样本,可以近似看作正态分布,具有对称性,因此求扩展不确定度:

$$U = ku \quad (11)$$

对相对扩展不确定度为:

$$U_1 = \frac{U}{F(X)} \times 100\% \quad (12)$$

对机器人标定过程不确定度评定时,当角度输入为 $(-7.5005, -234.484, -106.7448, -92.3875, -61.5425, 20.7451)$,机器人几何参数按照初值,机器人得到不确定度评定结果如表 2 所示。

表 2 机器人标定系统的测量不确定度的 MCM 不确定度的评定

Table 2 Evaluation of MCM uncertainty of measurement uncertainty of the robot calibration system

项目	不确定度评定结果		
	x	y	z
输出值/mm	228.919 5	-99.279 2	532.415 2
标准不确定度/mm	0.477 4	0.506 3	0.031 6
扩展不确定度/mm	1.241 2	1.316 4	0.082 1
包含区间/mm	(225.541 6, 231.423 1)	(-102.532 2, -93.876 7)	(532.250 8, 532.556 5)
相对不确定度/%	0.542 2	1.325 9	0.015 4

4 结 论

本文采用激光跟踪仪作为外部测量工具,分析了影响机器人标定的主要因素,并且通过蒙特卡洛的方法进行了不确定度评定。实验结果验证,在工作空间内,机器人标定完成后, x 、 y 、 z 轴不确定度分别为 $(0.4774, -0.5063, 0.0316)$,通过标定后位置的绝对误差来看,正则化参数辨识方法具有良好的效果。

参考文献

- [1] IGLESIAS I, MA SEBASTIÁN, ARES J E. Overview of the state of robotic machining: Current situation and future potential[J]. Procedia Engineering, 2015, 132: 911-917.
- [2] CHEN C, PENG F, YAN R, et al. Stiffness performance index based posture and feed orientation optimization in robotic milling process [J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2019, 55(FEB.): 29-40.
- [3] 齐俊德,张定华,李山,等.工业机器人绝对定位误差的建模与补偿[J].华南理工大学学报(自然科学版), 2016,44(11):113-118.
QI J D, ZHANG D H, LI SH, et al. Modeling and compensation for absolute positioning error of industrial robots [J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition), 2016,44(11): 113-118.
- [4] 赵艺兵,温秀兰,康传帅,等.零参考模型用于工业机器人定位精度提升研究[J].仪器仪表学报,2020, 41(5):76-84.

ZHAO Y B, WEN X L, KANG CH SH, et al. Research on the use of zero reference model to improve the positioning accuracy of industrial robots [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(5): 76-84.

- [5] 李睿,曲兴华.工业机器人运动学参数标定误差不确定度研究[J].仪器仪表学报,2014,35(10): 2192-2199.
LI R, QU X H. Study on the uncertainty of calibration error of kinematic parameters of industrial robots [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2014, 35(10): 2192-2199.
- [6] 陆艺,沈添秀,罗哉.基于线结构光传感器的工业机器人运动学参数标定[J].计量学报,2021,42(1): 66-71.
LU Y, SHEN T X, LUO Z. Calibration of kinematic parameters of industrial robot based on linear structured light sensor[J]. Acta Metrology, 2021, 42(1): 66-71.
- [7] 温卓漫,王延杰,邸男,等.基于合作靶标的在轨手眼标定[J].仪器仪表学报,2014,35(5):1005-1012.
WEN ZH M, WANG Y J, DI N, et al. On-orbit hand-eye calibration based on cooperative targets [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2014, 35(5): 1005-1012.
- [8] 叶声华,王一,任永杰,等.基于激光跟踪仪的机器人运动学参数标定方法[J].天津大学学报,2007(2): 202-205.
YE SH H, WANG Y, REN Y J, et al. Calibration method of robot kinematic parameters based on laser tracker [J]. Journal of Tianjin University, 2007(2): 202-205.

