

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2006056

# 零参考模型用于工业机器人定位精度提升研究\*

赵艺兵<sup>1</sup>, 温秀兰<sup>2</sup>, 康传帅<sup>2</sup>, 宋爱国<sup>3</sup>, 乔贵方<sup>2</sup>

(1. 南京工程学院工业中心/创新学院 南京 211167; 2. 南京工程学院自动化学院 南京 211167;  
3. 东南大学仪器科学与工程学院 南京 210096)

**摘要:**几何参数建模是机器人标定的基础,直接影响机器人定位精度。为解决常用几何参数模型当机器人相邻两轴线垂直及接近垂直时存在奇异性,建立了基于方向矢量和连接矢量的零参考模型(ZRM),该模型不仅满足完备性与连续性要求,而且使用该模型计算机器人末端位置和姿态简单直观;建立了几何参数标定误差模型,通过使用 LeicaAT960 激光跟踪仪对 Staubli TX60 和 ER10L-C10 两种工业机器人末端大量位姿实测,经正交三角分解去除冗余参数,采用 LM 算法对几何参数误差辨识,并与基于 MDH 模型的标定结果比较,实验结果证实,采用零参考模型标定后机器人末端平均绝对定位精度提升 75%~90%,明显高于采用 MDH 模型标定结果,该模型适于在有高精度定位精度要求工业机器人中推广。

**关键词:**工业机器人;零参考模型;几何参数误差;绝对定位精度

**中图分类号:** TH161 TP391 TB92 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 410.55

## Research on improvement of industry robot positioning accuracy based on ZRM

Zhao Yibing<sup>1</sup>, Wen Xiulan<sup>2</sup>, Kang Chuanshui<sup>2</sup>, Song Aiguo<sup>3</sup>, Qiao Guifang<sup>2</sup>

(1. Industry Center/Innovation College, Nanjing Institute of Technology, Nanjing 211167, China; 2. Automation Department, Nanjing Institute of Technology, Nanjing 211167, China; 3. School of Instrument Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China)

**Abstract:** Geometric parameters modeling is the basis of robot calibration, which directly affects the robot positioning accuracy. The common geometric parameters model has the singularity when the two adjacent axes of the robot are vertical and close to vertical. To solve this problem, a zero reference model (ZRM) based on the direction vector and the connection vector is formulated. It not only meets the requirements of completeness and continuity, but also it is simple and intuitive to calculate the robot end-effector position and orientation. The error model of geometric parameters is established. The end-effector positions and orientations of Staubli Tx60 and ER10L-C10 industrial robots are measured by Leica AT960 laser tracker. The redundant parameters are removed by the orthogonal triangle decomposition method and the geometric parameters errors are identified by the LM algorithm. The results are compared with the output of the MDH model. Experimental results show that the average absolute positioning accuracy of robot end-effector calibrated by ZRM model is improved by 75%~90%, which is obviously higher than that calibrated by MDH model. This method is suitable for industrial robots with high positioning accuracy requirements.

**Keywords:** industry robot; zero reference model (ZRM); geometric parameters errors; absolute positioning accuracy

## 0 引 言

工业机器人作为中国制造 2025 中高端装备的典型代表之一,是衡量国家高端制造业水平及科技创新的重

要标志。为提高国际竞争地位,2017 年国家启动实施的“智能机器人”重点专项计划中指明,机器人绝对定位精度应优于 0.05 mm,姿态角应优于 0.1°<sup>[1]</sup>。目前工业机器人重复定位精度已达到 0.01~0.1 mm,但其绝对定位精度仍为毫米级,与机器人在航空航天、柔性制造、医疗

手术等高端领域的应用需求还有较大差距<sup>[2]</sup>。当机器人控制器的数学模型与机器人实际几何模型有差异时,会影响机器人末端定位精度。研究表明,可以通过以下两种方法提高定位精度<sup>[3]</sup>:1)将机器人各零件公差设计的非常紧,通过提高机器人每一部分设计、制造精度及其各部分之间装配精度,使实际机器人与所设计模型尽可能一致。很显然这种方法是以前高昂成本为代价,实际应用中不是行之有效的办法。2)使数学模型与实际机器人匹配,即通过建立合适的数学模型并标定模型的各参数值以实现模型与机器人相匹配,即机器人工作之前先对其进行标定。机器人误差来源于关节传感器、几何参数及非几何参数误差,其中几何参数误差是影响机器人作业精度的主要误差源,占总误差80%~90%,通过标定来修改几何模型的参数,使其与实际机器人尽可能匹配,能够在不改变硬件结构前提下有效提升机器人精度<sup>[3-5]</sup>。机器人几何参数标定全过程包括建立机器人关节空间的位移与任务空间末端位姿之间的模型关系、末端全位姿(位置和姿态)或末端位置的测量、模型的几何参数辨识和参数误差补偿4个环节,其中几何参数误差建模是机器人标定的基础,用于标定的理想几何参数误差模型应该满足完备性、连续性及极小性原则<sup>[6]</sup>。

