

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J1905130

基于深度神经网络的液压泵泄漏状态识别^{*}

陈里里^{1,2}, 何颖¹, 董绍江¹

(1. 重庆交通大学 机电与车辆工程学院 重庆 400074; 2. 重庆市勘测院 重庆 4001121)

摘要:针对液压信号的高度复杂性以及难以识别的特点,构建了一种基于堆栈稀疏自编码器和 Softmax 的深度神经网络来对液压泵泄漏状态进行识别。利用小波变换和希尔伯特-黄变换提取液压信号的低维特征,并输入深度神经网络。通过堆栈稀疏自编码器的逐层学习对特征进行优化并提取出高维特征,然后使用 Softmax 进行识别。实验结果表明,堆栈稀疏自编码器能够有效地提取液压泵泄漏状态的高维特征,构建的深度神经网络可有效地识别液压泵泄漏状态,识别精度达到了 97.6%。此外与支持向量机、极限学习机、卷积神经网络以及长短期记忆网络相比,深度神经网络具有更好的识别效果。

关键词: 液压泵; 泄漏; 堆栈稀疏自编码器; 深度神经网络

中图分类号: TH137 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 460.40

Recognition of hydraulic pump leakage status based on deep neural network

Chen Lili^{1,2}, He Ying¹, Dong Shaojiang¹

(1. Chongqing Jiao Tong University, School of Mechatronics & Vehicle Engineering, Chongqing 400074, China;
2. Chongqing Survey Institute, Chongqing 401121, China)

Abstract: Due to the high complexity, it is hard to recognize hydraulic signals. To solve this problem, a deep neural network is formulated for recognition of hydraulic pump leakage status, which is based on the stacked sparse autoencoder and Softmax. The low-level features are extracted by the wavelet transform and the Hilbert-Huang transform. These features are put into the deep neural network. Through the layer-by-layer learning of stacked sparse autoencoder, the low-level features are optimized and the high-level features are obtained. Then, Softmax is used to recognize other features. Experimental results show that the stacked sparse autoencoder can effectively extract the high-level features of hydraulic pump leakage status. The formulated deep neural network can distinguish the pump leakage status and the recognition accuracy is 97.6%. In addition, compared with extreme learning machine, support vector machine, convolutional neural networks and long short-term memory, the deep neural network has better recognition effectiveness.

Keywords: hydraulic pump; leakage; stacked sparse autoencoder; deep neural network

0 引言

作为一个典型的高度非线性系统,液压系统的各个

回路之间相互影响,以至于系统的失效形式和故障的机理变得复杂多样,而且由于其内部的动力传递封闭,参数难以测量等使故障的诊断变得困难^[1]。作为液压系统的关键部件,液压泵的工作状态对系统的可靠性有着巨大

收稿日期:2019-05-13 Received Date:2019-05-13

^{*} 基金项目:国家自然科学基金(51775072)、重庆市教委科学技术研究项目(KJ1729410)、重庆市基础与前沿研究计划(cstc2016jcyjA0526)、重庆市社会事业与民生保障科技创新专项(cstc2017shmsA30016)资助

的影响,而且其故障信号有着明显的非线性和非平稳性^[2]。在液压泵的工作过程中,由于时常伴有强烈的噪声和固有机机械振动的干扰,导致液压泵故障机理十分复杂,而且使故障特征变得难以提取^[3]。液压系统的故障诊断常借鉴于机械系统的故障诊断,常用的机械系统故障诊断方法有:小波包分解^[4-5]、信息融合^[6-7]、模糊神经网络^[8]、Hilbert-Huang 变换^[9]等。在液压泵的故障诊断中,常用的特征提取方法有:小波分析^[10]、经验模态分解^[11]、小波包频谱分析^[12]等。唐宏宾等^[11]基于经验模态分解和包络谱分析对液压泵早期故障进行诊断。刘玉娇等^[13]利用粒子滤波以及自回归谱方法来对液压泵的故障进行诊断。牛慧峰等^[10]将小波分析和免疫支持向量机应用于液压泵故障诊断中。高英杰等^[12]利用小波包提取出压力信号中的故障特征,并利用残差分析来实现液压泵状态监测。由于液压信号的复杂性,以上方法未对特征进行优化,故而适应性以及诊断效果并不理想。

近年来,随着深度学习的流行,卷积神经网络^[14-15]、深度置信网络^[16-17]、堆栈自编码器^[18-19]等深度学习模型也被应用于故障诊断中。堆栈稀疏自编码器(stacked sparse autoencoder, SSAE)是一种无监督的学习算法,由几个基本的自编码器组成,其具有从数据集中学习更抽象的、不变的高维特征的内在能力^[20]。正是由于 SSAE 具有良好的优化特征与提取高维特征的能力,因此其广泛应用于故障诊断中。

在液压系统的故障诊断中,常使用的信号有很多,如振动、噪声、压力、温度、流量等。液压泵压力信号富含液压泵各种故障的特征信息,并且获取方便,可以用于液压泵的状态监测^[12]。此外,液压泵的流量信号也常用于液压泵的故障诊断中。对于液压泵泄漏状态的识别,本文选择使用压力信号和流量信号。本文主要是针对液压信号难以识别的特点,使用堆栈稀疏自编码器对特征进行优化,提高识别率。因此采用了常用的液压信号处理方法来提取低维特征,即:使用小波变换与希尔伯特-黄变换来提取低维特征。构建的深度神经网络(deep neural network, DNN)由堆栈稀疏自编码器和 Softmax 组成,其中堆栈稀疏自编码器用来对低维特征进行优化,并提取出有效的高维特征,Softmax 层则用来识别。

1 低维特征提取

1.1 小波变换

小波变换具有平移不变性以及多分辨率的特性,适用于非平稳信号的处理^[21]。由于采集的液压信号是离散信号,因此,采用离散的小波变换来对信号进行分析与处理。常用的离散小波变换公式如下:

$$DW(2^{-j}, 2^{-j}k) = \frac{1}{\sqrt{2^j}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi\left(\frac{t - 2^j k}{2^j}\right) dt \quad (1)$$

逆变换如下所示:

$$f(t) = A \sum_{j=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} DW(2^j, 2^j k) \psi_{(2^j, 2^j k)}(x) \quad (2)$$

式中: $f(t)$ 是原始信号; $\psi(t)$ 是小波母函数; 2^{-j} 是伸缩因子; $2^{-j}k$ 是平移因子; A 是一个与信号无关的常数。

本文采用 db1 小波函数将液压信号进行 3 层分解。分解后可以得到 4 个频带,计算这 4 个频带系数的样本熵,从而得到 4 个特征。具体的样本熵理论可以参考文献[22]。

1.2 希尔伯特-黄变换

希尔伯特-黄变换(Hilbert-Huang transform, HHT)包含两个部分,即经验模态分解(empirical mode decomposition, EMD)和希尔伯特变换^[23]。EMD 方法将信号分解为一系列的本征模态函数(intrinsic mode function, IMF)。每个本征模态函数都满足两个条件:1)在整个数据序列中,过零点以及极值点的数目必须相同,或者它们之间的数量之差不能多于一个;2)在任意时刻,由局部极大值点形成的包络和局部极小值点形成的包络的平均值为 0^[24-25]。

