

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2107548

# 单目相机-IMU-机械臂的空间联合标定方法 \*

王 鑫<sup>1</sup>, 李 伟<sup>1</sup>, 梁 炜<sup>2,3,4</sup>, 张华良<sup>2,3,4</sup>, 张吟龙<sup>2,3,4</sup>

(1. 沈阳建筑大学信息与控制工程学院 沈阳 110168; 2. 中国科学院网络化控制系统重点实验室  
沈阳 110169; 3. 中国科学院沈阳自动化研究所机器人学国家重点实验室 沈阳 110169;  
4. 中国科学院机器人与智能制造创新研究院 沈阳 110169)

**摘要:**将单目相机和惯性测量单元(IMU)固定在机械臂末端,可以有效地协助机械臂进行运动估计和场景感知。单目相机、IMU 和机械臂之间可靠、准确的标定是实现随动感知的前提。但是,传统的标定方法存在耦合误差大、标定一致性差和 6 自由度激励不充分的问题。为此,本文提出了一种新颖的单目相机-IMU-机械臂的空间联合标定模型,该模型能够将旋转分量的误差和平移分量的误差完全解耦。此外,创新性地设计了一种螺旋式运动轨迹来标定感知模块,采用这种运动轨迹能够避免 6 自由度激励不充分和一致性差等问题。在实验环节,本研究搭建了单目相机-IMU-机械臂空间联合标定平台,计算得到三轴姿态角和平移分量的均方根误差分别小于 0.7°和 7 mm,证明了所提标定方法的有效性。

**关键词:**单目相机;惯性测量单元(IMU);机械臂;联合标定;螺旋状运动轨迹

中图分类号: TP242 TH113 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 460.4020

## A space joint calibration method of monocular camera-IMU-manipulator

Wang Xin<sup>1</sup>, Li Wei<sup>1</sup>, Liang Wei<sup>2,3,4</sup>, Zhang Hualiang<sup>2,3,4</sup>, Zhang Yinlong<sup>2,3,4</sup>

(1. College of Information and Control Engineering, Shenyang Jianzhu University, Shenyang 110168, China;

2. Key Laboratory of Networked Control System, Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110169, China;

3. State Key Laboratory of Robotics, Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110169, China;

4. Institute of Robotics and Intelligent Manufacturing Innovation, Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110169, China)

**Abstract:** Fixing the monocular camera and the inertial measurement unit (IMU) on the end of the robotic arm is an effective method to realize the motion estimation and scene perception. Reliable and accurate calibration between monocular camera, IMU and robotic arm is the prerequisite for realizing follow-up perception. However, traditional calibration method has the problems of large coupling error, poor calibration consistency and insufficient 6-DOF excitation. Therefore, this paper proposes a novel monocular camera-IMU-manipulator space joint calibration method, which can completely decouple the errors of the rotation component and the translation component. At the same time, this paper innovatively designs a spiral motion trajectory to calibrate the perception module. Using such a calibration trajectory can avoid the problems of insufficient 6-DOF excitation and poor consistency in traditional calibration methods. In the experimental link, a monocular camera-IMU-manipulator space joint calibration platform is built, and the root mean square errors of yaw-pitch-roll rotation and x-y-z translation are calculated to be less than 0.7°and 7 mm, respectively, which proves the effectiveness of the calibration method proposed in this paper.

**Keywords:** monocular camera; inertial measurement unit; manipulator; joint calibration; spiral motion trajectory

收稿日期:2021-03-01 Received Date: 2021-03-01

\*基金项目:国家重点研发计划(2018YFE0205802)、国家自然科学基金(61903357, 61821005, 62022088)、辽宁省自然科学基金(2019-YQ-09, 2020-MS-032)、辽宁省“兴辽英才计划”(XLYC1902110)项目、辽宁省“一带一路”联合实验室或研究中心(2020JH2/10500002)项目、辽宁省教育厅科研(lnjc202013)项目、中国博士后科学基金(2020M672600)、中央引导地方科技发展专项资金(2021JH6/10500114)项目资助

## 0 引言

智能化的机械臂通常配有多模态感知单元,比如视觉传感器、惯性传感器,触觉传感器、力觉传感器等,通过多模态信息采集和处理来实现机械臂对自身和周围环境的感知功能<sup>[1]</sup>。虽然市场上已有的感知模块,比如深度相机、激光雷达和双目相机能够有效做出载体的运动估计和深度估计,但由于其感知空间受限、反射敏感、感知单元尺寸过大等原因而无法适用于机械臂随动感知系统<sup>[2]</sup>。而单目相机和惯性测量单元(inertial measurement unit, IMU)在响应速度、跟踪精度等方面具有异质和互补的特性。单目相机在快速运动、光照改变等情况下容易失效。IMU 能够快速地采集机械臂的运动信息,且不受光照等因素的影响,从而弥补单目相机感知的不足;同时,单目相机能够获得丰富的场景信息,通过视觉匹配完成回环检测与回环校正,从而有效地修正 IMU 的累计漂移误差<sup>[3]</sup>。即使存在相机跟踪失效,通过视觉惯性融合,机械臂仍然可以正常进行运动估计和场景感知。因此,本文将单目相机和 IMU 固定在机械臂末端,以在复杂、非结构化的环境下实现随动感知的功能。

通常,基于视觉惯性融合的机械臂姿态估计和环境感知的性能在很大程度上取决于单目相机、IMU 和机械臂之间的标定精度。三者之间的精确标定是可靠的运动跟踪、深度估计以及周围环境感知的前提。单目相机、IMU 和机械臂的联合标定目的是计算外参(即各坐标系之间的空间位置关系)和内参(IMU 偏差和噪声)。

本文提出了一种新颖的单目相机-IMU-机械臂的空间联合标定模型,该模型能够可靠且准确地关联单目相机、IMU 和机械臂之间的空间关系。在标定过程中,通过先估计旋转矩阵,再估计平移向量的方式来解决平移向量误差耦合到旋转矩阵估计的问题。针对传统的视觉 IMU 标定存在运动轨迹一致性差、6 自由度运动激励不足等问题,本文将单目视觉和 IMU 模块固定在重复定位精度高的机械臂末端,并设计了螺旋状运动轨迹,从而保证运动估计的一致性和 6 自由度充分激励。同时,还能有效抑制手持传感器造成的抖动和干扰影响。最后,搭建了单目相机-IMU-机械臂空间联合标定平台,通过系统的实验分析和测试,并与现有方法对比,验证了所提标定方法的有效性。

## 1 相关工作

目前关于配有多模态感知单元的智能机械臂随动感知研究越发广泛,它通过多模态信息采集和处理来实现机械臂对自身和周围环境的感知功能。虽然市场

上已有的感知模块,比如深度相机、激光雷达和双目相机能够有效做出载体的运动估计和深度估计,但现有的感知模块却无法适用于机械臂随动感知系统,原因有如下 3 点:1)受限的感知空间;2)对反射敏感;3)感知单元尺寸过大。

对单目相机、IMU 和机械臂进行可靠、准确的空间标定是实现基于视觉惯性融合的机械臂姿态估计和环境感知的前提<sup>[4]</sup>。本文提出了一种单目相机-IMU-机械臂的联合标定模型,分别进行单目相机-IMU 标定、单目相机-机械臂标定(手眼标定)、IMU-机械臂标定。目前,还没有学者发表与单目相机-IMU-机械臂联合标定相关的文献。同时,针对 IMU-机械臂标定的研究也很少,所以本节将简要介绍有关单目相机-IMU 标定和单目相机-机械臂标定的相关工作。