在机器人设计时最常用的几何参数模型是由Denavit和Hartenberg提出的基于齐次变换矩阵的DH(Denavit Hartenberg)模型,该模型因连杆坐标系原点建在轴线与公垂线的交点处,当几何参数有微小变化时会引起坐标较大变化,不满足连续性,应用于机器人标定时会出现当旋转关节的轴线接近平行时,存在奇异点导致误差剧增缺陷<sup>[7-8]</sup>。为克服传统DH模型用于几何参数标定时当相邻两关节轴线平行或接近平行时存在奇异性,Hayati和Mirmirani提出了通过增加一个旋转参数来弥补DH模型缺陷的改进DH模型(modified DH, MDH),该模型在机器人标定中得到了较多应用<sup>[9-12]</sup>。但当相邻两轴线垂直或接近垂直时,MDH仍具有奇异性,且不具备完备性,影响机器人标定的准确性<sup>[13-14]</sup>。为满足标定模型具有完备性与连续性要求,文献[15]在DH法建立的杆件坐标系上建立了6参数串联机器人的误差模型,仿真结果证实:6参数模型和MDH模型辨识后定位平均误差分别降低了96.1%和52.9%。文献[16-17]研究了将指数积模型应用于串联机器人标定,取得了较好效果。文献[18]研究了基于位置误差相似性的建模方法及采用普通Kriging方法计算机器人工具中心点的位置误差用于提高工业机器人定位精度。

为满足机器人高精度定位要求,本文研究了基于零参考法的串联机器人标定误差模型,通过对机器人建模、测量、辨识及不同几何参数模型比较,验证不同机器人误差模型对机器人标定结果影响,以更好提升机器人末

端定位精度。

## 1 机器人标定系统搭建

搭建的机器人几何参数标定系统如图1所示,由机器人、Leica AT960激光跟踪仪、Leica TMAC探测器及上位机组成,TMAC安装在机器人末端的法兰上,机器人本体与控制器之间经现场总线连接,机器人控制器与示教器之间经数据线连接。右侧为由瑞士Staubli公司生产的一款小型六轴串联工业机器人Staubli TX60,Staubli公司是少部分单独设计和制造机器人驱动部分的厂商之一,使得其具有较高的重复定位精度,该款机器人重复定位精度为 $\pm 0.02$  mm,最大工作半径600 mm,末端承受最大负载为3.5 kg。Leica AT960激光跟踪仪能够同时测量机器人末端位置和姿态,其空间测量精度为 $15+6 \mu\text{m}/\text{m}$ 。测量分析软件采用New River Kinematics公司开发的Spatial Analyzer(SA)软件。

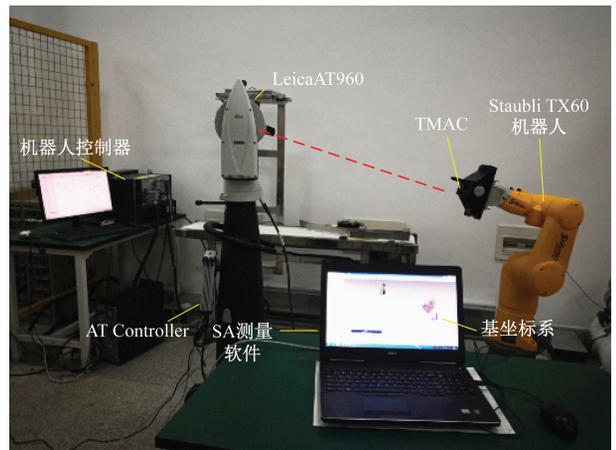


图1 机器人几何参数标定系统

Fig.1 Robot geometric parameters calibration system

## 2 ZRM模型的建立

考虑到串联机器人几何参数误差来源于连杆长度误差和关节轴线方向误差<sup>[3]</sup>,建立如图2所示Staubli TX60机器人零参考坐标系,其中机器人关节轴线方向矢量为 $u_i$ ,连杆长度连接矢量为 $b_{i+1}$ , $i=1,2,\dots,M$ , $M$ 为机器人关节数目。机器人零参考位置的方向矢量和连接矢量表示为 $u_{0i}$ 和 $b_{0i+1}$ ,即为机器人的名义几何参数,可从机器人手册中获得。表1所示为Staubli TX60机器人零参考模型(zero reference model, ZRM)的名义几何参数。

基于位移相似性原理,串联机器人第 $i$ 个关节的旋转矩阵 $R_i$ 可写成<sup>[13]</sup>:

$$R_i = r(q_1, u_{01}) \cdot r(q_2, u_{02}) \cdots r(q_i, u_{0i}) = \prod_{j=1}^i r(q_j, u_{0j}) \quad (1)$$

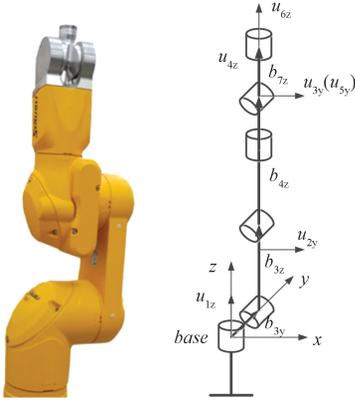


图2 Staubli TX60 ZRM 模型

Fig.2 ZRM model of Staubli TX60

表1 ZRM 模型名义几何参数

Table 1 Nominal geometric parameters of ZRM

参数	$i$					
	1	2	3	4	5	6
$u_{0ix}$	00	0	0	0	0	0
$u_{0iy}$	0	1	1	0	1	0
$u_{0iz}$	1	0	0	1	0	1
$b_{0i+1x}/mm$	0	0	0	0	0	0
$b_{0i+1y}/mm$	0	20	0	0	0	0
$b_{0i+1z}/mm$	0	290	310	0	0	70

式中:矩阵  $r(q_i, u_{0i})$  表示关节角  $q_i$  绕轴线  $u_{0i}$  旋转, 计算公式为:

$$r(q_i, u_{0i}) = \begin{bmatrix} (u_{0ix}^2 - 1)V_i + 1 & u_{0ix}u_{0iy}V_i - u_{0iz}S_i & u_{0ix}u_{0iz}V_i + u_{0iy}S_i \\ u_{0ix}u_{0iy}V_i + u_{0iz}S_i & (u_{0iy}^2 - 1)V_i + 1 & u_{0iy}u_{0iz}V_i - u_{0ix}S_i \\ u_{0ix}u_{0iz}V_i - u_{0iy}S_i & u_{0iy}u_{0iz}V_i + u_{0ix}S_i & (u_{0iz}^2 - 1)V_i + 1 \end{bmatrix}$$

