DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J1905537

基于贝叶斯统计模型的金属缺陷电磁成像方法研究*

王 琦[1],张静薇[1],张荣华[2],薛峰军[3],李秀艳[1]

(1.天津工业大学电子与信息工程学院 天津市光电检测技术与系统重点实验室 天津 300387;
2.天津工业大学电气工程与自动化学院 天津 300387;3.武汉奔跑吧教育研究院 武汉 430064)

摘 要:提出了一种基于贝叶斯理论的电磁层析成像(EMT)图像重建算法。传统的正则化方法仅仅能获得单一电导率的近似估计值,提供的模型信息量有限。统计概率方法可以获得大量合理的模型参数估计值,根据缺陷分布的稀疏性,将求解电导率划分为一系列块状结构,使用稀疏贝叶斯学习框架,将电导率分布的稀疏先验信息和噪声信息等统计信息引入到 EMT 图像重建中,可以得到电导率分布全面的统计描述。为验证该算法的有效性,将新方法与共轭梯度算法、总变差正则化算法进行比较,并基于 EMT 实验系统进行了缺陷成像实验。仿真和实验结果表明,含有统计信息的稀疏贝叶斯算法与传统算法相比,图像误差降低 20%,有效提高了重建图像质量与精度。

关键词: 电磁层析成像; 稀疏贝叶斯; 统计概率; 图像重建

中图分类号: TH701 **文献标识码**: A **国家标准学科分类代码**: 460.4010

Research on electromagnetic imaging of metal defects based on the Bayesian statistical model

Wang Qi[1], Zhang Jingwei[1], Zhang Ronghua[2], Xue Fengjun[3], Li Xiuyan[1]

(1.Tianjin Key Laboratory of Optoelectronic Detection Technology and System, School of Electronics and Information Engineering, Tianjin Polytechnic University, Tianjin 300387, China; 2.School of Electrical Engineering and Automation, Tianjin Polytechnic University, Tianjin 300387, China; 3.Wuhan Running Education Research Institute, Wuhan 430064, China)

Abstract: This paper proposes an image reconstruction algorithm based on Bayesian theory for electromagnetic tomography (EMT). The traditional regularization algorithms for EMT reconstruction can only achieve a single estimation. Hence, the information provided by the model is limited. A large number of reasonable parameter estimations for the model can be obtained by statistical methods. According to the sparsity of defect distribution, the conductivity distribution is divided into a series of block structures. Under the framework of sparse Bayesian learning, statistical information, including the prior information of sparse representation for conductivity distribution and the noise information in the measurement data, is taken into account. In this way, the full statistical description of the conductivity distribution can be obtained. The conductivity distribution for the surface defects of metal part is reconstructed based on the sparse Bayesian algorithm. To further prove the feasibility of this algorithm, the reconstruction results of the new method is compared with those of the conjugate gradient method and the total variation regularization method. The defect imaging experiments are implemented based on the EMT system. Compared with traditional methods, both simulation and experimental results show that the relative errors of reconstructed images based on the Bayesian algorithm with statistical information can be reduced by 20%. The quality and accuracy of defects images are effectively improved.

Keywords: electromagnetic tomography; sparse Bayesian; statistical probability; image reconstruction

收稿日期:2019-08-30 Received Date:2019-08-30

*基金项目:国家自然科学基金(61872269,61601324,61903273)、天津市自然科学基金(18JCYBJC85300)、天津市企业科级特派员项目(18JCTPJC61600)资助

0 引言

随着社会的进步和科技的发展,金属零件广泛运用于工业、农业以及人们生活的各个领域,给社会创造了越来越大的价值。然而在金属零件加工和生产过程中,不可避免地出现各种不同类型的缺陷,在使用过程中存在极大的安全隐患。因此如何设计一种非侵入式、高精度、低成本的缺陷测量方法,已成为金属零件无损检测的研究热点之一。电磁层析成像技术(electromagnetic tomography, EMT)是一种基于电磁感应原理的层析成像技术,具有无辐射、非接触、灵敏度高等优点,为金属零件检测提供了有效方案。它通过电磁传感器获得反映被测物场的边界测量电压值,并由图像重建算法得到物场电导率和磁导率的分布信息。由于独立测量的边界电压数据的数目远小于电导率分布的数目,导致 EMT 图像重建具有严重的欠定性[1]。而病态性使得重建结果对测量数据非常敏感,边界测量电压的微小变化导致计算得到的被测物场内电导率的分布发生很大变化,从而严重影响图像质量。采用合适的图像重建算法可以得到更清晰的金属缺陷重建图像,判断缺陷的各项信息。传统 EMT 图像重建算法包括线性反投影算法、Landweber 迭代算法[2]、共轭梯度算法(conjugate gradient, CG)[3]等。为求解进一步提高图像重建质量,传统方法在求解过程中采用正则化技术,如 Tikhonov 正则化[4-5]、TV 正则化等[6]。正则化方法是通过构造惩罚项减小方程的病态性,从而获得稳定的解。传统正则化算法重建图像仅仅获得单一电导率的近似最优解,提供的模型参数信息量有限,成像质量有待进一步提高[7]。统计概率方法能将多个感兴趣的参数分布,如系统噪声分布、边界形状等作为先验信息,将传统的逆问题转化为由未知参数分布进行统计推断的形式,得到关于模型内电导率分布的后验模型、方差等全面的统计描述,从而获得大量合理的模型参数估计值,为 EMT 成像问题提供更多先验信息,进而提高成像质量[8-9]。EMT 技术的研究相对较晚,目前只有少数学者在其他电学层析成像(electrical tomography, ET)领域对基于统计方法的图像重构算法进行了研究,如叶佳敏等[10]对基于统计方法在电容层析成像(electrical capacitance tomography, ECT)图像重构中的应用进行了初步研究。在统计概率方法中,贝叶斯统计方法将所有参数假设为概率分布,并且结合了先验信息和样本数据信息进行统计推断。相较于经典统计方法,贝叶斯统计方法对噪声的敏感性更小,更适合于非线性逆问题的求解[11-12]。

本文基于贝叶斯理论,构建 EMT 成像数学模型,实现金属缺陷成像。为提取图像局部特征,针对所研究的金属缺陷具有稀疏性分布的特点[13],将求解电导率划分为一系列块状结构,使用稀疏贝叶斯学习框架(spares Bayesian learning, SBL),将电导率分布的稀疏先验信息和噪声信息等统计信息引入到 EMT 图像重建中,仿真和实验表明该算法有效提高了成像质量,进而提高了金属缺陷识别精度。