经过 EMD 方法分解之后,信号 $S(t)$ 可以按下式重构:

$$S(t) = \sum_{k=1}^n c_k(t) + r_n(t) \quad (3)$$

式中: n 为本征模态的数量; $c_k(t)$ 是第 k 个本征模态函数; $r_n(t)$ 为残余函数。

为进一步揭示信号的局部变化的特征,将通过 EMD 分解之后得到的各个固有模态函数进行希尔伯特变换,得到瞬时幅值以及瞬时频率^[26]。

对于任意的本征模态函数 $c(t)$, 希尔伯特变换定义如下:

$$y(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{c(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (4)$$

解析信号 $z(t)$ 如下:

$$z(t) = c(t) + jy(t) = a(t)e^{j\theta(t)} \quad (5)$$

其中 $a(t)$ 和 $\theta(t)$ 分别为瞬时幅值和瞬时相位为:

$$a(t) = \sqrt{c(t)^2 + y(t)^2} \quad (6)$$

$$\theta(t) = \arctan\left(\frac{y(t)}{c(t)}\right) \quad (7)$$

瞬时频率为:

$$\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (8)$$

本文通过希尔伯特-黄变换获得了 3 个特征。在信号经过 EMD 之后,对所有的固有模态函数求其方差之和,求得一个特征。在希尔伯特变换之后,求得 IMF1 的

最大幅值和 IMF1 的最大瞬时频率,得到两个特征。

2 深度神经网络

2.1 稀疏自编码器

一个典型的自编码器是一个3层的对称前馈神经网络,包括输入层、隐含层以及输出层,其网络结构如图1所示。自编码器包含两个过程,即编码过程和解码过程。在编码过程中,网络将输入矢量 $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 通过式(9)转换为隐含矢量 $\mathbf{h} = \{h_1, h_2, \dots, h_s\}$;在解码过程中,网络将隐含矢量 $\mathbf{h}$ 通过式(10)转换为输出层矢量 $\hat{\mathbf{x}} = \{\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n\}$ 。

$$h_i = f(W_E x_i + b_E) = \frac{1}{1 + \exp[-(W_E x_i + b_E)]} \quad (9)$$

$$\hat{x}_i = f(W_D h_i + b_D) = \frac{1}{1 + \exp[-(W_D h_i + b_D)]} \quad (10)$$

式中: f 为激活函数; W_E 和 b_E 分别为输入层到隐含层的权重矩阵和偏置向量; W_D 和 b_D 分别为隐含层到输出层的权重矩阵和偏置向量。

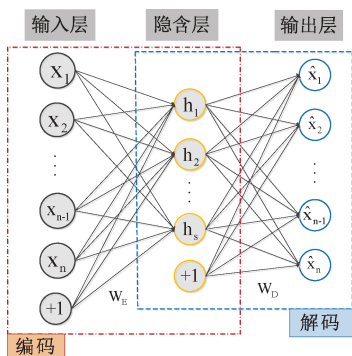


图1 自编码器结构

Fig.1 The structure of autoencoder

将输入矢量 $\mathbf{x}$ 通过编码映射到隐含矢量 $\mathbf{h}$, 再通过解码, 将矢量 $\mathbf{h}$ 映射到输出矢量 $\hat{\mathbf{x}}$ 。 $\hat{\mathbf{x}}$ 是输入矢量 $\mathbf{x}$ 的重构, 自编码器网络尝试学习逼近一个恒等函数, 使得输出矢量 $\hat{\mathbf{x}}$ 接近于输入矢量 $\mathbf{x}$ 。自编码器就是要通过网络训练找到最优的权重矩阵和偏置向量, 使重构误差最小, 从而使隐含层矢量 $\mathbf{h}$ 可以作为输入矢量 $\mathbf{x}$ 的特征表示。用于网络训练的误差损失函数如下:

$$J_{AE} = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N \|\mathbf{x}_i - \hat{\mathbf{x}}_i\|_2^2 + \frac{\lambda}{2} \sum_{l=1}^{L-1} \sum_{j=1}^{n_l} \sum_{i=1}^{n_{l+1}} (W_{ij}^l)^2 \quad (11)$$

式中: N 是输入数据的数量; λ 是权重衰减系数; L 为网络层数; n_l 为第 L 层的神经元数量。为了更好地表示输入数据, 对自编码器的隐含层施加稀疏限制, 从而学习到稀疏的特征, 这便是稀疏自编码器。在自编码器的损失函数中加入稀疏惩罚项来达到稀疏性约束的目的, 即稀疏

自编码器的损失函数如下所示:

$$J_{SAE} = J_{AE} + \beta \sum_{j=1}^m KL(\rho \parallel \hat{\rho}_j) \quad (12)$$

$$\hat{\rho}_j = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N h_j(x_i) \quad (13)$$

$$KL(\rho \parallel \hat{\rho}_j) = \rho \log \frac{\rho}{\hat{\rho}_j} + (1 - \rho) \log \frac{1 - \rho}{1 - \hat{\rho}_j} \quad (14)$$

式中: β 是稀疏惩罚因子系数; m 为隐含层神经元的数量; $\hat{\rho}_j$ 表示平均激活度; ρ 为稀疏参数, 为使大多数神经元处于“抑制状态”, 其值通常很小。

在训练稀疏自编码器的过程中, 通过最小化损失函数, 利用反向传播算法来优化网络的参数^[27]。权重和偏置按迭代方式更新如下:

$$W_{ij}^l = W_{ij}^l - \gamma \frac{\partial}{\partial W_{ij}^l} J_{SAE} \quad (15)$$

$$b_i^l = b_i^l - \gamma \frac{\partial}{\partial b_i^l} J_{SAE} \quad (16)$$

式中: γ 是学习率。

2.2 Softmax

Softmax 模型是 Logistic 模型的扩展延伸, 主要用于多分类问题。设有 m 个样本, $\{(x^i, y^i)\} = \{(x^1, y^1), (x^2, y^2), \dots, (x^m, y^m)\}$, x 为输入特征, y 为标签, $y^i \in \{1, 2, 3, \dots, k\}$, 其中 k 为总的类数。对于每个输入样本 x^i , 都有对应的概率输出, 即 $p = (y^i = j | x^i)$, 这表示 x^i 被判断为 j 的概率。对于一个有 k 分类问题, 输出将是一个 k 维的矢量, 如下所示。

$$\mathbf{h}_o(x^i) = \begin{bmatrix} p(y^i = 1 | x^i; \theta) \\ p(y^i = 2 | x^i; \theta) \\ \vdots \\ p(y^i = k | x^i; \theta) \end{bmatrix} = \frac{1}{\sum_{j=1}^k \exp(\theta_j^T x^i)} \begin{bmatrix} \exp(\theta_1^T x^i) \\ \exp(\theta_2^T x^i) \\ \vdots \\ \exp(\theta_k^T x^i) \end{bmatrix} \quad (17)$$

式中: θ 为模型参数; $1/\sum_{j=1}^k \exp(\theta_j^T x^i)$ 是对概率分布作归一化处理, 使所有的概率相加为 1^[28]。

Softmax 模型的代价函数如下所示:

$$J(\theta) = -\frac{1}{m} \left[\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^k 1\{y^i = j\} \log p(y^i = j | x^i; \theta) \right] \quad (18)$$

$$p(y^i = j | x^i; \theta) = \frac{\exp(\theta_j^T x^i)}{\sum_{j=1}^k \exp(\theta_j^T x^i)} \quad (19)$$