式中:  $u_{0ix}, u_{0iy}, u_{0iz}$  分别表示方向矢量;  $u_{0i}$  沿  $x, y, z$  方向的分量,  $V_i = 1 - \cos(q_i)$ ,  $S_i = \sin(q_i)$ , 如果第  $k$  个关节为平移关节, 则  $r(q_k, u_{0k})$  为  $3 \times 3$  单位矩阵。

任意位置时的方向矢量  $u_i$ , 连接矢量  $b_{i+1}$  与零位状态的几何参数  $u_{0i}, b_{0i+1}$  关系为:

$$u_i = R_i u_{0i}, \quad b_{i+1} = R_i b_{0i+1} \quad (2)$$

具有  $M$  个旋转关节的串联机器人其末端姿态和位置可由旋转矩阵  $R_M$  和平移矩阵  $P$  表示为<sup>[19]</sup>:

$$R_M = \prod_{i=1}^M r(q_i, u_{0i}) \quad (3)$$

$$P = \sum_{i=1}^M b_{i+1} = \sum_{i=1}^M \left\{ \left[ \prod_{j=1}^i r(q_j, u_{0j}) \right] (b_{0i+1}) \right\} \quad (4)$$

机器人末端位姿矩阵  $T$  可用  $4 \times 4$  矩阵表示为<sup>[20]</sup>:

$$T = \begin{bmatrix} R_M & P \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & o & a & P \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

由式(1)、(3)、(4)可见, 当机器人零位状态的方向矢量  $u_{0i}(u_{0ix}, u_{0iy}, u_{0iz})$  沿  $x, y, z$  轴有微小误差时, 会引起  $r(q_i, u_{0i})$  产生误差, 导致机器人末端姿态旋转矩阵  $R_M$  和位置平移矩阵  $P$  产生误差, 其末端位置和姿态是几何参数  $u_{0i}$  和  $u_{0i+1}$  及关节角  $q_i$  的函数, 为后续推导公式方便, 几何参数统一用  $\eta_j$  表示,  $j = 1, 2, \dots, N, N$  为几何参数个数。

### 3 几何参数误差建模及辨识

#### 3.1 几何参数误差建模

机器人在制造、安装及使用时的磨损等均会导致机器人实际几何参数与名义几何参数间存在误差  $\Delta\eta_j$ , 因此标定前需要建立机器人几何参数误差与末端位置和姿态误差之间的函数关系。

将机器人末端位姿矩阵  $T$  的每一列分别对各几何参数  $\eta_j$  进行微分并忽略高阶项, 可求得姿态误差矩阵  $\Delta R_M = [\Delta n \quad \Delta o \quad \Delta a]$  绕  $x, y, z$  轴 3 个方向的姿态旋转误差矩阵  $\Delta n, \Delta o, \Delta a$  和位置平移误差矩阵  $\Delta P$  分别为:

$$\Delta n = \sum_{j=1}^N \frac{\partial n}{\partial \eta_j} \Delta \eta_j = \left[ \frac{\partial n}{\partial \eta_1}, \dots, \frac{\partial n}{\partial \eta_N} \right] \Delta \eta = H_n \Delta \eta \quad (6)$$

$$\Delta o = \sum_{j=1}^N \frac{\partial o}{\partial \eta_j} \Delta \eta_j = \left[ \frac{\partial o}{\partial \eta_1}, \dots, \frac{\partial o}{\partial \eta_N} \right] \Delta \eta = H_o \Delta \eta \quad (7)$$

$$\Delta a = \sum_{j=1}^N \frac{\partial a}{\partial \eta_j} \Delta \eta_j = \left[ \frac{\partial a}{\partial \eta_1}, \dots, \frac{\partial a}{\partial \eta_N} \right] \Delta \eta = H_a \Delta \eta \quad (8)$$

$$\Delta P = \sum_{j=1}^N \frac{\partial P}{\partial \eta_j} \Delta \eta_j = \left[ \frac{\partial P}{\partial \eta_1}, \dots, \frac{\partial P}{\partial \eta_N} \right] \Delta \eta = H_p \Delta \eta \quad (9)$$

将式(6)~(9)合并得到几何参数误差方程为:

$$\Delta E = H \Delta \eta \quad (10)$$

式中:  $\Delta E = [\Delta n^T \quad \Delta o^T \quad \Delta a^T \quad \Delta P^T]^T$  为位姿误差矩阵;  $H = [H_n^T \quad H_o^T \quad H_a^T \quad H_p^T]^T$  为模型的雅克比矩阵;  $\Delta \eta$  为几何参数误差矩阵, 对于 Staubli TX60 机器人其 ZRM 模型几何参数误差矩阵为:  $\Delta \eta = [\Delta u_{ix} \quad \Delta u_{iy} \quad \Delta u_{iz} \quad \Delta b_{i+1x} \quad \Delta b_{i+1y} \quad \Delta b_{i+1z}]^T_{36 \times 1}, i = 1, 2, \dots, 6$ 。

#### 3.2 几何参数误差辨识

经典的参数误差辨识方法有最小二乘法、最小方差估计法、LM (Levenberg-Marquardt) 方法、卡尔曼滤波法等。在采用上述方法进行参数误差辨识时, 误差模型中的冗余参数将导致系数矩阵出现亏秩, 会使参数辨识的

