

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2209154

改进正则化半阈值算法的 ECT 图像重建^{*}

马 敏, 郭 鑫, 于 洁

(中国民航大学电子信息与自动化学院 天津 300300)

摘 要:针对电容层析成像技术应用于工业多相流管道检测时,图像重建中存在的不良适性、病态性问题,提出一种改进正则化半阈值算法。以 $L1/2$ 范数为惩罚函数,改进求解 $L1/2$ 范数所用的半阈值迭代算法中的阈值算子,并以加入加速项的 Landweber 算法解向量作为修正向量,引入改进半阈值正则化模型,优化加速 Landweber 算法。实验的结果表明,改进正则化半阈值算法在重建图像中相关系数平均达 0.91,图像误差平均降至 0.21,成像速度保持 0.04 s。复杂流型辨识中,改进算法比 Landweber 迭代算法相关系数提高 21.67%,相对误差降低 37.01%;比 Tikhonov 正则化算法相关系数提高 22.61%,相对误差降低 37.08%;比半阈值算法相关系数和误差分别提高 14.85% 和降低 28.26%。结果表明改进正则化半阈值算法对 ECT 研究有较好应用前景。

关键词:两相流;电容层析成像;图像重建;正则化;半阈值迭代算法

中图分类号: TP391.41 TH878 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 410.55

ECT image reconstruction based on improved regularized half threshold algorithm

Ma Min, Guo Xin, Yu Jie

(College of Electronic Information and Automation, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China)

Abstract: Aiming at the ill posed and ill conditioned problems in image reconstruction when electrical capacitance tomography technology is applied to the detection of industrial multiphase flow pipeline, an improved regularized half threshold algorithm is proposed. Taking $L1/2$ norm as the penalty function, the threshold operator in the semi threshold iterative algorithm used to solve $L1/2$ norm is improved. Taking the solution vector of Landweber algorithm with acceleration term as the correction vector, the improved semi threshold regularization model is introduced to optimize the accelerated Landweber algorithm. The experimental results show that the average correlation coefficient of the improved regularized half threshold algorithm in the reconstructed image is as high as 0.91, the average image error is reduced to 0.21, and the imaging speed is maintained at 0.04 s. For complex flow pattern identification, the correlation coefficient of the improved algorithm is increased by 21.67% and the relative error is reduced by 37.01% compared with the traditional Landweber iterative algorithm; Compared with Tikhonov regularization algorithm, the correlation coefficient is increased by 22.61% and the relative error is reduced by 37.08%; Compared with the half threshold algorithm, the correlation coefficient and relative error are increased by 14.85% and reduced by 28.26% respectively. The results show that the improved regularized half threshold algorithm has a good application prospect for ECT research.

Keywords: two phase flow; electrical capacitance tomography; image reconstruction; regularization; half threshold iterative algorithm

0 引 言

电 容 层 析 成 像 技 术 (electrical capacitance

tomography, ECT), 于 20 世纪 80 年代中期被提出,是一种用于工业管道检测的低成本、非侵入、安全性高的过程层析成像技术^[1]。ECT 技术因上述优点成为工业管道多相流研究热点^[2]。ECT 系统是通过测量管道外壁上铜质

电极板间的电容获取管道内的介质分布及相关信息^[2]。当管道内各相分布状态改变时,导致电极板间电容值产生变化,从而能够反演管道介质分布^[3]。ECT 技术逆问题即图像重建过程,通过传感器测量极板间电容值,并由正问题获取灵敏度矩阵,根据重建算法反演敏感场介质分布,因此图像重建算法在 ECT 逆问题中起着十分重要的作用^[1]。

ECT 图像重建算法主要分为非迭代类算法、迭代类算法和智能算法。非迭代算法有截断奇异值分解 (TSVD) 算法、线性反投影 (LBP) 算法等。截断奇异值分解算法利用系数矩阵的奇异值分解构造伪逆矩阵,计算灰度值向量。2010 年陈宇等^[4]将加权奇异值分解法应用于 ECT 技术中,效果较好,但截断值在选取上有较大争议^[5]。LBP 算法将灵敏度矩阵转置近似逆矩阵求解方程,成像速度快,可粗略显现被测物体,常用于图像定性分析。迭代类算法有 Landweber 迭代算法、牛顿迭代算法等。Landweber 迭代算法^[6]是基于最小二乘准则并经过最速下降法发展形成,成像精度较高。但收敛速度较慢,具有半收敛性,一般迭代多次才能呈现较好效果,常用于离线分析^[5]。智能算法有神经网络类算法,如 BP 神经网络^[7]算法、卷积神经网络算法^[8]及深度信念网络算法^[9]等。该类算法成像精度较高,但需训练大量数据集,并且对于未知模型无法预测,具有较大局限性。

ECT 逆问题存在欠定性、病态性和“软场”特性 3 种性质^[10]。解的不唯一性,敏感场的不稳定性导致逆问题在求解过程中存在较大困难。为解决上述问题,提高解向量的稀疏性和精度,L0 范数^[11]最优化问题成为众多学者研究的焦点。然而 L0 范数具有非凸特性,求解时,数值计算极不稳定,并属于 NP 困难问题^[12],一般不直接计算。为能够近似求解 L0 范数,人们选用 L1 范数为 L0 范数的最优凸近似,使用 L1 范数模型得到近似 L0 范数的稀疏解。故 L1 范数的稀疏性被广泛应用^[13]。2016 年, Xia 等^[14]在 L1 正则化模型的基础上,将 ECT 反问题转化为凸松弛问题,对目标函数最小化,并效果显著。但 L1 范数优化问题一般需大量测量值,且计算复杂度^[15]高,所以解决 L1 范数仍较为棘手。

2015 年 Peng 等^[16]证明 L_p 范数能更好近似 L0 范数,一种基于 L_p ($0 < p < 1$) 范数非凸优化模型被提出,该模型能够对重建图像的稀疏度及相关信息更好刻画,并具有较强抗干扰性优点^[4]。另外 L_p 范数非凸算法较 L1 范数兼顾了求解过程的稳定性并提高了解向量的稀疏性。

鉴于 L_p 范数优质特性,本文参考陈飞雪、沈立新等提出的计算 L1/2 范数推导办法^[17],改进 Xu 等^[18]提出的半阈值算子法,构建基于半阈值修正下的正则化模型,并以加入加速项的 Landweber 迭代法解向量作为修正向量重建 ECT 图像,相比 Xu 提出的基于 L1/2 正则化半阈