式中: $1\{\cdot\}$ 为指示函数, 即: $1\{\text{内容为真}\} = 1, 1\{\text{内容为假}\} = 0$ 。

2.3 深度神经网络的构建

本文基于 SSAE 和 Softmax 构建了一个深度神经网络(DNN)。堆栈稀疏自编码器包含多个稀疏自编码器

(sparse autoencoder, SAE),通过无监督的方式学习高维特征,将前一个稀疏自编码器提取的特征作为下一个稀疏自编码器的输入,以此方式层层堆叠,组成堆栈稀疏自编码器。本文的堆栈稀疏自编码器是由两个稀疏自编码器堆叠而成,其顶部输出与 Softmax 分类器相连,构成深度神经网络,其网络模型如图 2 所示。

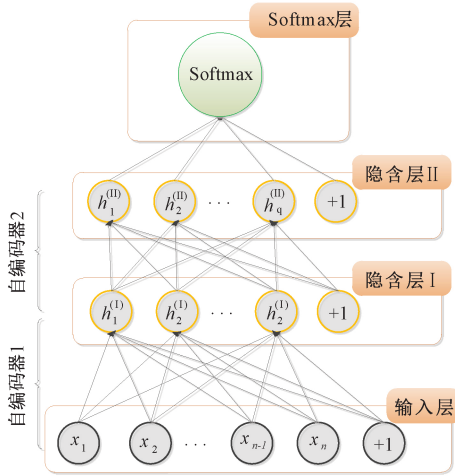


图 2 深度神经网络
Fig.2 The deep neural network

为了进一步改善 DNN 的识别性能,可以利用代价函数来微调整个 DNN。通过反向传播算法,调整 Softmax 层,第 2 个稀疏自动编码器以及第 1 个稀疏自动编码器的参数,使 DNN 的训练误差变小,从而达到改善性能的目的。

3 实验验证与结果分析

本节对实验数据和 DNN 模型的实验步骤进行了详细描述,并对 DNN 实验结果进行了分析。通过对 DNN 中 SSAE 提取液压信号高维特征能力的分析,进一步地证明了,本文构建的 DNN 对液压泵泄露状态具有良好的识别性能。其中,通过对 SSAE 提取的特征进行可视化,初步分析了其提取特征的能力;通过对比实验,进一步证明 SSAE 具有良好的特征提取能力,从而验证了 DNN 的识别效果。

3.1 实验数据

本文实验数据来自 UCI 上的液压系统状态监测数据集^[29]。该数据集通过液压试验台获得,系统循环重复恒定负载(持续时间 60 s),并同时测量过程值,如压力、体积流量以及温度等。本文主要是对液压泵的泄漏状态进行识别,选择了主回路中的 3 个压力传感器数据(PS1, PS2, PS3)和一个流量传感器数据(FS1)。压力传感器采样率为 100 Hz,流量传感器的采样率为 10 Hz。泵的泄漏

状态,样本数量,以及状态标签等如表 1 所示。

表 1 液压泵的 3 种状态
Table 1 Three states of hydraulic pump

泵状态	样本数	状态标签	故障类别
无泄漏	250	100	0
微弱泄漏	250	010	1
严重泄漏	250	001	2

3.2 DNN 的实验步骤

实验过程的具体流程如图 3 所示。具体步骤描述如下:

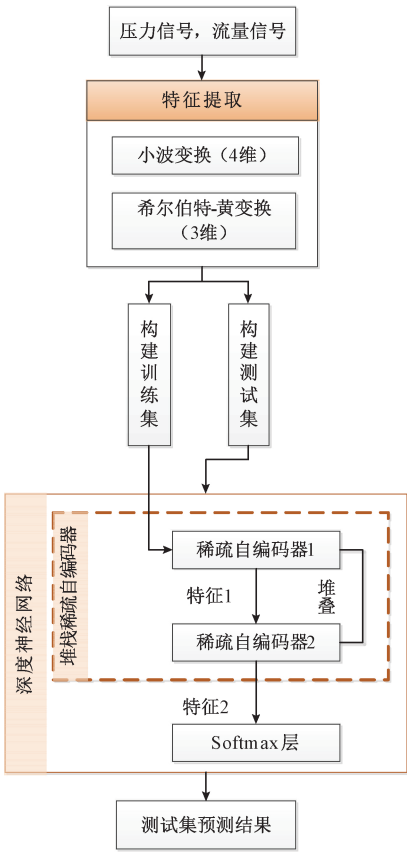


图 3 实验流程
Fig.3 The flow diagram of experiment

1) 利用小波变换和 HHT 提取低维特征。每种泄漏状态都包含 4 个信号,经过小波变换和 HHT,从每个信号中获得 7 个特征,即一共 28 个特征来表示一种泵泄漏状态。

2) 构建训练集和测试集。随机选择每一类数据的 50% 构成训练集,即训练集一共包含 375 个样本,每一类泵泄漏状态都是 125 个样本。剩下的则构成了测试集。

3) 为训练集和测试集建立标签。

4) 初始化神经网络参数。稀疏自编码器 1 隐含层神经元数量设置为 20, L2 正则化权重衰减系数为 0.000 1, 稀疏性惩罚权重因子为 4, 稀疏性系数为 0.05。网络的其他参数详情如表 2 所示。

表 2 DNN 网络参数
Table 2 Parameters of DNN

参数	SAE1	SAE2	Softmax
隐含层神经元数量	20	10	-
L2 正则化权重衰减系数	0.000 1	0.000 1	-
稀疏性惩罚权重因子	4	4	-
稀疏性系数	0.05	0.05	-
解码传递函数	purelin	purelin	-
最大训练迭代次数	-	-	1 000
代价函数	-	-	crossentropy
训练算法	-	-	trainsg

5) 训练网络及测试。首先用训练集对构建的神经网络进行训练。通过构建的损失函数, 利用梯度下降算法来调整网络的权值和缩小网络的重构误差。当训练好网络后, 再用测试集对网络进行测试。

3.3 DNN 的实验结果

实验结果如图 4 所示。混淆矩阵的横轴代表泵泄漏状态的实际类别, 纵轴代表测试集的预测类别。对角线上的数值分别代表每一类样本中预测正确的数量以及其在测试集中所占比例。由图 4 可知, 网络测试集总的预测正确率为 97.6%, 在无泄漏的预测中, 正确预测达到 123 个, 所占比例为 99.2%, 在微弱泄漏的预测中, 正确预测则为 121, 占比 96.8%, 在严重泄漏的预测中, 正确预测为 122 个, 占比为 96.8%。从测试的结果来看 DNN 可以有效识别出泵的 3 种泄漏状态。

无泄漏	123 32.8%	1 0.3%	0 0.0%	99.2% 0.8%
	1 0.3%	121 32.3%	3 0.8%	96.8% 3.2%
	1 0.3%	3 0.8%	122 32.5%	96.8% 3.2%
微弱泄漏				
严重泄漏				
	98.4% 1.6%	96.8% 3.2%	97.6% 2.4%	97.6% 2.4%
	无泄漏	微弱泄漏	严重泄漏	