### 1.1 单目相机-IMU 标定

单目相机-IMU 联合标定可以分为在线标定和离线标定两种类型。在线标定通常是以即插即用的方式对视觉惯性传感器系统进行标定。Huang 等<sup>[5]</sup>提出一种双目相机-IMU 外参自动标定与在线估计的 VI-SLAM 算法。Kelly 等<sup>[6]</sup>提出了一种基于无迹卡尔曼滤波(UKF)的算法来进行单目相机和 IMU 的在线自标定。同样, Martinelli<sup>[7]</sup>提出了一种仅通过在短时间间隔内获取的传感器数据中的信息即可确定所有物理量的在线标定算法,其充分考虑了系统非线性。Zheng 等<sup>[8]</sup>提出了在线估计多约束条件下卡尔曼滤波框架中用于平面车辆视觉惯性里程计的标定参数。Qin 等<sup>[9]</sup>提出了一种在线初始化方法,可以在机械结构未知的情况下自动估计初始值和外参系数。而离线标定通常是在使用传感器之前采集大量的数据集并进行处理后得到的视觉惯性传感器系统外参,这种标定方法相对更准确、更可靠。在刘振彬等<sup>[10]</sup>提出的基于单目及惯导的同步定位与建图方案中,通过将单目相机方向与重力加速度方向对齐来计算旋转矩阵。平移向量通过使用外部设备来计算。但是,它要求 IMU 放置在中心,而单目相机置于转盘边缘,这在实际操作中很难实现。Park 等<sup>[11]</sup>估计四元数形式的旋转,然后进行定位操作以使测量值同步,接着通过对齐四元数旋转轴来计算旋转矩阵。通过这种方式,可以抑制四元数在旋转角分量中的噪声。Furgale 等<sup>[12]</sup>提出了在统一框架中利用最小化惯性加速度,角速度和内部偏差有关的误差项来估算时间偏移和空间变换关系。通过这种方式,可以解决运动跟踪失败的问题。通常,离线标定比在线标定更准确、更可靠,因为离线标定在采集数据集时可以重复移动轨迹来保证估计的一致性。但是在这些单目相机-IMU 标定研究中,多数将平移向量误差耦合到旋转矩阵估计中,从而影响标定的准确性和有效性。

## 1.2 单目相机-机械臂标定

对于单目相机和机械臂的联合标定,先将单目相机-机械臂装置从多个角度拍摄标定板来采集图像,再经过处理后估计单目相机和机械臂间的6自由度转换关系<sup>[13]</sup>。相机和机械臂的标定方法也可以分为两类,即眼在手上和眼在外。就眼在手上标定而言,Krittin等<sup>[14]</sup>提出了一种基于扭曲运动的伴随矩阵变换的手眼标定方法,该方法通过交替估计旋转矩阵和平移向量来迭代解决传统手眼标定精度较低的问题。Yuan等<sup>[15]</sup>基于非线性优化方法和反向投影方法,提出了一种用于低自由度手眼系统的去耦标定方法。就眼在外标定而言,Lee等<sup>[16]</sup>提出了一种端到端的标定框架来进行手眼标定。在初始时间对齐之后,先基于不同的预滤波方法执行静态变换估计,然后采用非线性优化来进行局部优化校准。Zhao<sup>[17]</sup>提出了通过最小化两个运动环路误差来校准RGB相机和机械臂的方法。基本上,眼在手上标定由于其灵活性强,不存在自我遮挡等优点更为可取。

## 2 单目相机-IMU-机械臂联合标定模型

在本节中,将主要介绍单目相机-IMU-机械臂的联合标定模型如图1所示。单目相机-IMU-机械臂的联合标定流程如图2所示,该模型由3个模块组成:单目相机-IMU标定,单目相机-机械臂标定和IMU-机械臂标定。单目相机和IMU的标定部分,标定了IMU的偏差和视觉IMU之间的空间变换矩阵;在单目相机和机械臂的标定部分,标定了旋转矩阵和平移分量;在机械臂和IMU的标定部分,标定了旋转矩阵和平移分量。最后将3部分空间变换矩阵带入到收敛模型中来判断标定结果是否收敛。

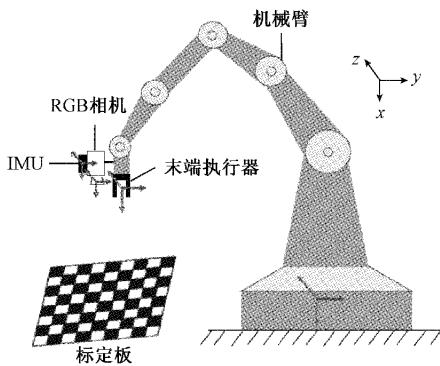


图1 单目相机-IMU-机械臂的空间联合标定模型

Fig. 1 Space joint calibration model of monocular camera-IMU-manipulator

## 2.1 单目相机-IMU标定

在这项工作中,我们假设角速度偏差和加速度偏差始终保持不变,然后可以通过最小化IMU旋转和单目相机旋转之间的差异值来计算偏差。在迭代过程中,估计的旋转矩阵 $\bar{R}_c^t$ 用于更新角速度偏差。

### 1) 角速度偏差估计

单目相机在时刻 $t$ 到 $t+1$ 之间的旋转可以由下式给出:

$$\begin{cases} \mathbf{R}_w^t = R_w^{Ct} \bar{R}_c^t \\ \mathbf{R}_w^{t+1} = R_w^{Ct+1} \bar{R}_c^t \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{R}_w^t$ 与  $\mathbf{R}_w^{t+1}$  分别表示  $t$  和  $t+1$  时刻从世界坐标系  $\{W\}$  到 IMU 坐标系  $\{I\}$  的旋转矩阵;同样,  $\mathbf{R}_w^{Ct}$  和  $\mathbf{R}_w^{Ct+1}$  分别表示  $t$  和  $t+1$  时刻从世界坐标系  $\{W\}$  到单目相机坐标系  $\{C\}$  的旋转矩阵。时刻  $t$  到  $t+1$  之间的单目相机旋转与 IMU 预积分的关系可以表示为:

$$\bar{\mathbf{R}}_h^{t+1} \text{Exp}(J_r^t \cdot b_t^g) = \bar{\mathbf{R}}_I^t \mathbf{R}_C^t \mathbf{R}_w^{Ct+1} \bar{\mathbf{R}}_c^t \quad (2)$$

其中,  $\bar{\mathbf{R}}_h^{t+1}$  表示 IMU 在  $t$  时刻和  $t+1$  时刻之间的旋转量;  $\bar{\mathbf{R}}_h^{t+1}$  表示  $t$  和  $t+1$  时刻预积分后的旋转增量;

$J_r(t) \doteq J_r(t)((\hat{\omega}_t^g - b_t^g)\Delta t)$  是  $SO(3)$  的右雅克比行列式;  $\mathbf{R}_C^t$  是  $t$  时刻从单目相机坐标系  $\{C\}$  到世界坐标系  $\{W\}$  的旋转矩阵;  $\mathbf{R}_w^{Ct+1}$  是  $t+1$  时刻从世界坐标系  $\{W\}$  到单目相机坐标系  $\{C\}$  的旋转矩阵;  $\bar{\mathbf{R}}_I^t$  和  $\bar{\mathbf{R}}_c^t$  分别是估算得到的从 IMU 坐标系  $\{I\}$  到单目相机坐标系  $\{C\}$  的旋转矩阵和从单目相机坐标系  $\{C\}$  到 IMU 坐标系  $\{I\}$  的旋转矩阵;  $\bar{\mathbf{R}}_h^{t+1}$  表示  $t$  和  $t+1$  时刻预积分后的旋转增量;  $b_t^g$  是估算得到的角速度偏差。通过使用对数运算,  $b_t^g$  可以被最小化为:

$$\hat{b}_t^g = \underset{b_t^g}{\operatorname{argmin}} \sum_{t=1}^{N-1} \|\log((\bar{\mathbf{R}}_h^{t+1} \text{Exp}(J_r^t \cdot b_t^g))^T \bar{\mathbf{R}}_I^t \mathbf{R}_C^t \mathbf{R}_w^{Ct+1} \bar{\mathbf{R}}_c^t)\| \quad (3)$$