值迭代算法在 ECT 成像的应用,改进算法更好地还原原型的真实分布,保证了解的准确性和稀疏性,并提高了成像速度。

1 ECT 模型及传统图像重建算法

1.1 ECT 反问题模型

ECT 反问题主要是根据边界测量数据重构被测场域内介电常数分布,图像重建即反问题求解过程^[19]。对极板间电容值与介电常数分布的非线性关系进行离散归一化后,近似的线性方程表示如下:

$$\mathbf{S}\mathbf{g} = \mathbf{C} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{S}$ 为 $m \times p$ 维的灵敏度矩阵; $\mathbf{g}$ 为 $p \times 1$ 维的介电常数向量,也称灰度值矩阵; $\mathbf{C}$ 为 $m \times 1$ 的测量数据,即电容值。其中 m 为电容值个数, p 为剖分网格数目。使用 12 电极电容传感器对敏感场分布进行测量,各电极按顺序依次激励,当以 1 电极为激励时,获得 1-2、1-3、1-4、...、1-12 共 11 个电容值,依次以 2 电极为激励,有 2-3、2-4、...、2-12 电容值,共有 $m = (12 \times 11) / 2 = 66$ 独立电容值,共剖分 $p = 3 \ 228$ pixel。由于 p 远大于 m ,灵敏度矩阵为奇异矩阵,因此 $\mathbf{g}$ 不唯一。一般建立基于最小二乘准则为保真项的目标函数优化解向量。

1.2 Landweber 迭代算法

Landweber 迭代算法^[20]是由最速梯度下降法演变形成,其最小化目标函数可写成:

$$f(\mathbf{g}) = \frac{1}{2} \eta \|\mathbf{S}\mathbf{g} - \mathbf{C}\|^2 \quad (2)$$

式(2)的一阶梯度为:

$$\nabla f(\mathbf{g}) = \eta \mathbf{S}^T (\mathbf{S}\mathbf{g} - \mathbf{C}) \quad (3)$$

根据最速下降法原理,以 $f(\mathbf{g})$ 负梯度方向为搜索方向得到如下迭代公式:

$$\mathbf{g}_{k+1} = \mathbf{g}_k - \nabla f(\mathbf{g}_k) \quad (4)$$

式中: η 为最优步长,控制收敛速度,根据经验取 $4 \times 10^{-5} \sim 7 \times 10^{-5}$ 。迭代过程收敛于范数平方值。

$$\|\eta \mathbf{S}^T \mathbf{S}\|^2 < 2 \quad (5)$$

1.3 Tikhonov 正则化算法

为解决方程病态性问题,降低灵敏度矩阵 $\mathbf{S}$ 的条件数,在目标函数中加入正则化项优化解向量。Tikhonov 正则化算法^[21]在最小二乘法准则上加入 L2 范数惩戒项建立的目标函数,即:

$$\min_{\mathbf{g}} \|\mathbf{S}\mathbf{g} - \mathbf{C}\|_2^2 + k \|\mathbf{L}\mathbf{g}\|_2^2 \quad (6)$$

式中: k 为正则参数且大于 0,根据经验选取 10 ~ 20。 $\mathbf{L}$ 为根据需要确定的线性算子。多数情况下, $\mathbf{L}$ 为单位矩阵。根据目标函数梯度,获得解向量:

$$\mathbf{g} = (\mathbf{S}^T \mathbf{S} + k \mathbf{I})^{-1} \mathbf{S}^T \mathbf{C} \quad (7)$$

Tikhonov 正则化算法是一种处理线性反问题的有效办法,现已广泛应用于多个领域。但由于 L2 范数惩罚项使解向量过度平滑,导致图像边缘存在大量伪影,图像清晰度较差^[22]。

2 半阈值算法及改进半阈值算法

2.1 半阈值迭代算法

徐宗本提出半阈值算法求解 L1/2 正则化模型,模型由最小二乘法准则和 L1/2 正则化项构成。

$$\min_{\mathbf{g}} \|\mathbf{C} - \mathbf{S}\mathbf{g}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{g}\|_{1/2}^{1/2} \quad (8)$$

式中: $\|\cdot\|_{1/2}$ 为 $\|\cdot\|_2$ 的 1/2 范数,首先求解式(8)的一阶最优性条件,在公式两侧乘以正则参数 $\mu \in (0, \|\mathbf{S}\|^{-2})$,再向两侧加入待求解向量 $\mathbf{g}$,得到下式:

$$\mathbf{g} + \mu \mathbf{S}^T(\mathbf{C} - \mathbf{S}\mathbf{g}) = \mathbf{g} + \left(\frac{\lambda\mu}{2}\right) \Delta(\|\mathbf{g}\|_{1/2}^{1/2}) \quad (9)$$

设含向量 $\mathbf{g}$ 的半阈值算子为 $H_{1/2}(B(\mathbf{g}))$,公式如下:

$$\begin{cases} B_{\mu}(\mathbf{g}_k) = \mathbf{g} + \mu \mathbf{A}^T(\mathbf{C} - \mathbf{S}\mathbf{g}_k) \\ \mathbf{g}_{k+1} = H_{1/2}(B_{\mu}(\mathbf{g}_k)) \end{cases} \quad (10)$$

根据文献[18],可得原点处的优化结果。文献指出半阈值算子求解主要依赖于最初式(11)的计算:

$$\operatorname{argmin}_{\mathbf{g}} \frac{1}{2} \|\mathbf{g} - \mathbf{y}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{g}\|_{1/2}^{1/2} \quad (11)$$

$$\operatorname{argmin}_{\mathbf{g}} \left\{ \frac{1}{2} (\mathbf{g} - \mathbf{y})^2 + \lambda |\mathbf{g}|^{1/2} \right\} \quad (12)$$

L1/2 正则化模型(如式(8)所示)的解由式(11)推导获得, $\mathbf{y}$ 为需要修正的向量,式(12)为式(11)离散后得到的标量计算式,计算式(12)的最优解是 L1/2 范数模型求解关键。首先计算 $\mathbf{g}$ 的一阶导数,另外设定阈值 λ ,再通过比较 $\mathbf{y}$ 与阈值 λ 确定变量 $\mathbf{g}$ 的解析式^[23],最后建立替代式(13)变相求解 L1/2 范数模型。下面介绍等价关系,为方便起见设式(8)为 $C_1(\mathbf{g})$ 。

$$C_2(\mathbf{g}) = \mu(C_1(\mathbf{g}) - \|\mathbf{C} - \mathbf{S}\mathbf{g}\|^2) + \|\mathbf{g} - \mathbf{z}\|^2 \quad (13)$$

简化式(13),忽略式中与自变量无关常数项,并将向量离散为单个分量形式,经简化后公式 $C_2(\mathbf{g})$ 与最初式(12)结构一致,可采用相同解法。设 $\mathbf{g}^*$ 为 L1/2 正则化模型最优解,无限接近 $\mathbf{g}$,即 $\mathbf{g} = \mathbf{g}^*$,当 $\mathbf{z}$ 也取 $\mathbf{g}^*$ 时,式(13)最小化形式即为 L1/2 正则化模型,因此 $C_2(\mathbf{g})$ 的解可作为 L1/2 正则化模型解。