图 4 DNN 识别结果

Fig.4 Recognition results of DNN

3.4 DNN 中 SSAE 提取高维特征的能力分析

1) SAE 层数的设计

本文构建的深度神经网络是由多个稀疏自编码器

堆叠而成, 故而不同的 SAE 层数(堆叠的 SAE 个数)会对识别的结果产生影响。用已构建好的训练集对 SAE 层数为 $N(N=1, 2, 3, 4, 5)$ 的深度神经网络进行训练, 然后再用测试集进行测试, 结果如图 5 所示。从图 5 可以看出, 总体来说构建的深度神经网络识别正确率都较好, 当网络堆叠的 SAE 个数为 2 时, 识别的结果最好, 达到了 97% 以上。而随着堆叠的 SAE 个数的增加, 网络的识别正确率不断波动, 略有下降, 而且随着层数的增加网络的训练时间也会有所增加, 故而本文选择堆叠了 2 个 SAE 的深度神经网络来对泵泄漏状态进行识别。

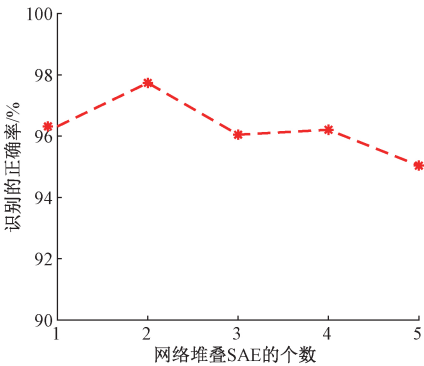
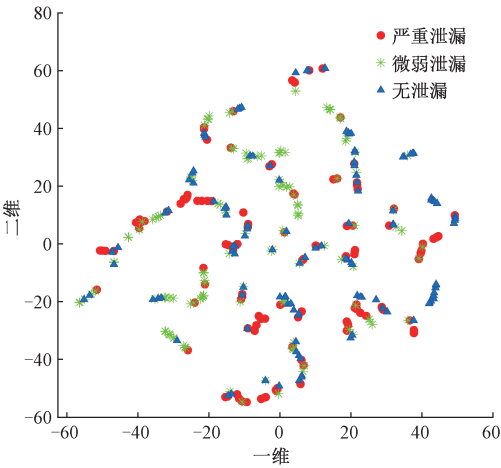


图 5 堆叠不同个数 SAE 的识别正确率

Fig.5 The recognition accuracy of stacking different numbers of SAE

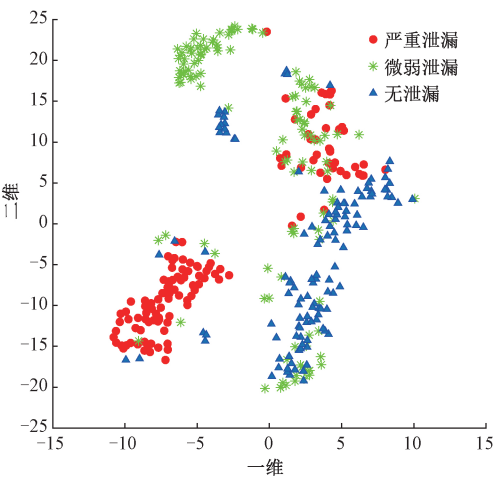
2) SSAE 提取特征的可视化分析

堆栈稀疏自编码器主要是对液压信号的低维特征进行优化, 并提取出高维特征。当液压信号经过小波变换和 HHT 提取了低维特征后, 将得到的低维特征输入堆栈稀疏自编码器。通过堆栈稀疏自编码器的层层学习得到高维特征。利用 t-SNE^[30] 算法将得到的低维特征和高维特征进行二维可视化, 如图 6 所示。



(a) 低维特征可视化

(a) The visualization of low-level features



(b) 高维特征可视化
(b) The visualization of high-level features

图 6 特征可视化

Fig.6 The features visualization

一般来说,同一类别的数据更具有相似性和集中性,t-SNE 算法可以将不同类别的数据区分开来,区分越明显则说明数据可分性越好。图 6(a)所示为低维特征的可视化,可以看出 3 种泄漏状态十分散乱,各有交叉。图 6(b)所示为经过 SSAE 提取的第一层高维特征的可视化,可以看出 3 种泄漏状态已经有了极好的区分度,虽有部分交叉,但总体来说已经达到了明显的分离,各自聚集的状态。这说明本文构建的 SSAE 拥有对液压信号低维特征进行优化并提取有效的高维特征的能力。

3)SSAE 提取高维特征的效果验证

为了验证堆栈稀疏自编码器能否有效地提取液压信号的高维特征,本文将构建的 DNN 与 Softmax、支持向量机 (support vector machine, SVM)、极限学习机 (extreme learning machine, ELM)、卷积神经网络 (convolutional neural networks, CNN) 和长短期记忆网络 (long short-term memory, LSTM) 进行了比较,具体流程如图 7 所示。其中, SVM 选择使用 RBF 核函数,并设置惩罚参数 $c=2$,核函数参数 $g=20$;ELM 使用 sigmoidal 作为传递函数,隐含神经元设置为 12;CNN 中包含有 1 个卷积层、两个全连接层和 1 个 Softmax 层;LSTM 中包含有 1 个 lstm 层、1 个全连接层和 1 个 Softmax 层。CNN 和 LSTM 的具体训练参数设置如表 3 所示。表 4 所示为各个模型的识别结果,其中 DNN 的识别率达到了 97% 以上。相比于 Softmax、SVM、ELM、CNN 和 LSTM 来说,DNN 识别效果最好,这也证明了 SSAE 具有较好的高维特征提取能力。此外,作为深度网络, CNN 和 LSTM 也拥有特征提取的能力,但从实验结果来看,其识别效果并不好,这可能是由于 CNN 和 LSTM 模型的参数量较为庞大,并且难以训练导致的。这也进一步反

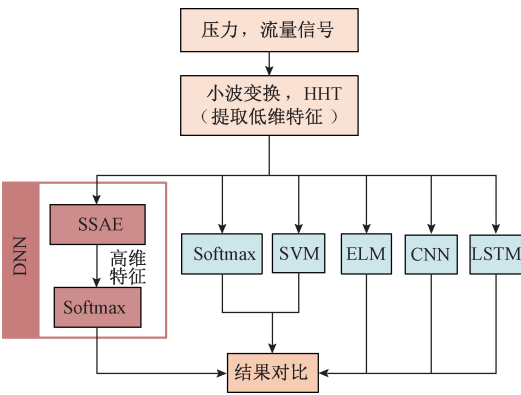


图 7 对比验证
Fig.7 Comparison validation

表 3 CNN/LSTM 的训练参数

Table 3 The training parameters of CNN/LSTM

参数	CNN/LSTM
优化器	Adam
初始学习率	0.001
L2 正则化	0.000 1
最大步数	500
小批量尺寸	128

表 4 6 种模型识别结果对比

Table 4 Recognition results comparison of six models

方法	样本总数	识别率/%
DNN	750	97.41
SVM	750	91.50
ELM	750	87.65
LSTM	750	78.20
CNN	750	70.67
Softmax	750	67.70