该式可以通过 Levenberg-Marquart 非线性优化计算得到。

### 2) 单目相机-IMU 旋转矩阵估计

此处,旋转矩阵可以通过将时刻 $t$ 到 $t+1$ 之间的单目相机旋转与预积分处理后的IMU旋转对齐得到。假设在时间间隔 $[t, t+1]$ 之间,单目相机与IMU的姿态变化分别为 $cq_i^{t+1}$ 和 $rq_i^{t+1}$ 。尽管在不同的参考坐标系中, $cq_i^{t+1}$ 和 $rq_i^{t+1}$ 仍然表示相同的旋转。将单目相机坐标系转换为IMU坐标系的四元数 $q_c^t$ ,其满足以下关系:其满足以下关系:

$$rq_i^{t+1} = (q_c^t)^* \otimes_c q_i^{t+1} \otimes q_c^t \quad (4)$$

其中,  $(q_c^t)^*$  表示四元数  $q_c^t$  的共轭。然后,通过将以下函数最大化来获得最佳四元数  $\tilde{q}_c^t$ :

$$\tilde{q}_c^t = \arg \max_{q_c^t} ((rq_i^{t+1})^T ((q_c^t)^* \otimes_c q_i^{t+1} \otimes q_c^t)) \quad (5)$$

然后将式(5)得到的最佳四元数  $\tilde{q}_c^l = (x, y, z, w)$  转换为矩阵形式, 即可得到最优估计的单目相机与 IMU 间的旋转矩阵  $\tilde{\mathbf{R}}_c^l$ :

$$\tilde{\mathbf{R}}_c^l = \begin{bmatrix} 1 - 2y^2 - 2z^2 & 2xy + 2wz & 2xz - 2wy \\ 2xy - 2wz & 1 - 2x^2 - 2z^2 & 2yz + 2wx \\ 2xz + 2wy & 2yz - 2wx & 1 - 2x^2 - 2y^2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

### 3) 加速度计偏差估计

在时间间隔  $[i, j]$  内, 单目相机平移和 IMU 预积分平移之间的关系为:

$$\tilde{\mathbf{R}}_c^l t_{ci}^G = \sum_{t=i}^{j-1} \left\{ \Delta v_i^t \Delta t + \frac{1}{2} \mathbf{R}_h^h (\tilde{\alpha}_i^t - b_i^\alpha) \Delta t^2 \right\} \quad (7)$$

其中,  $\tilde{\mathbf{R}}_c^l$  是估算得到的单目相机与 IMU 之间的旋转矩阵;  $t_{ci}^G$  表示单目相机在  $i$  时刻和  $j$  时刻之间的平移;  $\Delta v_i^t$  表示时刻  $t$  相对于  $i$  帧的速度;  $\Delta t$  是 IMU 采样率;  $\mathbf{R}_h^h$  表示 IMU 在  $i$  时刻和  $j$  时刻之间的旋转。

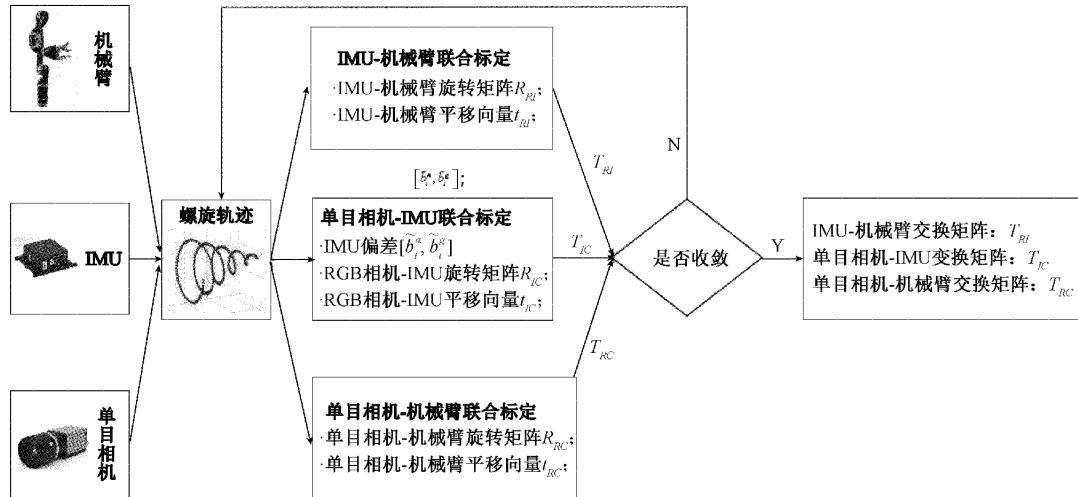


图2 单目相机-IMU-机械臂联合标定流程

Fig. 2 Flow chart for the joint calibration of monocular camera-IMU-manipulator

## 2.2 单目相机-机械臂标定

在本文的单目相机-IMU-机械臂联合标定模型中, 单目相机和 IMU 牢固地安装在机械臂末端。假设机械臂从位置  $R_1^C$  运动到  $R_2^C$ , 单目相机也将随着机械臂从  $C_1$  运动到  $C_2$ , 然后可以得到式(10):

$$R_1^C X_{RC} C_1 = R_2^C X_{RC} C_2 \quad (10)$$

其中,  $X_{RC}$  表示从单目相机坐标系  $\{C\}$  到机械臂末端执行器坐标系  $\{R\}$  的变换矩阵。经转换后可以得到:

$$R_2^{C^{-1}} R_1^C X_{RC} = X_{RC} C_2 C_1^{-1} \quad (11)$$

其中,  $R_2^{C^{-1}} R_1^C$  表示机械臂末端执行器的相对运动; 同样,  $C_2 C_1^{-1}$  表示单目相机的相对运动。 $R_2^{C^{-1}} R_1^C$  可通过计算编码器测量值得到;  $C_2 C_1^{-1}$  可以通过计算标定板坐标

最佳的加速度计偏差  $b_i^\alpha$  可以通过最小化以下函数来计算得到:

$$b_i^\alpha = \arg \min_{b_i^\alpha} \left\| \sum_{t=i}^{j-1} \left\{ \Delta v_i^t \Delta t + \frac{1}{2} \mathbf{R}_h^h (\tilde{\alpha}_i^t - b_i^\alpha) \Delta t^2 \right\} - \tilde{\mathbf{R}}_c^l t_{ci}^G \right\| \quad (8)$$

其中,  $\mathbf{R}_h^h$  表示第  $i$  帧和第  $t$  帧之间的旋转矩阵, 它被表示为  $\mathbf{R}_h^h = (\mathbf{R}_h^W)^T \mathbf{R}_h^W$ 。

### 4) 单目相机-IMU 平移向量估计

此处给定加速度偏差和角速度偏差  $[b_i^\alpha, b_i^\beta]$ 、单目相机-IMU 旋转矩阵  $\tilde{\mathbf{R}}_c^l$ , 得到单目相机坐标系  $\{C\}$  到 IMU 坐标系  $\{I\}$  的平移向量为:

$$\tilde{\mathbf{t}}_c^l = P_{fi}^h - \tilde{\mathbf{R}}_c^l P_{ci}^G \quad (9)$$