结果产生较大的偏差,影响机器人标定精度。因此,在参数辨识之前,首先要分析误差模型去除冗余参数,以保证参数辨识结果的准确性。

### 1) 冗余参数去除

为提高机器人标定精度其几何参数误差模型中的冗余参数必须去除。冗余参数即为雅可比矩阵  $\mathbf{H}$  中全为0的列所对应的待辨识参数,以及成比例的列所对应的待辨识参数, $\mathbf{H}$  的秩即为冗余参数的个数。通过将  $\mathbf{H}$  分解成一个正交矩阵  $\mathbf{Q}$  与上三角形矩阵  $\mathbf{R}$  即可获得误差模型中的冗余参数:

$$\mathbf{H} = \mathbf{Q}_{r \times r} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{c \times c} \\ \mathbf{0}_{(r-c) \times c} \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中:  $\mathbf{Q}_{r \times r}$  是正交矩阵;  $\mathbf{R}_{c \times c}$  是上三角矩阵,若  $\mathbf{R}_{c \times c}$  矩阵对角线上的值为0,则该列相对应的参数不可辨识,为冗余参数。

### 2) 位姿误差矩阵 $\Delta \mathbf{E}$ 计算

位姿误差矩阵  $\Delta \mathbf{E}$  为测量位姿矩阵与名义位姿矩阵差:

$$\Delta \mathbf{E} = \mathbf{T}_c - \mathbf{T}_m \quad (12)$$

式中:名义位姿矩阵  $\mathbf{T}_m$  根据式(3)和(4)求得,测量位姿矩阵  $\mathbf{T}_c$  根据机器人末端测得的位置和姿态计算如下:

$$\mathbf{T}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{cM} & \mathbf{P}_c \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中:测量位置平移矩阵  $\mathbf{P}_c = [p_x, p_y, p_z]^T$ ,  $p_x, p_y, p_z$  分别为由激光跟踪仪测得的机器人末端在基坐标系下沿  $x$  轴、 $y$  轴和  $z$  轴的位置坐标分量;测量姿态旋转矩阵  $\mathbf{R}_{cM} = \mathbf{R}_{cw} \mathbf{R}_{cv} \mathbf{R}_{qu}$ ,

$$\mathbf{R}_{cw} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\omega & -\sin\omega \\ 0 & \sin\omega & \cos\omega \end{bmatrix}, \mathbf{R}_{cv} = \begin{bmatrix} \cos\nu & 0 & \sin\nu \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\nu & 0 & \cos\nu \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}_{qu} = \begin{bmatrix} \cos\mu & -\sin\mu & 0 \\ 0 & \sin\mu & \cos\mu \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mu, \nu, \omega \text{ 分别为由激光跟踪}$$

仪测得的机器人末端在基坐标系下绕  $x$  轴偏航角、绕  $y$  轴俯仰角和绕  $z$  轴侧滚角。

### 3) 参数辨识

为了重点关注采用 ZRM 模型标定后的机器人定位精度提升效果,并与常用的 MDH 模型标定结果相比较,选用计算结果稳定的 LM 方法进行几何参数误差辨识,LM 法兼具最速下降法和高斯牛顿法的优点,即在迭代的开始阶段参数估计值远离最优值采用最速下降法,迭代的后期参数估计值接近最优值范围采用高斯牛顿法,因此能够较快地找到几何参数最优解<sup>[21]</sup>。由式(10)几何参数误差方程,可求得辨识算法如下:

$$\Delta \boldsymbol{\eta} = [(\mathbf{H}^T \cdot \mathbf{H} + \mu \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H}^T] \Delta \mathbf{E} \quad (14)$$

式中:  $\mu$  为阻尼参数;  $\mathbf{I}$  为单位矩阵;  $\mathbf{H}$  为根据式(6) ~

(9) 由名义几何参数求得的雅可比矩阵。

## 4 实验与结果

### 4.1 机器人末端位姿测量

测量设备选择 Leica AT960 激光跟踪仪,该仪器不仅能够同时测量机器人末端的位置和姿态,而且能够对温度、湿度及压力的变化具有自检和补偿功能,实现机器人末端位姿坐标的精准测量,对 Staubli TX60 机器人标定实测环境如图1所示。实验操作步骤如下:

#### 1) 建立坐标系

分别控制机器人第1、2关节单独旋转,采用 Leica AT96 对机器人末端的 TMAC 测量3个以上位姿点,采用 SA 软件将测量点分别拟合合成两个圆,以机器人一轴轴线和二轴轴线的交点为坐标系原点,分别将一轴轴线方向和二轴轴线方向作为  $Z$  轴和  $Y$  轴方向,根据右手法则建立机器人基坐标系。将激光跟踪仪反射球置于机器人末端的法兰平面上,采用激光跟踪仪测量反射球上3个位姿点,采用 SA 软件拟合法兰平面,并控制机器人第6关节单独旋转,通过测量位姿点分别拟合圆并将其圆心投影到法兰平面上作为末端坐标系原点,六轴轴线方向作为末端坐标系  $Z$  轴方向,控制机器人第5关节单独旋转将测量位姿点投影到法兰平面上,并将投影所拟合的直线做为  $X$  轴方向,根据右手法则建立机器人末端坐标系。