映了 SSAE 拥有更好的特征提取能力,所以,本文构建的 DNN 网络更适用于液压泵泄漏状态的识别。

4 结 论

本文基于堆栈稀疏自编码器 (SSAE) 和 Softmax 构建了一个深度神经网络 (DNN)。通过实验验证,SSAE 可以优化液压信号的低维特征并提取出有效的高维特征,使得构建 DNN 能有效地识别液压泵泄漏状态。SSAE 引入了“稀疏”,使得网络能够避免简单地复制信息,获得了更好的鲁棒性,得到更加有效的高维特征。通过 SSAE

这种优化特征并提取高维特征的能力,解决了液压信号难以识别的问题。在未来,构建的 DNN 模型也可用于其他的信号识别以及故障诊断中。

参考文献

- [1] 周汝胜, 焦宗夏, 王少萍. 液压系统故障诊断技术的研究现状与发展趋势[J]. 机械工程学报, 2006, 42(9): 6-14.
ZHOU R SH, JIAO Z X, WANG SH P. Research status and development trend of hydraulic system fault diagnosis technology [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2006, 42(9): 6-14.
- [2] 刘志强, 姜万录, 谭文振, 等. 基于多特征融合多核学习支持向量机的液压泵故障识别方法[J]. 中国机械工程, 2016, 27(24): 3355-3361.
LIU ZH Q, JIANG W L, TAN W ZH, et al. Fault identification method for hydraulic pumps based on multi-feature fusion and multiple kernel learning SVM [J]. China Mechanical Engineering, 2016, 27 (24): 3355-3361.
- [3] 刘思远, 李晓明, 刘建勋, 等. 基于振动烈度的液压泵故障多信息特征提取方法研究[J]. 振动与冲击, 2018, 37(14): 269-276.
LIU S Y, LI X M, LIU J X, et al. Multi-information fault feature extraction method for hydraulic pumps based on the vibration intensity [J]. Journal of Vibration and Shock, 2018, 37(14): 269-276.
- [4] 张国珺, 史元浩. 考虑最小成本的风机轴承维护周期优化[J]. 电子测量与仪器学报, 2019, 33(2): 48-55.
ZHANG G J, SHI Y H. Optimization of wind turbine bearing maintenance cycle based on minimum cost [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2019, 33(2): 48-55.
- [5] 卢学军, 缪思恩, 隋明霖, 等. 旋转机械振动信号的小波包分解及故障检测[J]. 仪器仪表学报, 2002(5): 484-487, 498.
LU X J, MIAO S EN, SUI M L, et al. Wavelet packet decomposition of vibration signal for rotating machinery and its fault testing [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2002(5): 484-487, 498.
- [6] 张强, 刘志恒, 王海舰, 等. 基于多特征信息融合的截齿磨损程度识别研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2017, 31(12): 1974-1983.
ZHANG Q, LIU ZH H, WANG H J, et al. Research on wear degree recognition of picks based on multi-feature information fusion [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2017, 31(12): 1974-1983.
- [7] 唐宏宾, 王胜学, 谭建, 等. 基于信息融合的高压大流量柱塞泵故障诊断试验研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2018, 32(2): 9-17.
TANG H B, WANG SH X, TAN J, et al. Experimental research on fault diagnosis of high pressure and large flow piston pump based on information fusion [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2018, 32(2): 9-17.
- [8] LIU Z, YIN X, ZHANG Z, et al. Online rotor mixed fault diagnosis way based on spectrum analysis of instantaneous power in squirrel cage induction motors [J]. IEEE Trans. Energy Conversion, 2004, 19(3): 485-490.
- [9] PENG Z K, TSE P W, CHU F L. A comparison study of improved Hilbert-Huang transform and wavelet transform; Application to fault diagnosis for rolling bearing [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2005, 19(5): 974-988.
- [10] 牛慧峰, 姜万录. 免疫支持向量机方法在液压泵故障诊断中的应用 [J]. 中国机械工程, 2008 (14): 1736-1739, 1743.
NIU H F, JIANG W L. Application of Hybrid approach based on immune algorithm and support vector machine for fault diagnosis of hydraulic pump [J]. China Mechanical Engineering, 2008(14): 1736-1739, 1743.
- [11] 唐宏宾, 吴运新, 滑广军, 等. 基于 EMD 包络谱分析的液压泵故障诊断方法 [J]. 振动与冲击, 2012, 31(9): 44-48.
TANG H B, WU Y X, HUA G J, et al. Fault diagnosis of pump using EMD and envelope spectrum analysis [J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(9): 44-48.
- [12] 高英杰, 孔祥东. 基于小波包分析的液压泵状态监测方法 [J]. 机械工程学报, 2009, 45(8): 80-8.
GAO Y J, KONG X D. Wavelet packets analysis based method for hydraulic pump condition monitoring [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(8): 80-8.
- [13] 刘玉娇, 姚恩涛, 徐红专. 基于粒子滤波和自回归谱的液压泵故障诊断 [J]. 仪器仪表学报, 2012, 33(3): 561-567.
LIU Y J, YAO EN T, XU H ZH. Fault diagnosis of hydraulic pump based on particle filtering and autoregressive spectrum [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2012, 33(3): 561-567.

- [14] 余琼芳,黄高路,杨艺,等.基于 AlexNet 深度学习网络的串联故障电弧检测方法[J].电子测量与仪器学报,2019,33(3):145-152.
- YU Q F, HUANG G L, YANG Y, et al. Series arc fault detection method based on AlexNet deep learning network[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2019,33(3):145-152.
- [15] 曲建岭,余路,袁涛,等.基于一维卷积神经网络的滚动轴承自适应故障诊断算法[J].仪器仪表学报,2018,39(7):134-143.
- QU J L, YU L, YUAN T, et al. Adaptive fault diagnosis algorithm for rolling bearings based on one-dimensional convolutional neural network [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2018, 39(7): 134-143.
- [16] 罗继辉,黄国勇.基于广义 S 变换和深度置信网络的单向阀故障诊断[J].电子测量与仪器学报,2019,33(9):192-198.
- LUO J H, HUANG G Y. Check valve fault diagnosis based on generalized S-transform and deep belief network[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2019, 33(9): 192-198.
- [17] 李忠刚,何林锋.基于深度置信网络的行星齿轮箱振动特征提取[J].电子测量与仪器学报,2019,33(9):199-205.
- LI ZH G, HE L F. Vibration feature extraction of planetary gearbox based on deep belief networks [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2019, 33(9): 199-205.
- [18] 赵光权,刘小勇,姜泽东,等.基于深度学习的轴承健康因子无监督构建方法[J].仪器仪表学报,2018,39(6):82-88.
- ZHAO G Q, LIU X Y, JIANG Z D, et al. Unsupervised health indicator of bearing based on deep learning[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2018,39(6):82-88.
- [19] 温江涛,闫常弘,孙洁娣,等.基于压缩采集与深度学习的轴承故障诊断方法[J].仪器仪表学报,2018,39(1):171-179.
- WEN J T, YAN CH H, SUN J D, et al. Bearing fault diagnosis method based on compressed acquisition and deep learning [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2018, 39(1): 171-179.
- [20] WAN X, ZHAO C, WANG Y, et al. Stacked sparse autoencoder in hyperspectral data classification using spectral-spatial, higher order statistics and multifractal spectrum features [J]. Infrared Physics & Technology, 2017, 86:77-89.
- [21] 梁利平,徐科军,许伟.基于静态 Haar 小波变换的电磁流量传感器非平稳浆液流量信号分离方法[J].仪器仪表学报,2013,34(11):2626-2633.
- LIANG L P, XU K J, XU W. Signal separation method for non-stationary slurry flow signal of electromagnetic flow sensor based on stationary Haar wavelet transform[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2013, 34(11):2626-2633.
- [22] RICHMAN J S, MOORMAN J R. Physiological time-series analysis using approximate entropy and sample entropy [J]. American Journal of Physiology Heart & Circulatory Physiology, 2000, 278(6):H2039-H49.
- [23] 王旭,孟克其劳,张占强,等.基于 FFT 和 HHT 的 Kaiser 窗校正的风力发电机组电压闪变测量[J].电子测量与仪器学报,2017,31(5):802-808.
- WANG X, MENGKE Q L, ZHANG ZH Q, et al. Voltage flicker measurement of wind turbines using Kaiser window correction based on FFT and HHT [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2017, 31(5):802-808.
- [24] SHARMA R, PACHORI R B. Classification of epileptic seizures in EEG signals based on phase space representation of intrinsic mode functions [J]. Expert Systems with Applications, 2015, 42(3):1106-1117.
- [25] 陈彬,刘阁.基于 HHT 包络谱的油中水分含量检测研究[J].仪器仪表学报,2014,35(2):337-342.
- CHEN B, LIU G. Study on the detection of the water content in oil based on the envelope spectrum of HHT[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2014, 35(2):337-342.
- [26] 唐西胜,孙玉树,齐智平.基于 HHT 的风电功率波动及其对电力系统低频振荡的影响分析 [J]. 电网技术,2015,39(8):2115-2121.
- TANG X SH, SUN Y SH, QI ZH P. Analysis of wind power fluctuation characteristics and its impact on power system low frequency oscillation based on HHT [J]. Power System Technology, 2015, 39(8):2115-2121.
- [27] XU L, CAO M Y, SONG B Y, et al. Open-circuit fault diagnosis of power rectifier using sparse autoencoder based deep neural network [J]. Neurocomputing, 2018.311:1-10.