1 基于贝叶斯的 EMT 图像重建算法

1.1 基于贝叶斯原理的 EMT 重建数学模型的构建

若考虑电磁测量过程中的测量噪声,EMT 系统数学模型可以表示为:

$$\boldsymbol{V}=\boldsymbol{S}\boldsymbol{G}+\boldsymbol{n} \tag{1}$$

式中:$\boldsymbol{S}\in\boldsymbol{R}^{M\times N}$ 是灵敏度矩阵;$\boldsymbol{G}\in\boldsymbol{R}^{N\times 1}$ 是产生缺陷前后金属零件电导率分布的变化量;$\boldsymbol{V}\in\boldsymbol{R}^{M\times 1}$ 是电导率变化引起的电压变化量;$\boldsymbol{n}$ 是 $N\times 1$ 维的测量噪声。

EMT 成像问题是典型的逆问题,为解决逆问题的欠定性和病态性,传统方法在求解过程中采用正则化方法,表达形式如下。

$$\hat{\boldsymbol{G}}=\min_{G\in R^{N\times 1}}\frac{1}{2}\ \|\boldsymbol{S}\boldsymbol{G}-\boldsymbol{V}\|_2^2+\alpha\boldsymbol{R}(\boldsymbol{G}) \tag{2}$$

式中:α 是正则化参数;$\boldsymbol{R}(\boldsymbol{G})$ 是正则化项;$\|\cdot\|_2$ 代表2范数。

使用贝叶斯的观点来解释式(2),逆问题的求解可以表示为求解电导率 $\boldsymbol{G}$ 的后验分布 $p(\boldsymbol{G}|\boldsymbol{v})$ 并使用最大后验概率(maximum a posteriori probability, MAP)估计 $\hat{\boldsymbol{G}}$[14]。式(2)中的第1项可以用似然函数 $p(\boldsymbol{V}|\boldsymbol{G})$ 的对数形式表示,假设随机噪声满足均值为0,协方差为 λ 的高斯分布;第2项可以用先验分布 $p(\boldsymbol{G})$ 的对数形式表示,假设电导率 $\boldsymbol{G}$ 的先验信息是服从均值为 g,协方差为 $\boldsymbol{P}=\boldsymbol{I}_N$ 的正态分布。则式(2)可以表示为:

$$\hat{\boldsymbol{G}}=\min_{G\in R^{N\times 1}}\log p(\boldsymbol{V}|\boldsymbol{G})+\alpha\log p(\boldsymbol{G}) \tag{3}$$

其中似然函数为:

$$p(\boldsymbol{V}|\boldsymbol{G})=p(\boldsymbol{V}-\boldsymbol{S}\boldsymbol{G})=p_{\text{noise}}(n)=\exp\left(-\frac{1}{2}(\boldsymbol{V}-\boldsymbol{S}\boldsymbol{G})^{\mathrm{T}}\lambda^{-1}(\boldsymbol{V}-\boldsymbol{S}\boldsymbol{G})\right) \tag{4}$$

$\boldsymbol{G}$ 的先验分布为:

$$p(\boldsymbol{G})=\exp\left(-\frac{1}{2}(\boldsymbol{G}-\boldsymbol{g})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}^{-1}(\boldsymbol{G}-g)\right) \tag{5}$$

根据贝叶斯定理,

$$p(\boldsymbol{G}|\boldsymbol{V})\propto p(\boldsymbol{V}|\boldsymbol{G})p(\boldsymbol{G}) \tag{6}$$

则 $\boldsymbol{G}$ 的后验分布为:

$$p(\boldsymbol{G}|V)=\exp\left(-\frac{1}{2}(\boldsymbol{V}-\boldsymbol{S}\boldsymbol{G})^{\mathrm{T}}\lambda^{-1}(\boldsymbol{V}-\boldsymbol{S}\boldsymbol{G})-\frac{1}{2}(\boldsymbol{G}-g)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}^{-1}(\boldsymbol{G}-g)\right) \tag{7}$$

式(7)即为使用贝叶斯原理构建的 EMT 后验概率模型。采用最大后验概率估计理论对后验概率进行处理,最大化后验概率模型 $p(\boldsymbol{G} | \boldsymbol{V})$,转化为求负对数函数 $\log p(\boldsymbol{G} | \boldsymbol{V})$ 的最小化计算。

$$\hat{\boldsymbol{G}} = \arg\max_{G} p(\boldsymbol{G} | \boldsymbol{V}) = \arg\min_{G}(-\log p(\boldsymbol{G} | \boldsymbol{V})) = \arg\min_{G}(\log(\boldsymbol{V} - \boldsymbol{SG})^{\mathrm{T}}\lambda^{-1}(\boldsymbol{V} - \boldsymbol{SG}) + \log(\boldsymbol{G} - g)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}^{-1}(\boldsymbol{G} - g)) \tag{8}$$

1.2　基于稀疏贝叶斯的 EMT 重建数学模型的构建

由于金属缺陷具有稀疏性分布的特点,在 EMT 图像重建时需要考虑图像的局部特征差异,对图像分块处理可以获得局部特征信息[15-16]。本文将电导率的稀疏分布作为先验信息,使用稀疏贝叶斯学习框架,G 可以表示为:

$$\boldsymbol{G} \overset{\Delta}{=} \psi \boldsymbol{x} \tag{9}$$

式中:$\boldsymbol{x}$ 是稀疏向量,将 x 划分为 g 个块结构,假设每个块的大小是 h,其分块方法如图 1 所示(以 $h = 4$ 为例)。由于块结构之间相互重叠,因此总块数为 $g = N - h + 1$。解向量 x 具有的结构称为块状结构(block structure),x 的第 i 个块结构 x_i 定义为 $\boldsymbol{x}_i = [\boldsymbol{x}_i, \cdots, \boldsymbol{x}_{i+h-1}]^{\mathrm{T}} \in R^{h\times 1}, \forall i = 1, \cdots, g$。$\psi$ 是稀疏字典,$\psi_i \overset{\Delta}{=} [0^{\mathrm{T}}_{(i-1)\times h}, I^{\mathrm{T}}_{h\times h}, 0^{\mathrm{T}}_{(N-i-h+1)\times h}] \in \boldsymbol{R}^{N\times h}$,$I$ 是大小为 $h \times h$ 的单位矩阵。