#### 2) 测量位姿的选取

为了客观评价几何参数模型对机器人标定结果影响,采样点所提供的方程应尽可能多于被辨识参数的维数,以便根据统计原理建立误差模型采用辨识算法进行求解<sup>[14]</sup>。同时,由于机器人原型的制造与安装存在着不确定性误差,机器人在其工作空间各区域的位姿性能不均衡,即特点少量采样点的性能并不能完全反应机器人的整体性能,测量位姿尽可能覆盖机器人整个工作空间,同时兼顾 Leica TMAC 探测器姿态的限制,确保所选位姿可测。以机器人基坐标系为参考坐标系,在对 Staubli TX60 机器人标定时以坐标值(550,0,550)为中心点,在边长为1000 mm的正方体空间内随机选择50个位姿点,该50个点要尽可能分布在整个正方体空间内。根据所选50个位姿点求解获得关节角名义值。

#### 3) 位姿测量

将50个位姿点对应的关节角名义值导入 Staubli TX60 机器人示教器中,用于控制机器人运动。测量方式设置成6D独立测量,使激光跟踪仪能够对机器人末端的位置和姿态同时进行测量,为保证测量稳定性及提高测量精度,测量过程中机器人运动速度选择25%档,到达测量点的等待时间设为6 s,在6 s内 Leica

AT960 完成对机器人末端位姿测量。为减小测量过程中随机误差影响,在设定的同一组关节角下利用激光跟踪仪按照上述设定的条件对末端目标点重复测量 10 次,分别取其位置和姿态的平均值作为该待标定点的位姿和姿态测量值,用于对 Staubli TX60 机器人的几何参数模型进行辨识。

#### 4.2 参数辨识

将上述随机选择的 50 个标定点的关节角及表 1 中

表 2 TX60 ZRM 几何参数误差

Table 2 Geometric parameters errors of ZRM for TX60

参数误差	<i>i</i>					
	1	2	3	4	5	6
$\Delta u_{0ix}$	-0.000 24	-0.000 21	-0.000 23	0.000 39	-0.002 07	0.000 45
$\Delta u_{0iy}$	-0.000 01	0.000 09	0.000 27	-0.001 20	-0.000 68	-0.000 09
$\Delta u_{0iz}$	0.000 10	0.000 18	0.000 17	0.000 30	0.000 63	0.000 15
$\Delta b_{0i+1x}/\text{mm}$	-0.202 64	0.140 88	0.264 06	-0.077 71	0.04811	-0.17591
$\Delta b_{0i+1y}/\text{mm}$	—	—	-0.170 41	—	-0.066 72	0.266 46
$\Delta b_{0i+1z}/\text{mm}$	-0.039 66	0.204 70	—	0.009 83	—	0.031 06

#### 4.3 标定结果

将上述辨识出的几何参数误差补偿到 ZRM 模型名义几何参数中,计算 Staubli TX60 机器人 50 个待标定点的末端绝对定位误差 (absolute positioning error, APE) 如图 3 所示。

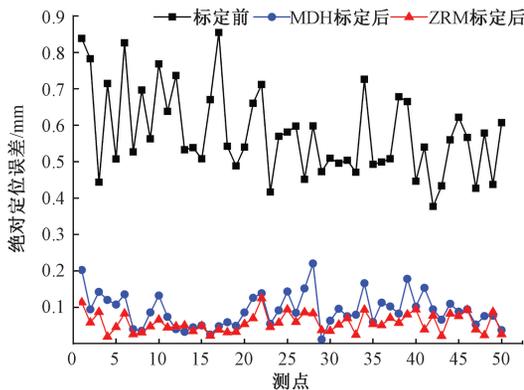


图 3 TX60 标定点的绝对定位误差

Fig.3 APE of calibrated points for TX60

为了验证提出方法的正确性,同时采用 MDH 方法对该模型几何参数 (连杆长度  $a_i$ 、连杆偏距  $d_i$ 、连杆扭角  $\alpha_i$ 、关节角  $\theta_i$ 、及关节扭角  $\beta_i$ ) 建模<sup>[10,14]</sup>,该模型几何参数共 30 个,同样采用正交三角分解去掉冗余参数后剩余 24 个参数,再用 LM 法计算几何参数误差并补偿后求得的末端绝对定位误差同时绘制在图 3 上以便于比较。为了更清楚比较两种模型提升绝对定位精度的效果,50 个

名义几何参数代入式(3)和(4)中,计算机器人末端名义位置平移矩阵和姿态旋转矩阵,与由上述 10 次测量得到的平均实际位置与姿态根据 3.2 节方法计算获得的测量位置平移矩阵和姿态旋转矩阵相减,得到位姿误差矩阵,通过正交三角分解去掉模型冗余几何参数,再用 LM 算法对几何参数误差进行辨识得到 ZRM 参数误差如表 2 所示,表中“—”表示辨识过程中的冗余参数。实验中阻尼参数  $\mu$  初始值取为 0.01。

标定点标定前及采用两种模型标定后的平均绝对定位误差 (average absolute positioning error, AAPE) 和最大绝对定位误差 (maximum absolute positioning error, MAPE) 如图 4 所示。由图 3 和 4 可见,对于 50 个标定点采用 ZRM 模型标定后的绝对定位精度明显优于采用 MDH 模型的标定结果。

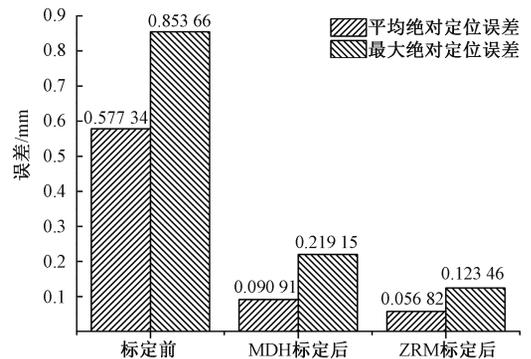
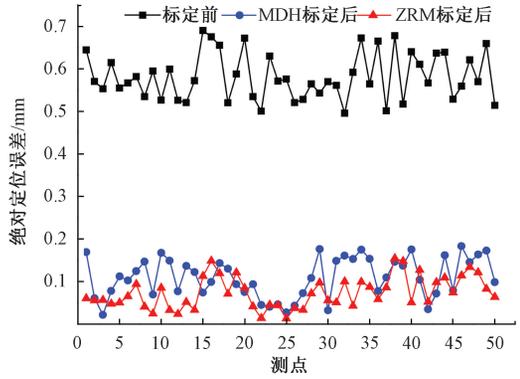