[28] SUN J, ZHANG Y C, MAO H P, et al. Research of moldy tea identification based on RF-RFE-softmax model and hyperspectra [J]. Optik-International Journal for Light and Electron Optics, 2018, 153: 156-163.

[29] HELWIG N, PIGNANELLI E, SCHUTZE A. Condition monitoring of a complex hydraulic system using multivariate statistics [J]. Conference Record IEEE Instrumentation & Measurement Technology Conference, 2015, 2015:210-215.

[30] MAATEN L, HINTON G. Visualizing data using t-SNE [J]. Journal of Machine Learning Research, 2008, 9(2605):2579-2605.

作者简介



陈里里 (通信作者), 2012 年于重庆大学获得博士学位, 现为重庆交通大学副教授, 主要研究方向为机器学习、信号处理和故障诊断。
E-mail: clili522@cqjtu.edu.cn

Chen Lili (Corresponding author) received his Ph. D. degree from Chongqing University in 2012. He is currently an associate

professor at Chongqing Jiaotong University. His main research interests include machine learning, signal processing and fault diagnosis.



何颖, 2017 年于重庆交通大学获得学士学位, 现为重庆交通大学研究生, 主要研究方向为机器学习、信号处理和故障诊断。
E-mail: 1246819787@qq.com

He Ying received his B. Sc. degree from Chongqing Jiaotong University in 2017. He is currently a M. Sc. candidate at Chongqing Jiaotong University. His main research interests include machine learning, signal processing and fault diagnosis.



董绍江, 2012 年于重庆大学获得博士学位, 现为重庆交通大学教授, 主要研究方向为机器学习、信号处理和故障诊断。
E-mail: 233691642@qq.com

Dong Shaojiang received his Ph. D. degree from Chongqing University in 2012. He is currently a professor at Chongqing Jiaotong University. His main research interests include machine learning, signal processing and fault diagnosis.

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J1905099

鲁棒渐消 CKF 及其在 SINS 初始对准中的应用*

郭士桢¹, 王春雨¹, 常丽敏¹, 周俊杰², 李 洋¹

(1. 空军航空大学仪表电气教研室 长春 130022; 2. 中国人民解放军 95926 部队 长春 130022)

摘 要:惯性导航系统正常工作前需进行初始对准, 容积卡尔曼滤波(CKF)是常用的非线性初始对准算法。针对在滤波模型失准和非高斯观测噪声干扰情况下常规 CKF 出现精度下降甚至发散的问题, 提出了鲁棒渐消 CKF 算法。引入多重渐消因子对观测噪声协方差阵或状态预测协方差阵进行调整。设计了基于滤波残差序列统计特性的滤波状态卡方检验方法, 检测滤波器状态并自主确定渐消因子的引入方式, 使渐消因子的引入更加合理。试验结果表明, 算法在系统建模失准及异常量测噪声的干扰下能够保持较强的鲁棒性和自适应性, 其姿态失准角误差约为 0.01° , 航向失准角误差小于 0.1° 。

关键词:惯性导航系统; 非线性对准; 容积卡尔曼滤波; 渐消因子

中图分类号: TH89 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 590.35

Robust fading cubature Kalman filter and its application in initial alignment of SINS

Guo Shiluo¹, Wang Chunyu¹, Chang Limin¹, Zhou Junjie², Li Yang¹

(1. Instrument & Electricity Teaching and Research Section, Aviation University Air Force, Changchun 130022, China;
2. Unit 95926 of PLA, Changchun 130022, China)

Abstract: Inertial navigation system needs initial alignment before normal operation, cubature Kalman filter (CKF) is a common algorithm for nonlinear initial alignment. Aiming at the problems that accuracy decline or even divergence appear in conventional cubature Kalman filter under the conditions of inaccurate filtering model and non-Gaussian observation noise interference, a robust fading CKF algorithm is proposed in this paper. Multiple fading factors are introduced to adjust the observation noise covariance matrix or state prediction covariance matrix. A filter state Chi-square test method based on the statistical characteristics of filtering residual sequence is designed to check the filter state, and determine the introducing means of the fading factors autonomously, which makes the introduction of the fading factors is more reasonable. Experiment results show that the proposed algorithm can maintain strong robustness and adaptability even under the conditions of inaccurate system modeling and abnormal non-Gaussian observation noise interference. The attitude misalignment error is about 0.01° and the yaw misalignment error is less than 0.1° .