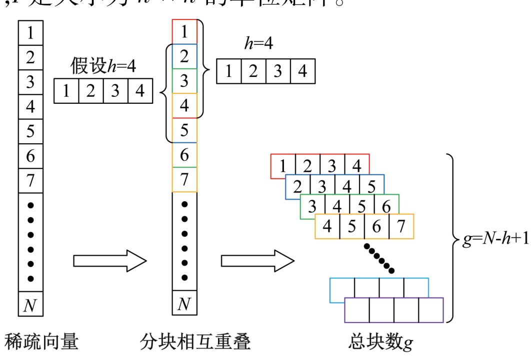


图 1　分块原理

Fig.1　Block schematic

则基于稀疏分块的 EMT 数学模型为:

$$V = S\psi x + n \overset{\Delta}{=} \boldsymbol{\Phi} x + n \tag{10}$$

式中:$\boldsymbol{\Phi}$ 是感知矩阵,$\boldsymbol{\Phi} \overset{\Delta}{=} [\Phi_1, \cdots, \Phi_g]$ 且 $\Phi_i \overset{\Delta}{=} S\psi_i \in \boldsymbol{R}^{M\times h}$。

假设噪声向量 $\boldsymbol{n}$ 中的每个元素都服从独立的高斯分布,即 $p(\boldsymbol{n}_i) \sim N(0, \lambda)$,$\boldsymbol{n}_i$ 是 $\boldsymbol{n}$ 的第 i 个元素,λ 是方差。根据贝叶斯原理以及式(10)稀疏分块模型,$\boldsymbol{x}$ 的似然函数为:

$$p(\boldsymbol{V} | x; \lambda) \sim N(\boldsymbol{\Phi} x, \lambda \boldsymbol{I}) \tag{11}$$

假设每个块 $\boldsymbol{x}_i \in \boldsymbol{R}^{h\times 1}$ 都满足一个参数化的多元高斯分布。

$$p(\boldsymbol{x}_i; \gamma_i, \boldsymbol{B}_i, \forall i) \sim \boldsymbol{N}(0, \gamma_i \boldsymbol{B}_i), i = 1, \cdots, g \tag{12}$$

式中:γ_i 是非负的超参数,可控制 $\boldsymbol{x}$ 的块稀疏度;$\boldsymbol{B}_i \in \boldsymbol{R}^{h\times h}$ 是一个正定矩阵,决定第 i 个块的相关结构。

则 $\boldsymbol{x}$ 的先验分布为:

$$\boldsymbol{p}(x; \gamma_i, \boldsymbol{B}_i, \forall i) \sim N(0, \sum\nolimits_0), i = 1, \cdots, g \tag{13}$$

其中协方差矩阵 $\boldsymbol{\Sigma}_0$ 是由 $\gamma_i \boldsymbol{B}_i$ 组成的块对角矩阵。

$$\boldsymbol{\Sigma}_0 \overset{\Delta}{=} \begin{bmatrix} \gamma_1 \boldsymbol{B}_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \gamma_2 \boldsymbol{B}_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \gamma_g \boldsymbol{B}_g \end{bmatrix} \in \boldsymbol{R}^{gh\times gh} \tag{14}$$

本文假设所有非零块大小相同且位置任意,即非零块会出现重叠分布,$\boldsymbol{\Sigma}_0$ 不再是块对角矩阵,所以需要把 $\boldsymbol{\Sigma}_0$ 修正成块对角矩阵[17],如图 2 所示,其中每个颜色块对应于 $\boldsymbol{x}$ 中可能的非零块 $\gamma_i \boldsymbol{B}_i$。

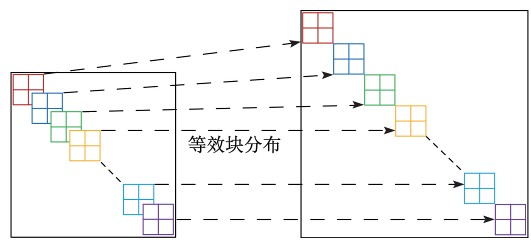


图 2　拉伸协方差矩阵的结构

Fig.2　The structure of the stretching covariance matrix

考虑到 $p(\boldsymbol{n}) \sim N(0, \lambda \boldsymbol{I})$,则 $\boldsymbol{x}$ 的后验概率为:

$$p(\boldsymbol{x} | \boldsymbol{V}; \lambda, \gamma_i, \boldsymbol{B}_i, \forall i) \sim N(\mu_x, \sum\nolimits_x), i = 1, \cdots, g \tag{15}$$

$$p(\boldsymbol{x} | \boldsymbol{V}; \lambda, \gamma_i, \boldsymbol{B}_i, \forall i) = \exp\left(-\frac{1}{2}(V - \boldsymbol{\Phi} x)^{\mathrm{T}}\lambda^{-1}(V - \boldsymbol{\Phi} x) - \frac{1}{2}(x - \mu_x)^{\mathrm{T}}\sum\nolimits_x^{-1}(x - \mu_x)\right) \tag{16}$$

其中 x 的均值和方差为:

$$\mu_x = \sum\nolimits_0 \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}(\lambda \boldsymbol{I} + \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Sigma}_0\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}})^{-1}\boldsymbol{V} \in \boldsymbol{R}^{gh\times 1} \tag{17}$$

$$\sum\nolimits_x = \left(\boldsymbol{\Sigma}_0^{-1} + \frac{1}{\lambda}\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}\right)^{-1} \in \boldsymbol{R}^{gh\times gh} \tag{18}$$

式(16)即为使用分块的稀疏贝叶斯原理构建的 EMT 后验概率模型。基于最大后验概率估计理论,最大化后验概率 $p(\boldsymbol{V}; \lambda, \gamma_i, \boldsymbol{B}_i, \forall i)$,转化为求负对数函数 $\log p(\boldsymbol{V}; \lambda, \gamma_i, \boldsymbol{B}_i, \forall i)$ 的最小化计算。

$$\hat{\boldsymbol{x}} = \arg\max_{x} p(\boldsymbol{x} | \boldsymbol{V}; \lambda, \gamma_i, \boldsymbol{B}_i, \forall i) = \arg\min_{x}\left(-2\log\int p(\boldsymbol{V} | x; \lambda) p(x; \gamma_i, \boldsymbol{B}_i, \forall i)\mathrm{d}x\right) = \arg\min_{x}(\log|\lambda \boldsymbol{I} + \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Sigma}_0\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}| + \boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}(\lambda \boldsymbol{I} + \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Sigma}_0\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}})^{-1}\boldsymbol{V}) \tag{19}$$