图 4 TX60 标定点精度比较

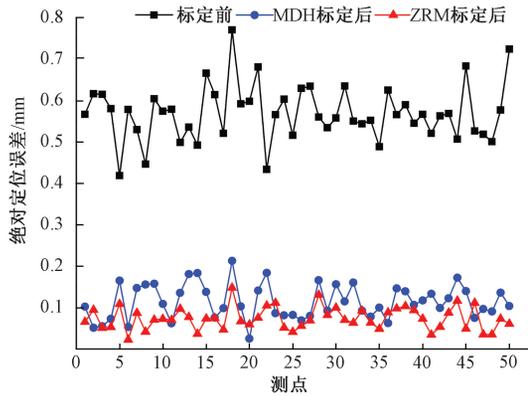
Fig.4 Accuracy comparison of calibrated points for TX60

为了检验上述几何参数标定结果在机器人整个工作空间精度提升的泛化能力,在 Staubli TX60 型机器人末端工作空间到达的极限位置的上方 (U)、下方 (D)、左方 (L)、右方 (R) 及中间 (M) 位置分别建立边长为 500 mm 的 5 个小正方体,在每个正方体区域内随机选取 50 个测试点,该 50 个点尽可能分散在各自正方体空间内。采用与标定点设置相同的测量方法对其末端位姿测量,分别

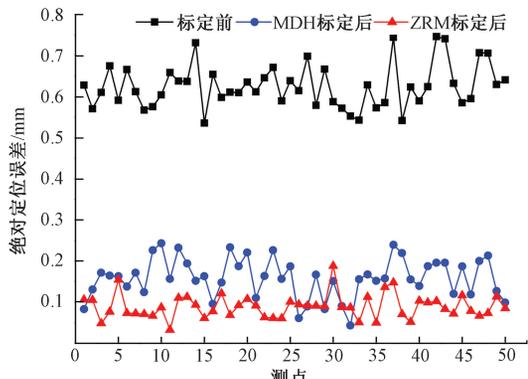
将采用 ZRM 和 MDH 对 Staubli TX60 型机器人辨识的几何参数误差补偿到机器人名义几何参数中,计算上述 5 个区域测试点的末端绝对定位误差如图 5 所示,测试点标定前后的平均绝对定位误差、最大绝对定位误差及两种方法定位误差降幅的比较结果如表 3 和 4 所示。可见,采用 ZRM 方法机器人末端平均定位误差降低 85.7%~90.4%,最大定位误差降低 74.8%~83.5%,采用 MDH 方法平均定位误差降低 74.6%~81.2%,最大定位误差降低 67.4%~73.4%。



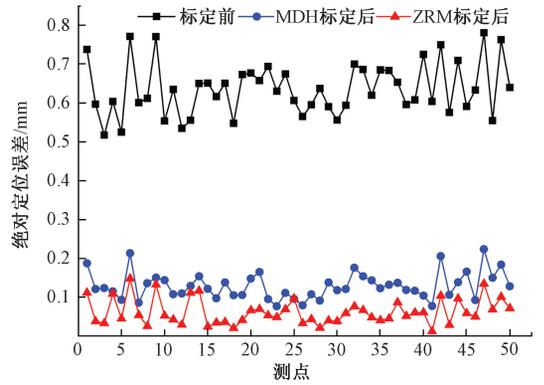
(a) 上方区域  
(a) Upper zone



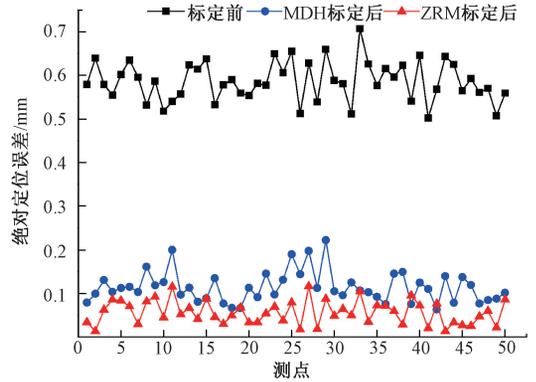
(b) 下方区域  
(b) Down zone



(c) 左方区域  
(c) Left zone



(d) 右方区域  
(d) Right zone



(e) 中间区域  
(e) Middle zone

图5 TX60 测试点绝对定位误差

Fig.5 APE of test points for TX60

表3 TX60 测试点平均绝对定位误差

Table 3 AAPE of test points for TX60

位置	标定前	ZRM	MDH	ZRM 降幅 /%	MDH 降幅/%
		标定后 /mm	标定后 /mm		
U	0.581 9	0.073 7	0.109 7	87.33	81.15
D	0.569 3	0.073 7	0.114 1	87.05	79.96
L	0.625 4	0.089 2	0.159 1	85.74	74.56
R	0.635 9	0.061 7	0.128 7	90.30	79.76
M	0.586 2	0.056 0	0.114 0	90.45	80.55

