

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2107460

考虑热误差的双转台机床工艺误差谱预测方法^{*}

吴 石,樊正东,刘献礼,李传东,王春风

(哈尔滨理工大学先进制造智能化技术教育部重点实验室 哈尔滨 150080)

摘 要:五轴数控机床的几何误差和热误差是影响工件加工精度的两个重要因素,对这些误差因素进行分析可以有效提高薄壁工件的加工精度。本文首先基于齐次坐标变换法,建立了双转台五轴数控机床的旋转轴几何误差模型;然后基于对标准球进行在机接触测量,辨识得出两旋转轴的12项几何误差,这些误差考虑了两旋转轴之间的相互影响和其热误差的影响;最后分析五轴数控机床加工空间的几何误差场,在该加工空间内几何误差从中心到外侧逐渐增加,当A轴旋转角度增加时,误差的最大值也随之增加。与其它位置误差辨识方法相比,本方法的测量精度符合加工要求,测量时间只需要30 min。

关键词:五轴数控机床;双旋转轴;几何误差;热误差;空间误差场

中图分类号: TH161+.21

文献标识码: A

国家标准学科分类代码: 460.3599

A prediction method of process error spectrum for double turntable machine tool considering thermal error

Wu Shi, Fan Zhengdong, Liu Xianli, Li Chuandong, Wang Chunfeng

(Key Laboratory of Advanced Manufacturing Intelligent Technology of Ministry of Education, Harbin University of Science and Technology, Harbin 150080, China)

Abstract: Geometric error and thermal error of the five-axis CNC machine tool are two important factors that affect the machining accuracy of workpiece. The analysis of these error factors can effectively improve the machining accuracy of thin-walled workpiece. Firstly, based on the homogeneous coordinate transformation method, the geometric error model of rotating axis of five-axis CNC machine tool with double turntable is formulated. Then, on the basis of standard ball, the machine contact measurement is carried out. Twelve geometric errors of the two rotating axles are identified. These errors consider the mutual influence between the two rotating axles and the influence of thermal error. Finally, the geometric error field in the machining space of five-axis CNC machine tool is analyzed. In this machining space, the geometric error gradually increases from the center to the outside. When the rotation angle of axle increases, the maximum error also increases. Compared with other position error identification methods, the measurement accuracy of the proposed method meets the processing requirements. The measurement time only needs 30 min.

Keywords: five-axis CNC machine tool; dual-rotation axis; geometric error; thermal error; spatial error field

0 引 言

五轴数控机床具有走刀路径灵活、加工表面复杂、生产效率高等优点,航空航天薄壁类零件多使用五轴数控加工,但机床的几何误差和热误差是影响薄壁件加工精度的两个最大误差源^[1],其中旋转轴的直线度误差和角度误差等对叶轮类零件加工的影响较大^[2-3]。这样,对五

轴数控机床几何误差进行快速辨识、误差补偿是提高薄壁类零件加工精度的有效手段之一。

辨识五轴机床旋转轴的各项几何误差,首先需要误差建模,目前国内外有多种建模方法。Fu等^[4]基于机床各轴的微分运动矩阵,构造雅可比矩阵来补偿机床的综合误差分量。Zhong等^[5]将机床系统作为多刚体系统,建立几何误差模型,在此基础上提出了一种计算各平动轴定位误差的改进辨识方法,基于最小二乘法计算机床

收稿日期:2021-01-30 Received Date: 2021-01-30

^{*} 基金项目:国家自然科学基金(51720105009,51675146)项目资助

任意位置的误差值。Li 等^[6]基于多系统理论的建模方法,引入全局灵敏度指数和局部灵敏度指数的定义,对五轴机床进行误差灵敏度分析。Xiang 等^[7]利用螺旋理论对机床的正运动学和逆运动学进行建模,用旋转轴的转动误差来表示 5 个轴的 41 项误差。

误差辨识是求解几何误差模型,得出各项几何误差的关键步骤,激光干涉仪是应用较多的机床误差检测工具。He 等^[8]使用激光干涉仪提出了双光路测量法,用于识别机床旋转轴沿其误差敏感方向的误差参数,该方法无需进行误差建模且操作较为简便,但一些误差项的测量精度提升不够显著。皮世威等^[9]采用旋转轴与直线轴相结合的方法,使用激光干涉仪对双转台五轴数控机床旋转轴进行几何精度测量,此方法对直线轴的直线度误差测量精度要求高,否则会影响到旋转轴误差的测量。Zheng 等^[10]用激光干涉法测量直线轴的定位误差和旋转轴的径向误差,用激光准直法测量其他 5 个自由度的几何误差,该测量过程较为复杂和精密,如果测量不够精准会导致误差较大。

球杆仪是当前测量旋转轴误差的手段之一。Fan 等^[11]提出了基于双球杆仪的五轴机床几何误差辨识方法,根据双球的相对位移方程进行误差辨识,该方法仅对单一的旋转轴进行了测量,没有考虑到另一旋转轴的影响。Flynn 等^[12]开发了一种虚拟机床,用于仿真机床的几何误差和测试过程,该方法允许测量过程高度自动化,并且不需要修改硬件来消除设置错误,但是测试过程需要较为熟练的操作技能。Xia 等^[13]提出了一种基于双球杆的解耦方法来识别旋转轴的几何误差,该方法是基于忽略了旋转轴的倾斜度的假设,但实际上此项误差影响也较大。Li 等^[14]提出了一种利用双球杆识别旋转轴上位置相关几何误差的方法,该方法可以识别所有旋转轴的位置相关几何误差,倾向于角定位误差,对于直线度误差的测量不够精确。

除以上两大类检测五轴数控机床几何误差的方法外,还有通过测量各种标准件如方块和圆柱等,来辨识直线轴和旋转轴的各项几何误差。Ibaraki 等^[15]基于在机测量实现五轴数控机床的旋转轴误差图的定期检查和数值补偿,但对测试件的要求较高且对机床通用性考虑不够。Chen 等^[16]基于在机测量安装在倾斜旋转台上的标准球,来实现机床五轴机床旋转轴定位误差测量。测量中只采用了一个标准球,因此需要旋转多次进行测量,过程复杂且精度不能保证。

此外还有一些其他辨识方法,如 Jiang 等^[17]等提出了利用一组加工图形识别五轴倾斜头机床定位误差的方法,可以解耦和识别线性轴和旋转轴的位置误差,该方法用于测量定位误差,对于其他项误差未进行测量。Li 等^[18]提出了一种基于 R-test 法识别五轴机床旋转轴的

12 个几何误差分量的新方法,但建模过程复杂,且会引入其它误差影响仿真结果。余永维等^[19]通过圆运动轨迹与误差源的映射关系实现对运动误差快速准确智能溯源和辨识。

以上提到的各种误差辨识方法都有一些不足之处,如测量设备成本较高、测量时间较长、误差项单一等问题。本文首先基于齐次坐标变换法,建立了双转台五轴数控机床的旋转轴几何误差模型,然后基于标准球进行在机测量,辨识出两旋转轴的 12 项几何误差,这些误差考虑了两旋转轴之间的相互影响和其热误差的影响,最后分析了五轴数控机床加工空间的几何误差场。该方法可以辨别由 ISO 230-7 所定义的所有位置误差,在测量过程中不需要改变安装好的标准球相对位置,并且不会引入设备安装误差,安装调试较为简便,与激光干涉仪等直接测量装置相比该装置成本也相对较低,具有通用性。

1 双转台五轴机床的旋转轴几何误差建模

本文以拓璞 VMC-C50 五轴机床为例,该机床主要是由直线轴 X 轴、Y 轴、Z 轴和旋转轴 A 轴、C 轴所构成。由于 A 轴承担工作台的摆动运动,因此会承受较大的力,所以 A 轴的各项几何误差较大;C 轴工作台安装在 A 轴上,两旋转轴形成了同时旋转的双转台结构。双转台五轴机床结构刚度较好,适合于薄壁零件的加工。其结构如图 1 所示。

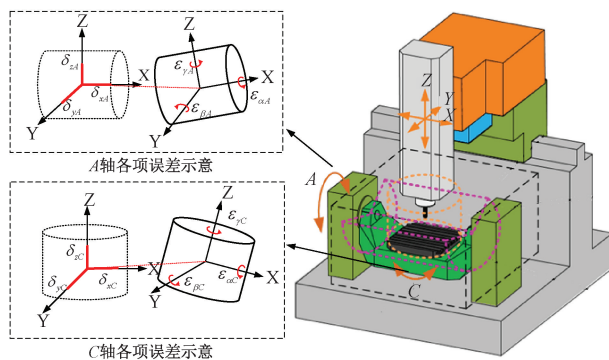


图 1 双转台五轴机床结构

Fig. 1 Structure of a five-axis machine tool with double turntable

1.1 旋转轴理想状态下几何误差建模

双转台五轴机床的直线轴几何误差较旋转轴的误差小,可通过数控程序进行补偿,假设不考虑直线轴误差。旋转轴位置误差是旋转轴在旋转空间中心轴线的位置误差,因旋转轴之间受重力、加速度、惯性力等不确定因素的影响,导致不同 A 轴摆动角度下存在着不同的 C 轴位