$\boldsymbol{x}$ 的最大后验概率估计 $\hat{\boldsymbol{x}}$,就是后验概率的均值,即 $\hat{\boldsymbol{x}}=\mu_x$。根据式(9),可求得 EMT 的电导率分布。

$$\boldsymbol{G}=\psi\hat{\boldsymbol{x}}=\psi\mu_x \tag{20}$$

1.3 参数估计方法

为求解最小化负对数函数(19)的解,即稀疏向量 $\boldsymbol{x}$ 的最大后验概率估计 $\hat{x}$,进而求得电导率分布 $\boldsymbol{G}$,首先需要求解出超参数 $\lambda,\gamma_i,\boldsymbol{B}_i,\forall i$。将稀疏向量 $\boldsymbol{x}$ 看作隐藏变量,本文采用最大期望算法(expectation maximization, EM)求解含有隐藏变量的概率密度参数模型的最大后验概率估计[18]。

利用式(19)构造后验对数概率期望 Q 函数,最大化 Q 函数。

$$Q(\lambda,\gamma_i,\boldsymbol{B}_i,\forall i)\overset{\Delta}{=}\arg\max_x E_{(x|V;\lambda,\gamma_i,B_i)}[\hat{\boldsymbol{x}}]=\arg\max_x(E_{(x|V)}\{\log p(V|x;\lambda)\}+E_{(x|V)}\{\log p(x;\gamma_i,\boldsymbol{B}_i,\forall i)\}) \tag{21}$$

注意到,γ_i 只与式(21)中的第 2 项有关,对 Q 函数第 2 项求关于 γ_i 的偏导数[19]:

$$\frac{\partial Q}{\partial\gamma_i}=-\frac{h}{2\gamma_i}+\frac{1}{2\gamma_i^2}Tr\left[B^{-1}\left(\sum\nolimits_x^i+\mu_x^i(\mu_x^i)^{\mathrm{T}}\right)\right] \tag{22}$$

把式(22)置 0,得到 γ_i 的学习规则。

$$\gamma_i=\frac{Tr\left[\boldsymbol{B}^{-1}\left(\sum\nolimits_x^i+\boldsymbol{\mu}_x^i(\boldsymbol{\mu}_x^i)^{\mathrm{T}}\right)\right]}{h} \tag{23}$$

通过以上求解方法,同理可得到 λ 的学习规则。

$$\frac{\partial Q}{\partial\lambda}=-\frac{M}{2}\log\lambda-\frac{1}{2\lambda}\|V-\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\mu}_x\|_2^2-\frac{1}{2\lambda}Tr\left(\sum\nolimits_x^i(\boldsymbol{\Phi}_i)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}_i\right) \tag{24}$$

$$\lambda=\frac{\|V-\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\mu}_x\|_2^2+\sum_{i=1}^{g}Tr\left(\sum\nolimits_x^i(\boldsymbol{\Phi}_i)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}_i\right)}{M} \tag{25}$$

在求解 $\boldsymbol{B}_i$ 的学习规则时,为了避免过度拟合,将参数进行平均,限定 $\boldsymbol{B}_i=\boldsymbol{B}(\forall i)$。则 $\boldsymbol{B}$ 的学习规则为:

$$\frac{\partial Q}{\partial\boldsymbol{B}}=-\frac{g}{2\boldsymbol{B}}+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{g}\frac{1}{\gamma_i}\boldsymbol{B}^{-1}\left(\sum\nolimits_x^i+\boldsymbol{\mu}_x^i(\boldsymbol{\mu}_x^i)^{\mathrm{T}}\right)\boldsymbol{B}^{-1} \tag{26}$$

$$\boldsymbol{B}=\frac{1}{g}\sum_{i=1}^{g}\frac{\sum\nolimits_x^i+\boldsymbol{\mu}_x^i(\boldsymbol{\mu}_x^i)^{\mathrm{T}}}{\gamma_i} \tag{27}$$

为提高算法性能,对 $\boldsymbol{B}$ 使用更加严格的约束,首先推导出每个 $\boldsymbol{B}_i$ 的学习规则。

$$\boldsymbol{B}_i=\frac{1}{\gamma_i}\left[\sum\nolimits_x^i+\boldsymbol{\mu}_x^i(\boldsymbol{\mu}_x^i)^{\mathrm{T}}\right] \tag{28}$$

让每个 $\boldsymbol{B}_i$ 具有托普利兹(Toeplitz)矩阵形式。

$$\boldsymbol{B}_i=\mathrm{Toeplitz}([\boldsymbol{r}_i^0,\boldsymbol{r}_i^1,\cdots,\boldsymbol{r}_i^{d-1}])=\begin{bmatrix}\boldsymbol{r}_i^0 & \boldsymbol{r}_i^1 & \cdots & \boldsymbol{r}_i^{d-1}\\ \vdots & & & \vdots\\ \boldsymbol{r}_i^{d-1} & \boldsymbol{r}_i^{d-2} & \cdots & \boldsymbol{r}_i^0\end{bmatrix} \tag{29}$$

式中:$r\overset{\Delta}{=}\dfrac{m_1}{m_0}$;$m_0$ 是式(28)中矩阵 $\boldsymbol{B}_i$ 的主对角线元素均值;m_1 是矩阵 $\boldsymbol{B}_i$ 的次对角线元素均值。

综上所述,基于贝叶斯算法的电磁成像计算流程如下所示。

算法:基于稀疏贝叶斯的 EMT 图像重建算法

输入:$V,J,h,\varepsilon_{\min},v_{\max}$

初始化:$\varepsilon=1,v=0,\mu_x=0_{gh\times1},\sum_x=0_{gh\times gh},\gamma_i=1_{g\times1}$,

$\lambda=10^{-3},B_i=\mathrm{Toeplitz}([0.98^0,\cdots,0.98^{h-1}])$

输出:G

接下来循环执行步骤 1) ~ 8):

1) $v=v+1$

2) 根据式(17)更新 μ_x

3) 根据式(18)更新 $\sum_x$

4) 根据式(23)更新 γ_i

5) 根据式(25)更新 λ

6) 根据式(28)、(29)更新 $\boldsymbol{B}_i$

7) $\varepsilon=\|\mu_x^{\mathrm{new}}-\mu_x\|_2/\|\mu_x^{\mathrm{new}}\|_2$

8) 如果不满足迭代停止条件 $\varepsilon\leqslant\varepsilon_{\min}$ 或 $v>v_{\max}$,则返回步骤 1)