Keywords: inertial navigation system; nonlinear alignment; cubature Kalman filter; fading factor

0 引 言

捷联惯性导航系统(strapdown inertial navigation system, SINS)自主性强、隐蔽性高,是非常重要的自主式导航设备,尤其在军用领域发挥着无可替代的作用。SINS在导航过程中不依赖于任何外部信息,其导航过程就是要对惯性测量单元(inertial measurement units, IMU)

输出进行积分推算,因此在SINS进入正常导航状态之前需要给定初始值,即对其进行初始对准^[1]。现有的初始对准方法有罗经对准^[2-3]、惯性系对准^[4-5]、卡尔曼滤波对准^[6-8]等。卡尔曼滤波(Kalman filter, KF)是高斯过程递推的最优估计,具有实时性好、速度较快、精度高等优点,因此KF及其扩展算法是目前较为常用的SINS精对准算法。

在基于KF的精对准方法中通常需要根据SINS误差

方程建立滤波模型,而大失准角条件下 SINS 误差方程具有非线性,传统的线性 KF 不再适用。针对大失准角下的非线性初始对准问题,扩展卡尔曼滤波 (extended Kalman Filter, EKF)^[6]、无迹卡尔曼滤波 (unscented Kalman filter, UKF)^[8-9] 及容积卡尔曼滤波 (cubature Kalman filter, CKF)^[10-11] 得到了广泛关注和应用。EKF 滤波技术通过当前状态线性展开来近似非线性系统,引入了高阶截断误差,且计算雅可比矩阵比较繁琐。UKF 与 CKF 的滤波过程类似,利用具有权值的采样点来近似状态变量的均值,并对下一时刻的系统状态进行预测。但相比而言,CKF 的理论推导更加严谨,且使用的采样点更少,文献[11]证明,三维及以上非线性系统更适用 CKF 作为滤波方法,其稳定性及滤波精度都高于 UKF。

在进行 KF 时需要事先得到系统数学模型和噪声统计特性,建模失准会导致滤波结果不稳定甚至发散。针对这一问题,渐消卡尔曼滤波算法 (fading Kalman filter, FKF)^[12] 得到了广泛应用。FKF 通过引入渐消因子调整观测量和状态预测对滤波估计结果的修正作用,以达到抑制滤波发散的目的。文献[13]提出了利用残差统计特性确定渐消因子的方法;单渐消因子调节能力有限,文献[14]提出了多重渐消的思路,对不同的滤波通道使用相互独立的渐消因子,提高了渐消滤波的调节能力。文献[15-16]将多重渐消 FKF 应用到 SINS 线性初始对准问题中。针对惯导系统非线性初始对准问题,文献[17]对渐消滤波在 CKF 中的应用进行了初步探究,设计了基于假设检验的判断条件,实时监控滤波状态,在判断滤波异常时自主决策进行渐消滤波,使得渐消因子的引入时机更加合理,并以此对 CKF 算法进行改进,提出渐消 CKF (fading CKF, FCKF) 算法。

传统渐消滤波通过强化观测量的修正作用以抑制系统建模失准带来的滤波误差,提高滤波器的自适应性,因此其对观测噪声较为敏感,在观测噪声异常的情况下可能会引起滤波器的进一步发散。为了在观测噪声异常时提高滤波器的鲁棒性,文献[18-19]结合渐消滤波的思路,提出了“膨胀”观测噪声方差阵的方法。基于此,本文针对观测噪声异常情况下传统渐消滤波稳定性下降的问题,对 FCKF 算法进行了鲁棒性改进,设计了基于多重渐消因子的鲁棒渐消容积卡尔曼滤波算法 (robust FCKF, RFCKF),并将其应用到 SINS 的非线性初始对准问题中。仿真结果表明,在系统噪声建模失准以及观测噪声异常的情况下,本文提出的改进算法可以有效提高初始对准精度,性能优于传统算法。

1 SINS 非线性误差模型

建立 SINS 误差模型是进行非线性滤波的前提和基

础。本文选取东-北-天地理坐标系为导航坐标系 n , 右-前-上体坐标系为载体坐标系 b , 载体姿态由姿态转移矩阵 C_b^n 表示。计算得到的导航坐标系为 n' , 其偏离 n 系的欧拉角 $\phi = [\phi_x, \phi_y, \phi_z]$ 为初始姿态失准角。定义速度误差为 $\delta v^n = \tilde{v}^n - v^n$, 其中 SINS 的真实速度为 $v^n = [v_E^n, v_N^n, v_U^n]$, 而通过解算得到的计算速度为 $\tilde{v}^n = [\tilde{v}_E^n, \tilde{v}_N^n, \tilde{v}_U^n]$ 。

非线性条件下的 SINS 速度与姿态误差方程为^[8]:

$$\begin{cases} \delta \dot{v}^n = (I_3 - (C_n^{n'})^T) C_b^{n'} \dot{f}_{sf}^b + (C_n^{n'})^T C_b^{n'} \dot{v}_{sf}^b - \\ \quad (2\tilde{w}_{ie}^n + \tilde{w}_{en}^n) \times \delta v^n - (2\delta w_{ie}^n + \delta w_{en}^n) \times \\ \quad \tilde{v}^n + (2\delta w_{ie}^n + \delta w_{en}^n) \times \delta v^n + \delta g^n \\ \dot{\phi} = A^{-1}(I_3 - C_n^{n'}) \tilde{w}_{in}^n + A^{-1} C_n^{n'} \delta w_{in}^n - A^{-1} C_b^{n'} \delta w_{ib}^n \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\tilde{x}$ 表示惯导解算得到的变量 x 的计算值; δx 表示惯导解算得到的值与真实值之间的误差, 即 $\delta x = \tilde{x} - x$ (此处 x 为通用指代); $C_b^{n'}$ 为惯导解算得到的载体姿态; $\tilde{v}^n$ 为惯导解算得到的载体运动速度; I_3 为单位矩阵; $\dot{f}_{sf}^b$ 为 SINS 加速度计输出的比力; $\delta \dot{f}_{sf}^b$ 为加速度计的输出误差, 在此主要考虑加速度计零偏; w_{ie}^n 为地球自转角速率在 n 系的投影; w_{en}^n 为 n 系相对地球坐标系 (e 系) 的自转角速度在 n 系的投影; $\tilde{w}_{ie}^n, \tilde{w}_{en}^n$ 分别表示各自的计算值, 其计算方法为:

$$\begin{aligned} \tilde{w}_{ie}^n &= [0 \quad w_{ie} \cos \tilde{L} \quad w_{ie} \sin \tilde{L}]^T \\ \tilde{w}_{en}^n &= [-\dot{\tilde{L}} \quad \dot{\tilde{\lambda}} \cos \tilde{L} \quad \dot{\tilde{\lambda}} \sin \tilde{L}]^T \end{aligned} \quad (2)$$

式中: w_{ie}^n 为地球自转角速度, $\tilde{w}_{in}^n = \tilde{w}_{ie}^n + \tilde{w}_{en}^n$ 且 $\delta w_{in}^n = \tilde{w}_{in}^n - w_{in}^n$; δw_{ib}^n 为陀螺输出误差, 在此主要考虑陀螺漂移。 λ, L 为载体所处位置的经、纬度坐标。 $C_n^{n'}$ 为 n 系至 n' 系的姿态转移矩阵, 其计算方法为:

$$C_n^{n'} = C_y C_x C_z \quad (3)$$

其中,

$$C_z = \begin{bmatrix} \cos \phi_z & -\sin \phi_z & 0 \\ \sin \phi_z & \cos \phi_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, C_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi_x & \sin \phi_x \\ 0 & -\sin \phi_x & \cos \phi_x \end{bmatrix},$$

$$C_y = \begin{bmatrix} \cos \phi_y & 0 & -\sin \phi_y \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \phi_y & 0 & \cos \phi_y \end{bmatrix}$$

转移矩阵 A 的计算方法为:

$$A = \begin{bmatrix} \cos \phi_y & 0 & -\sin \phi_y \cos \phi_x \\ 0 & 1 & \sin \phi_x \\ \sin \phi_y & 0 & \cos \phi_y \cos \phi_x \end{bmatrix} \quad (4)$$