置误差。根据图 1 所示各项误差,列出了 A、C 旋转轴的位置误差并描述了每项误差的来源,如表 1 所示。

表 1 旋转轴位置误差及误差来源
Table 1 The average position error of the rotating axis and its source

位置误差定义	误差来源
$\varepsilon_{\alpha A}$	A 轴的平均角定位误差
$\varepsilon_{\beta A}$	A 轴绕 Y 轴旋转的平均角误差
$\varepsilon_{\gamma A}$	A 轴绕 Z 轴旋转的平均角误差
δ_{xA}	A 轴沿 X 轴方向的平均线误差
δ_{yA}	A 轴沿 Y 轴方向的平均线误差
δ_{zA}	A 轴沿 Z 轴方向的平均线误差
$\varepsilon_{\alpha C}(A_i)$	A_i 处 C 轴绕 X 轴的平均角误差
$\varepsilon_{\beta C}(A_i)$	A_i 处 C 轴绕 Y 轴的平均角误差
$\varepsilon_{\gamma C}(A_i)$	A_i 处 C 轴绕 Z 轴的平均定位误差
$\delta_{xC1}(A_i)$	A_i 处 C 轴沿 X 轴的平均线误差
$\delta_{yC1}(A_i)$	A_i 处 C 轴沿 Y 轴的平均线误差
$\delta_{zC1}(A_i)$	A_i 处 C 轴沿 Z 轴的平均线误差

根据双转台五轴机床各轴之间的坐标转换关系, X、Y、Z 表示刀尖位置在所定义的工件坐标系中三个方向的位置坐标, I、J、K 表示刀具在工件坐标系中的姿态, 设定无误差情况下刀尖位置为: $\mathbf{p} = (X \ Y \ Z \ 1)^T$, 无误差情况下的刀具姿态为: $\mathbf{v} = (I \ J \ K \ 0)^T$ 。

$$\mathbf{p}_1 = [T(x) \cdot T(y) \cdot T(z)]^{-1} \cdot \mathbf{R}(a) \cdot \mathbf{R}(c) \cdot \mathbf{p}_2 \quad (1)$$

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{R}(a) \cdot \mathbf{R}(c) \cdot \mathbf{v}_2 \quad (2)$$

$$\text{式中: } T(x) \cdot T(y) \cdot T(z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}(a) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(a) & -\sin(a) & 0 \\ 0 & \sin(a) & \cos(a) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}(c) = \begin{bmatrix} \cos(c) & -\sin(c) & 0 & 0 \\ \sin(c) & \cos(c) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

x, y, z 分别为直线轴 X、Y、Z 的位移量, a, c 为 A 轴和 C 轴的旋转角度。

当起始刀尖点的位置 $\mathbf{p}_1 = (0 \ 0 \ 0 \ 1)^T$, 起始刀具的姿态 $\mathbf{v}_1 = (0 \ 0 \ 1 \ 0)^T$ 时, 经坐标变换后得到理想情

况下刀具的位置和姿态^[20]:

$$\mathbf{p} = \mathbf{R}(-c) \cdot \mathbf{R}(-a) \cdot T(x) \cdot T(y) \cdot T(z) \cdot \mathbf{p}_1 \quad (3)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{R}(-c) \cdot \mathbf{R}(-a) \cdot \mathbf{v}_1 \quad (4)$$

对式(3)、(4)进一步计算得到式(5):

$$\begin{cases} X = x \cdot \cos c + y \cdot \sin c \cdot \cos a + z \cdot \sin c \cdot \sin a \\ Y = -x \cdot \sin c + y \cdot \cos c \cdot \cos a + z \cdot \cos c \cdot \sin a \\ Z = -y \cdot \sin a + z \cdot \cos a \\ I = \sin c \cdot \sin a \\ J = \cos c \cdot \sin a \\ K = \cos a \end{cases} \quad (5)$$

式(5)表示在无误差的情况下刀具的位置和姿态在所建立的工件坐标系中的值, 均为关于直线轴位移量 x, y, z 和旋转轴转动角度 a, c 的函数。

1.2 旋转轴实际状态下几何误差建模

实际上, 两旋转轴存在 12 项几何误差。用 X', Y' 和 Z' 表示刀尖点在工件坐标系中的位置, I', J' 和 K' 表示刀具在工件坐标系中的实际姿态。在工件坐标系中刀具实际位置和姿态矩阵是通过刀具的理想情况下位置和姿态矩阵乘以两旋转轴误差变换矩阵 $\mathbf{E}_A$ 和 $\mathbf{E}_C$ 得到的, 如式(6)、(7)所示:

$$\mathbf{p}_1 = [T(x) \cdot T(y) \cdot T(z)]^{-1} \cdot \mathbf{T}_{EA} \cdot \mathbf{R}_{EA} \cdot \mathbf{R}(a) \cdot \mathbf{T}_{EC}(A_i) \cdot \mathbf{R}_{EC}(A_i) \cdot \mathbf{R}(c) \cdot \mathbf{p}_2 \quad (6)$$

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{R}_{EA} \cdot \mathbf{R}(a) \cdot \mathbf{R}_{EC}(A_i) \cdot \mathbf{R}(c) \cdot \mathbf{v}_2 \quad (7)$$

基于小误差假设, 忽略高阶项后得到 $\mathbf{E}_A, \mathbf{E}_C$:

$$\mathbf{E}_A = \mathbf{T}_{EA} \cdot \mathbf{R}_{EA} \approx \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_{\gamma A} & \varepsilon_{\beta A} & \delta_{xA} \\ \varepsilon_{\gamma A} & 1 & -\varepsilon_{\alpha A} & \delta_{yA} \\ -\varepsilon_{\beta A} & \varepsilon_{\alpha A} & 1 & \delta_{zA} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{E}_C = \mathbf{T}_{EC}(A_i) \cdot \mathbf{R}_{EC}(A_i) \approx \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_{\gamma C}(A_i) & \varepsilon_{\beta C}(A_i) & \delta_{xC1}(A_i) \\ \varepsilon_{\gamma C}(A_i) & 1 & -\varepsilon_{\alpha C}(A_i) & \delta_{yC1}(A_i) \\ -\varepsilon_{\beta C}(A_i) & \varepsilon_{\alpha C}(A_i) & 1 & \delta_{zC1}(A_i) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}。$$

当起始刀尖点的位置 $\mathbf{p}_1 = (0 \ 0 \ 0 \ 1)^T$, 起始刀具的姿态 $\mathbf{v}_1 = (0 \ 0 \ 1 \ 0)^T$ 时, 经过坐标变换后得到实际情况下的刀具位置表达式 $\mathbf{p}' = (X' \ Y' \ Z' \ 1)^T$ 和刀具姿态表达式 $\mathbf{v}' = (I' \ J' \ K' \ 1)^T$, 如式(8)、(9)所示:

$$\mathbf{p}' = \mathbf{R}(-c) \cdot [f_x(x, y, z, a) \ f_y(x, y, z, a) \ f_z(x, y, z, a) \ 1]^T \quad (8)$$

$$\mathbf{v}' = \mathbf{R}(-c) \cdot [f_i(a) \ f_j(a) \ f_k(a) \ 1]^T \quad (9)$$

式(8)、(9)展开后得到式(10):

$$\begin{cases} X' = \cos c \cdot f_x(x, y, z, a) + \sin c \cdot f_y(x, y, z, a) \\ Y' = -\sin c \cdot f_x(x, y, z, a) + \cos c \cdot f_y(x, y, z, a) \\ Z' = f_z(x, y, z, a) \\ I' = \cos c \cdot f_i(a) + \sin c \cdot f_j(a) \\ J' = -\sin c \cdot f_i(a) + \cos c \cdot f_j(a) \\ K' = f_k(a) \end{cases} \quad (10)$$

式中:

$$\begin{cases} f_x(x, y, z, a) = x + y \cdot \varepsilon_{\gamma A} - z \cdot \varepsilon_{\beta A} - \delta_{xA} + \\ \quad \varepsilon_{\gamma C} \cdot (y \cos a + z \sin a) + \\ \quad \varepsilon_{\beta C} \cdot (y \sin a - z \cos a) - \delta_{xC1} \\ f_y(x, y, z, a) = -x \cdot \varepsilon_{\gamma C} + (y - x \cdot \varepsilon_{\gamma A} + \\ \quad z \cdot \varepsilon_{\alpha A} - \delta_{yA} + z \cdot \varepsilon_{\alpha C}) \cdot \cos a + \\ \quad (z + x \cdot \varepsilon_{\beta A} - y \cdot \varepsilon_{\alpha A} - \delta_{zA} - \\ \quad y \cdot \varepsilon_{\alpha C}) \cdot \sin a - \delta_{yC1} \\ f_z(x, y, z, a) = x \cdot \varepsilon_{\beta C} + (x \cdot \varepsilon_{\gamma A} - z \cdot \varepsilon_{\alpha C} - \\ \quad y - z \cdot \varepsilon_{\alpha A} + \delta_{yA}) \cdot \sin a + \\ \quad (x \cdot \varepsilon_{\beta A} - y \cdot \varepsilon_{\alpha C} - y \cdot \varepsilon_{\alpha A} + \\ \quad z - \delta_{zA}) \cdot \cos a - \delta_{zC1} \\ f_i(a) = -\varepsilon_{\beta A} + \sin a \cdot \varepsilon_{\gamma C} - \cos a \cdot \varepsilon_{\beta C} \\ f_j(a) = \cos a \cdot \varepsilon_{\alpha A} + \sin a \cdot \varepsilon_{\alpha C} \\ f_k(a) = -\sin a \cdot \varepsilon_{\alpha C} - \sin a \cdot \varepsilon_{\alpha A} + \cos a \end{cases} \quad (11)$$

式(10)为实际情况下刀尖点位置和刀具姿态表达式。当式中的各误差项为0时,该式与无误差情况下刀具位置和姿态公式相同。

机床旋转轴的空间几何误差可以表示为存在各项几何误差的情况下刀具的位置姿态与理论上无误差时的位置姿态的差值,如式(12)所示:

$$\begin{cases} \mathbf{E}_p = \mathbf{p}' - \mathbf{p} \\ \mathbf{E}_v = \mathbf{v}' - \mathbf{v} \end{cases} \quad (12)$$

式中: $\mathbf{E}_p$ 表示刀尖点在加工空间的位置误差; $\mathbf{E}_v$ 表示刀具在加工空间的姿态误差。

由此建立加工空间的综合几何误差 ΔE , 如式(13)所示。

$$\Delta E = \sqrt{(X' - X)^2 + (Y' - Y)^2 + (Z' - Z)^2} \quad (13)$$

2 双旋转轴位置误差辨识方法

2.1 基于双标准球的 A 轴位置误差的辨识方法

为求解出两旋转轴的各项位置误差,本文根据标准球在五轴机床工作台旋转前后的球心坐标变化提出了一种双旋转几何误差在机辨识方法,建立了这12项位置误

差的数学模型,并求解出各项位置误差。

如图2所示,建立A轴的理论坐标系 W_{iA} 和实际坐标系 W_{rA} , W_{iA} 的原点为无误差情况下A轴和C轴轴线的交点。标准球1、2安装在机床的工作台上。在安装标准球时,要确保两球的安装位置距离较远,防止在测量时发生干涉。通过测量标准球球面的坐标,从而计算得出其球心坐标。

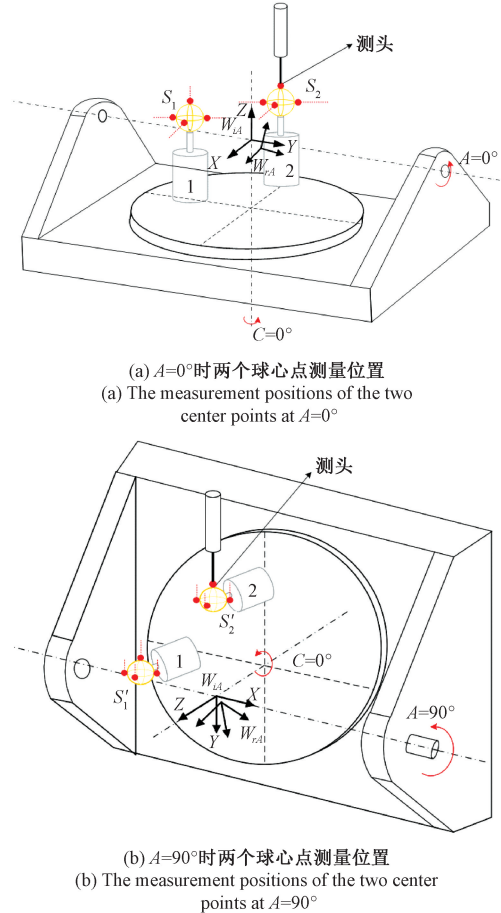


图2 A轴位置误差检测方法

Fig. 2 A-axis position error detection method

假设在A轴存在误差情况下的实际坐标系 W_{rA} 中的存在一点 $\mathbf{P}_1 = [x_p \ y_p \ z_p \ 1]^T$, A轴旋转90°后其理论位置由 $\mathbf{S}_1 = [x_1 \ y_1 \ z_1 \ 1]^T$ 变换为位置 $\mathbf{S}'_1 = [x'_1 \ y'_1 \ z'_1 \ 1]^T$, $\mathbf{S}_1, \mathbf{S}'_1$ 是A轴理论坐标系中的两点,由测量的球心坐标值经矩阵 $\mathbf{T}_{AC}$ 变换得到, $\mathbf{T}_{AC}$ 为机床坐标系与 W_{iA} 之间的变换矩阵, $\mathbf{P}_1$ 与 $\mathbf{S}_1, \mathbf{S}'_1$ 之间的数学关系如下所示:

$$\begin{cases} \mathbf{S}_1 = \mathbf{T}_{AC} \cdot \mathbf{T}_{EA} \cdot \mathbf{R}_{EA} \cdot \mathbf{P}_1 \\ \mathbf{S}'_1 = \mathbf{T}_{AC} \cdot \mathbf{T}_{EA} \cdot \mathbf{R}_{EA} \cdot \mathbf{R}(a) \cdot \mathbf{P}_1 \end{cases} \quad (14)$$



$$\text{式中: } T_{AC} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & m_x \\ 0 & 1 & 0 & m_y \\ 0 & 0 & 1 & m_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, a = 90^\circ, m_x, m_y, m_z \text{ 为直线}$$

轴 X, Y, Z 的实际位移量。

进一步简化后得到位置误差求解式 (15):

$$R(-a) \cdot R_{EA}^{-1} \cdot T_{EA}^{-1} \cdot T_{AC}^{-1} \cdot S'_1 - R_{EA}^{-1} \cdot T_{EA}^{-1} \cdot T_{AC}^{-1} \cdot S_1 = 0 \quad (15)$$

进行矩阵运算后,可得到式 (16),该式为求解 A 轴各项位置误差的第一组方程。

$$\begin{cases} \Delta x_1 + \Delta y_1 \cdot \varepsilon_{\gamma A} - \Delta z_1 \cdot \varepsilon_{\beta A} = 0 \\ \varepsilon_{\gamma A} \cdot (z_1 - m_z + y'_1 - m_y) = \delta_{yA} - \delta_{zA} + C_1 \\ \varepsilon_{\alpha A} \cdot (z'_1 - m_z - y_1 + m_y) = \delta_{yA} + \delta_{zA} + C_2 \end{cases} \quad (16)$$

式中: $\Delta x_1 = x'_1 - x_1, \Delta y_1 = y'_1 - y_1, \Delta z_1 = z'_1 - z_1$ 。

同理,根据标准球 2 的球心坐标 S_2 与 S'_2 ,得到了第二组方程,如式 (17) 所示:

$$\begin{cases} \Delta x_2 + \Delta y_2 \cdot \varepsilon_{\gamma A} - \Delta z_2 \cdot \varepsilon_{\beta A} = 0 \\ \varepsilon_{\gamma A} \cdot (z_2 - m_z + y'_2 - m_y) = \delta_{yA} - \delta_{zA} + C_3 \\ \varepsilon_{\alpha A} \cdot (z'_2 - m_z - y_2 + m_y) = \delta_{yA} + \delta_{zA} + C_4 \end{cases} \quad (17)$$

式中:

$$S_2 = [x_2 \ y_2 \ z_2 \ 1]^T, S'_2 = [x'_2 \ y'_2 \ z'_2 \ 1]^T,$$

$$\Delta x_2 = x'_2 - x_2, \Delta y_2 = y'_2 - y_2, \Delta z_2 = z'_2 - z_2,$$

解出式 (16)、(17),得到 A 轴的各项位置误差的表达式,如式 (18) 所示:

$$\begin{cases} \varepsilon_{\beta A} = (\Delta y_1 \Delta x_2 - \Delta x_1 \Delta y_2) / (\Delta y_1 \Delta z_2 - \Delta z_1 \Delta y_2) \\ \varepsilon_{\gamma A} = (\Delta z_1 \Delta x_2 - \Delta x_1 \Delta z_2) / (\Delta y_1 \Delta z_2 - \Delta z_1 \Delta y_2) \\ \varepsilon_{\alpha A} = (z_1 - z_2 + y'_1 - y'_2) / (C_1 - C_3) \\ \delta_{yA} = (z_1 + z'_1 - 2m_z + \Delta y_1)(z_1 - z_2 + y'_1 - y'_2) / (2C_1 - 2C_3) - (C_1 + C_2) / 2 \\ \delta_{zA} = (y_1 + y'_1 - 2m_y - \Delta z_1)(z_1 - z_2 + y'_1 - y'_2) / (2C_3 - 2C_1) - (C_2 - C_1) / 2 \end{cases} \quad (18)$$

式中:常数项 $C_1 \sim C_4$ 由先一步求得的误差参数 $\varepsilon_{\beta A}, \varepsilon_{\gamma A}$ 和两组球心点的空间坐标组成,如式 (19) 所示:

$$\begin{cases} C_1 = (x'_1 - m_x) \cdot \varepsilon_{\beta A} + (x_1 - m_x) \cdot \varepsilon_{\gamma A} - y_1 + z'_1 + m_y - m_z \\ C_2 = (m_x - x_1) \cdot \varepsilon_{\beta A} + (x'_1 - m_x) \cdot \varepsilon_{\gamma A} - y'_1 - z_1 + m_y + m_z \\ C_3 = (x'_2 - m_x) \cdot \varepsilon_{\beta A} + (x_2 - m_x) \cdot \varepsilon_{\gamma A} - y_2 + z'_2 + m_y - m_z \\ C_4 = (m_x - x_2) \cdot \varepsilon_{\beta A} + (x'_2 - m_x) \cdot \varepsilon_{\gamma A} - y'_2 - z_2 + m_y + m_z \end{cases} \quad (19)$$

求解式 (18) 得到的位置误差 $\varepsilon_{\alpha A}, \varepsilon_{\beta A}, \varepsilon_{\gamma A}, \delta_{yA}, \delta_{zA}$, 将其代入到式 (15) 中,得到位置误差 δ_{xA} 。

2.2 考虑热误差的 C 轴位置误差的辨识方法

C 轴位置误差的辨识方法与 A 轴基本相同,但考虑到受到 A 轴的影响,需要在 A 轴旋转一定角度 A_1, A_2, A_3 下来求解 C 轴的各项位置误差。其中: $A_1 = 0^\circ, A_2 = 45^\circ, A_3 = 90^\circ$ 。由于 C 轴与 A 轴相连,在辨识 C 轴位置误差时需要将 A 轴位置误差叠加进来。

标准球 1、2 的安装布置如图 3 所示,建立 C 轴的理论坐标系 W_{ic} 和实际坐标系 W_{rc} , W_{ic} 的坐标原点与 A 轴相同。假设在机床坐标系中,经测头测量后得出一组球心点坐标 $O = (x \ y \ z \ 1)^T, O' = (x' \ y' \ z' \ 1)^T, O$ 在 W_{ic} 中的坐标为 S, O 与 S 之间有: $O = T_{AC}^{-1} \cdot S, T_{AC}$ 为两坐标系之间的坐标变换矩阵。

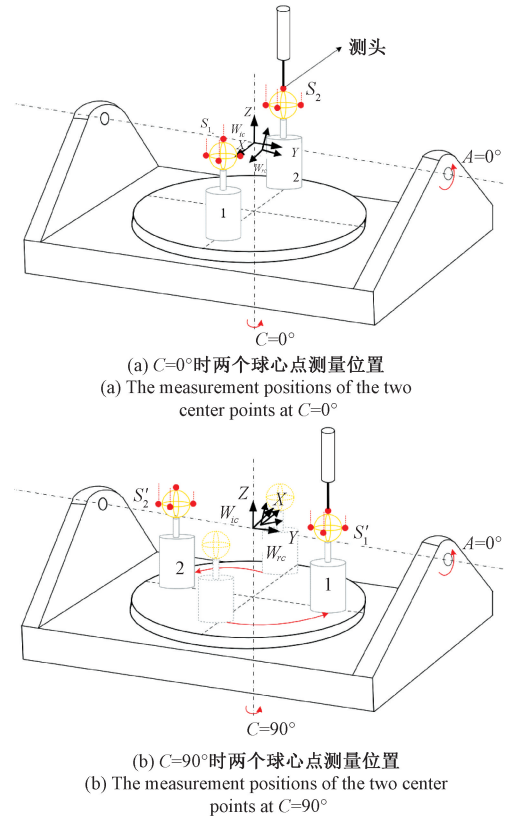


图 3 C 轴位置误差检测方法

Fig. 3 C -axis position error detection method

根据球心点在有误差情况下在 W_{rc} 中的坐标 P_1 与两组球心点坐标 S_1, S'_1 和 S_2, S'_2 之间的坐标转换关系^[20],得到式 (20):

$$\begin{cases} S_1 = T_{EA} \cdot R_{EA} \cdot R(a) \cdot T_{EC} \cdot R_{EC} \cdot P_1 \\ S'_1 = T_{EA} \cdot R_{EA} \cdot R(a) \cdot T_{EC} \cdot R_{EC} \cdot R(c) \cdot P_1 \end{cases} \quad (20)$$

进一步简化后得到位置误差求解式 (21):



$$R(-c) \cdot R_{EC}^{-1} \cdot T_{EC}^{-1} \cdot R(-a) \cdot R_{EA}^{-1} \cdot T_{EA}^{-1} \cdot T_{AC}^{-1} \cdot S_1' - R_{EC}^{-1} \cdot T_{EC}^{-1} \cdot R(-a) \cdot R_{EA}^{-1} \cdot T_{EA}^{-1} \cdot T_{AC}^{-1} \cdot S_1 = 0 \quad (21)$$

求解得到 C 轴的两项角度误差 $\varepsilon_{\alpha C}$ 和 $\varepsilon_{\beta C}$, 如式(22)、(23)所示, 其中 A 轴的位置误差通过已经求出。

$$\varepsilon_{\alpha C} = -\varepsilon_{\alpha A} + (\Delta x_1 \Delta z_2 - \Delta z_1 \Delta x_2) / (\Delta x_1 \Delta y_2 - \Delta y_1 \Delta x_2) \quad (22)$$

$$\varepsilon_{\beta C} = -\varepsilon_{\beta A} + (\Delta y_1 \Delta z_2 - \Delta z_1 \Delta y_2) / (\Delta x_1 \Delta y_2 - \Delta y_1 \Delta x_2) \quad (23)$$

$$\varepsilon_{\gamma C} = [(z_1 + z_1' - z_2 - z_2') \cdot \varepsilon_{\beta C} + (\Delta z_1 - \Delta z_2) \cdot \varepsilon_{\alpha C} + C_5 - C_6] / (y_1 + y_1' + \Delta x_1 - y_2 - y_2' - \Delta x_2) \quad (24)$$

从式(24)中可知, C 轴绕 Z 轴旋转的角度误差大小与 C 轴的其他两项角度误差有关, C 轴的两项关键线误差 δ_{xC1} 、 δ_{yC1} 由式(25)、(26)求得:

$$\delta_{xC1} = [(y_1 + y_1' + \Delta x_1) \cdot \varepsilon_{\gamma C} - (z_1 + z_1') \cdot \varepsilon_{\beta C} - \Delta z_1 \cdot \varepsilon_{\alpha C} - C_5] / 2 \quad (25)$$

$$\delta_{yC1} = [(y_1' - y_1 - x_1' - x_1) \cdot \varepsilon_{\gamma C} - \Delta z_1 \cdot \varepsilon_{\beta C} + \Delta z_1 \cdot \varepsilon_{\alpha C} + C_7] / 2 \quad (26)$$

式中: C_5 、 C_6 、 C_7 如式(27)所示。

$$\begin{cases} C_5 = \Delta z_1 \cdot \varepsilon_{\alpha A} + (z_1 + z_1') \cdot \varepsilon_{\beta A} - (y_1 + y_1' + \Delta x_1) \cdot \varepsilon_{\gamma A} + 2\delta_{xA} - x_1 - x_1' + \Delta y_1 \\ C_6 = \Delta z_2 \cdot \varepsilon_{\alpha A} + (z_2 + z_2') \cdot \varepsilon_{\beta A} - (y_2 + y_2' + \Delta x_2) \cdot \varepsilon_{\gamma A} + 2\delta_{xA} - x_2 - x_2' + \Delta y_2 \\ C_7 = (z_1 + z_1') \cdot \varepsilon_{\alpha A} - \Delta z_1 \cdot \varepsilon_{\beta A} - (x_1 + x_1' - \Delta y_1) \cdot \varepsilon_{\gamma A} - 2\delta_{yA} + \Delta x_1 + y_2' + y_1 \end{cases} \quad (27)$$

考虑到机床热源对几何误差的影响, 那么在 C 轴上 X 方向、 Y 方向的几何误差 δ_{xC} 、 δ_{yC} 修正为:

$$\begin{cases} \delta_{xC} = \delta_{xC1} + \Delta\delta_{xC1} \\ \delta_{yC} = \delta_{yC1} + \Delta\delta_{yC1} \end{cases} \quad (28)$$

式中: δ_{xC1} 、 δ_{yC1} 为 C 轴 X 、 Y 方向的几何误差, $\Delta\delta_{xC1}$ 、 $\Delta\delta_{yC1}$ 为 C 轴 X 、 Y 方向机床热源对几何误差的影响值。

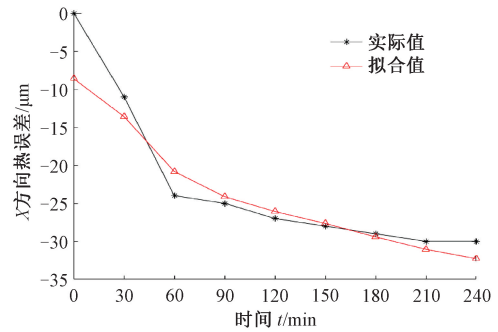
热源对几何误差的影响值 $\Delta\delta_{xC1}$ 、 $\Delta\delta_{yC1}$ 的多元线性回归模型^[21], 如(29)式所示。

$$\begin{cases} \delta_{xC2} = -8.6249 - 0.4179\Delta T_1 - 4.5612\Delta T_2 \\ \delta_{yC2} = 0.4157 - 0.5764\Delta T_1 - 2.3299\Delta T_2 \end{cases} \quad (29)$$

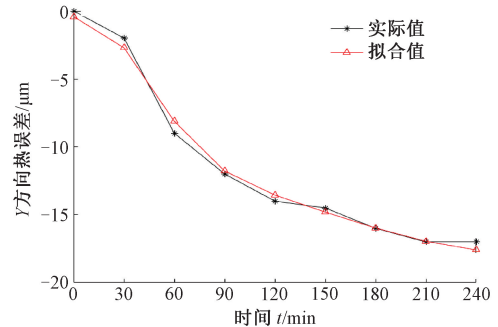
式中: ΔT_1 、 ΔT_2 为双转台五轴机床上的2个测温点(主轴后轴承、工作台侧面)的温度变化值, 这2个测温点是多个测温点中的温度敏感点。

根据温度敏感点 ΔT_1 、 ΔT_2 的变化, $\Delta\delta_{xC1}$ 、 $\Delta\delta_{yC1}$ 在 X 、 Y 向的实际测量值, 线性拟合值如下图4所示。

由图4可以看出, 在机床运行240 min以后机床热源对几何误差的影响值趋于稳定。



(a) Thermal error in X direction



(b) Thermal error in Y direction

图4 X、Y方向上的热误差

Fig. 4 Thermal error in X and Y direction

3 旋转轴位置误差在机测量实验

3.1 基于在机测量的标准球球心点坐标测量方法

基于在机测量利用测头测量标准球球心点的坐标, 其步骤为: 1) 在 A 轴旋转 90° 前和旋转 90° 后的标准球1的球面上, 对各点进行接触测量, 得到标准球1在旋转前和旋转后的球面各点坐标。2) 在 A 轴旋转 90° 前和旋转 90° 后的标准球2的球面上, 对各点进行接触测量, 得到标准球2在旋转前和旋转后的球面各点坐标。3) 通过计算得出所测量的机床坐标系中的4个标准球球心点坐标。

使用该方法得到各个标准球球心点的坐标时, 所需要测量点的数量可根据实际测量情况的变化而改变, 该方法可以根据标准球的位置适当改变测量次数, 从而节省时间, 提高测量效率。

标准球球心点测量方法如图5所示, 在 $A=0^\circ$ 时, 对标准球上的5个测点进行分步在机测量, 按照测量顺序把测头所测量的球心点标记为1-1、1-2、1-3、1-4、1-5, 测量点应当位在于标准球上虚线圆内的球面区域处, 不可偏离过远。在图5(b)中, 测量路径沿着 $+Y$ 、 $+X$ 、 $-Y$ 、 $-Z$ 进行, 在图5(c)中, A 轴旋转 90° 后, 测量时标准球与测头可能发生干涉, 所以不进行 $+Y$ 方向的测量。

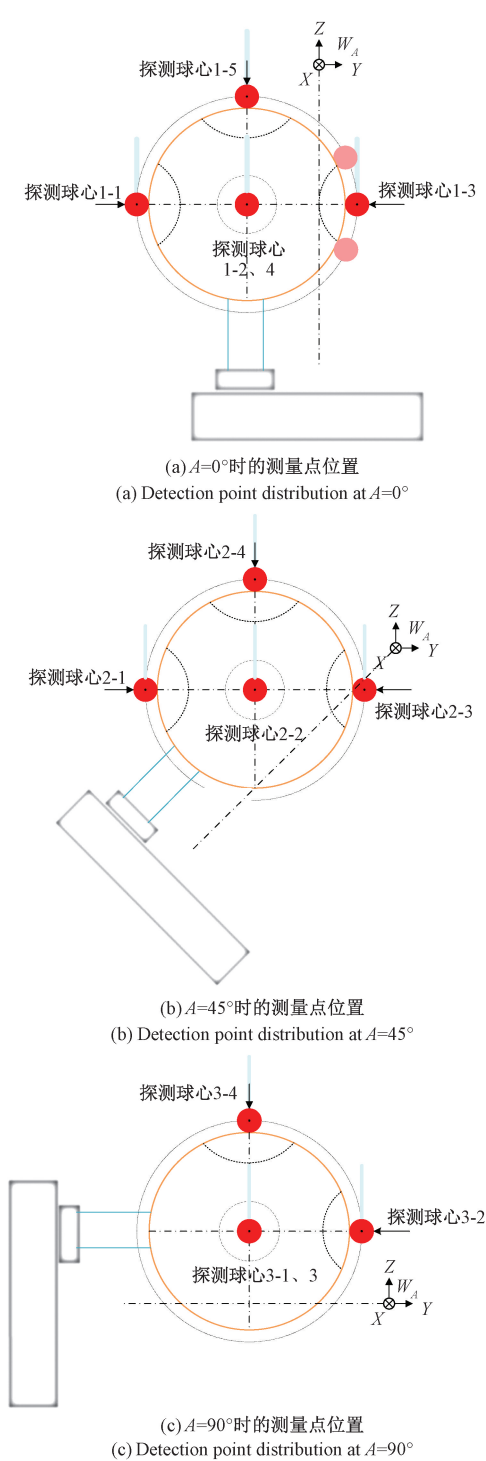


图 5 标准球球心点测量方法
Fig. 5 Standard ball center point measurement method

以图 3(a) 中 $A=0^\circ, C=0^\circ$ 时机床坐标系下被测球心点 $O(x, y, z)$ 的求解为例, 因已知球半径的情况下, 需要空间中 3 个不共线的点来求解球心点坐标, 每组包含 X 、 Y 、 Z 方向上的 3 个测量点, 第一组球心点的求解如式(30)所示:

$$\begin{cases} (x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2 = (r + d/2)^2 \\ (x_2 - x)^2 + (y_2 - y)^2 + (z_2 - z)^2 = (r + d/2)^2 \\ (x_3 - x)^2 + (y_3 - y)^2 + (z_3 - z)^2 = (r + d/2)^2 \\ (x_4 - x)^2 + (y_4 - y)^2 + (z_4 - z)^2 = (r + d/2)^2 \\ (x_5 - x)^2 + (y_5 - y)^2 + (z_5 - z)^2 = (r + d/2)^2 \end{cases} \quad (30)$$

直接测量后得到了测量球心 $1-1(x_1, y_1, z_1)$ 、 $1-2(x_2, y_2, z_2)$ 、 $1-3(x_3, y_3, z_3)$ 、 $1-4(x_4, y_4, z_4)$ 、 $1-5(x_5, y_5, z_5)$ 。最终计算得到球心点坐标。

3.2 球面探测点的在机测量实验

实验中首先将测量程序由通讯设备输入到拓璞 VMC-C50 五轴机床, 然后利用先锋 OP550 红宝石测头对标准球按照预先规划好的测点进行在机测量。最后将采样点的坐标数据通过通讯设备回传到在机测量软件系统中, 并进行相应的测头误差补偿等。使用的接触式触发测头的直径为 4 mm, 测头的相关参数如表 2 所示。

表 2 红宝石测头的技术参数
Table 2 The parameters of the ruby probe.

技术要求	参数
测头尺寸	直径: $\phi 55$ mm, 长: 95 mm
标准测针长度	60 mm
测量方向	$\pm X, \pm Y, -Z$
测针端部单向重复精度	0.001 mm (2σ)
测针在 XY 平面最大摆动角度	15°

测头直径为 4 mm 时, 测头的部分误差值如表 3 所示, 在实际测量时针针对此部分误差已进行相应补偿。

表 3 红宝石测头的测量误差
Table 3 Measurement error of the ruby probe

探测方向与法矢夹角/ $(^\circ)$	1.0	5.0	10.0	15.0	20.0
测头不沿工件表面的法矢方向触碰时的误差值/mm	0.001 5	0.007 6	0.030 9	0.053 6	0.070 9

标准球选用陶瓷材料 Al_2O_3 , 直径为 30 mm, 球体精度为中国标准 G20, 满足测量精度要求。实验在拓璞 VMC-C50 五轴机床上进行, 在机测量现场如图 6 所示。A/C 轴球面坐标部分测量数据如表 4 所示。

3.3 双旋转轴位置误差的数据分析

基于旋转轴的误差辨识模型, 根据 A/C 轴球面坐标测量数据计算两个旋转轴的平均位置误差。

A 轴的平均位置误差如图 7 所示, 因 δ_{x_A} 值很小, 忽



图 6 在机测量标准球球面坐标实验

Fig. 6 On-machine measurement of standard spherical coordinates experiment

略不计。在 7 图中的各项误差数据中,可以看出 A 轴的平均角定位误差 $\varepsilon_{\alpha A}$ 最大,为 $29.8\text{ }\mu\text{m}$; A 轴沿 Y 方向的平均线误差 δ_{yA} 最小,为 $10.6\text{ }\mu\text{m}$;正负两个方向的五个位置误差绝对值的平均值约为 $20.1\text{ }\mu\text{m}$ 。

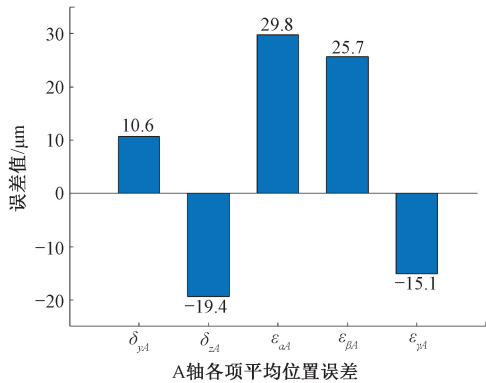


图 7 A 轴平均位置误差

Fig. 7 The average position error of the calibrated A axis

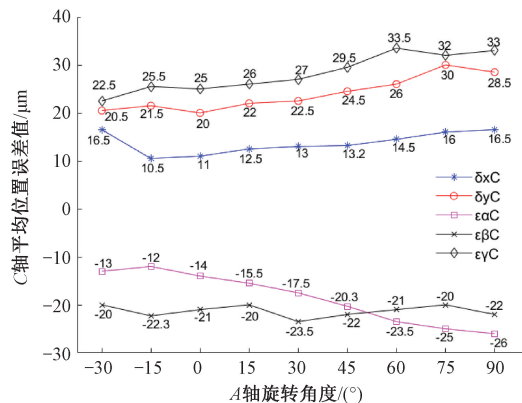
表 4 A/C 轴球面坐标测量数据

Table 4 A/C axis spherical coordinate measurement data

A/C 轴位置/mm		$A=-30^{\circ}$	$A=0^{\circ}$	$A=45^{\circ}$	$A=90^{\circ}$	$C=0^{\circ}$	$C=90^{\circ}$	$C=180^{\circ}$	$C=270^{\circ}$
球 1	X	-542.852	-542.558	-542.838	-543.228	-542.558	-349.362	-82.458	-276.223
	+ X 向	Y	-279.061	-248.368	-194.373	-151.346	-248.268	14.301	-178.918
		Z	-152.402	-124.420	-117.968	-155.992	-124.420	-127.283	-125.500
	X	-522.888	-522.478	-522.650	-	-522.478	-329.562	-63.072	-
	+ Y 向	Y	-297.603	-270.640	-215.393	-	-270.640	-4.267	-197.653
		Z	-152.402	-124.419	-117.968	-	-124.419	-127.283	-125.500
	X	-502.606	-502.948	-502.627	-502.706	-502.948	-308.803	-42.241	-235.750
	- X 向	Y	-276.389	-253.204	-195.493	-151.723	-253.204	-16.877	-176.624
		Z	-152.403	-124.419	-117.968	-155.992	-124.419	-127.238	-125.500
	X	-523.182	-522.553	-521.928	-523.408	-522.553	-329.052	-62.126	-255.644
	- Z 向	Y	-278.313	-249.902	-193.589	-151.722	-249.902	-15.898	-176.594
		Z	-135.031	-108.214	-101.017	-137.995	-108.214	-108.300	-108.273
球 2	X	-356.170	-356.154	-356.159	-	-356.154	-92.175	-264.277	-528.390
	+ X 向	Y	-35.644	4.713	-42.591	-	4.713	-167.813	-430.469
		Z	-61.554	-167.678	-328.667	-	-167.678	-166.813	-430.469
	X	-338.678	-338.865	-339.574	-	-338.865	-75.173	-247.467	-510.274
	+ Y 向	Y	-53.944	-13.060	-62.417	-	-13.060	185.877	-449.819
		Z	-61.554	-164.275	-328.668	-	-164.275	-166.801	-167.098
	X	-338.456	-338.329	-338.167	-	-338.329	-74.133	-245.692	-510.694
	- Z 向	Y	-36.674	4.939	-42.401	-	4.939	-168.983	-413.539
		Z	-46.147	-152.235	-312.895	-	-152.235	-152.182	-152.071



C 轴的平均位置误差如图 8 所示, C 轴绕 Z 轴的平均定位误差 ε_{yc} 在 5 项位置误差中较大, 为 $33.5 \mu\text{m}$, 是影响几何误差的关键因素之一。在理想状态下, C 轴的位置误差不受 A 轴旋转角度的影响, 在实际状态下, 如图 8 所示的 C 轴位置误差分布情况可知, 辨识得到的 5 项 C 轴平均位置误差随 A 轴旋转角度的增大而发生变化, 说明 C 轴的位置误差是受 A 轴旋转角度影响的, 其原因是在机床长期运行过程中, A 轴在自身及工件重力以及高速运动状态下的惯性等不确定性因素的影响下, 产生了几何位置偏移, 该偏移间接对 C 轴的位置误差产生影响。测量时间只需要 30 min。

图 8 C 轴平均位置误差Fig. 8 The average position error of the calibrated C axis

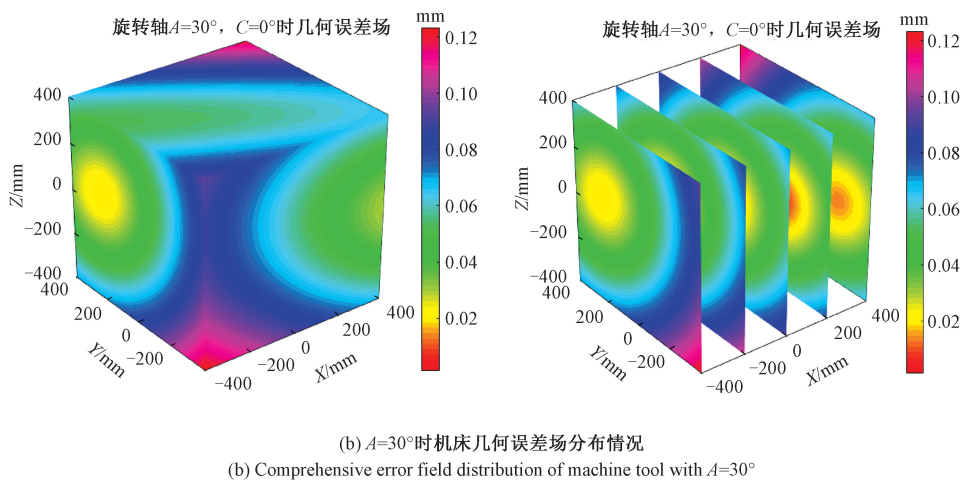
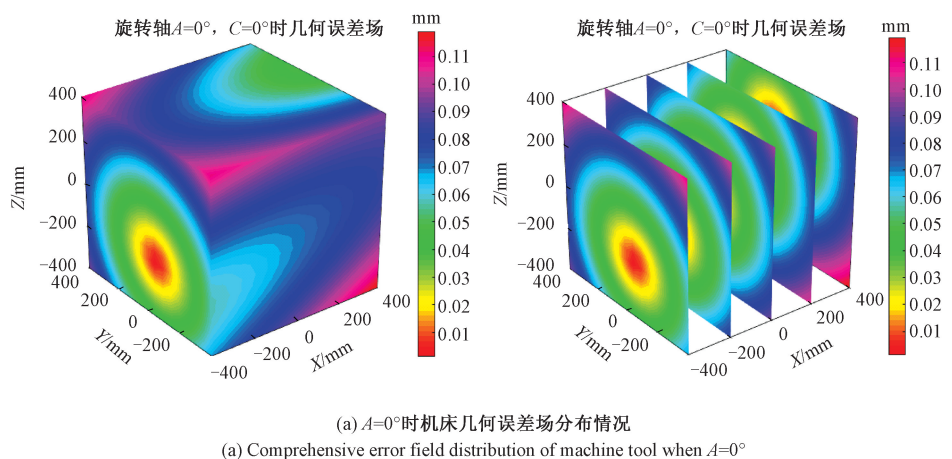
4 双转台五轴机床空间误差场的分析与对比

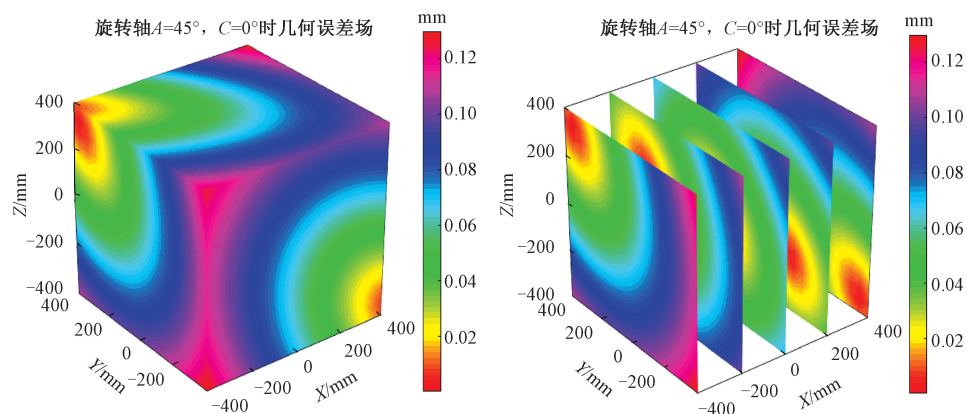
4.1 加工空间误差场分析

基于所建立的两旋转轴的几何误差模型, 在 5 个 A 轴旋转角 $A = 0^\circ$, $A = 30^\circ$, $A = 45^\circ$, $A = 60^\circ$, $A = 90^\circ$ 的情况

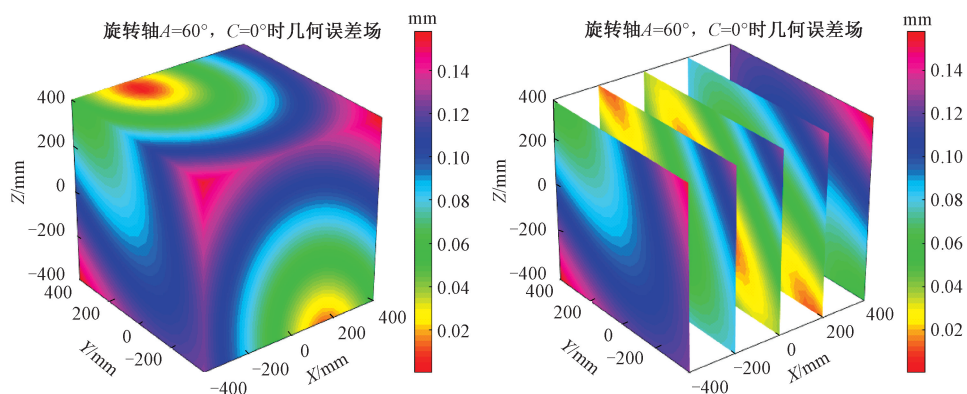
下, 建立双转台五轴机床工作空间的几何误差场, 如图 9 所示。

机床加工空间误差场中在 A 轴不同摆动角度下, 综合误差最大值与最小值如表 5 所示。

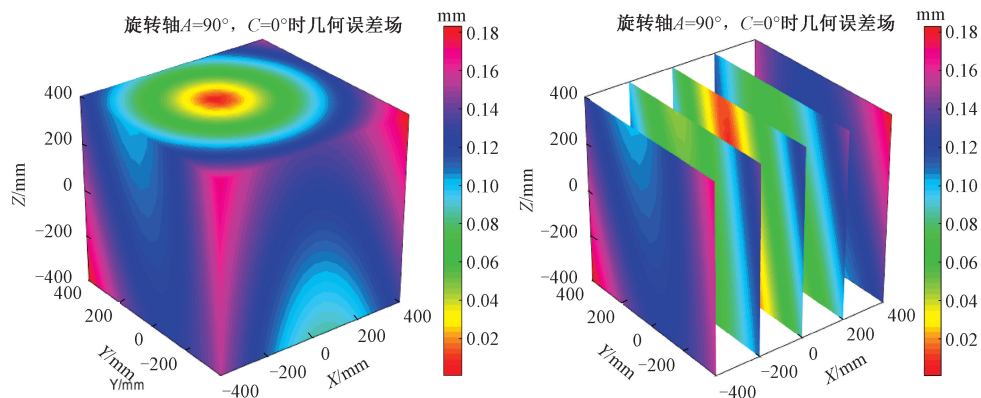




(c) $A=45^\circ$ 时机床几何误差场分布情况
(c) Comprehensive error field distribution of machine tool with $A=45^\circ$



(d) $A=60^\circ$ 时机床几何误差场分布情况
(d) Comprehensive error field distribution of machine tool with $A=60^\circ$



(e) $A=90^\circ$ 时机床几何误差场分布情况
(e) Comprehensive error field distribution of machine tool with $A=90^\circ$

图 9 机床加工空间几何误差场分布情况

Fig. 9 The distribution of the comprehensive error field of the machine tool processing space

如图 9(a) 所示,当 $A=0^\circ$ 时,五轴数控机床旋转轴的空间考虑热误差的几何误差 ΔE 由加工空间的沿 X 方向的中心向外侧逐渐增加。当加工位置位于本文建立的 A 轴和 C 轴的理想坐标系的原点附近时,误差值约 $5 \mu\text{m}$ 。

此区域为一个类圆柱体空间,主要沿着 X 方向延伸,在 Y 和 Z 方向上有一定的偏斜。当加工空间向外移动扩大时,误差逐渐增加,在机床加工空间的最外侧达到综合误差的最大值,约为 $62 \mu\text{m}$ 。



表 5 各角度下的空间误差最大和最小值

Table 5 Maximum and minimum of the spatial error at each angle

	$A=0^\circ$	$A=30^\circ$	$A=45^\circ$	$A=60^\circ$	$A=90^\circ$
$\Delta E_{\min}/\text{mm}$	0.005	0.006	0.008	0.010	0.011
$\Delta E_{\max}/\text{mm}$	0.062	0.069	0.071	0.075	0.086

如图 9 (b)、(c) 所示, A 轴开始进行旋转, 当 A 轴旋转角度小于 45° 时, 误差最大值增加的幅度很小; 此时加工空间的小误差区域也随着 A 轴的旋转, 其位置发生变化, 当 A 轴的旋转角度为 45° 时, 此区域为呈现为约从加工空间点 $(-400, 400, 400)$ 到点 $(400, -400, -400)$ 的一个对角线区域, 该区域内误差最小值约为 $8\ \mu\text{m}$ 。沿此区域向外, 综合误差逐渐增加, 最外侧达到了约 $71\ \mu\text{m}$ 。

如图 9 (d)、(e) 所示, 当 A 轴旋转角度大于 45° 时, 综合误差的最大值开始明显增加, 加工空间的小误差区域的位置也发生变化。当 A 轴旋转角度达到 90° 时, 该区域内的误差分布变为沿 Z 方向的一个类圆柱体空间, 空间的中心处误差约为 $11\ \mu\text{m}$, 沿此区域向 X 方向和 Y 方向延伸, 在加工空间的边缘处综合误差达到最大值, 约为 $86\ \mu\text{m}$, 可以看出与 A 轴小角度旋转相比, 在 A 轴大角度旋转的情况下, 加工空间整体的综合误差更大。

因此, 根据 A 轴不同摆动角度下空间误差场的变化规律, 在切削过程中, 尽量避免 A 轴进行过大角度旋转, 能够有效减小机床的几何误差, 提高加工精度。

4.2 两旋转轴的误差辨识结果比较

为验证本文提出的两旋转轴的误差辨识模型以及辨识方法的准确性和可行性, 将前文得出的各项位置误差与 Chen 等^[22]提出的位置误差辨识方法所得出的旋转轴位置误差相比较。Chen 认为, 旋转轴的位置误差是由于旋转轴的实际位置与理想位置有偏差而造成的, 位置误差通过测量旋转轴的实际轴的位置来确定。采用了在不同位置测量两个标准球球心坐标的方法来确定两旋转轴各项平均位置误差的方法。其各项结果如表 6 所示。

从表 6 中可以看出, 与文献[22]所使用的误差辨识方法相比, 使用本文提出的 A 、 C 旋转轴位置误差辨识方法所测得的各项几何误差, 平均吻合度达到了 95%。

表 6 两旋转轴的误差辨识结果对比

Table 6 Comparison of measurement accuracy of the rotating axis

位置误差/ μm	本文	文献[22]	A/C 轴误差吻合度/%
δ_{yA}	10.6	12.7	91.0
δ_{zA}	-19.4	-20.1	98.2
$\varepsilon_{\alpha A}$	29.8	27.6	96.2
$\varepsilon_{\beta A}$	25.7	24.0	96.6
$\varepsilon_{\gamma A}$	-15.1	-12.3	89.8
δ_{xC}	13.7	15.6	93.5
δ_{yC}	23.9	22.4	96.8
$\varepsilon_{\alpha C}$	-18.5	-18.4	99.7
$\varepsilon_{\beta C}$	-21.3	-19.8	96.4
$\varepsilon_{\gamma C}$	28.2	27.2	98.2

5 结 论

首先基于齐次坐标变换法, 建立了双转台五轴数控机床的旋转轴几何误差模型, 然后基于对标准球进行在机接触测量, 辨识得出两旋转轴的 12 项几何误差, 最后建立了五轴数控机床加工空间的几何误差场。得出的主要结论如下:

1) 因主轴热误差对工件的精度有着较大影响, 建模时考虑了旋转轴热误差影响和两旋转轴之间的相互影响, 建立了 A 轴和 C 轴两个旋转轴的 12 项几何误差综合模型。

2) 通过对双标准球进行 A 、 C 轴的旋转角度下的几何误差测量和计算, 得出两旋转轴的各项几何误差。提出了一种基于在机测量标准球的五轴数控机床旋转轴误差测量方法, 该方法辨识得出的各项几何误差与其它基于单标准球的位置误差辨识方法相比, 吻合度达到 95%。辨识时间只需要 30 min。

3) 在五轴数控机床加工空间几何误差场中, 当 $A=90^\circ$ 时误差场中心处误差最小值为 $11\ \mu\text{m}$, 由内往外误差逐渐增大, 在加工空间的边缘则达到了 $86\ \mu\text{m}$ 。误差随着 A 轴旋转角度的增大而增大, 因此加工过程中应避免 A 轴过大角度旋转; 加工空间中心存在误差较小的区域, 随着 A 轴角度的变化而改变, 可以为误差补偿、加工路径优化、加工参数优化等提供指导依据。

参考文献

- [1] IBARAKI S, OTA Y. A machining test to calibrate rotary axis error motions of five-axis machine tools and its application to thermal deformation test[J]. International



- Journal of Machine Tools and Manufacture, 2014, 86: 81-88.
- [2] ZHONG G, WANG C, YANG S, et al. Position geometric error modeling, identification and compensation for large 5-axis machining center prototype [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2015, 89: 142-150.
- [3] SCHWENKE H, KNAPP W, HAITJEMA H, et al. Geometric error measurement and compensation of machines—An update[J]. CIRP Annals - Manufacturing Technology, 2008, 57(2): 660-675.
- [4] FU G, FU J, XU Y, et al. Accuracy enhancement of five-axis machine tool based on differential motion matrix: Geometric error modeling, identification and compensation[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2015, 89: 170-181.
- [5] ZHONG G, WANG C, YANG S, et al. Position geometric error modeling, identification and compensation for large 5-axis machining center prototype [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2015, 89: 142-150.
- [6] LI J, XIE F, LIU X J. Geometric error modeling and sensitivity analysis of a five-axis machine tool [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2016, 82(9-12): 2037-2051.
- [7] XIANG S, ALTINTAS Y. Modeling and compensation of volumetric errors for five-axis machine tools [J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2016, 101: 65-78.
- [8] HE Z, FU J, ZHANG L, et al. A new error measurement method to identify all six error parameters of a rotational axis of a machine tool [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2015, 88: 1-8.
- [9] 皮世威, 刘强, 孙鹏鹏. 基于激光干涉仪的旋转轴误差快速检定方法[J]. 仪器仪表学报, 2017, 38(10): 2484-2491.
- PI SH W, LIU Q, SUN P P. A rapid verification method for the rotation axis error based on laser interferometer[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2017, 38(10): 2484-2491.
- [10] ZHENG F, FENG Q, ZHANG B, et al. A method for simultaneously measuring 6DOF geometric motion errors of linear and rotary axes using lasers[J]. Sensors, 2019, 19(8): 1764.
- [11] FAN J, WU C, LI Z. A novel geometric error identification methodology for the tilting head of five-axis machine tools based on double ball bar[J]. MATEC Web of Conferences, 2018, 221: 04001.
- [12] FLYNN J M, SHOKRANI A, VICHARE P, et al. A new methodology for identifying location errors in 5-axis machine tools using a single ballbar set-up [J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2016, 99(1): 1-19.
- [13] XIA H J, PENG W C, OUYANG X B, et al. Identification of geometric errors of rotary axis on multi-axis machine tool based on kinematic analysis method using double ball bar [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2017, 122: 161-175.
- [14] LI Q, WANG W, ZHANG J, et al. All position-dependent geometric error identification for rotary axes of five-axis machine tool using double ball bar [J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2020(1): 1-16.
- [15] IBARAKI S, IRITANI T, MATSUSHITA T. Error map construction for rotary axes on five-axis machine tools by on-the-machine measurement using a touch-trigger probe[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2013, 68: 21-29.
- [16] CHEN Y T, MORE P, LIU C S. Identification and verification of location errors of rotary axes on five-axis machine tools by using a touch-trigger probe and a sphere[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2019, 100(9-12): 2653-2667.
- [17] JIANG Z, TANG X, ZHOU X, et al. Machining tests for identification of location errors on five-axis machine tools with a tilting head[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2015, 79(1-4): 245-254.
- [18] LI J, XIE F, LIU X J, et al. A geometric error identification method for the swiveling axes of five-axis machine tools by static R-test [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2017, 89(9-12): 3393-3405.
- [19] 余永维, 杜柳青. 深度学习框架下数控机床运动误差溯源方法[J]. 仪器仪表学报, 2019, 40(1): 28-34.
- YU Y W, DU L Q. Tracing method of CNC machine tool motion error under the framework of deep learning [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2019, 40(1): 28-34.
- [20] LI C, LIU X, LI R, et al. Geometric error identification and analysis of rotary axes on five-axis machine tool based



- on precision balls[J]. Applied Sciences, 2020, 10(1): 100.
- [21] MIAO E, LIU Y, LIU H, et al. Study on the effects of changes in temperature-sensitive points on thermal error compensation model for CNC machine tool [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2015, 97: 50-59.
- [22] CHEN Y T, MORE P, LIU C S. Identification and verification of location errors of rotary axes on five-axis machine tools by using a touch-trigger probe and a sphere[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2019, 100 (9-12): 2653-2667.

作者简介



吴石(通信作者),2010年毕业于白俄罗斯国立大学,获博士学位,现为哈尔滨理工大学教授,主要研究方向是机械动力学、在机测量等。

E-mail: wushi971819@163.com

Wu Shi (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Belarusian State University in 2010. He is currently a professor at Harbin University of Science and technology. His main research interests include mechanical kinetics and on-machine inspection.



樊正东,2019年毕业于安徽农业大学,获学士学位,现为哈尔滨理工大学硕士研究生,主要研究方向是机床误差、变速器结构等。

E-mail: fzd1778417460@163.com

Fan Zhengdong received his B. Sc. from Anhui Agricultural University in 2019. Now, he is a master's student at Harbin University of Science and Technology. His main research interests are machine tool errors and transmission structures.