根据式(20)获得电导率分布 G

---

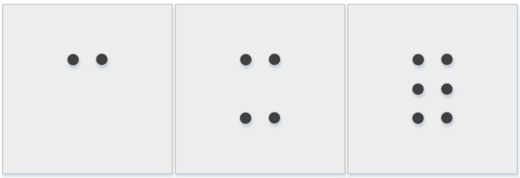
2 实验与讨论

本节通过数值仿真与真实实验评估了稀疏贝叶斯算法的性能。为了证明该方法的优越性,与现有的 CG、TV 正则化算法进行了比较。

2.1 仿真数据实验

为验证算法的有效性,本文在 COMSOL Multiphysics 环境中对 EMT 系统进行数值仿真实验。本文使用的待测对象是铝板(磁导率 $\mu\approx1$,电导率 $\gamma=3.774\times10^7$ S/m,在铝板表面设置缺陷,目标缺陷的形状、尺寸和位置如图 3 所示,深灰色小圆代表缺陷,外边浅灰色正方形代表待测铝板,缺陷半径均为 3.5 mm,深度为 5 mm。

本文设计的矩阵式分布传感器仿真模型如图 4 所示,传感器阵列由 9 个半径为 8 mm 的平行线圈组成,线圈匝数为 100 匝,传感器提离高度为 3 mm。采用循环激励循环测量的模式,因此可获得 9×8=72 个测量值。利用有限元法(finite element analysis, FEM)计算各线圈电压值和灵敏度矩阵 S,将物场剖分成 1 024 个小三角形。设



(a) 缺陷个数为2
(a) The number of defects is 2

(b) 缺陷个数为4
(b) The number of d efects is 4

(c) 缺陷个数为6
(c) The number of defects is 6

图 3　缺陷分布仿真模型

Fig.3　The Simulation model of defect distribution

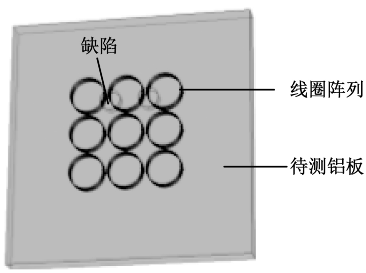


图 4　矩阵式分布传感器仿真模型

Fig.4　Simulation model of the matrix-distribution sensor

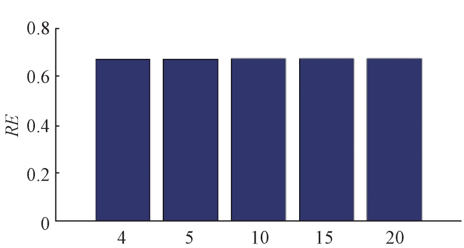
置激励信号为峰峰值为 5 A,频率为 10 kHz 的正弦信号。

本文使用图像相对误差(relative error, RE)对成像结果进行定量评价,相对误差定义为:

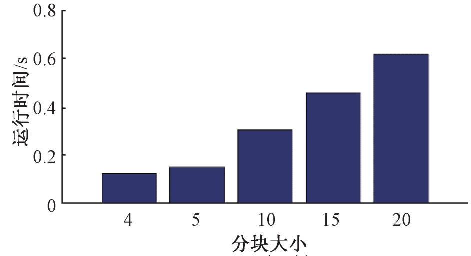
$$RE = \frac{\| \boldsymbol{G} - \boldsymbol{G}^* \|_2^2}{\| \boldsymbol{G} \|_2^2} \tag{30}$$

式中:RE 是相对误差;$\boldsymbol{G}^*$ 代表产生缺陷前后真实电导率相对变化量;$\boldsymbol{G}$ 代表产生缺陷前后重构电导率相对变化量。

由 1.2 节讨论可知,本文首先需要对分块参数 h 进行讨论。使用图 2 中缺陷个数为 6 的仿真模型进行图像重建,分块参数 h 对图像相对误差和运行时间的影响如图 5(a)和(b)所示。可以看出,图像分块的大小影响稀疏贝叶斯算法的性能,随着分块参数 h 的增大,图像相对误差基本不变,算法运行时间变长。因此,在实际应用中,选择一个较小的 h 可以减少计算量,提高算法运行效率。在本文中,选择 h = 4 的分块进行图像重建。



(a) 相对误差
(a) Relative error



(b) 运行时间
(b) Run time

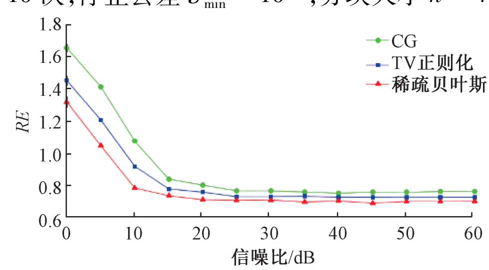
图 5　分块参数 h 变化对相对误差和算法运行时间的影响

Fig.5　Influence of block parameter h on relative error and runtime of the algorithm

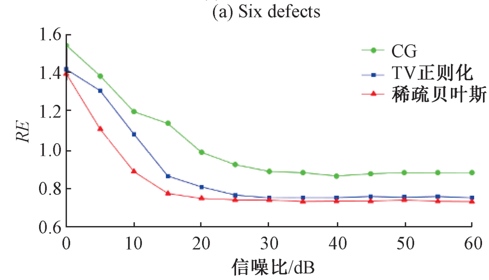
在实际电磁测量过程中,输入输出控制模块会引入干扰噪声影响测量结果,本文采用高斯白噪声模拟系统中的测量噪声,且信噪比定义为:

$$SNR \overset{\Delta}{=} 10\log_{10}(\| \boldsymbol{V} \|_2^2 / \| \boldsymbol{n} \|_2^2) \tag{31}$$

为验证稀疏贝叶斯算法在金属缺陷成像方面的性能,评估了不同测量信号信噪比对图像质量的影响。使用 CG、TV 正则化和稀疏贝叶斯 3 种算法对图 2 中缺陷个数为 2、6 的仿真模型进行图像重建,3 种算法图像相对误差随测量信号信噪比的变化曲线如图 6 所示。其中 CG 算法的迭代停止条件设置为最大迭代次数 v_{max} = 10 次,停止误差 ε_{min} = 10^{-4}; TV 正则化算法的迭代停止条件设置为最大迭代次数 v_{max} = 10 次, 停止误差 ε_{min} = 10^{-4}, 根据 L 曲线法设置 TV 正则化参数为 0.01[20];稀疏贝叶斯算法的迭代停止条件设置为最大迭代次数 v_{max} = 10 次,停止公差 ε_{min} = 10^{-4},分块大小 h = 4。