得到半阈值算子 $H_{1/2}(B(\mathbf{g}))$,半阈值迭代算法中 $\lambda = 5, \mu$ 取 0.002~0.005。

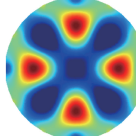
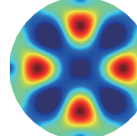
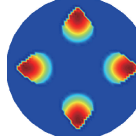
$$H_{1/2}(B_{\mu}(\mathbf{g})) = \begin{cases} \frac{2}{3} B_{\mu}(\mathbf{g}) \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{2}{3} \varphi_{\lambda}(B_{\mu}(\mathbf{g}))\right) \right), \\ |B_{\mu}(\mathbf{g})| > \frac{\sqrt[3]{54}}{4} (\lambda\mu)^{\frac{2}{3}} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (14)$$

$$\varphi_{\lambda}(B_{\mu}(\mathbf{g})) = \arccos\left(\frac{\lambda}{8} \left(\frac{|B_{\mu}(\mathbf{g})|}{3}\right)^{-\frac{2}{3}}\right) \quad (15)$$

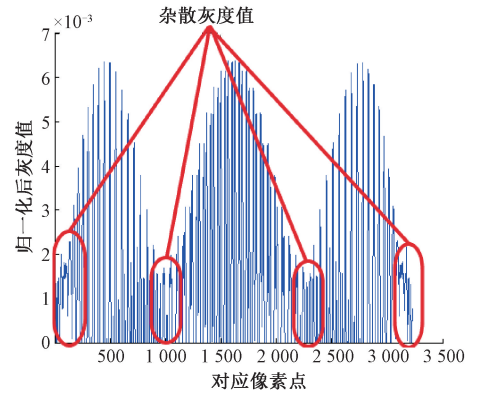
选取四泡流模型为重建对象,将 Landweber 迭代算法、Tikhonov 正则化算法和半阈值迭代法进行图像重建如表 1 所示。

表 1 仿真模型及重建图像

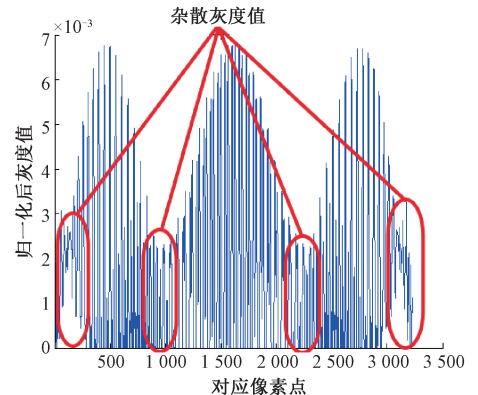
Table 1 Simulation of model and reconstruction

模型	Landweber	Tikhonov	半阈值迭代算法
			

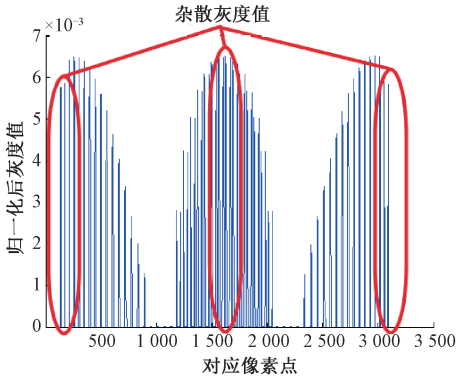
另外,在四泡流模型下将三种算法生成的归一化灰度值绘制成二维线条图形式,便于分析,如图 1 所示。



(a) Landweber算法灰度值二维线条图
(a) Two dimensional line graph of Landweber gray value



(b) Tikhonov算法灰度值二维线条图
(b) Two dimensional line graph of Tikhonov gray value



(c) 半阈值算法灰度值二维线条图
(c) Two dimensional line graph of half threshold gray value

图 1 灰度值向量二维线条图

Fig. 1 Gray value vector two-dimensional line graph

由图 1 和表 1 发现,两种传统算法因电极影响严重,在重建图像中流型边缘均存在过重伪影,反应到二维线条图 1(a)、(b) 中为峰峰间较小的杂散灰度值(标记处)。而半阈值迭代算法成像效果明显更好,能够精准确定流型位置,且半阈值算法对重建流型边缘伪影有较好切割效果,有效提高图像清晰度^[24]。但由于半阈值算子中阈值由近似比较获取,并且对式(12)仅通过求解一阶导数获取全局最小值,未能更准确分析向量 $\mathbf{y}$ 与函数最优关系,因此与前两种算法相比,半阈值算子计算严格,导致重建图像高频分量缺失严重(如图 1(c) 标记所示),使图像流型十分尖锐。

2.2 改进正则化半阈值迭代算法

1) 改进半阈值算子

由于半阈值算子存在问题主要来自于最初式(12)的求解,因此参考陈推导出的 L1/2 范数的邻近算子法重新设计半阈值算子。对 L1/2 范数式二次求导,分析修正向量 $\mathbf{y}$ 取值不同时与式(11)的单调关系,获取全局最优解,并根据一种解三次方程方法^[25]计算式(12)极值,生成新的定义函数。

设最初式(12)的函数为 $F(g)$,并求解函数的一阶、二阶导函数 $F'(g)$ 、 $F''(g)$ 。

$$F(g) = \lambda |g|^{1/2} + \frac{1}{2}(g - y)^2 \quad (16)$$

$$F'(g) = g + \frac{\lambda}{2}g^{-1/2} - y \quad (17)$$

$$F''(g) = 1 - \frac{\lambda}{4}g^{-3/2} \quad (18)$$

式中: $\mathbf{g}$ 为灰度值向量,则其分量 $g \geq 0$ 。解出 $F''(g)$ 的零点 $g''0$ 并代入 $g + \frac{\lambda}{2}g^{-1/2}$,得到式(17)极值 $y'0$ 。

$$g''0 = \lambda^{2/3} \quad (19)$$

$$y'0 = 3\left(\frac{1}{2}\right)^{2/3}\left(\frac{\lambda}{2}\right)^{2/3} \quad (20)$$

根据文献[17]中定理: $y \leq y'0$, 在 $[0, +\infty]$ 区间, $F(g)$ 为单调增函数; 当 $y > y'0$, 在 $[0, +\infty]$ 区间, $F(g)$ 存在两个根 g_- 和 g_+ , 且 g_+ 为 $F(g)$ 局部最小值点。另外, 当 $F(0) \leq F(g)$ 时建立不等关系 $0 \leq \lambda g^{1/2} + (1/2)g^2 - \lambda y$, 可得到新阈值 τ_λ 与 y 和 $y'0$ 在 $F(g)$ 中关系, 最后可得新半阈值算子:

$$H_{\lambda, 1/2}(y) = \begin{cases} \text{sign}(y) \cdot g_+, & |y| \leq \tau_\lambda \\ 0, & |y| > \tau_\lambda \end{cases} \quad (21)$$