表4 测试点最大绝对定位误差

Table 4 MAPE of test points for TX60

位置	标定前	ZRM	MDH	ZRM 降幅 /%	MDH 降幅/%
		标定后 /mm	标定后 /mm		
U	0.690 3	0.154 6	0.183 3	77.60	73.45
D	0.770 2	0.147 7	0.212 5	80.82	72.41
L	0.746 1	0.187 9	0.243 2	74.82	67.40
R	0.779 8	0.147 7	0.222 9	81.06	71.42
M	0.706 8	0.116 3	0.221 9	83.54	68.60

为了进一步验证 ZRM 模型用于机器人标定效果,对埃夫特智能装备股份有限公司所生产的 ER10 L-C10 六自由度串联工业机器人进行标定,该机器人末端负载为 0~10 kg,重复定位精度为 $\pm 0.05$  mm,测量环境如图 6 所示。在该机器人最大工作空间随机选择 50 个测点采用上述方法进行测量及标定,实验结果如图 7 所示,其平均绝对定位误差由标定前的 5.890 9 mm 经采用 ZRM 和 MDH 模型标定后分别降低为 1.453 7 mm 和 3.539 5 mm,采用 ZRM 模型和 MDH 模型标定后平均绝对定位精度分别提升 75.3% 和 39.9%,采用 ZRM 模型标定效果优于 MDH 模型的结果。

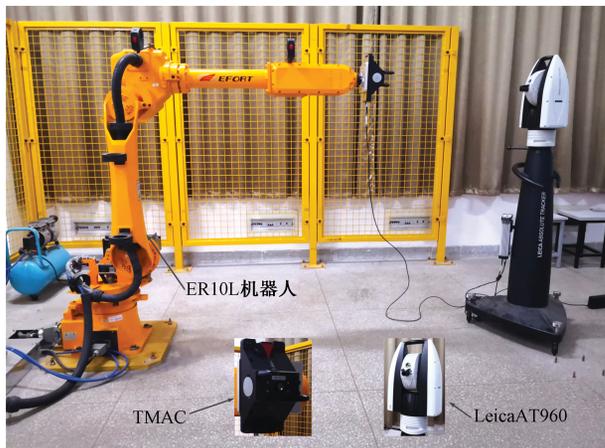


图 6 ER10 L-C10 实测环境

Fig.6 Real measurement setup for ER10 L-C10

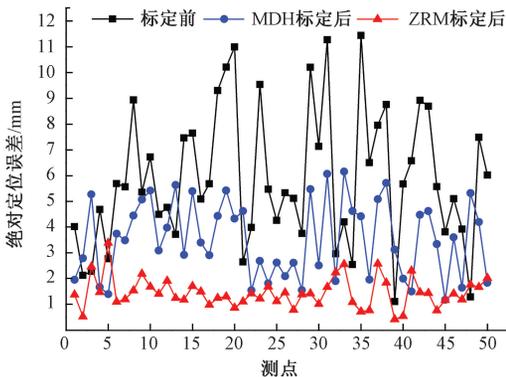


图 7 ER10 L-C10 标定前后的绝对定位误差

Fig.7 APE before and after calibration of ER10 L-C10

#### 4.4 实验结果分析

有效的机器人几何参数标定模型应该满足完备性、连续性及极小性原则,即要求模型必须可以描述任意的结构变化,结构中微小的变动对应误差模型参数空间中的微小变动及模型中仅使用最少的参数<sup>[6]</sup>。机器人基于 MDH 建模经去除冗余参数后采用 LM 算法进行标定时,

实际参与机器人标定的参数共 24 个,模型不满足完备性和连续性要求。而零参考模型其零位可以任意选取,基于位置相似性原理,通过递归方程计算获得了末端位姿封闭形式的解,满足模型完备性和连续性要求,实验中通过去除冗余参数弥补了 ZRM 模型没有达到极小性要求的缺点,避免了不收敛的情况,因此用于机器人标定能够很好提升末端定位精度。

## 5 结 论

为满足工业机器人在高端制造业高精度绝对定位要求,本文采用零参考模型建立机器人关节空间与工作空间之间关系并用于串联工业机器人几何参数标定,采用 Leica AT960 激光跟踪仪对 Stauli TX60 和 ER10 L-C10 机器人工作空间随机选定的测量点进行大量实测,并使用 LM 算法进行辨识。实验结果表明,与采用 MDH 所建模型的标定结果相比,采用 ZRM 模型标定其绝对定位精度有了明显提升,同时基于 ZRM 模型计算机器人末端位姿满足简约性和连续性要求,适合应用于对机器人有高精度定位要求的场合。

### 参考文献

- [1] 中华人民共和国科学技术部. 科技部关于发布国家重点研发计划“智能机器人”等重点专项 2018 年度项目申报指南的通知 [EB/OL]. [2018-07-30]. [http://www.most.gov.cn/mostinfo/xinxifenlei/fgzc/gfxwj/gfxwj2018/201808/t20180803\\_141054.htm](http://www.most.gov.cn/mostinfo/xinxifenlei/fgzc/gfxwj/gfxwj2018/201808/t20180803_141054.htm).
- [2] NGUYEN H N, ZHOU J, KANG H J. A calibration method for enhancing robot accuracy through integration of an extended Kalman filter algorithm and an artificial neural network [J]. *Neurocomputing*, 2015, 151: 996-1005.
- [3] MOORING B W, ROTH Z S, DRIELS M R. *Fundamentals of manipulator calibration* [M]. Hoboken: Wiley-Interscience Publication, 1991.
- [4] 房立金, 党鹏飞. 基于量子粒子群优化算法的机器人运动学标定方法 [J]. *机械工程学报*, 2016,