(a) 缺陷个数为6
(a) Six defects



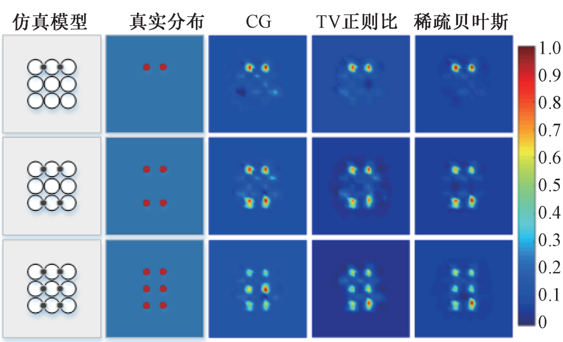
(b) 缺陷个数为2
(b) Two defects

图 6　不同算法图像相对误差随测量信号信噪比变化曲线

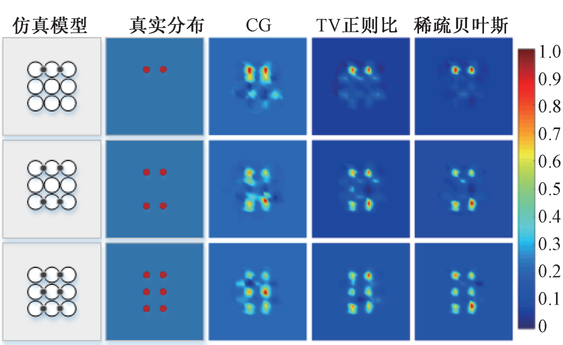
Fig.6　Image relative error versus signal SNR for different algorithms

从图 6 可以看出,3 种算法的图像相对误差随测量信号信噪比的增大而减小。比较图 6(a)和(b),稀疏贝叶斯算法在简单物场分布(缺陷个数为 2)和复杂物场分布(缺陷个数 6)的相对误差均明显小于另外两种算法,特别是在低信噪比的情况下显示出良好的成像效果。

以上实验在数值上证明了稀疏贝叶斯算法的优越性,为验证稀疏贝叶斯算法在 EMT 图像重建效果方面的优势,使用 3 种算法对不同个数和位置的缺陷进行图像重建,测量信号信噪比分别为 45 和 20 dB 时的重建结果如图 7(a)和(b)所示。图 7 中第 1 列是仿真模型,从上到下依次是 2、4、6 个缺陷。第 2 列为电导率的真实分布,第 3~5 列分别对应的是 CG、TV 正则化、稀疏贝叶斯算法的重建结果。3 种算法的参数选择与图 5 实验相同。重建结果中不同颜色代表不同电导率,缺陷所在位置对应的颜色值最大,由此可以通过重建结果图像对金属缺陷进行识别。其中 CG 算法停止迭代次数为 6 次;TV 正则化算法停止迭代次数为 8 次;稀疏贝叶斯算法停止迭代次数为 3 次。



(a) 测量信号信噪比为45 dB
(a) The 45 dB SNR of the measured signal



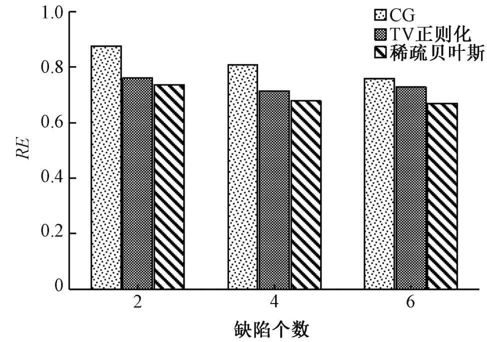
(b) 测量信号信噪比为20 dB
(b) The 20 dB SNR of the measured signal

图 7 多个缺陷的重建结果

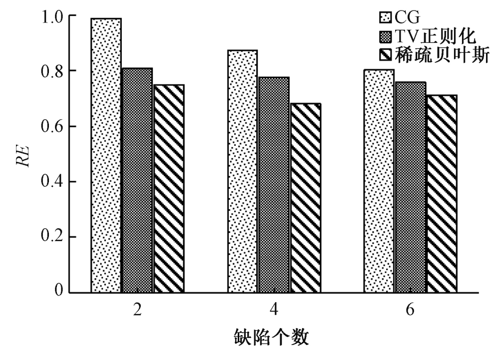
Fig.7 Reconstruction results of multiple defects

从图 7 可以看出,3 种算法的重建结果均能对缺陷的位置和个数有效成像。其中 CG 算法的成像效果最差,重建图像目标缺陷边界模糊不清,伪影最严重,特别是在测量信号信噪比为 20 dB 时,重建效果明显下降;TV 正则化算法由于引入了稀疏惩罚项,图像质量较 CG 算法有所改进,但依然存在伪影的干扰;与另外两种算法相比,稀疏贝叶斯算法对缺陷目标成像效果最好,边界较为清晰,伪影最少,大小更接近目标缺陷原型。

图 8 所示为 3 种算法对不同个数和位置的缺陷图像重建的相对误差,测量信号信噪比分别为 45 和 20 dB 时的重建结果。



(a) 测量信号信噪比为45 dB
(a) The 45 dB SNR of the measured signal



(b) 测量信号信噪比为20 dB
(b) The 20 dB SNR of the measured signal

图 8 多个缺陷重建图像的相对误差

Fig.8 Relative error of reconstructed images for multiple defects

从图 8 可以看出,在测量信号高信噪比 45 dB 和低信噪比 20 dB 的情况下,稀疏贝叶斯算法图像重建的相对误差均低于另外两种算法,由此可证明稀疏贝叶斯算法在 EMT 图像重建中的优越性。

不同缺陷个数仿真模型采用 3 种算法图像重建的时间如表 1 所示。从表 1 可看出,稀疏贝叶斯算法由于采用图像分块结构,牺牲了一定的成像速度,以提高成像质量。

2.2 真实数据实验

为了进一步验证稀疏贝叶斯算法在 EMT 重建图像方面的有效性和可行性,进行了真实数据实验。

根据图 3 中的传感器仿真模型制作出实验所用传感器,如图 9 所示。使用线径为 0.3 mm 的铜线缠绕出线圈,线圈半径为 8 mm,匝数为 100 匝,高度为 10 mm,

表 1　3 种算法重建时间

Table 1　Reconstruction time of three algorithms

测量信号信噪比	缺陷个数	CG	TV 正则化	稀疏贝叶斯
45 dB	2	0. 225	0. 391	12. 333
	4	0. 230	0. 378	12. 318
	6	0. 266	0. 390	12. 244
20 dB	2	0. 214	0. 379	12. 215
	4	0. 229	0. 395	12. 211
	6	0. 228	0. 385	12. 462