其中, $\tau_\lambda = \frac{3}{2}\lambda^{3/2}$, 从改进半阈值算子中可发现, 求解

$H_{\lambda, 1/2}(y)$ 的难点在于 g_+ 的求解。即 $F'(g)$:

$$g + \frac{\lambda}{2}g^{-1/2} - y = 0 \quad (22)$$

因此, 设 $t = g^{1/2}$, 将式(22)转化为:

$$t^3 + \frac{\lambda}{2} - yt = 0 \quad (23)$$

上述三次方程有 3 个实根, 2 个正根和 1 个负根。 g_+ 为式(23)中最大根平方。由文献[25], 可计算三次方程最大根 $t_{\max}$ 。将 $t_{\max}$ 代回获得 g_+ , 可得式(25):

$$t = 2\sqrt{\frac{g}{3}} \cos\left(\frac{1}{3}\cos^{-1}\left(-\frac{3\lambda}{4g}\sqrt{\frac{3}{g}}\right)\right) \quad (24)$$

$$H_{\lambda, 1/2}(y) =$$

$$\begin{cases} \frac{2}{3}y\left(1 + \cos\left(\frac{2}{3}\cos^{-1}\left(-\frac{3\lambda}{4}|y|^{-\frac{2}{3}}\right)\right)\right), & |g| > \frac{3}{2}\lambda^{\frac{3}{2}} \\ 0, & |g| \leq \frac{3}{2}\lambda^{\frac{3}{2}} \end{cases} \quad (25)$$

2) 改进正则化半阈值算法

为了更有效地将 L1/2 范数正则化应用于 ECT 反问题, 本文提出改进正则化半阈值算法, 重构半阈值目标泛函。设式(1)最优解 $\mathbf{g}^*$ 被干扰向量 $\mathbf{v}$ 影响后得到 $\mathbf{y}$, 且 $\|\mathbf{v}\|^2 \leq \delta$, 则 $\mathbf{y} = \mathbf{g}^* + \mathbf{v}$, 设 $\mathbf{g}$ 为 $\mathbf{g}^*$ 近似解, 则 $\mathbf{g}$ 一定满足条件 $\|\mathbf{g} - \mathbf{y}\|^2 \leq \delta$ ^[26], L2 范数用来评估 $\mathbf{g} - \mathbf{y}$ 的误差, 于是构建具有约束项的目标函数:

$$\min_{\mathbf{g}} p(\mathbf{g}) \text{ subject } \|\mathbf{g} - \mathbf{y}\|_2^2 \leq \delta \quad (26)$$

$p(\mathbf{g})$ 由先验特征构成的惩戒函数, 多数学者证明 L_p 范数优于其他范数^[26]。故选择 L1/2 范数, 将式(26)转换为无约束优化问题得到下式:

$$\arg\min_{\mathbf{g}} \left\{ \lambda \|\mathbf{g}\|_{1/2}^{1/2} + \frac{1}{2} \|\mathbf{g} - \mathbf{y}\|_2^2 \right\} \quad (27)$$

其中, $\lambda > 0$, 为正则化参数; 式(27)是 Elad^[26] 在稀疏背景下提出的特殊问题, 几何的角度来看, 式(27)解是

超平面 $\|g - y\|^2$ 和 $L1/2$ 范数球的交点, $p(g)$ 选择的范数越趋近于 0, 则这个问题的解变得越稀疏^[27]。

鉴于 Landweber 迭代算法在 ECT 领域应用最广泛。且改进半阈值算法能有效改善 Landweber 迭代算法对电极有较强敏感性而图像存在电极伪影严重问题^[28]。因此将 Landweber 算法解向量为向量 y 优化。

然而 Landweber 算法收敛速度相对较慢, 需要多次迭代才能获取高质量图像。因此在原目标函数中增加一个加速项, 得到加速 Landweber 算法^[29]:

$$h(y_k) = \frac{1}{2} \{ \eta_k \|S y_k - C\|^2 + \beta_k \|y_k - y_{k-1}\|^2 \} \quad (28)$$

则 $h(y_k)$ 的梯度可简单计算为:

$$\Delta h(y_k) = \eta_k S^T (S y_k - C) + \beta_k (y_k - y_{k-1}) \quad (29)$$

迭代过程如下所示:

$$y_{k+1} = y_k - (\eta_k S^T (S y_k - C) + \beta_k (y_k - y_{k-1})) \quad (30)$$

其中, $y_k - y_{k-1}$ 为当前项与前一项介电常数分布差异, η_k, β_k 为加权系数, 随迭代次数变化。根据 v 方法^[30] 计算 η_k, β_k :

$$\begin{cases} \eta_0 = \frac{4v + 2}{4v + 1} \\ \eta_k = 4 \frac{(2k + 2v + 1)(k + v)}{(k + 2v)(2k + 4v + 1)} \\ \beta_k = \frac{k(2k - 1)(2k + 2v + 1)}{(k + 2v)(2k + 4v + 1)(2k + 2v - 1)} \end{cases} \quad (31)$$

式中: $k \geq 1, \beta_0$ 取 0, v 根据经验取值为 6。迭代收敛条件如式(5)所示。

将式(31)与改进半阈值算子结合, 本实验中阈值 λ 为 $2 \times 10^{-5} \sim 4.6 \times 10^{-5}$ 。此外, 设初始灰度向量 $g_0 = y_0 = A^T b$; 并将改进算法下求得的解向量 g_{k+1} 和 g_k 作差求二范数平方, 设为最小误差 δ , 作为改进正则化半阈值算法的收敛条件, δ 取 1×10^{-5} 。

3) 改进半阈值算法流程

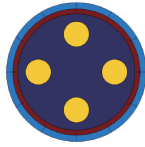
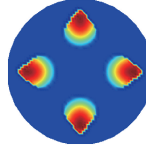
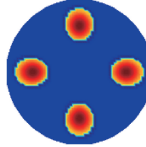
- (1) 设定初值 η_k, β_k, v , 其中 $k = 5, \lambda = 2 \times 10^{-5}$
- (2) 初始化向量 I, g_k, S, C, y_k
- (3) 将 y_k 代入改进半阈值算子得到 g_{k+1}
- (4) 判断 $\|g_{k+1} - g_k\|^2$ 是否小于等于 δ
- (5) 若不满足条件 4), 更新 Landweber 解向量
- (6) 更新阈值 $\lambda, \lambda = \lambda + 2 \times 10^{-6}$ 返回步骤(3)
- (7) 若满足条件, 输出最优解 g_{k+1}

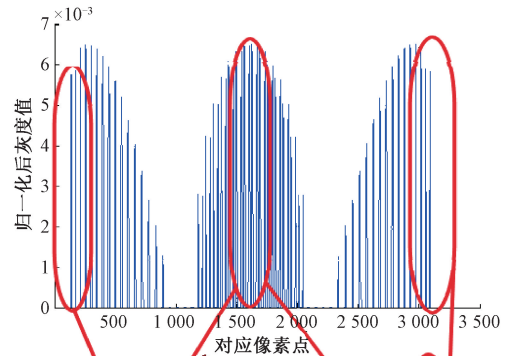
根据上述算法流程使用改进半阈值算法对四泡流模型反演, 并绘制改进算法下灰度值向量的二维线条图和三维立体图, 如表 2、图 2 所示。

通过与半阈值迭代算法灰度值向量比较, 可发现改进后的半阈值迭代算法有效补充半阈值迭代算法中解向量缺失的重要数据并且去除半阈值算法灰度值向量中

表 2 四泡流重建图像

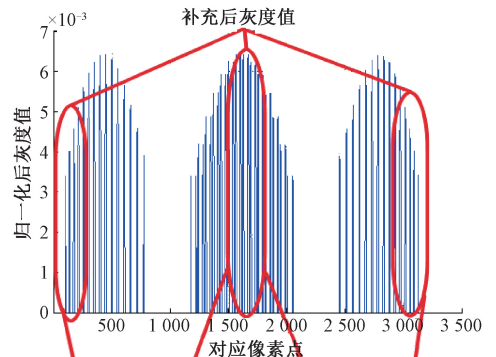
Table 2 Reconstruction of four bubble flow

模型	半阈值迭代算法	改进后算法
		



(a) 半阈值算法下灰度值向量图

(a) Gray value vector image under half threshold algorithm



(b) 改进半阈值算法下灰度值向量图

(b) Gray value vector image under improved half threshold

图 2 四泡流型算法反演图

Fig. 2 Inversion diagram of four bubble flow pattern algorithm

部分杂散灰度值,使图像流型更圆滑,更接近流型真实分布。

3 实验验证

3.1 仿真实验与分析

本实验使用软件 COMSOL5.3 版建立 12 个电极的 ECT 传感器模型,对正问题采用有限元方法求解,获取相关数据。使用软件 MATLAB R2014a 版,实现不同算法对 ECT 模型图像重建,比较分析成像效果,验证改进正则化半阈值算法有效性^[5]。

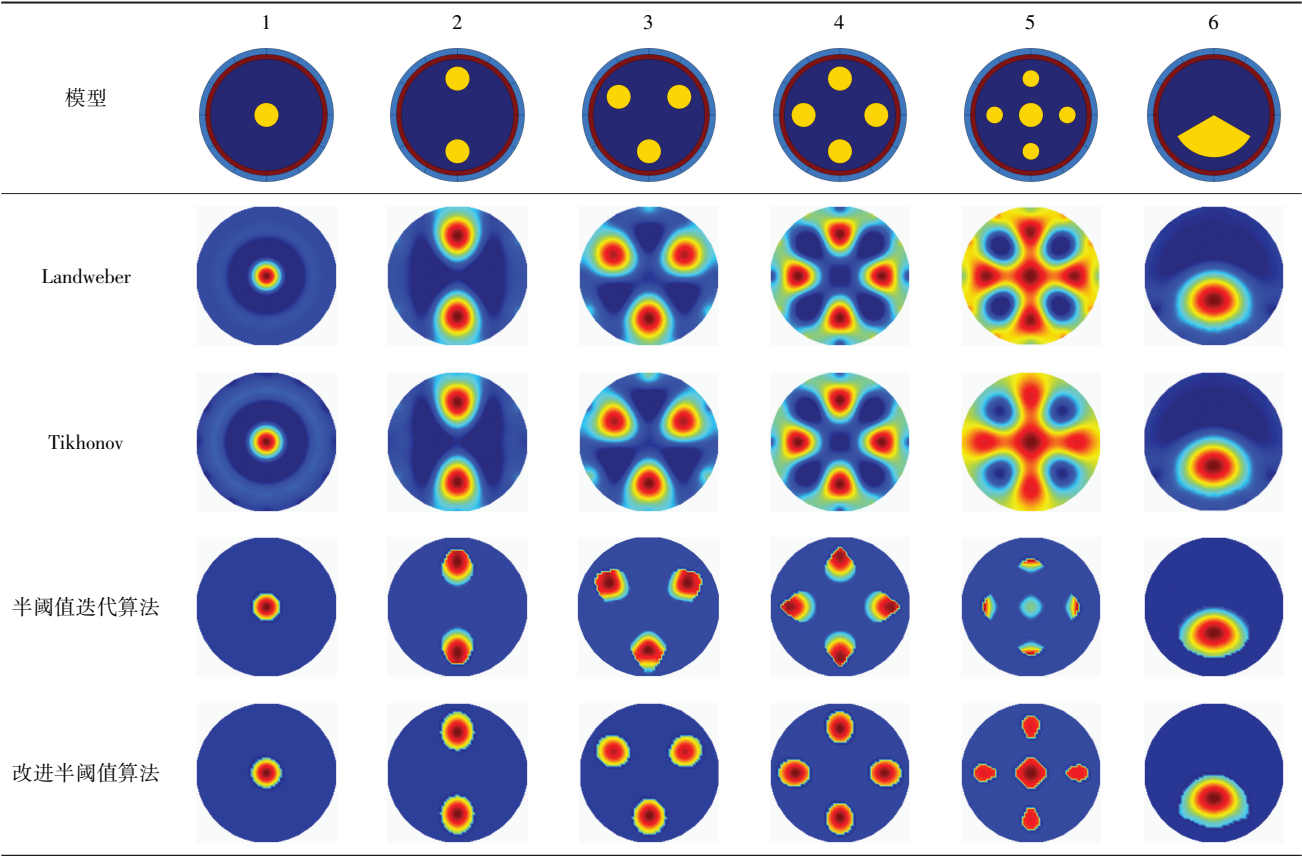
仿真实验中,首先对管道截面内外直径进行设置。设管道内径为 92 mm,外直径为 100 mm。屏蔽罩的直径

设为 110 mm,剖分网格为 64×64。介电常数设置:空气 1;铜 2.2;塑料 5.8;玻璃 4.2。

共选取 6 种仿真流型,分别为核心流、双泡流、三泡流、四泡流、五泡流和扇形流,检验算法对不同位置、大小的成像效果。选用 Landweber 迭代算法、Tikhonov 正则化算法、半阈值迭代算法和改进正则化半阈值算法进行实验对比。

6 种仿真模型及重建图像结果图如表 3 所示。由表 3 可直观对比 4 种算法对不同流型所产生的成像效果。其中 Landweber 迭代算法比 Tikhonov 正则化算法成像效果略优,两算法对简单流型(模型 1、2)能够有效辨识,但对多泡流模型进行反演时,图像效果不佳,流型间存在严重粘连现象,不能还原流型真实大小,对扇形流(模型 6)等棱状类模型无法重构其边角。

表 3 仿真模型及算法重建图像
Table 3 Simulation of model and reconstruction of algorithms



相比传统算法,半阈值迭代算法重建图像精度优势明显,更准确反应流型的位置和大小,对复杂的多泡流模型(3、4、5)也有较好重建效果。但半阈值迭代算法对图像流型切削严重,使圆滑饱满流型畸变。特别在重建模型 4、5 时,重建流型边缘呈现锯齿状,图像效果差。相比以上算法,改进半阈值算法成像效果明显更优,对简单流型、复杂流型辨识能力明显提高,既有效缓解传统算法重

建图像中存在的伪影过重问题,又较好弥补半阈值迭代算法因计算严苛导致流型失真的不足,并对模型 6 的边角亦能更好刻画。

为了客观评价各类算法在不同流型上图像重建的效果,采用图像重建时间、图像相关系数和图像误差作为评价重建图像质量的指标。其中,图像误差(image relative error,IME)和相关系数(correlation coefficient,CORR)的

计算式为^[31]：

$$E_{\text{IME}} = \frac{\|\hat{G} - G\|_2^2}{\|G\|_2^2}$$

(32)

$$C_{\text{CORR}} = \frac{\sum_{i=1}^p (\hat{G}_i - \bar{\hat{G}})(G_i - \bar{G})}{\sqrt{\sum_{i=1}^p (\hat{G}_i - \bar{\hat{G}})^2 \sum_{i=1}^p (G_i - \bar{G})^2}}$$

(33)

式(32)、(33)中 G 为算法重建过程中计算出的介电常数 $\mathbf{g}$ 。 $\hat{G}$ 为已设定的理想介电常数。 $\bar{G}$ 和 $\bar{\hat{G}}$ 分别为 G 和 $\hat{G}$ 平均值。由公式发现,当 IME 越小,算法重建结果与真实结果误差越小,成像效果越好。而 CORR 越大,越接近 1,算法重建结果与真实结果相关性越大,越接近原始图像。成像速度、相关系数及误差见表 4~6。

表 4 算法成像时间

Table 4 Algorithm imaging time

s

模型	Landweber	Tikhonov	半阈值迭代算法	改进算法
1	0.423 9	1.785 6	0.025 6	0.034 9
2	0.537 4	1.869 4	0.035 6	0.036 5
3	0.425 4	1.888 5	0.038 9	0.058 1
4	0.658 4	1.743 8	0.028 7	0.042 6
5	0.551 5	1.783 8	0.046 5	0.040 6
6	0.509 2	1.833 1	0.042 1	0.046 5

表 5 图像相关系数

Table 5 Calculated value of CORR

模型	Landweber	Tikhonov	半阈值迭代算法	改进算法
1	0.862 5	0.842 2	0.903 3	0.965 8
2	0.738 2	0.736 1	0.855 6	0.877 5
3	0.765 5	0.747 5	0.892 1	0.920 1
4	0.784 1	0.778 6	0.746 9	0.942 8
5	0.562 5	0.551 8	0.680 5	0.893 1
6	0.841 8	0.835 5	0.820 5	0.863 9

表 6 图像相对误差

Table 6 Calculated value of IME

模型	Landweber	Tikhonov	半阈值迭代算法	改进算法
1	0.359 2	0.405 4	0.258 5	0.158 9
2	0.566 4	0.555 9	0.456 4	0.211 4
3	0.498 2	0.520 7	0.304 2	0.212 3
4	0.502 5	0.495 8	0.425 9	0.228 9
5	0.689 5	0.717 5	0.741 5	0.185 2
6	0.315 1	0.300 5	0.295 4	0.274 2

根据表 4 数据发现,Tikhonov 正则化算法成像时间较长,平均速度为 1.8 s,分析其原因发现是 MATLAB 软件对式(7)中的维数较大矩阵逆损耗了大量时间;而 Landweber 迭代算法虽然需要多次迭代但整个过程对矩阵和向量计算要求不高,没有复杂的求逆过程,因此成像速度比 Tikhonov 算法更快。半阈值迭代算法计算速度最快,仅需 0.03 s;改进后半阈值算法中对 Landweber 算法中加入了加速项,提高了算法收敛速度,降低了迭代次数,使成像速度保持在 0.04 s 左右,结果较为理想。

模型 5 主要考察各类算法对更复杂模型辨识能力,由表 5、6 中 4 种算法相关系数及图像相对误差发现,除改进正则化半阈值算法外,另外 3 种算法对复杂的五泡流模型均不能有效识别。Tikhonov 正则化算法、Landweber 迭代算法对简单流型如模型 1、2、6 有较好的相关性和较低误差。而半阈值迭代算法在复杂流型的相关性上较前 2 种算法有显著提升,误差也有所降低。但改进半阈值算法在数据对比上明显更优于半阈值迭代算法,并且在所有算法中数据结果最优,6 种模型的平均相关系数可达 0.91 以上,相对误差平均保持在 0.21 左右。摘要中所提出的数据为根据 4 种算法对模型 3、4、5 生成的评价指标求和平均后,分别与改进算法相比较后获取。

3.2 实际实验及分析

实际工程管道测量时,对整个 ECT 系统要求有较强的抗干扰性和稳定性。因此,实际实验采用天津大学研制的 3.01 版电容层析成像测量系统,该系统由传感器系统和数据采集系统组成再配合上位机实现介质测量,系统通过 FPGA 数字式控制,满足实际测量需求,可模拟 ECT 检测工业管道情况。由上述系统传输采集的电容数据至计算机,再由 MATLAB 软件实现各算法图像重建,本实验为对空气与亚克力棒构成的气固两相流检测实验。

设备连接如图 3 所示,其中,最左端为计算机,主要负责数据处理和图像重建;中间部分为数据采集系统,主要驱动 ECT 传感器系统采集实验时测量数据并传送至计算机;最右端为 12 电极的 ECT 传感器系统,用于测量敏感场中的电容值数据。

设备连接:1)传感器线缆为 RG174 同轴电缆,一端连接传感器,另一端为 SMB 射频插头连接采集系统;2)数据采集系统选用 USB 数据线或网线两种方式连接计算机,本实验采用网线方式连接;3)设定以太网 IPv4 参数,连接数据采集系统;4)打开已安装在计算机的 ECT 测试系统软件,标定空气场为空场,将亚克力颗粒倒满检测管道标定为满场,加载空场数据和满场数据;5)启动系统测量,将尺寸大小不同、数量不同的亚克力棒放入待测管道,标为物场。将空场、满场、物场数据保存并进行图像重建。