其中,  $P_{fi}^h$  是时间间隔  $[i, j]$  的惯性平移量, 它可以通过 IMU 预积分得到;  $P_{ci}^G$  是时间间隔  $[i, j]$  的单目相机平移量, 它可以通过标定板特征点跟踪得到。

系(也称为世界坐标系  $\{W\}$ )相对于单目相机坐标系  $\{C\}$  来得到。同样地, 将机械臂末端执行器旋转到另一个位置, 就可以得到:

$$R_3^{C^{-1}} R_2^C X_{RC} = X_{RC} C_3 C_2^{-1} \quad (12)$$

相对旋转矩阵  $\mathbf{R}_{RC}$  和平移向量  $\mathbf{t}_{RC}$  可以通过以下公式得到:

$$\begin{cases} R_{R_1}^C \mathbf{R}_{RC} = \mathbf{R}_{RC} R_{C_1} \\ R_{R_1}^C \mathbf{t}_{RC} + t_{R_1}^C = \mathbf{R}_{RC} \mathbf{t}_{C_1} + \mathbf{t}_{RC} \\ R_{R_2}^C \mathbf{R}_{RC} = \mathbf{R}_{RC} R_{C_2} \\ R_{R_2}^C \mathbf{t}_{RC} + t_{R_2}^C = \mathbf{R}_{RC} \mathbf{t}_{C_2} + \mathbf{t}_{RC} \end{cases} \quad (13)$$

其中,  $R_{R_1}^C$  和  $t_{R_1}^C$  分别对应于  $R_2^{C^{-1}} R_2^C$  的旋转和平移;

$R_{c_1}$  和  $t_{c_1}$  分别对应于  $C_2C_1^{-1}$  的旋转和平移。同样,  $R_{R_2}^C$  和  $t_{R_2}^C$  分别对应于  $R_3^{C^{-1}}R_2^C$  的旋转和平移;  $R_{c_2}$  和  $t_{c_2}$  分别代表  $C_3C_2^{-1}$  的旋转和平移。由于旋转矩阵也可以通过角轴的形式来表示, 即  $\mathbf{R}_R = \mathbf{R}_R(\mathbf{k}_R, \theta_R)$  ( $\mathbf{k}_R$  是旋转轴矢量,  $\theta_R$  是旋转角度的比例因子), 所以旋转矩阵  $\mathbf{R}_{RC}$  满足如下等式:

$$(\mathbf{k}_{R_1}, \mathbf{k}_{R_2}, \mathbf{k}_{R_1} \times \mathbf{k}_{R_2}) = \mathbf{R}_{RC}(\mathbf{k}_{c_1}, \mathbf{k}_{c_2}, \mathbf{k}_{c_1} \times \mathbf{k}_{c_2}) \quad (14)$$

转换得到:

$$\mathbf{R}_{RC} = (\mathbf{k}_{R_1}, \mathbf{k}_{R_2}, \mathbf{k}_{R_1} \times \mathbf{k}_{R_2})(\mathbf{k}_{c_1}, \mathbf{k}_{c_2}, \mathbf{k}_{c_1} \times \mathbf{k}_{c_2})^{-1} \quad (15)$$

通过将式  $R_{R_i}^C \mathbf{R}_{RC} = \mathbf{R}_{RC} R_{c_i}$  和  $R_{R_i}^C t_{RC} + t_{R_i}^C = \mathbf{R}_{RC} t_{c_i} + t_{RC}$  结合, 其中  $i = 1, 2$ , 可以得到:

$$\begin{bmatrix} R_{R_1}^C - I \\ R_{R_2}^C - I \end{bmatrix} t_{RC} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{RC} t_{c_1} - t_{R_1}^C \\ \mathbf{R}_{RC} t_{c_2} - t_{R_2}^C \end{bmatrix} \quad (16)$$

并可以得到平移向量  $t_{RC}$ :

$$t_{RC} = (A^T A)^{-1} A^T B \quad (17)$$

其中,  $A$  和  $B$  表示如下:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{A} = \begin{bmatrix} R_{R_1}^C - I \\ R_{R_2}^C - I \end{bmatrix} \\ \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{RC} t_{c_1} - t_{R_1}^C \\ \mathbf{R}_{RC} t_{c_2} - t_{R_2}^C \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (18)$$

### 2.3 IMU-机械臂标定

IMU-机械臂的标定可以通过齐次变换矩阵  $X_{RI}$  来制定。机械臂以设计好的轨迹运动, 即  $\{X'_{R1} \rightarrow X'_{R2} \rightarrow X'_{R3} \rightarrow \dots\}$ 。同时, IMU 也按照类似的轨迹(IMU 姿态序列)进行运动, 即  $\{I_1 \rightarrow I_2 \rightarrow I_3 \rightarrow \dots\}$ 。

与式(10)类似, IMU 和机械臂的位姿关系满足以下公式:

$$\begin{cases} R'_1 X_{RI} I_1 = R'_2 X_{RI} I_2 \\ R'_2 X_{RI} I_2 = R'_3 X_{RI} I_3 \end{cases} \quad (19)$$

经转换可得:

$$\begin{cases} R_2'^{-1} R'_1 X_{RI} = X_{RI} I_2 I_1^{-1} \\ R_3'^{-1} R'_2 X_{RI} = X_{RI} I_3 I_2^{-1} \end{cases} \quad (20)$$

以类似的方法, IMU 与机械臂之间的相对旋转  $R_{RI}$  和相对平移  $t_{RI}$  可以通过求解以下各式得到:

$$\begin{cases} R_{R_1}' R_{RI} = R_{RI} R_{I_1} \\ R_{R_1}' t_{RI} + t_{R_1}' = R_{RI} t_{I_1} + t_{RI} \\ R_{R_2}' R_{RI} = R_{RI} R_{I_2} \\ R_{R_2}' t_{RI} + t_{R_2}' = R_{RI} t_{I_2} + t_{RI} \end{cases} \quad (21)$$

其中,  $R_{R_1}'$  和  $t_{R_1}'$  分别对应于机械臂末端执行器坐标系变换  $R_2'^{-1} R_1'$  的旋转和平移;  $R_{I_1}$  和  $t_{I_1}$  分别对应于 IMU

坐标系变换  $I_2 I_1^{-1}$  的旋转和平移。同样,  $R_{R_2}'$  和  $t_{R_2}'$  分别对应于机械臂末端执行器坐标系变换  $R_3'^{-1} R_2'$  的旋转和平移;  $R_{I_2}$  和  $t_{I_2}$  分别对应于 IMU 坐标系变换  $I_3 I_2^{-1}$  的旋转和平移。

### 2.4 统一框架下的联合标定

在本文的单目相机-IMU-机械臂联合标定模型中, 由于单目相机和 IMU 牢牢固定在机械臂末端, 所以机械臂末端执行器坐标系  $\{R\}$ , IMU 坐标系  $\{I\}$  和单目相机坐标系  $\{C\}$  之间存在固有的几何约束。理论上, 变换矩阵  $T_{RC}, T_{RI}, T_{IC}$  满足以下几何关系:

$$T_{RC}^{-1} T_{RI} T_{IC} = I_{4 \times 4} \quad (22)$$

其中,  $T_{RC} = \begin{bmatrix} R_{RC} & t_{RC} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  表示从  $\{C\}$  到  $\{R\}$  的空间变换关系;  $T_{RI} = \begin{bmatrix} R_{RI} & t_{RI} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  表示从  $\{I\}$  到  $\{R\}$  的空间变换关系;  $T_{IC} = \begin{bmatrix} R_{IC} & t_{IC} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  表示从  $\{C\}$  到  $\{I\}$  的空间变换关系。

在本文的联合标定中, 通过评估变换矩阵  $\hat{T}_{RC}^{-1} \hat{T}_{RI} \hat{T}_{IC}$  和单位矩阵  $I_{4 \times 4}$  之间的相似性来判断标定是否达到收敛标准。 $\hat{T}$  表示根据测量结果计算得到的转换矩阵,  $\lambda_n, n = 1, 2, 3, 4$  表示变换矩阵  $\hat{T}_{RC}^{-1} \hat{T}_{RI} \hat{T}_{IC}$  在每个轴上的特征值:

$$|\lambda_n E - A| = 0 \quad (23)$$

其中  $E$  是四阶的单位矩阵,  $A = \hat{T}_{RC}^{-1} \hat{T}_{RI} \hat{T}_{IC}$ 。通过以下的方式, 将  $\lambda_n, n = 1, 2, 3, 4$  与对应于单位矩阵  $I_{4 \times 4}$  的每个轴上的特征值 1 进行比较, 从而判断标定结果是否收敛:

$$\lambda_n \leqslant 1, n = 1, 2, 3, 4 \quad (24)$$

## 3 实验结果与分析

### 3.1 实验平台

在本文的联合标定系统中如图 3 所示, 机械臂采用具有 6 个旋转关节的 Kinova Jaco2 仿生机械臂, 并将集成有单目相机和 IMU 模块的 Intel RealSense D435i 相机固定在机械臂末端。单目相机以 20 fps 的频率采集图像, 其图像分辨率为 640×480。单目相机内参的标准差小于 0.1 pixel。IMU 以 200 Hz 的频率采集数据, 并求出其惯性噪声项, 计算得到的加速度噪声及其偏置噪声分别为  $2.64 \times 10^{-2} \text{ m/s}^2$  和  $7.21 \times 10^{-4} \text{ m/s}^3$ , 角速度噪声及其偏置噪声分别为  $3.18 \times 10^{-3} \text{ rad/s}$  和  $3.07 \times 10^{-5} \text{ rad/s}^2$ 。RGB 图像、IMU 数据和机械臂姿态都通过时间戳来实现同步。实验的参数是在配备 2.6 GHz Intel Core i5 和 4G RAM 的笔记本电脑上计算得出的。

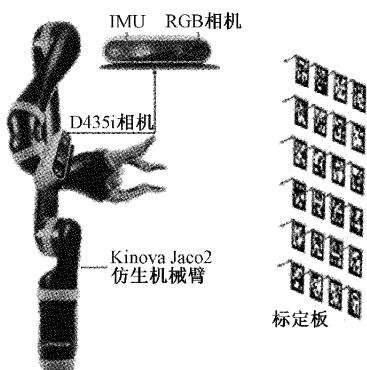


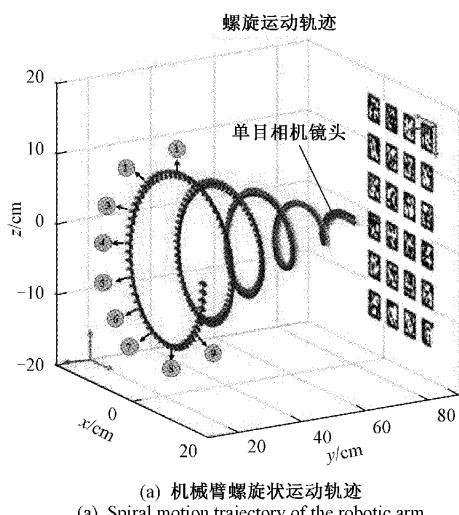
图3 搭建的单目相机-IMU-机械臂联合标定平台  
Fig. 3 Monocular camera-IMU-manipulator joint calibration platform

### 3.2 重复性测试

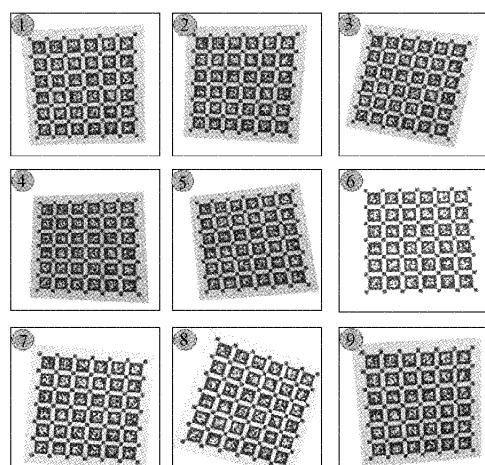
从机械臂读取的姿态信息将用于定义标定一致性的轨迹,因此本文需要提前测试 Kinova Jaco2 仿生机械臂的移动重复性。通过编程,使得机械臂按照预定义的螺旋状轨迹运动。本文设计了一个  $10 \times 10$  的标定板,标定板中每个点用  $1 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$  的正方形表示。机械臂周期性地经过棋盘点,超过 100 次。研究发现,机械臂始终指向棋盘点,平移误差小于  $0.08 \text{ mm}$ ,旋转误差小于  $0.2^\circ$ 。因此,验证了 Kinova Jaco2 仿生机械臂的重复定位精度可以满足实验要求。

### 3.3 轨迹设计

在测试中使用 April 板作为标定板,然后将安装有单目相机和 IMU 的机械臂在标定板前移动,以捕获图像序列中的 April 标定板图像。移动轨迹以螺旋方式行进,如图 4(a) 所示。在机械臂移动过程中提取的 9 个不同位置图像如图 4(b) 所示。本文所设计的螺旋轨迹能够完全均匀地激发 yaw-pitch-roll 旋转和平移。此外,为了满足在图像序列中捕获到标定板 April 格的假设,这些姿势始终能够使单目相机镜头指向标定板。



(a) 机械臂螺旋状运动轨迹  
(a) Spiral motion trajectory of the robotic arm



(b) 机械臂运动过程采集的图像1~9  
(b) Images collected during the movement of the robotic arm 1~9

图4 机械臂的移动轨迹及采集的部分图像

Fig. 4 Trajectory of the robotic arm and some images

机械臂的螺旋运动方式是:

$$\begin{cases} x = o_x \cdot \cos(\omega t + \theta_x) \\ y = o_y \cdot t + \theta_y \\ z = o_z \cdot \sin(\omega t + \theta_z) \end{cases} \quad (25)$$

其中,  $o_x = 0.3, o_y = 2, o_z = 0.3$  分别表示装置沿着  $x, y, z$  轴的移动比例;  $\omega = 1$  是角速度;  $\theta_x = 1, \theta_y = 80, \theta_z = 1$  是初始相位。

相应的 yaw-pitch-roll 旋转表示为:

$$\begin{cases} \text{yaw} = q_y \cdot (t + \alpha_y) \\ \text{pitch} = q_p \cdot (t + \alpha_p) \\ \text{roll} = q_r \cdot (t + \alpha_r) \end{cases} \quad (26)$$

其中,  $q_y = 0.001, q_p = 0.01, q_r = 0.001$  分别表示 yaw, pitch, roll 的旋转比例;  $\alpha_y = 2, \alpha_p = -1, \alpha_r = 1$  是初始角相位。

### 3.4 结果与分析

在实验部分,本文收集了 20 组视觉 IMU 和机械臂姿态数据,每次测试持续 60 s。估算的加速度偏差为  $[0.103 \text{ m/s}^2, -0.126 \text{ m/s}^2, -0.059 \text{ m/s}^2]$ ; 角速度偏差为  $[-0.0071 \text{ rad/s}, -0.0009 \text{ rad/s}, 0.0011 \text{ rad/s}]$ 。本文的标定方法已经与经典的 Kalibr 法和 Lobo 法做了比较,Kalibr 法和 Lobo 法自问世以来,一直被各国学者广泛学习引用,具有很重要的参考价值。因此,通过与 Kalibr 法和 Lobo 法的比较,足以验证本文所提标定方法的有效性。在图 5 中,可以看到本文方法得到的标定结果稳定性更高、一致性更好( $x-y-z$  平移和 yaw-pitch-roll 旋转)。主要原因是单目相机、IMU 和机械臂之间的空间关系被几何关联在标定模型中。而且,机械臂以预先设定的螺旋状轨迹运动,使得标定系统 6 自由度被充分激励,从而提高了标定的一致性,准确性和稳定性。