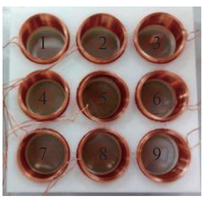


图 9　矩阵式分布传感器实物

Fig.9　The photo of the matrix-sensor

线圈之间的间距为 10 mm,然后按照仿真示意图将线圈排列成矩阵形式,对传感器进行标号,分别为 1 ~ 9 号线圈。

使用图 9 所示的矩阵式分布传感器搭建了一个 EMT 系统,由信号源、传感器、高速采集模块、多路选通模块和上位机 5 部分组成,如图 10 所示。EMT 测量系统工作过程如下:信号源产生特定幅值频率的正弦信号作为激励信号,通过多路选通模块将激励信号施加在传感器线圈上,被测物场中的测量线圈产生感应电压,高速采集模块将采集到的感应电压信号传送到上位机,上位机利用图像重建算法对被测物场内信息进行图像重建。

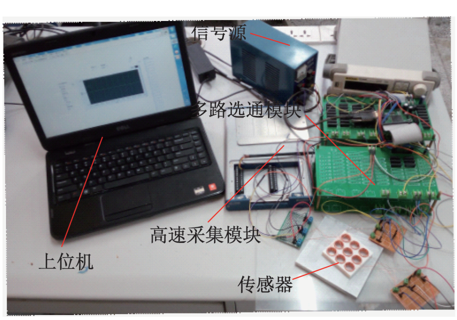
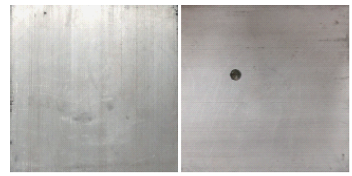


图 10　实验 EMT 测量系统

Fig.10　Experimental EMT system

本实验所用待测铝板如图 11 所示,长和宽均为 12 cm,厚度为 1 cm。其中图 10(a)所示为无缺陷铝板,作为实验的空场待测对象。在无缺陷铝板表面制造大小相同的缺陷,制作出有缺陷铝板如图 11(b)所示,作为实验的物场待测对象,缺陷半径均为 3. 5 mm,深度为5 mm。在测量时,首先把无缺陷铝板放在图 10 中的传感器下方,传感器提离高度为 3 mm,测量得到空场数据,使用相同的方法测量有缺陷铝板得到物场数据。使用物场数据减去空场数据得到数据差值,利用数据差值和图像重建算法得到电导率缺陷分布图像。



(a) 无缺陷铝板
(a) Aluminum plate with no defects

(b) 有缺陷铝板
(b) Aluminum plate with defects

图 11　实验中的待测对象

Fig.11　The tested object in the experiment

使用 CG、TV 正则化和稀疏贝叶斯 3 种算法对实验数据进行图像重建,重建结果和相对误差如图 12 和 13 所示。3 种算法的参数选择与仿真数据实验相同。

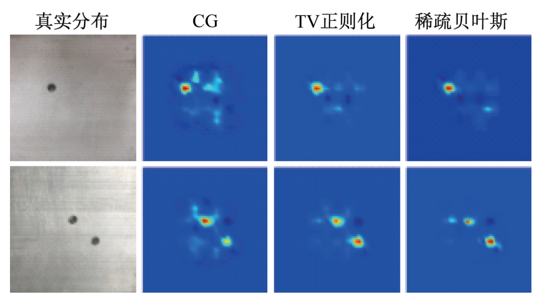


图 12　实验数据的重建结果

Fig.12　Reconstruction results from experimental data

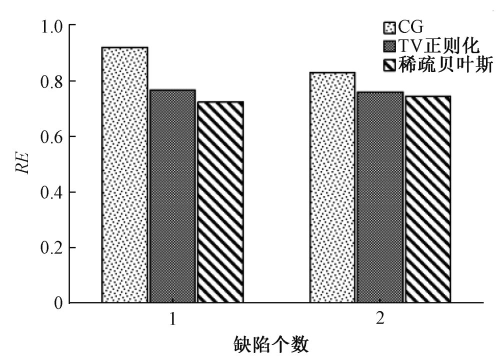


图 13　实验数据重建图像相对误差

Fig.13　Relative errors of reconstructed images from experimental data

图 12 中第 1 列为有缺陷铝板,第 2 列开始从左到右分别是 CG、TV 正则化、稀疏贝叶斯 3 种算法的重建结

果。从图 12 可以看出,3 种重建算法均能对缺陷位置实现重建,但重建质量却不尽相同。使用 CG 和 TV 正则化算法重建的目标缺陷边界不清晰,背景模糊,导致无法清晰判断缺陷的真实尺寸。而使用稀疏贝叶斯算法进行 EMT 图像重建,目标缺陷的图像与背景区域之间边界清晰,与另外两种算法相比更接近缺陷的真实尺寸。从图 13 可以看出,稀疏贝叶斯算法图像重建的相对误差低于另外两种算法。通过对比数值仿真实验与真实数据实验的结果,重建结果基本一致,由此说明本文采用的稀疏贝叶斯算法在图像重构方面更具优势。

3 结 论

根据 EMT 系统图像重建的基本原理,本文结合贝叶斯理论,提出了一种基于稀疏贝叶斯的 EMT 图像重建算法。此方法从统计学的角度对 EMT 图像进行重构,为 EMT 图像重构问题提供了一种新的思路。首先根据金属缺陷的稀疏性分布特点,将图像分块处理,将电导率稀疏分布的先验信息和噪声信息等统计信息引入到 EMT 图像重建中,然后采用期望最大化算法估计超参数并对图像进行重构。最后对不同个数、位置的缺陷模型进行仿真和实验,其结果表明,本文提出的算法重构图像结果与预期缺陷模型更为接近,与 CG 算法和 TV 正则化算法相比,能有效消除图像伪影,改善成像质量,在金属缺陷识别方面更具有优势。在下一步工作中,将讨论激励频率与测量深度的关系,将本文所研究的金属表面二维缺陷图像进一步扩展为三维图像,使用空间块稀疏先验信息,建立三维贝叶斯稀疏成像模型,实现金属零件内部缺陷可视化检测。

参考文献

[1] HUBERT Z, STEPHAN M K. Artefact reduction in fast Bayesian inversion in electrical tomography [J]. COMPEL:The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering, 2015, 34(5):1381-1391.

[2] 严春满, 穆哲, 张道亮, 等. 基于改进 Landweber 算法的 ECT 图像重建[J]. 传感技术学报, 2019,32(10):1522-1526.
YAN CH M, MU ZH, ZHANG D L. ECT Image reconstruction based on improved Landweber algorithm[J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2019,32(10):1522-1526.

[3] 李秀艳, 韩倩, 汪剑鸣, 等. 基于改进共轭梯度法的 ERT 图像重建[J]. 仪器仪表学报, 2016,37(7):1673-1679.
LI X Y, HAN Q, WANG J M, et al. ERT image reconstruction based on improved CG method [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2016,37(7):1673-1679.