- 52(7):23-30.
- FANG L J, DANG P F. Kinematic calibration method of robots based on quantum-behaved particle swarm optimization [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(7):23-30.
- [5] 李睿, 曲兴华. 工业机器人运动学参数标定误差不确定度研究 [J]. 仪器仪表学报, 2014, 35(10): 2192-2199.
- LI R, QU X H. Study on calibration uncertainty of industrial robot kinematic parameters [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2014, 35(10): 2193-2199.
- [6] SCHROER K, ALBRIGHT L S, GRETHLEIN M. Complete, minimal and model-continuous kinematic models for robot calibration [J]. Robot Computer Integrated Manufacture, 1997, 13(1):73-85.
- [7] HAYATI S, MIRMIRANI M. Improving the absolute positioning accuracy of robot manipulators [J]. Journal of Robotic Systems, 1985, 2(4):397-413.
- [8] YIER W, ALEXANDR K, STÉPHANE C, et al. Geometric calibration of industrial robots using enhanced partial pose measurements and design of experiments [J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2015, 35(1):151-168.
- [9] GUO Y, YIN S, REN Y J, et al. A multilevel calibration technique for an industrial robot with parallelogram mechanism [J]. Precision Engineering, 2015, 40(1): 261-272.
- [10] 温秀兰, 康传帅, 宋爱国, 等. 基于全位姿测量优化的机器人精度研究 [J]. 仪器仪表学报, 2019, 40(7): 81-89.
- WEN X L, KANG CH SH, SONG AI G, et al. Study on robot accuracy based on full pose measurement and optimization [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2019, 40(7):81-89.
- [11] KONG L Y, CHEN G L, ZHANG Z. Kinematic calibration and investigation of the influence of universal joint errors on accuracy improvement for a 3-DOF parallel manipulator [J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2018, 49: 388-397.
- [12] 孙剑萍, Jeff Xi, 汤兆平. 机器人定位精度及标定非概率可靠性方法研究 [J]. 仪器仪表学报, 2018, 39(12): 109-120.
- SUN J P, JEFF X, TANG ZH P. Non-probabilistic reliability method for robot position accuracy and calibration [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2018, 39(12):109-120.
- [13] GUPTA K C. A note on position analysis of manipulators [J]. Mechanism and Machine Theory, 1984, 19(1): 5-8.
- [14] 张晓平. 六自由度关节型机器人参数标定方法与实验研究 [D]. 武汉: 华中科技大学, 2013.
- ZHANG X P. Research on 6R articulated robot calibration methods and experiments [D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2013.
- [15] 白云飞, 丛明, 杨小磊, 等. 基于6参数模型的6R串联机器人运动学参数辨识 [J]. 机器人, 2015, 37(4): 486-492.
- BAI Y F, CONG M, YANG X L, et al. Kinematic parameter identification for 6R serial robots based on a 6-Parameter model [J]. Robot, 2015, 37(4): 486-492.
- [16] HE R, ZHAO, Y, YANG S, et al. Kinematic parameter identification for serial-robot calibration based on POE formula [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2010, 26(3): 411-423.
- [17] YANG S, ZHAO Y, HE R, et al. Experimentation on identifying the kinematic parameters of serial mechanism based on the product-of-exponential formula [J]. Robot, 2011, 33(1):1, 35-39.
- [18] ZENG Y F, TIAN W, LIAO W H. Positional error similarity analysis for error compensation of industrial robots [J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2016, 42:113-120.
- [19] KAZEROUNIAN K, QIAN G Z. Kinematic calibration of robotic manipulators [J]. Transaction of the ASME, 1989, 111:482-487.
- [20] 周星, 黄石峰, 朱志红. 六关节工业机器人TCP标定模型研究与算法改进 [J]. 机械工程学报, 2019, 55(11): 186-196.
- ZHOU X, HUANG SH F, ZHU ZH H. TCP Calibration model research and algorithm improvement of six joint industrial robot [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(11):186-196.
- [21] MENG C, ZHANG J, ZHOU F G, et al. New method for geometric calibration and distortion correction of conventional C-arm [J]. Computers in Biology and

Medicine, 2014, 52:49-56.

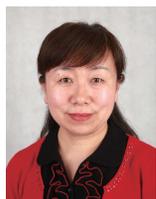
## 作者简介



**赵艺兵**, 1988 年获太原理工大学学士学位, 现为南京工程学院高级实验师, 主要研究方向为数控技术、机器人控制标定及其应用技术。

E-mail: zdhxzyb@njit.edu.cn

**Zhao Yibing** received his B.Sc. degree from Taiyuan University of Technology in 1988. He is currently a senior experimentalist at Nanjing Institute of Technology. His main research interests include numerical control technology, robot control calibration and its application technology.



**温秀兰** (通信作者), 2004 年获东南大学博士学位, 现为南京工程学院教授、硕士生导师, 主要研究方向为精密计量、机器人控制与标定技术、智能计算及其应用。

E-mail: zdhxwzl@njit.edu.cn

**Wen Xiulan** (Corresponding author) received her Ph. D. degree from Southeast University in 2004. She is currently a professor and a M. Sc. student advisor at Nanjing Institute of Technology. Her main research interests include precision metrology, robot control and calibration technology, intelligent computation and its application.



**宋爱国**, 1996 年获东南大学博士学位, 现为东南大学教授、博士生导师, 主要研究方向为机器人传感与遥操作机器人技术、信号处理及仿生智能计算等。

E-mail: a.g.song@seu.edu.cn.

**Song Aiguo** received his Ph. D. degree from Southeast University in 1996. He is currently a professor and a Ph. D. advisor at Southeast University. His main research interests include robot sensing and teleoperation robot technology, signal processing and bionic intelligent computing, etc.