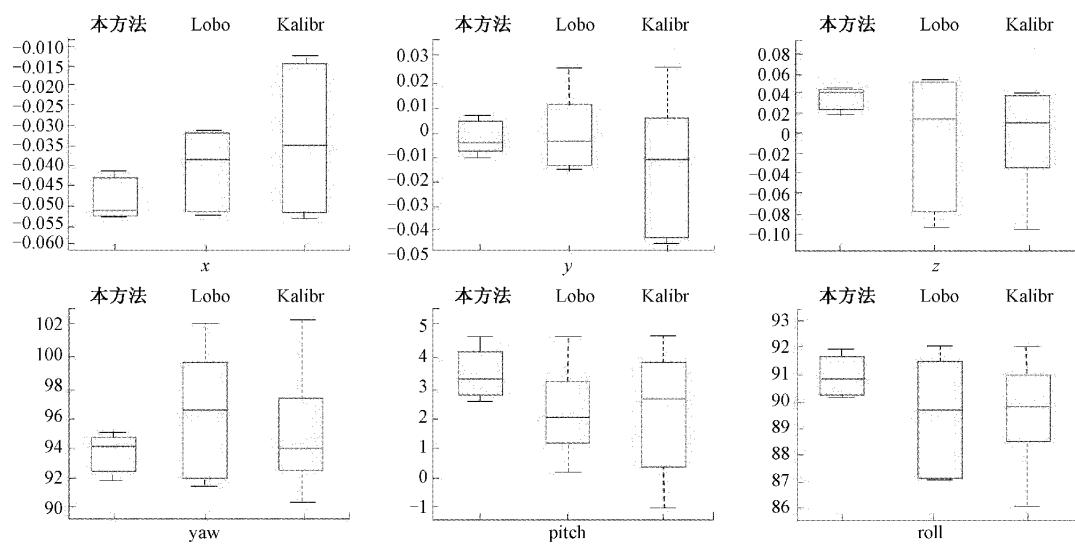


图 5 本方法与 Kalibr 法和 Lobo 法的标定结果比较

Fig. 5 Comparison between the calibration result of the proposed method, Kalibr and Lobo

由于本文提出的标定方法可以将平移分量的误差与旋转分量的误差完全解耦,而 Kalibr 法和 Lobo 法均存在耦合误差,所以得到相应的平移和旋转的平均值和均方根误差如表 1 所示。本文方法得到的 yaw、pitch、roll 旋

转的均方根误差分别为  $0.275^\circ$ 、 $0.697^\circ$ 、 $0.643^\circ$ ;在  $x$ 、 $y$ 、 $z$  平移的均方根误差分别为 5 mm, 7 mm 和 1 mm。从实验结果可以看出,与 Kalibr 法和 Lobo 法的平均值及均方根误差相比,本文提出的标定方法更加精确。

表 1 本方法与 Kalibr 法和 Lobo 法标定结果比较

Table 1 Comparison between the calibration result of the proposed method, Kalibr and Lobo

		平移/mm			旋转/deg		
		$x$	$y$	$z$	yaw	pitch	roll
本文方法	平均值	-49	-3	34	93.451	3.419	90.845
	均方根误差	5	7	1	0.275	0.697	0.643
Lobo 法	平均值	-52	-11	4	98.217	4.547	92.448
	均方根误差	41	34	45	2.665	3.431	1.976
Kalibr 法	平均值	-44	-5	22	96.373	2.205	89.617
	均方根误差	39	77	56	3.839	2.207	2.198

本文还对 3 种标定方法的重投影误差、加速度误差和角速度误差进行了分析和比较。如图 6(a)所示,本文方法的大部分重投影误差在小于 2 pixel 的收敛区域内。相比之下,使用 Kalibr 法和 Lobo 法的重投影误差收敛区域相对较大,分别为 5 pixel 和 4 pixel。如图 7(a)和(b)所示,本文方法标定后的加速度和角速度误差都呈现较为平缓的趋势。相比之下,图 7(c~f)中 Lobo 法和 Kalibr 法标定得到的加速度及

角速度偏差存在较大的波动。在图 7(g~i)中,加速度误差以三维形式绘制,本文方法的加速度误差收敛区域半径大约为 1.048,而 Lobo 和 Kalibr 的加速度误差收敛区域半径分别为 2.332 和 2.527。同样地,在图 7(j~l)中,角速度误差也以三维形式绘制,本文方法的收敛区域半径为 0.156,而 Lobo 和 Kalibr 的角速度误差收敛区域半径分别为 0.177 和 0.218。因此,验证了本文标定方法的有效性。

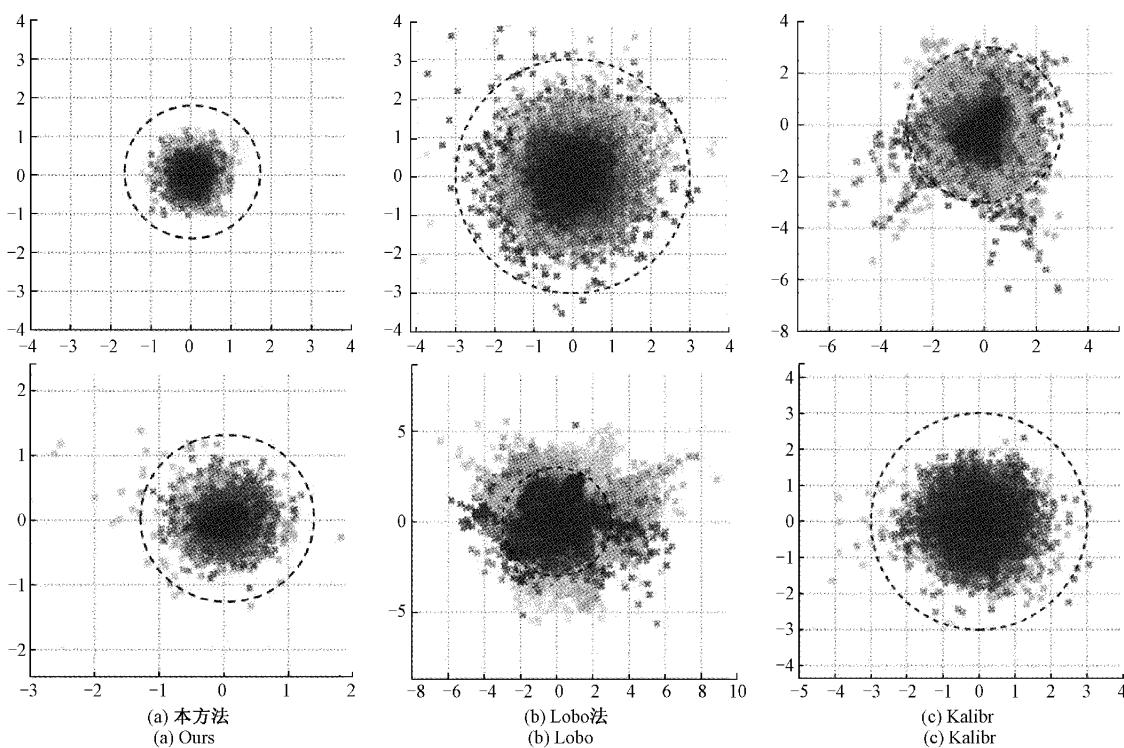
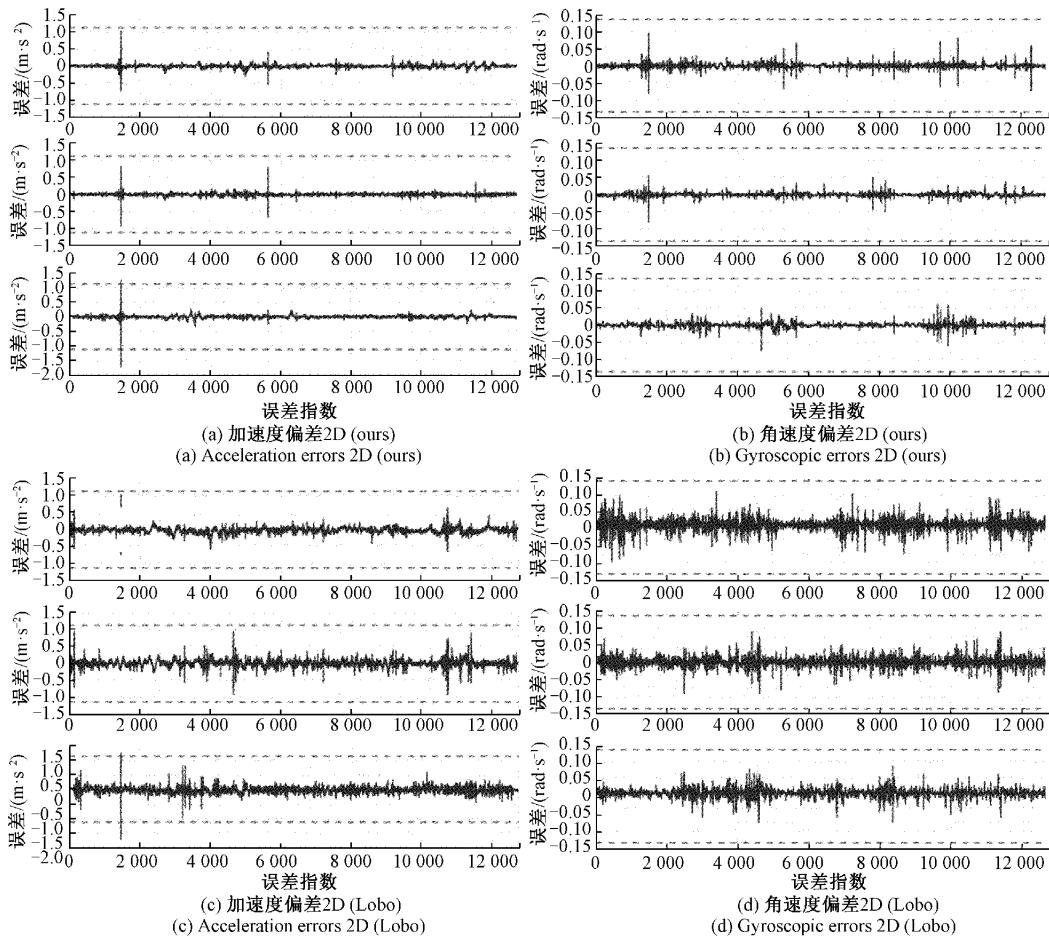


图 6 本方法与 Kalibr 法和 Lobo 法的重投影误差比较

Fig. 6 Comparison of the reprojection error between the proposed method, Kalibr and Lobo



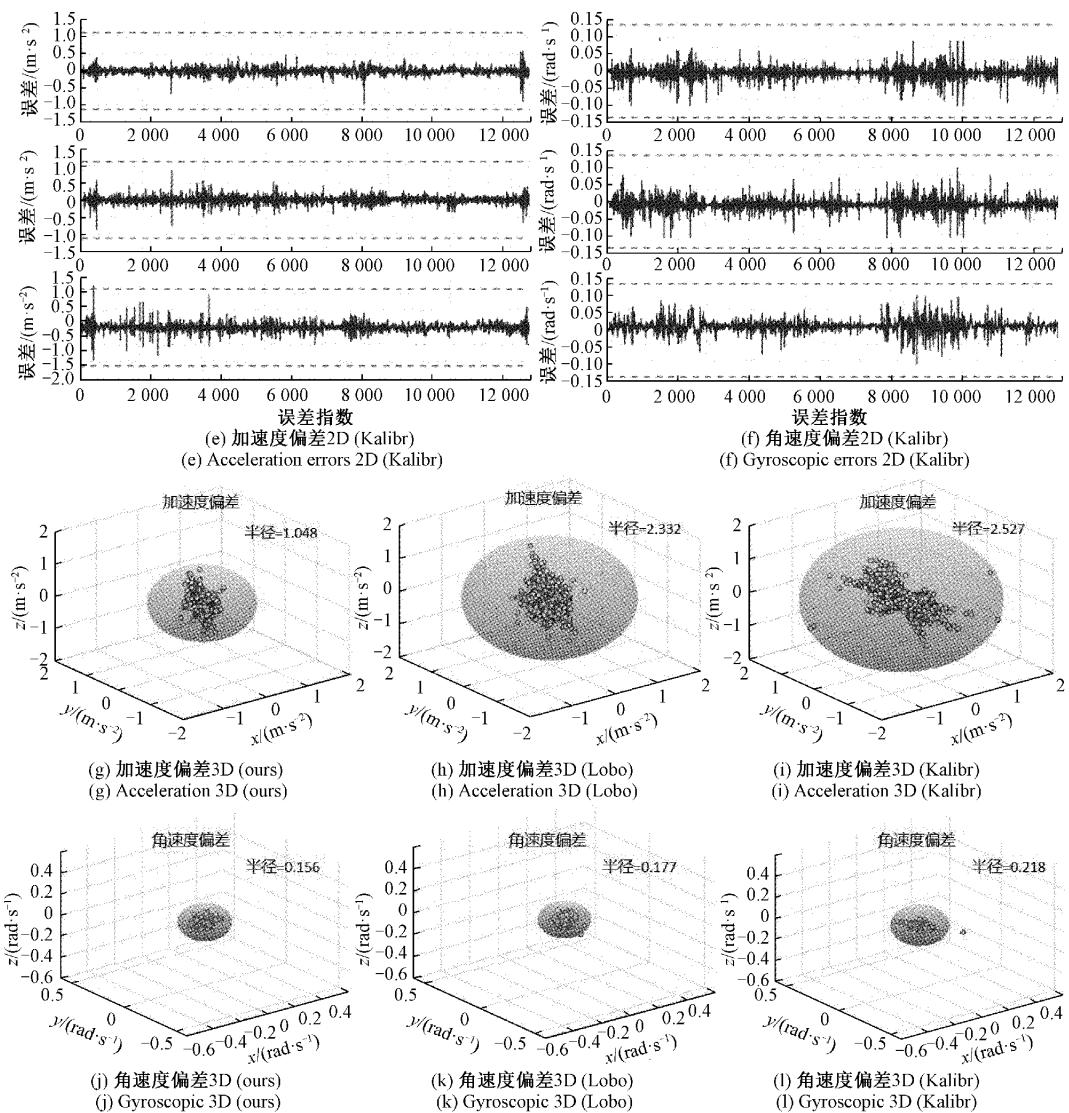


图7 本方法、Kalibr、Lobo 的加速度和角速度偏差比较

Fig. 7 Comparisons on acceleration errors and angular velocity errors using the proposed method, Kalibr and Lobo