[4] 温丽梅, 周苗苗, 李明, 等. 改进的 Tikhonov 正则化图像重建算法[J]. 计量学报, 2018,39(5):679-683.
WEN L M, ZHOU M M, LI M, et al. Improved Tikhonov regularization method for image reconstruction[J]. Acta Metrologica Sinica, 2018,39(5):679-683.

[5] 李贤阳, 阳建中, 杨竣辉, 等. 深度运动图耦合正则化表示的行为识别算法[J]. 电子测量与仪器学报, 2018,32(1):119-128.
LI X Y, YANG J ZH, YANG J H, et al. Action recognition algorithm based on depth motion maps and regularized representation [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2018, 32 (1): 119-128.

[6] WANG Q, LI K, ZHANG R H, et al. Sparse defects detection and 3D imaging base on electromagnetic tomography and total variation algorithm[J]. Review of Scientific Instruments, 2019,90(12):1234703.

[7] 江鹏, 彭黎辉, 陆耿, 等. 基于贝叶斯理论的电容层析成像图像重建迭代算法[J]. 中国电机工程学报, 2008(11):65-71.
JIANG P, PENG L H, LU G, et al. Iterative image reconstruction algorithm based on bayesian theorem for electrical capacitance tomography [J]. Proceedings of Chinese Society for Electrical Engineering, 2008(11):65-71.

[8] 刘琪芳, 韩焱, 张锡祥. 基于贝叶斯理论快速 ERT 图像重建算法[J]. 计算机应用研究, 2014, 31(5):1581-1583.
LIU Q F, HAN Y, ZHANG X X. Fast image reconstruction algorithm based on Bayesian estimation theory for electrical resistance tomography [J]. Application Research of Computers, 2014, 31 (5): 1581-1583.

[9] KHOSHNOUD F, BOWEN R C, MARES C. Bistable piezoelectric flutter energy harvesting with uncertainty[J]. Instrumentation, 2019,6 (1):2-11.

[10] 叶佳敏, 彭黎辉. 基于 MCMC 方法的电容成像图像重构算法[J]. 仪器仪表学报, 2012,32(3):3-12.
YE J M, PENG L H. Markov chain Monte Carlo (MCMC) based image reconstruction algorithm for electrical capacitance tomography[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2012, 32(3):3-12.

[11] 王哲. 现代贝叶斯统计学理论与方法研究[J]. 价值工程, 2012,31(1):276-277.
WANG ZH. Modern Bayesian statistics theory and method

research[J]. Value Engineering, 2012,31(1):276-277.

[12] 谷恒明, 胡良平. 贝叶斯统计和经典统计在分位数回归分析中的比较[J]. 军事医学, 2018, 42(2): 149-153.
GU H M, HU L P. Comparison of Bayesian statistics and classical statistics in quantile regression analysis [J]. Military Medical Sciences, 2018,42(2):149-153.

[13] 王琦, 崔莉莎, 汪剑鸣, 等. 基于电磁层析成像的金属缺陷稀疏成像方法[J]. 仪器仪表学报, 2017, 38(9):2291-2298.
WANG Q, CUI L SH, WANG J M, et al. Defects detection based on electromagnetic tomography for sparse imaging method [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2017,38(9): 2291-2298.

[14] LIU S H, JIA J B, ZHANG D Y, et al. Image reconstruction in electrical impedance tomography based on structure-aware sparse Bayesian learning[J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2018:2090-2102.

[15] 罗堪, 李建清, 王志刚, 等. 心电压缩感知恢复先验块稀疏贝叶斯学习算法[J]. 仪器仪表学报, 2014, 35(8):1883-1889.
LUO K, LI J Q, WANG ZH G, et al. Priori-block sparse Bayesian learning algorithm for compressed sensing based ECG recovery [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2014, 35(8):1883-1889.

[16] 张堃, 王震, 华亮, 等. 基于稀疏特征的小视场高速检测算法应用研究[J]. 仪器仪表学报, 2018, 39(12):182-192.
ZHANG K, WANG ZH, HUA L, et al. Application research of view high speed detection algorithm of small field based on sparse features[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2018,39(12):182-192.

[17] ZHANG Z L, RAO B D. Recovery of block sparse signals using the framework of block sparse Bayesian learning[C]. 2012 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), 2012:3345-3348.

[18] FANG J, SHEN Y N, LI H B, et al. Pattern-coupled sparse bayesian learning for recovery of block-sparse signals[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015, 63(2):360-372.

[19] ZHANG Z L, RAO B D. Sparse signal recovery with temporally correlated source vectors using Sparse Bayesian Learning[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2011,5(5): 912-926.

[20] HANSEN P C, O'LEARY D P. The use of the L-curve in the regularization of discrete ill-posed problems[J]. Siam Journal on Scientific Computing, 2006, 14(6): 1487-1503.

作者简介

王琦,2007 年、2009 年和 2012 年于天津大学分别获得学士学位、硕士学位和博士学位,现为天津工业大学电子与信息工程学院副教授。主要研究方向为智能信息处理、电学成像技术。
E-mail: wangqitju@163.com

Wang Qi received her B. Sc. degree, M. Sc. degree and Ph. D. degree all from Tianjin University in 2007, 2009, and 2012, respectively. She is currently an associate professor in the School of Electronics and Information Engineering at Tianjin Polytechnic University. Her research interests include intelligent information processing and electrical imaging technology.

张静薇,2017 年于河北工程大学科信学院获得学士学位,现为天津工业大学电子与信息工程学院硕士研究生,主要研究方向为电磁层析成像。
E-mail: jingweizhang2019@163.com

Zhang Jingwei received her B. Sc. degree from the School of Kexin Colleege at HeBei University of Engineering in 2017. She is currently an M. Sc. candidate in the School of Electronics and Information Engineering at Tianjin Polytechnic University. Her main research interests is electromagnetic tomography.

张荣华(通信作者),2005 年、2007 年和 2010 年于天津大学分别获得学士学位、硕士学位和博士学位,现为天津工业大学副教授、硕士生导师,主要研究方向为电磁涡流无损检测及其相关理论的研究。
E-mail: rh_zhang_2005@163.com

Zhang Ronghua (Corresponding author) received his B. Sc., M. Sc. and Ph. D. degree all from Tianjin University in 2005, 2007, and 2010, respectively. He is currently an associate professor and a M. Sc. advisor at Tianjin Polytechnic University. His main research interests include eddy current nondestructive testing and its related theory research.