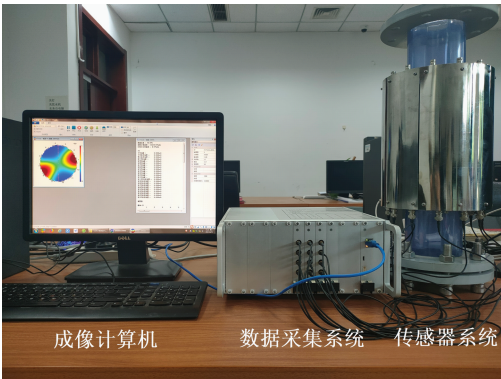
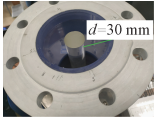
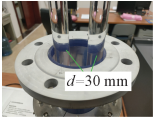
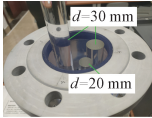
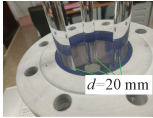
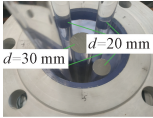
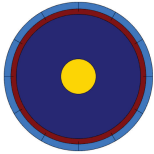
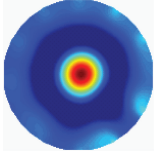
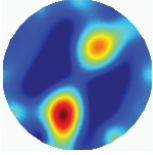
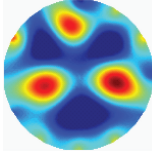
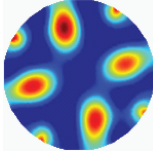
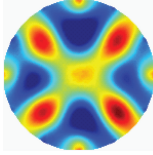
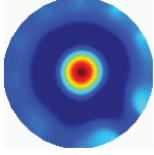
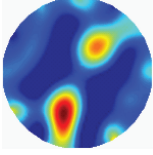
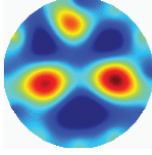
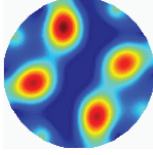
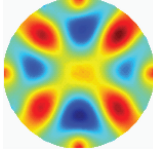
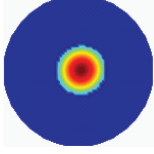
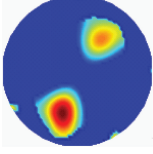
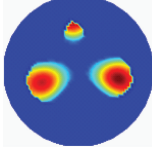
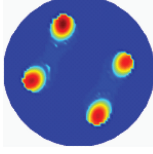
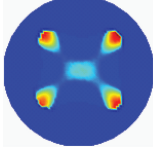
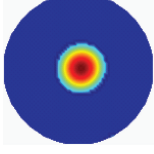
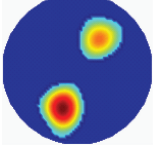
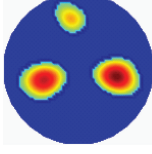
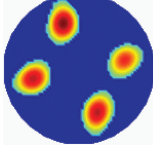
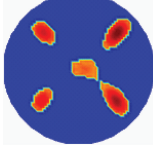


图 3 12 电极 ECT 系统
Fig.3 ECT system of 12 electrodes

实验共选取 5 种模型进行测试,模型中亚克力棒尺寸、数量选取,及用 4 种算法对不同模型进行图像重建的效果如表 7 所示。为更好对比各算法成像效果,将实际实验模型尺寸依照对应比例还原作参照模型。

由表 7 图像效果发现, Landweber 迭代算法比 Tikhonov 正则化算法图像重建效果更好,但两种算法重建图像对复杂流型辨识度依旧不高;半阈值迭代算法对单泡流、双泡流等简单流型成像效果明显高于传统算法,但发现复杂模型图像中流型明显缩小,失真严重;改进后半阈值算法图像重建效果明显优于其他类算法,对简单流型或复杂流型均能有效辨识,特别是最为复杂的五泡流模型,流型间不存在粘连现象还原流型最真实。

表 7 气固两相流成像效果
Table 7 Reconstruction effects of gas-solid two-phase flow

模型	1	2	3	4	5
					
参考模型					
Landweber					
Tikhonov					
半阈值迭代算法					
改进半阈值算法					

综上仿真实验和实际实验的结果分析,改进后正则化半阈值算法具有良好成像特性,且满足 ECT 检测实时要求。因此 L1/2 范数正则化算法在 ECT 检测中有较好应用前景。

4 结 论

本文主要构建新型 $L1/2$ 正则化目标函数,替代了原有 $L1/2$ 正则化目标函数,并将 Landweber 加速迭代算法解作为修正向量引入改进 $L1/2$ 正则化模型。改进正则化半阈算法有 $L1/2$ 范数的严格正则化优势,又有 Landweber 加速迭代算法中的平滑特性和实时性优势,有效增强解的稀疏性、收敛性,提高了图像精度。仿真实验中重建图像和评价指标及实际实验重建图像效果表明,改进正则化半阈值算法相比 Landweber 迭代、Tikhonov 正则化、传统 $L1/2$ 范数半阈值迭代算法在成像精度、成像误差上有明显提高,证明改进算法在 ECT 图像重建过程具备可行性。虽然改进算法以加速 Landweber 迭代算法解作为修正向量速度有所提高,但成像速度还是低于传统半阈值迭代算法。此外,改进算法对相关参数选取较为依赖,对不同流型采用同一参数,难以达到最佳效果。因此,需要参考更多有关阈值迭代类算法,对算法参数进一步优化,实现自适应阈值迭代计算。

参考文献

- [1] 王化祥. 电学层析成像[M]. 北京: 科学出版社, 2013: 4-6.
WANG H X. Electrical tomography [M]. Beijing: Science Press, 2013: 4-6.
- [2] ZHANG Y, CHEN D. Electrical capacitance tomography and parameter prediction based on particle swarm optimization and intelligent algorithms [J]. Wireless Networks, 2021: 1-12.
- [3] 吴新杰, 闫诗雨, 徐攀峰, 等. 基于稀疏度自适应压缩感知的电容层析成像图像重建算法[J]. 电子与信息学报, 2018, 40(5): 238-245.
WU X J, YAN SH Y, XU P F, et al. Electrical capacitance tomography image reconstruction algorithm based on sparse adaptive compressed sensing[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2018, 40(5): 238-245.
- [4] 陈宇, 高宝庆, 张立新, 等. 基于加权奇异值分解截断共轭梯度的电容层析图像重建[J]. 光学精密工程, 2010, 18(3): 701-707.
CHEN Y, GAO B Q, ZHANG X L, et al. Electrical capacitance tomography image reconstruction based on weighted singular value decomposition truncated conjugate gradient[J]. Optics and Precision Engineering, 2010, 18(3): 701-707.
- [5] 马敏, 孙美娟. 基于改进 Split Bregman 的电容层析成像滑油监测研究[J]. 推进技术, 2022, 43(5): 290-296.
MA M, SUN M J. Research on oil monitoring by electrical capacitance tomography based on improved split Bregman[J]. Journal of Propulsion Technology, 2022, 43(5): 290-296.
- [6] 严春满, 穆哲. 一种改进的梯度加速 Landweber 算法及其在 ECT 图像重建中的应用[J]. 电子测量与仪器学报, 2021, 35(6): 169-175.
YAN CH M, MU ZH. Application of an improved gradient accelerated landweber algorithm in ECT image reconstruction [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2021, 35(6): 169-175.
- [7] HE F, ZHANG L. Prediction model of end-point phosphorus content in BOF steelmaking process based on PCA and BP neural network [J]. Journal of Process Control, 2018, 66: 51-58.
- [8] 汤政, 雷刚, 王天祥, 等. 模型参数对卷积神经网络电容层析成像图像重建的影响[J]. 仪器仪表学报, 2021, 42(10): 72-83.
TANG ZH, LEI G, WANG T X, et al. Influence of model parameters on convolution neural network electrical capacitance tomography image reconstruction [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42(10): 72-83.
- [9] 马敏, 孙颖, 范广永. 基于深度信念网络的 ECT 图像重建算法[J]. 计量学报, 2021, 42(4): 476-482.
MA M, SUN Y, FAN G Y. ECT image reconstruction algorithm based on deep belief network [J]. Acta Metrologica Sinica, 2021, 42(4): 476-482.
- [10] LEI J, LIU Q B, WANG X Y. Deep learning-based inversion method for imaging problems in electrical capacitance tomography [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2018, 67(9): 2107-2118.
- [11] XUE H, SONG Y. Non-convex approximation based l_0 -norm multiple indefinite kernel feature selection [J]. Applied Intelligence, 2019, 50(5-6).
- [12] 马敏, 孙美娟, 李明. 基于 L_p 范数的 ECT 图像重建算法研究[J]. 计量学报, 2020, 41(9): 1127-1132.
MA M, SUN M J, LI M. Research on ECT image reconstruction algorithm based on L_p norm [J]. Acta Metrologica Sinica, 2020, 41(9): 1127-1132.
- [13] LIU J, LIU S, ZHOU W T, et al. Flame detection on dwirl burner using ECT with dynamic reconstruction algorithm based on the split bregman iteration[J]. IEEE Sensors Journal, 2017, 17(22): 7290-7297.
- [14] XIA C K, SU C L, CAO J T, et al. Reconstruction of electrical capacitance tomography images based on fast linearized alternating direction method of multipliers for

- two-phase flow system[J]. Chinese Journal of Chemical Engineering, 2016,24(4): 597-605.
- [15] MARKOPOULOS P P, KUNDU S, CHAMADIA S, et al. Efficient L1-Norm principal-component analysis via bit flipping[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2017, 65(8): 4252-4264.
- [16] PENG J G, YUE S G, LI H. NP/CMP equivalence: A phenomenon hidden among sparsity models l0 minimization and lp minimization for information processing [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2015, 61(7): 4028-4033.
- [17] CHEN F X, SHEN L X, SUTER B W. Computing the proximity operator of the lp norm with $0 < p < 1$ [J]. IET Signal Process, 2016, 10(5): 557-565.
- [18] XU B Z, CHANG X, XU F, et al. L1/2 regularization: A thresholding representation theory and a fast solver[J]. IEEE Transactions on Neural Networks & Learning Systems, 2012, 23(7): 1013-1027.
- [19] MOURA H, PIPA D R, WRASSE A, et al. Image reconstruction for electrical capacitance tomography through redundant sensitivity matrix [J]. IEEE Sensors Journal, 2017, PP(24): 1-1.
- [20] 董向元, 陈琪, 李惊涛, 等. 基于快速投影 LANDWEBER 法的电容层析成像图像重建算法研究[J]. 中国电机工程学报, 2005(14): 89-92.
- DONG X Y, CHEN Q, LI J T, et al. Research on electrical capacitance tomography image reconstruction algorithm based on fast projection Landweber method[J]. Proceedings of the CSEE, 2005(14): 89-92.
- [21] HUANG C, CHANG Y, HAN L, et al. Bandwidth correction of spectral measurement based on Levenberg-Marquardt algorithm with improved Tikhonov regularization[J]. Applied Optics, 2019, 58(9): 2166.
- [22] 郭琪. 电容层析成像系统的图像重建算法研究[D]. 天津: 中国民航大学, 2017: 15-30.
- GUO Q. Research on image reconstruction algorithm of electrical capacitance tomography system[D]. Tianjin: Civil Aviation University of China, 2017: 15-30.
- [23] 邢富冲. 一元三次方程求解新探[J]. 北京: 中央民族大学学报, 2003, 12(3): 207-218.
- XING F CH. A new approach to solving the cubic equation of one variable[J]. Beijing: Journal of Minzu University of China, 2003, 12(3): 207-218.
- [24] 马敏, 刘一斐. 基于改进半阈值算法的电容层析成像滑油监测方法研究[J]. 推进技术, 2021, 42(11): 2590-2599.
- MA M, LIU Y F. Research on oil monitoring method of electrical capacitance tomography based on improved half threshold algorithm [J]. Journal of Propulsion Technology, 2021, 42(11): 2590-2599.
- [25] SELBEY S M. CRC standard mathematical tables [J]. CRC Press, 1975.
- [26] ELAD M. Sparse and redundant representations: From theory to applications in signal and image processing. springer [M]. Springer Publishing Company, Incorporated, 2010: 153-156.
- [27] CAO W, SUN J, XU Z. Fast image deconvolution using closed-form thresholding formulas of L_q ($q = 1/2, 2/3$) regularization [J]. Vis. Common. Image Represent, 2013 (24): 31-41.
- [28] PAN Z, QIN Y, ZHENG H, et al. Block compressed sensing image reconstruction via deep learning with smoothed projected Landweber[J]. Journal of Electronic Imaging, 2021, 30(4): 55-62.
- [29] HUA Y, YI F W, YING G Z, et al. 3D ECT reconstruction by an improved Landweber iteration algorithm[J]. Flow Measurement and Instrumentation, 2014, 37: 92-98.
- [30] HANKE M. Accelerated Landweber iterations for the solution of ill-posed equations [J]. Numerische Mathematik, 1991, 60(1): 341-373.
- [31] 彭黎辉, 陆耿, 杨五强. 电容成像图像重建算法原理及评价[J]. 清华大学学报, 2004, 44(4): 478-484.
- PENG L H, LU G, YANG W Q. Principle and evaluation of image reconstruction algorithm for capacitance imaging[J]. Journal of Tsinghua University, 2004, 44(4): 478-484.

作者简介



马敏(通信作者), 1993 年于郑州大学获得学士学位, 2003 年于天津大学获得硕士学位, 2007 年于天津大学获得博士学位, 现为中国民航大学教授, 主要研究方向为无损检测及新型传感器技术。

E-mail: mm5739@163.com

Ma Min (Corresponding author) received her B. Sc. degree in 1993 from Zhengzhou University, received her M. Sc. degree in 2003 from Tianjin University, received her Ph. D. degree in 2007 from Tianjin University. Now she is a professor in Civil Aviation University of China. Her main research interests include nondestructive testing and technology of new sensor.