## 4 结 论

本文提出了一种单目相机-IMU-机械臂的联合标定方法,它能够在几何上关联单目相机、IMU 和机械臂之间的空间关系(旋转和平移)。与传统的标定方法不同,该标定方法先估算旋转矩阵,再估算平移向量,从而避免了耦合误差对标定精度的影响。此外,本文设计了螺旋状的标定运动轨迹,通过该设计,可以均匀且重复地激励到传感器系统的 yaw-pitch-roll 旋转和 x-y-z 平移。最后,搭建了单目相机-IMU-机械臂空间联合标定平台,通过系统的实验分析和测试,并与 Kalibr 法和 Lobo 法比较,得到旋转和平移的均方根误差分别小于  $0.7^{\circ}$  和 7 mm,从而证明了本文所提标定方法的有效性。总之,该方法能够较

准确、稳定地估计单目相机、IMU 和机械臂之间的空间位姿关系,为后续开展基于视觉惯性融合的智能机械臂随动感知研究打下基础。

## 参考文献

- [1] 姚二亮, 张合新, 张国良, 等. 基于 Vision-IMU 的机器人同时定位与地图创建算法 [J]. 仪器仪表学报, 2018, 39(4): 230-238.
- YAO ER L, ZHANG H X, ZHANG G L, et al. Robot simultaneous localization and mapping algorithm based on vision and IMU [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2018, 39(4): 230-238.
- [2] JO H G, LEE W, KIM E. Mixture density-posenet and its application to monocular camera-based global localization [J]. IEEE Transactions on Industrial

- Informatics, 2020, 99:1-1.
- [ 3 ] 王鑫, 李伟, 曾子铭, 等. 热像仪-RGB 相机-IMU 传感器的空间联合标定方法[J]. 仪器仪表学报, 2020, 11: 216-225.
- WANG X, LI W, ZENG Z M, et al. Spatial calibration of thermal imager-rgb camera-IMU sensor[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 11: 216-225.
- [ 4 ] DONG X, DONG X, DONG J, et al. Monocular visual-IMU odometry: A comparative evaluation of detector-descriptor-based methods [J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2020, 21: 2471-2484.
- [ 5 ] HUANG W, LIU H, WAN W. An online initialization and self-calibration method for stereo visual-inertial odometry[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2020, 99: 1-18.
- [ 6 ] KELLY J, SUKHATME G S. Visual-inertial sensor fusion: Localization, mapping and sensor-to-sensor self-calibration [J]. International Journal of Robotics Research, 2011, 30:56-79.
- [ 7 ] MARTINELLI A. Vision and IMU data fusion: Closed-form solutions for attitude, speed, absolute scale, and bias determination[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2012, 28:44-60.
- [ 8 ] ZHENG X, MORATTO Z, LI M, et al. Photometric patch-based visual-inertial odometry [C]. IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), 2017, 62: 3264-3271.
- [ 9 ] QIN T, SHEN S. Online temporal calibration for monocular visual-inertial systems [C]. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), 2018, 56:3662-3669.
- [ 10 ] 刘振彬, 危双丰, 庞帆, 等. 基于单目及惯导的同步定位与建图方案[J]. 测绘科学, 2020, 45:90-99.
- LIU ZH B, WEI SH F, PANG F, et al. Synchronous positioning and mapping scheme based on monocular and inertial navigation [J]. Science of Surveying and Mapping, 2020, 45:90-99.
- [ 11 ] PARK K, KIM S, SOHN K. High-precision depth estimation with the 3D lidar and stereo fusion[C]. IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), 2018: 2156-2163.
- [ 12 ] FURGALE P, REHDER J, SIEGWART R. Unified temporal and spatial calibration for multi-sensor systems[C]. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), 2013, 46: 1280-1286.
- [ 13 ] WU H, WANG Z, ZHOU K. Simultaneous localization and appearance estimation with a consumer RGB-D camera [J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2016, 22: 2012-2023.
- [ 14 ] KRITTIN T, PACHTRACHAI C, FRANCISCO M, et al. Adjoint transformation algorithm for hand-eye calibration with applications in robotic assisted surgery[J]. Annals of biomedical engineering, 2018, 41:5868-5873.
- [ 15 ] YUAN T, ZHANG H K, ZHI C, et al. Calibration method for hand-eye system with rotation and translation couplings[J]. Applied optics, 2019, 58:5375-5387.
- [ 16 ] LEE S, SHIM S, HA H, et al. Simultaneous optimization of patient-image registration and hand-eye calibration for accurate augmented reality in surgery[J]. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, 2020, 99:1242-1256.
- [ 17 ] ZHAO Z. Simultaneous robot-world and hand-eye calibration by the alternative linear programming [J]. Pattern Recognition Letters, 2018, 127:174-180.
- [ 18 ] FURGALE P, REHDER J, SIEGWART J. Unified temporal and spatial calibration for multi-sensor systems[C]. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), 2013, 15: 1280-1286.
- [ 19 ] LOBO J, DIAS J. Relative pose calibration between visual and inertial sensors[C]. International Journal of Robotics Research(IJRR), 2007, 26: 561-575.

### 作者简介



**王鑫**, 2003 年于中国人民解放军空军航空大学获得学士学位, 2008 年于东北大学获得硕士学位, 2016 年于东北大学获得博士学位, 现为沈阳建筑大学信息与控制工程学院副教授, 研究生导师, 主要研究方向为视觉惯性导航和计算机视觉。

E-mail: wangx7988@sjzu.edu.cn

**Wang Xin** received his B. Sc. degree from Aviation University of PLA Air Force in 2003, received his M. Sc. degree and Ph. D. degree both from Northeastern University in 2008 and 2016. He is currently an associate professor in the Information and Control Engineering Faculty at Shenyang Jianzhu University. His main research interests include visual inertial navigation and computer vision.



**李伟**, 2019 年于沈阳建筑大学获得学士学位, 现就读于沈阳建筑大学控制科学与工程专业研究生, 主要研究方向为视觉惯性导航、多源信息融合。

E-mail: 2625934840@qq.com

**Li Wei** received his B. Sc. degree from Shenyang Jianzhu University in 2019. He is currently a graduate

student of Control Science and Engineering at Shenyang Jianzhu University. His main research interests include visual inertial navigation and multi-source information fusion.



梁炜,1999 年于中国科学院大学获得硕士学位,2002 年于中国科学院大学获得博士学位,现为中国科学院沈阳自动化研究所研究员,主要研究方向为工业无线传感器网络、智能制造。

E-mail: weiliang@sia.ac.cn

**Liang Wei** received her M. Sc. degree and Ph. D. degree both from Chinese Academy of Sciences University in 1999 and 2002. She is currently a researcher at Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences. Her main research interests include industrial wireless sensor network, intelligent manufacturing.



张华良,1998 年于华中理工大学获得学士学位,2003 年于沈阳工业大学获得硕士学位。2010 年于中国科学院研究生院获得博士学位,现为中国科学院沈阳自动化研究所副研究员,研究方向为机器人操作系统。

E-mail: zhanghualiang@sia.ac.cn

**Zhang Hualiang** received his B. Sc. degree from Huazhong University of Science and Technology in 1998, received his M. Sc. degree from Shenyang University of Technology in 2003, and received his Ph. D. degree from Chinese Academy of Sciences University in 2010. He is currently an associate researcher at Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences. His main research interest is robot operating system.



张吟龙(通信作者),2010 年于沈阳建筑大学获得学士学位,2019 年于中国科学院大学获得博士学位,现为中国科学院沈阳自动化研究所副研究员,主要研究方向为工业视觉、多源信息融合。

E-mail: zhangyinlong@sia.ac.cn

**Zhang Yinlong** (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Shenyang Jianzhu University in 2010, and received his Ph. D. degree from Chinese Academy of Sciences University in 2019. He is currently an associate researcher at Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences. His main research interests include industrial vision and multi-source information fusion.