- [9] 夏天,孙翰英,范嘉桢,等. 虚拟封闭运动链法提高机器人运动学标定精度[J]. 机械设计与研究, 2009, 25(2): 57-59.
XIA T, SUN H Y, FAN J ZH, et al. The virtual closed kinematic chain method improves the calibration accuracy of robot kinematics [J]. Mechanical Design and Research, 2009, 25(2): 57-59.
- [10] GROTJAHN M, DAEMI M, HEIMANN B. Friction and rigid body identification of robot dynamics [J]. International Journal of Solids and Structures, 2001, 38(10): 1889-1902.
- [11] 班朝,任国营,王斌锐,等. 融合加权 SVD 算法的工业机器人运动学标定[J]. 计量学报, 2021, 42(9): 1128-1135.
BAN CH, REN G Y, WANG B R, et al. Kinematics calibration of industrial robots fusion weighted SVD algorithm [J]. Journal of Metrology, 2021, 42(9): 1128-1135.
- [12] 刘运毅,黎相成,黄约,等. 基于极大似然估计的工业机器人腕部 6 维力传感器在线标定[J]. 机器人, 2019, 41(2): 216-221, 231.
LIU Y Y, LI X CH, HUANG Y, et al. On-line calibration of industrial robot wrist 6-dimensional force sensor based on maximum likelihood estimation [J]. Robotics, 2019, 41(2): 216-221, 231.
- [13] 张婉洁,赵轶. 蒙特卡洛法测量不确定度评定中测量模型的建立[J]. 计量与测试技术, 2017, 44(9): 56-57, 59.
ZHANG W J, ZHAO Y. Establishment of measurement model in the evaluation of measurement uncertainty by Monte Carlo method [J]. Metrology and Testing Technology, 2017, 44(9): 56-57, 59.
- [14] 江文松,王中宇,罗哉,等. 基于蒙特卡罗法的冲击力溯源系统不确定度评定[J]. 计量学报, 2020, 41(4): 448-454.
JIANG W S, WANG ZH Y, LUO Z, et al. Uncertainty evaluation of impact force traceability system based on Monte Carlo method [J]. Journal of Metrology, 2020, 41(4): 448-454.
- [15] 陈怀艳,曹芸,韩洁. 基于蒙特卡罗法的测量不确定度评定[J]. 电子测量与仪器学报, 2011, 25(4): 301-308.
CHEN H Y, CAO Y, HAN J. Evaluation of measurement uncertainty based on Monte Carlo method [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2011, 25(4): 301-308.
- [16] CERIA P, DUCOURTIEUX S, BOUKELLAL Y, et al. Modelling of the X, Y, Z positioning errors and uncertainty evaluation for the LNE's mAFM using the Monte Carlo method [J]. Measurement Science and Technology, 2017, 28(3): 034007.
- [17] 王伟,宋明顺,陈意华,等. 蒙特卡罗方法在复杂模型测量不确定度评定中的应用[J]. 仪器仪表学报, 2008(7): 1446-1449.
WANG W, SONG M SH, CHEN Y H, et al. Application of Monte Carlo method in the evaluation of measurement uncertainty of complex model [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2008(7): 1446-1449.
- [18] 张学仪,何小妹,刘峻峰,等. 基于蒙特卡洛法的叶片型面参数测量不确定度分析[J]. 航空制造技术, 2021, 64(12): 94-101.
ZHANG X Y, HE X M, LIU J F, et al. Uncertainty analysis of blade profile parameter measurement based on Monte Carlo method [J]. Aviation Manufacturing Technology, 2021, 64(12): 94-101.

作者简介



江文松(通信作者), 2011 年于安徽理工大学获得学士学位, 2014 年于中国计量大学获得硕士学位, 2018 年于北京航空航天大学获得博士学位, 现为中国计量大学副教授, 主要研究方向为精密测量理论。

E-mail: jwensong@cjlu.edu.cn

Jiang Wensong (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Anhui University of Science and Technology in 2011, M. Sc. degree from China Jiliang University in 2014, and Ph. D. degree from Beihang University in 2018. He is currently an associate professor at China Jiliang University. His main research direction is precision measurement theory.