2 CKF 算法

设非线性系统状态方程与观测方程为:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_k &= f(\mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{w}_{k-1} \\ \mathbf{z}_k &= h(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \end{aligned} \quad (5)$$

式中: $f(\cdot)$ 为状态函数; $h(\cdot)$ 为量测函数; CKF 算法实现步骤如下:

1) 滤波预测

设 $k-1$ 时刻的状态估计及协方差为 $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}$ 和 $\mathbf{P}_{k-1}$ 。首先通过 Cholesky 分解 $\mathbf{P}_{k-1}$:

$$\mathbf{P}_{k-1} = \mathbf{S}_{k-1} \mathbf{S}_{k-1}^T \quad (6)$$

计算容积点:

$$\mathbf{X}_{i,k-1} = \mathbf{S}_{k-1} \boldsymbol{\xi}_i + \hat{\mathbf{x}}_{k-1} \quad (7)$$

其中 $i = 1, 2, \dots, m; m = 2n, n$ 为系统状态维度;

$\boldsymbol{\xi}_i = \sqrt{\frac{m}{2}} [\mathbf{I}]_i$ 为容积点集; $[\mathbf{I}]$ 的物理意义是 m 维单位球面与各坐标轴的交点。举例说明, 如 $m = 2$, 则 $[\mathbf{I}]$ 所表示的点集为:

$$\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \right\} \quad (8)$$

通过状态方程传递容积点:

$$\mathbf{X}_{i,k/k-1}^* = f(\mathbf{X}_{i,k-1}) \quad (9)$$

对 k 时刻的状态进行预测:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \mathbf{X}_{i,k/k-1}^* \quad (10)$$

估计 k 时刻的预测均方误差:

$$\mathbf{P}_{k/k-1} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \mathbf{X}_{i,k/k-1}^* \mathbf{X}_{i,k/k-1}^{*T} - \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1} \quad (11)$$

2) 滤波修正

对 $\mathbf{P}_{k/k-1}$ 做 Cholesky 分解:

$$\mathbf{P}_{k/k-1} = \mathbf{S}_{k/k-1} \mathbf{S}_{k/k-1}^T \quad (12)$$

计算容积点:

$$\mathbf{X}_{i,k/k-1} = \mathbf{S}_{k/k-1} \boldsymbol{\xi}_i + \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} (i = 1, 2, \dots, m; m = 2n) \quad (13)$$

通过观测方程传递容积点:

$$\mathbf{Z}_{i,k/k-1} = h(\mathbf{X}_{i,k/k-1}) \quad (14)$$

估计 k 时刻的观测预测值:

$$\hat{\mathbf{z}}_{k/k-1} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \mathbf{Z}_{i,k/k-1} \quad (15)$$

估计自相关协方差:

$$\mathbf{P}_{zz,k/k-1} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \mathbf{Z}_{i,k/k-1} \mathbf{Z}_{i,k/k-1}^T - \hat{\mathbf{z}}_{k/k-1} \hat{\mathbf{z}}_{k/k-1}^T + \mathbf{R}_k \quad (16)$$

估计互相关协方差:

$$\mathbf{P}_{xz,k/k-1} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m w_i \mathbf{X}_{i,k/k-1} \mathbf{Z}_{i,k/k-1}^T - \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} \hat{\mathbf{z}}_{k/k-1}^T \quad (17)$$

其中, 权值 $w_i = \frac{1}{m}, i = 1, 2, \dots, m, m = 2n$ 。

计算滤波增益为:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{xz,k/k-1} \mathbf{P}_{zz,k/k-1}^{-1} \quad (18)$$

k 时刻的状态估计为:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k/k} = \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k/k-1}) \quad (19)$$

k 时刻的估计均方误差为:

$$\mathbf{P}_{k/k} = \mathbf{P}_{k/k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{P}_{zz,k/k-1} \mathbf{K}_k^T \quad (20)$$

由此就得到了 k 时刻的状态估计值 $\hat{\mathbf{x}}_{k/k}$ 和估计均方误差 $\mathbf{P}_{k/k}$, 在下一步代入 $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}$ 和 $\mathbf{P}_{k-1}$ 循环计算即可完成滤波。为了表述的完整性, 步骤 2) 中给出的是非线性的 CKF 量测修正方法。而在后文仿真以及试验中, 由于惯导对准量测方程是线性的, 因此其使用的还是线性 KF 的量测修正方法^[10-11]。

3 RFCKF

3.1 FCKF

根据正交性原理, 在滤波器正常工作的情况下, 滤波残差序列为 0 均值的高斯白噪声, 此时残差序列的协方差为:

$$\mathbf{C}_k = E[\boldsymbol{\varepsilon}_k \boldsymbol{\varepsilon}_k^T] = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k \quad (21)$$

其中滤波残差 $\boldsymbol{\varepsilon}_k$ 为:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_k = \mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{x}_{k/k-1} \quad (22)$$

而残差序列协方差估计值 $\hat{\mathbf{C}}_k$ 的计算方法为^[15]:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{C}}_k = d_k \boldsymbol{\varepsilon}_k \boldsymbol{\varepsilon}_k^T + (1 - d_k) \hat{\mathbf{C}}_{k-1} \\ d_k = \frac{1 - b}{1 - b^k} \end{cases} \quad (23)$$

式中: $\hat{\mathbf{C}}_0 = 0; b$ 为遗忘因子, 一般选取 0.7~0.95 之间。

传统 FKF 算法认为, 如果滤波残差协方差的计算值大于其理论值, 则可以说明滤波器已经出现异常。此时可以通过渐消因子 $\mathbf{S}_{pk}$ 调整 $\mathbf{P}_{k/k-1}$, 强迫残差协方差的理论值与计算值相等。 $\mathbf{S}_{pk} = \text{diag}\{s_1 \ s_2 \ \dots \ s_n\}$, $\text{diag}\{\cdot\}$ 表示对角矩阵, n 为系统维度。应用到 CKF 算法中, 其形式为^[17]:

$$\mathbf{P}_{k/k-1}^{\text{new}} = \mathbf{S}_{pk} \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{S}_{pk}^T \quad (24)$$

其中 $\mathbf{P}_{k/k-1}^{\text{new}}$ 是调整后的后验状态估计协方差矩阵, 此时令残差协方差的理论值与计算值相等。

$$\hat{\mathbf{C}}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k/k-1}^{\text{new}} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k \quad (25)$$

将式(24)代入式(25)中就可以得到渐消因子。为便于计算, 定义 $\mathbf{N}_{pk} \setminus \mathbf{J}_{pk}$ 为:

$$\begin{aligned} \mathbf{N}_{pk} &= \hat{\mathbf{C}}_k - \mathbf{R}_k \\ \mathbf{J}_{pk} &= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \mathbf{X}_{i,k/k-1}^* \mathbf{X}_{i,k/k-1}^{*T} - \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1} \end{aligned} \quad (26)$$

若量测矩阵 $\mathbf{H}_k$ 满足:

$$\mathbf{H}_k = [\boldsymbol{\lambda}_{m \times m} \ \mathbf{0}_{m \times (n-m)}] \quad (27)$$

式中: $\boldsymbol{\lambda}_{m \times m} = \text{diag}\{\lambda_1 \ \lambda_2 \ \dots \ \lambda_m\}$; m 为量测向量维数。结合式(25)~(27)可以解得多重渐消因子: