## 基于切比雪夫多项式的 HRWS 星载 SAR 成像算法

傳 翀<sup>1,2</sup> 雷 斌<sup>1</sup> 韩 冰<sup>1</sup> 仇晓兰<sup>1</sup>

(1.中国科学院电子学研究所中国科学院空间信息处理与应用系统技术重点实验室 北京 100190;2.中国科学院大学 北京 100190)

**摘 要:**提出了一种新的适用于高分辨率宽测绘带的 chirp scaling(CS)成像算法。该算法通过引入切比雪夫多项式插值代替 了传统 CS 算法中的泰勒级数展开,得到了新的二维频谱信号的近似,并在此基础上推导出了完整的成像流程。详细分析了 切比雪夫多项式插值得到的二维频谱近似和传统形式的区别,比较了两者在相同展开阶次下的残余误差大小和空变性,并分 析了新的二维频谱近似带来的成像质量和距离向分块数方面的性能差异。分析表明该算法具有精度高、误差小、误差空变性 弱等特点,能提升成像质量同时减少距离向分块数,适用于高分辨率宽测绘带应用场景。最后,通过仿真实验结果验证了算 法的有效性。

# High resolution wide swath space-borne SAR imaging algorithm based on Chebyshev polynomials

Fu Chong<sup>1,2</sup> Lei Bin<sup>1</sup> Han Bing<sup>1</sup> Qiu Xiaolan<sup>1</sup>

(1. Key Library of Technology in Geo-spatial Information Processing and Application System, Institute of Electronics, Chinese Academy of Science, Beijing 100190, China; 2. University of Chinese Academy of Science, Beijing 100190, China)

**Abstract**: In this paper, a new chirp scaling(CS) algorithm based on Chebyshev polynomials is proposed. The new algorithm uses Chebyshev polynomials interpolation instead of the Taylor series expansion to gain a new expression of the 2-D spectrum, based on which the complete imaging process is developed. This paper analyzes the residual error of the new algorithm and the traditional one, compares the value and spatial variance and discusses the difference in imaging quality and range segmentation. Theoretical analysis shows that the new algorithm possesses high accuracy and less spatial variant error which results in the improvement of imaging and reduction of range segmentation. In the end, computer simulations confirm the validity of the algorithm.

Keywords: space-borne SAR; high resolution wide swath; Chebyshev polynomials; range segment

### 1 引 言

合成孔径雷达由于其全天候全天时高分辨率的特点, 已经成为一种重要的对地观测手段,被广泛用于目标侦 察<sup>[1-2]</sup>、海洋探测<sup>[3-5]</sup>等领域。技术的进步和需求的增长对 合成孔径雷达提出了一系列新的要求。高分辨率、宽测绘 带成为了合成孔径雷达发展的一个趋势,合成孔径雷达的 成像算法也面临着新的挑战。

1994年由 Keith Raney 和 Hartmut Runge 等人发表 的文献首次提出了 chirp scaling(CS)算法,CS 算法通过对 线性调频信号进行频率调制,将信号与变标因子相乘,实现不同距离单元上信号距离徒动(range cell migration, RCM)差量的校正,使所有距离单元上的距离徒动曲线与 参考距离处的距离徒动曲线一致,然后在二维频域方便的 进行补偿,且避免了插值操作,极大的推进了 SAR 信号处 理成像的进程。因此虽然 CS 算法提出了已经将近 20 年, 但在今天该算法依然应用广泛,被人们不断发展和应用在 不同的环境下。

传统的 CS 算法使用二阶泰勒展开获取信号二维频谱 的近似。随着对分辨率要求的提升,二次泰勒展开已经不

收稿日期:2015-03

### 2015年8月 第34卷 第8期

能满足成像精度的需求,在此基础上,人们发展了一系列 提高阶次、补偿高阶误差的算法。在这些算法中,泰勒展 开阶次被提升到四次甚至更高以达到成像精度的需求;而 高阶误差一般在二维频域被统一补偿以减少操作量,这就 要求高阶误差的空变性不能太大,限制了一次成像的区域 大小,因此在宽测绘带条件下距离和方位向的分块不可避 免。而如何增加成像深度,减少分块数也是一个重要的研 究方向。

切比雪夫多项式零点插值是数值分析中的一种函数 逼近方法。采用切比雪夫多项式零点作为插值点求得的 拉格朗日插值多项式可以使插值区间最大误差最小化,并 且能够避免高次插值的龙格现象。基于上述特点,切比雪 夫多项式零点插值数学模型可以应用到多种场景并获得 良好的效果。由于其优良的拟合性能,已经被广泛的应用 于卫星轨道拟合<sup>[69]</sup>、测试和自动控制<sup>[10]</sup>、地形估计<sup>[11]</sup>等 应用中。在 SAR 处理领域,目前已有研究使用切比雪夫 多项式零点插值代替泰勒展开用于分析双站 SAR 距离模 型<sup>[12]</sup>和信号自聚焦处理<sup>[13]</sup>,均得到了较好的效果。

为了满足高分辨率宽测绘带的应用需求,提出了一种 基于切比雪夫多项式零点插值的 CS 成像算法。首先对算 法原理进行了推导,通过使用切比雪夫多项式零点插值代 替泰勒级数展开获取回波信号二维频谱的近似表达,并根 据新的频谱表达式推导了完整的成像流程。此外,对算法 的误差进行了分析,比较了不同阶数条件下泰勒级数展开 和切比雪夫多项式零点插值的误差大小,并分析了高阶误 差的空变性,比较了两者对距离向分块数的影响。由于切 比雪夫多项式零点插值的特性,新的二维频谱表达比传统 的泰勒展开更精确,在指定的插值区间内误差有上界,此 外高阶项的空变性也相对减小,能够有效减少距离向分块 数。最后用仿真实验验证了算法的有效性。

### 2 算法原理

传统的 CS 算法在处理回波信号二维频谱时使用了泰 勒级数展开作为对二维频谱的逼近。根据数值分析理论, 泰勒展开式是一种埃尔米特插值多项式,其主要特征是满 足在插值节点上的函数值和若干阶导数值相等。在 SAR 成像处理中,由于信号是带限的,因此除了通过导数和高 阶导数来反映信号的逼近精度,还可以通过带内函数值的 误差来反映逼近精度。因此在处理二维频谱时可以采用 对函数值本身逼近更精确的方法,切比雪夫多项式就是这 样一种函数逼近方法。

通过被逼近函数 f(x) 在指定的 n 个点上的值  $f(x_1)$ ,  $f(x_2)$ ,…, $f(x_n)$  可以构造 n 阶拉格朗日插值多项式 $L_n(x)$ 用来逼近 f(x),在归一化区间上用切比雪夫多项式零点 作为插值节点得到的拉格朗日插值多项式具有插值误差 最小化和在指定区间上收敛的性质。不久主要论述切比雪 夫多项式零点插值引入回波信号二维频谱逼近中,与传统 的 CS 算法结合,推导计算公式。 切比雪夫多项式是定义在区间 [-1,1] 上的正交多 项式:

$$T_n(x) = \cos(n \arccos x), |x| \leq 1$$
n 阶切比雪夫多项式  $T_n(x)$  在[-1,1]上有 n 个零点:

理论与方法

$$x_k = \cos \frac{2k-1}{2n} \pi, k = 1, 2, \cdots, n$$
 (2)

对于一般区间 [*a*,*b*]上的函数插值,需要将其归一化 得到新的插值节点:

$$x_{k} = \frac{b-a}{2} \cos \frac{2k+1}{2(n+1)} \pi + \frac{a+b}{2}, k = 0, 1, 2, \cdots, n$$
(3)

下面将切比雪夫多项式零点插值应用到信号二维频 谱的函数逼近上。根据 SAR 信号模型,经过距离和方位 向傅里叶变换后,二维频谱表达式为:

$$S_{2df}(f_{\tau}, f_{\eta}) = AW_{r}(f_{\tau})W_{a}(f_{\eta} - f_{\eta}) \cdot \exp\{j\theta_{a}(f_{\tau}, f_{\eta})\}$$

$$(4)$$

式中:A 是常数, $W_r$ 和 $W_a$ 分别是距离向和方位向的频谱 包络, $\theta_a(f_r, f_\eta)$ 为二维频谱的相位:

$$\begin{split} W_{r}(f_{\tau}) &= w_{r}\left(\frac{J_{\tau}}{K_{r}}\right) \\ W_{a}(f_{\eta} - f_{\eta}) &= w_{a} \left[\frac{-cR_{0}f_{\eta}}{2(f_{0} + f_{\tau})V_{r}^{2}}\sqrt{1 - \frac{c^{2}f_{\eta}^{2}}{4V_{r}^{2}(f_{0} + f_{\tau})^{2}}}\right] \end{split}$$
(5)  
$$\theta_{a}(f_{\tau}, f_{\eta}) &= -\frac{4\pi R_{0}f_{0}}{c}\sqrt{D^{2}(f_{\eta}, V_{r}) + \frac{2f_{\tau}}{f_{0}} + \frac{f_{\tau}^{2}}{f_{0}^{2}}} - \frac{\pi f_{\tau}^{2}}{K_{r}}} \\ D(f_{\eta}, V_{r}) &= \sqrt{1 - \frac{c^{2}f_{\eta}^{2}}{4V_{r}^{2}f_{0}^{2}}} \end{cases}$$
(6)

式中:第一项是距离和方位的耦合项,传统 CS 算法中采用 泰勒级数展开将该项展开成距离频率 f,的幂级数作为二 维频谱的近似表达。采用切比雪夫多项式零点插值对该 耦合项进行逼近,得到新的二维频谱近似表达式。距离和 方位耦合项为:

$$\Phi(f_{\tau}) = -\frac{4\pi R_0 f_0}{c} \sqrt{D^2(f_{\eta}, V_r) + \frac{2f_{\tau}}{f_0} + \frac{f_{\tau}^2}{f_0^2}}$$
(7)

设采样带宽为 
$$B_r$$
,则有  $f_r \in \left[-\frac{B_r}{2}, \frac{B_r}{2}\right]$ ,将式(7)在  
 $\left[-\frac{B_r}{2}, \frac{B_r}{2}\right]$ 做二阶切比雪夫多项式零点插值。  
首先确定插值节点,根据式(3),将  $a = -b = -\frac{B_r}{2}$ 代

入,得:

$$x_{0} = \frac{B_{r}}{2} \cdot \cos \frac{1}{6}\pi = -\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{B_{r}}{2}$$

$$x_{1} = \frac{B_{r}}{2} \cdot \cos \frac{3}{6}\pi = 0$$

$$x_{2} = \frac{B_{r}}{2} \cdot \cos \frac{5}{6}\pi = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{B_{r}}{2}$$
(8)

中国科技核心期刊

由拉格朗日插值原理,求得二阶拉格朗日插值多项式 的表达式:

$$L_{2}(x) = \sum_{i=0}^{2} y_{i} \frac{\prod_{j=0, i \neq i}^{2} (x-x_{j})}{\prod_{j=0, i \neq i}^{2} (x_{i}-x_{j})} = y_{0} \frac{(x-x_{1})x-x_{2}}{(x_{0}-x_{1})(x_{0}-x_{2})} +$$

$$y_{1} \frac{(x-x_{0})(x-x_{2})}{(x_{1}-x_{0})(x_{1}-x_{2})} + y_{2} \frac{(x-x_{0})(x-x_{1})}{(x_{2}-x_{0})(x_{2}-x_{1})} =$$

$$x^{2} \left[ \frac{\Phi(x_{0})}{(x_{0}-x_{1})(x_{0}-x_{2})} + \frac{\Phi(x_{1})}{(x_{1}-x_{0})(x_{1}-x_{2})} + \frac{\Phi(x_{2})}{(x_{2}-x_{0})(x_{2}-x_{1})} \right] + x \left[ -\frac{\Phi(x_{0})(x_{1}+x_{2})}{(x_{2}-x_{0})(x_{2}-x_{1})} \right] +$$

$$\left[ \frac{\Phi(x_{0})x_{1}x_{2}}{(x_{0}-x_{1})(x_{0}-x_{2})} - \frac{\Phi(x_{2})(x_{0}+x_{1})}{(x_{1}-x_{0})(x_{1}-x_{2})} \right] +$$

$$\left[ \frac{\Phi(x_{0})x_{1}x_{2}}{(x_{2}-x_{0})(x_{2}-x_{1})} \right] \left[ \frac{\Phi(x_{0})x_{1}x_{2}}{(x_{2}-x_{0})(x_{2}-x_{1})} \right] +$$

$$\left[ \frac{\Phi(x_{0})x_{1}x_{2}}{(x_{2}-x_{0})(x_{2}-x_{1})} \right]$$

$$\left[ \frac{\Phi(x_{0})x_{1}x_{2}}{(x_{2}-x_{0})(x_{2}-x_{1})} \right] + \left[ \frac{\Phi(x_{0})}{\frac{3}{8}B_{r}^{2}} - \frac{\Phi(x_{1})}{\frac{3}{16}B_{r}^{2}} + \frac{\Phi(x_{2})}{\frac{3}{8}B_{r}^{2}} \right] +$$

$$x \left[ -\frac{\Phi(x_{0})}{\frac{\sqrt{3}}{2}B_{r}} + \frac{\Phi(x_{2})}{\frac{\sqrt{3}}{2}B_{r}} \right] + \Phi(x_{1}) = \frac{8}{3B_{r}^{2}} \left[ \Phi(x_{0}) - 2\Phi(x_{1}) + \Phi(x_{2}) \right] x^{2} + \frac{2\sqrt{3}}{3B_{r}} \left[ -\Phi(x_{0}) + \Phi(x_{2}) \right] x +$$

$$\Phi(x_{1})$$
(10)

将式(8)代人式(7)求出  $\Phi(x_i)$ , i = 0, 1, 2,并代人式 (10), 将 x 替换为距离向频率  $f_\tau$ ,即可得二维频谱的二阶 切比雪夫多项式零点插值表达式:

$$\begin{split} \Phi(f_{\tau}) &= \frac{4\pi R_{0}f_{0}}{c} \left\{ -\sqrt{1 - \left(\frac{cf_{\eta}}{2V_{r}f_{0}}\right)^{2}} + \frac{2\sqrt{3}}{3B_{r}} f_{\tau} \left[ \sqrt{\left(1 - \frac{\sqrt{3}B_{r}}{4f_{0}}\right)^{2} - \left(\frac{cf_{\eta}}{2V_{r}f_{0}}\right)^{2}} - \frac{\sqrt{\left(1 + \frac{\sqrt{3}B_{r}}{4f_{0}}\right)^{2} - \left(\frac{cf_{\eta}}{2V_{r}f_{0}}\right)^{2}}}{\sqrt{\left(1 + \frac{\sqrt{3}B_{r}}{4f_{0}}\right)^{2} - \left(\frac{cf_{\eta}}{2V_{r}f_{0}}\right)^{2}}} \right] + \frac{8}{3B_{r}^{2}} f_{\tau}^{2} \left[ -\sqrt{\left(1 - \frac{\sqrt{3}B_{r}}{4f_{0}}\right)^{2} - \left(\frac{cf_{\eta}}{2V_{r}f_{0}}\right)^{2}} + 2\sqrt{1 - \left(\frac{cf_{\eta}}{2V_{r}f_{0}}\right)^{2}} - \sqrt{\left(1 + \frac{\sqrt{3}B_{r}}{4f_{0}}\right)^{2} - \left(\frac{cf_{\eta}}{2V_{r}f_{0}}\right)^{2}} \right]} \right] \end{split}$$

$$(11)$$

将展开式的系数写成  $C_i$ , i = 0, 1, 2, 则展开后的二维 频谱可以写成:

$$S_{2df}(f_{\tau}, f_{\eta}) = AW_{r}(f_{\tau})W_{a}(f_{\eta} - f_{\eta}) \cdot \exp\left\{j\left[C_{0} + C_{1}f_{\tau} + C_{2}f_{\tau}^{2} - \frac{\pi f_{\tau}^{2}}{K_{r}}\right]\right\}$$
(12)

对式(12)做距离向逆傅里叶变换,根据驻定相位原理 得距离多普勒域信号:

$$S(\tau, f_{\eta}) = A' W_{r}'(\tau) W_{a}(f_{\eta} - f_{\eta}) \exp(jC_{0}) \bullet$$

$$\exp\left[j\pi K_{m}(f_{\eta}, R_{0})\left(\tau + \frac{C_{1}}{2\pi}\right)^{z}\right]$$

$$W_{r}'(\tau) = w_{r}\left[\frac{K_{m}(f_{\eta}, R_{0})}{K_{r}}\left(\tau + \frac{C_{1}}{2\pi}\right)\right]$$

$$K_{m}(f_{\eta}, R_{0}) = \frac{K_{r}}{1 - \frac{C_{2}K_{r}}{\pi}}$$
(13)

式(13)中的距离时间平方项给出了距离多普勒域中 新的距离等式:

$$R_{rd}(R_{0}, f_{\eta}) = -\frac{C_{1}c}{4\pi} = -\frac{2\sqrt{3}R_{0}f_{0}}{3B_{r}} \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{\sqrt{3}B_{r}}{4f_{0}}\right)^{2} - \left(\frac{cf_{\eta}}{2V_{r}f_{0}}\right)^{2}} - \sqrt{\left(1 + \frac{\sqrt{3}B_{r}}{4f_{0}}\right)^{2} - \left(\frac{cf_{\eta}}{2V_{r}f_{0}}\right)^{2}}$$
(14)

简便起见,仿照传统 CS 算法的做法,从距离等式中提取出距离徙动参数:

$$\frac{1}{F(f_{\eta}, V_{r})} = -\frac{2\sqrt{3}f_{0}}{3B_{r}}\sqrt{\left(1 - \frac{\sqrt{3}B_{r}}{4f_{0}}\right)^{2} - \left(\frac{cf_{\eta}}{2V_{r}f_{0}}\right)^{2}} - \sqrt{\left(1 + \frac{\sqrt{3}B_{r}}{4f_{0}}\right)^{2} - \left(\frac{cf_{\eta}}{2V_{r}f_{0}}\right)^{2}}$$
(15)

则距离等式和距离徙动量可以表示为:

$$R_{rd}(R_{0}, f_{\eta}) = \frac{R_{0}}{F(f_{\eta}, V_{r})}$$

$$RCM = R_{0} \left(\frac{1}{F(f_{\eta}, V_{r})} - 1\right)$$
(16)

可以看到,式(16)在形式上将切比雪夫多项式零点插 值的距离等式和传统 CS 算法的距离等式统一起来了,在 推导变标方程时可以参照传统 CS 算法的思路。将距离多 普勒域信号重写为:

$$S(\tau, f_{\eta}) = A'W_{r}'(\tau)W_{a}(f_{\eta} - f_{\eta})\exp(jC_{0}) \cdot \exp\left[j\pi K_{m}(f_{\eta}, R_{0})\left(\tau + \frac{C_{1}}{2\pi}\right)^{2}\right] =$$

$$A'W_{r}'(\tau)W_{a}(f_{\eta} - f_{\eta})\exp(jC_{0}) \cdot \exp\left[j\pi K_{m}(f_{\eta}, R_{0})(\tau - \tau_{m}(f_{\eta}, R_{0}))^{2}\right]$$

$$\vec{x} \neq :$$

$$(17)$$

$$\tau_{m}(f_{\eta}, R_{0}) = \frac{2R_{0}}{c} [1 + C_{s}(f_{\eta}, V_{r})]$$

$$C_{s}(f_{\eta}, V_{r}) = \frac{1}{F(f_{\eta}, V_{r})} - 1$$
(18)

将式(18)和文献[4]中的距离多普勒信号表达式比较,可以发现,将等效距离调频率和距离徙动参数提取之后,距离多普勒信号的表达形式一致。在不涉及方位向傅 里叶变换的条件下,参照传统 CS 算法,可以得到 CS 因 子为:

$$H_{\sigma}(\tau, f_{\eta}) = \ge \exp \{ j \pi K_{m}(f_{\eta}, R_{nf}) \cdot C_{s}(f_{\eta}, V_{r}) [\tau - \tau_{m}(f_{\eta}, R_{nf})]^{2} \}$$
(19)  
距离补偿因子为:

中国科技核心期刊

— 42 — 国外电子测量技术

$$H_{r} = \exp\left\{j\frac{\pi f_{r}^{2}}{K_{m}(f_{\eta}, R_{nf}) \left[1 + C_{s}(f_{\eta}, V_{r})\right]}\right\} \cdot \left(20\right)$$

$$\exp\left\{j\frac{4\pi}{c}f_{r}R_{nf}C_{s}(f_{\eta}, V_{r})\right\} \quad (20)$$
方位补偿因子为:
$$H_{a} = \exp\left\{j\frac{4\pi R_{0}f_{0}}{c}\left[\sqrt{1 - \left(\frac{cf_{\eta}}{2V_{r}f_{0}}\right)^{2}} - 1\right]\right\} \cdot \left(2\pi R_{0}f_{0}\right) + \left[1 + C_{0}(f_{0}, V_{0})\right] + \left[1 + C_{0}(f_{0},$$

 $\exp\{-j\frac{1}{c^2}K_m(f_\eta, R_{ref}) \cdot \lfloor 1 + C_s(f_\eta, V_r) \rfloor C_s(f_\eta, V_r)(R_0 - R_{ref})^2\}$ (21)

从式(19)~(21)可见,基于切比雪夫多项式零点插值的 CS 成像算法在形式上和传统 CS 算法高度一致,区别 在于距离徙动参数和等效距离调频率表达形式的不同,而 这归根结底是因为二维频域表达式的不同。

由于形式上的高度一致性,一些对于传统 CS 算法的 改进,如高次相位补偿、斜视距离模型等,都可以应用到本 文的算法中,唯一的区别是要注意距离徙动参数和等效距 离调频率表达式不同带来的方位向表达式的不同。

通过使用切比雪夫多项式零点插值代替泰勒级数展 开,得到了信号二维频谱逼近的新表达式,并以此为基础, 通过提取了新的等效距离调频率和距离徙动参数,实现了 和传统 CS 算法形式上的统一,得到了完整的算法公式。 如前所述,和泰勒级数展开相比,切比雪夫多项式零点插 值的主要优势在于逼近更精确,误差更小且在整个插值区 间内收敛,以及高次误差空变性小等特点,下一节将对算 法的误差进行分析和对比。

#### 3 误差分析

由切比雪夫多项式的定义:  

$$T_n(x) = \cos(n \arccos x), |x| \leq 1$$
  
和三角恒等式:  
 $\cos(n+1)\theta = 2\cos\theta\cos n\theta - \cos(n-1)\theta$  (22)  
可以得到切比雪夫多项式的递推公式:  
 $\begin{cases} T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x), n = 1, 2, \cdots \\ T_0(x) = 1, T_1(x) = x \end{cases}$  (23)

不难发现,n > 0时  $T_n(x)$ 的首项系数为  $2^{n-1}$ ,将首项 系数归一化为 $\tilde{T}_n(x) = \frac{1}{2^{n-1}}T_n(x)$ ,则首项系数为1的切比

雪夫多项式  $\tilde{T}_n(x)$  有如下性质:

在所有首项系数为1的n此多项式集合 $\hat{H}_n$ 中, $\hat{T}_n(x)$ 是其中最大值最小的多项式,即:

$$\max_{1 \le x \le 1} | \widetilde{T}_n(x) | = \min_{P \in H_s} \max_{1 \le x \le 1} | P(x) | = \frac{1}{2^{n-1}}$$
(24)

另外,n次拉格朗日插值多项式的插值余项为:

$$R_n(x) = f(x) - L_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} \omega_{n+1}(x)$$
(25)

于是:

$$\max_{1 \le x \le 1} |f(x) - L_n(x)| \le \frac{M_{n+1}}{(n+1)!} \max_{-1 \le x \le 1} |\prod_{i=0}^n (x - x_i)|$$

$$M_{n+1} = \| f^{(n+1)}(x) \|_{\infty} = \max_{-1 < v < 1} | f^{(n+1)}(x) |$$
(26)

理论与方法

当插值节点选为n+1阶切比雪夫多项式 $T_{n+1}(x)$ 的零点时,有:

$$\max_{1 \le x \le 1} | f(x) - L_n(x) | \le \frac{1}{2^n (n+1)!} \| f^{(n+1)}(x) \|_{\infty}$$
(28)

式(28)说明了切比雪夫多项式零点插值具有插值误 差最小化的性质,且误差有上界。

下面通过仿真比较切比雪夫多项式零点插值和泰勒 级数展开在逼近信号二维频谱时的性能差异,仿真参数设 置如表1所示。

表1 主要仿真参数

参数	取值			
波长/m	λ=0.03			
带宽/MHz	B = 1 000			
脉冲重复频率/Hz	$PRF = 4 \ 000$			
轨道半长轴/km	a=7 008			
轨道倾角(°)	i=97			
偏心率	e=0.001			
近地点幅角(°)	$\omega = 90$			
斜视角(°)	$\theta = 87$			

仿真参数主要参考典型的星载 SAR 系统设计。在前述的理论推导中可以看到,和传统算法相比,本文的算法 中等效距离调频率表达式发生了变化,可以预见该变化将 会对距离向的聚焦产生一定影响。为了能够更好地反映 这种区别,采用了较大的距离向带宽(1 GHz),能够得到 接近 0.3 m 的地距距离分辨率,能够很好的验证在高分辨 率情况下本文算法的性能。

此外,应当注意到仿真参数采用了斜视模式。一方面 是考虑到在斜视条件下,多普勒频率较大,从而能够较明 显地体现2种展开方式残余误差的大小和形式;另一方 面,虽然星载 SAR 系统通过采用姿态导引技术实现正侧 视模型的条带模式,但是在高分辨率对地观测常用的聚束 和滑动聚束模式中,天线的转动带来了较大的斜视现象, 在场景边缘尤为明显,多普勒中心往往会达到数万赫兹, 因此将成像模式设置成斜视也是有实际意义的,能够对高 分辨率观测模式的成像提供一定的参考和借鉴。

通过对式(7)所示的二维频谱耦合项进行切比雪夫多 项式零点插值和泰勒级数展开,比较两者的逼近结果和真 实值的绝对误差,如图1所示。可以看到,在相同阶次下, 泰勒级数展开在靠近展开点附近的逼近效果很好,误差很 小,但随着距离展开点越远,逼近误差单调增加,在区间边

中国科技核心期刊

### 理论与方法

缘处的逼近误差很大,会严重影响逼近的精确程度。切比 雪夫多项式零点插值在区间中心点附近的逼近误差相对 较大,但是在整个区间内的逼近误差绝对值恒小于某一上 界,且这一误差的上界明显小于泰勒级数展开的误差范 围,这和式(28)给出的分析结果相符,这一误差特性使得 整个区间内由多项式逼近带来的误差有界,对成像质量的 影响也保持在一个较小的范围内,有助于提升一次成像图 像质量的一致性。



多项式插值误差比较

从图1中还可以发现,切比雪夫多项式零点插值的 参与误差明显小于相同阶次的泰勒展开误差,能够有 效地提高逼近精度。在高分辨率宽测绘带应用场景 下,由于展开到二次无法满足成像精度要求,在成像过 程中需要对高次误差进行补偿。为了提高效率便于操 作,一般高阶误差的补偿是在二维频域统一进行的。 而在高分辨率宽测绘带情况下,高次误差也会呈现一 定的空变性,有时导致在处理时不得不分块进行。下 面通过对不同斜距位置的信号二维频谱做多项式逼 近,分析泰勒级数展开和切比雪夫多项式零点插值两 种方法逼近误差沿距离向的变化情况,比较逼近误差的空变性和由空变性导致的分块情况(图 1(a)中箭头指向处放大,垂直向宽度表示斜距从近距到远距的相位误差范围)。

从图 2 中可以看出,随着斜距变化,泰勒级数展开的 逼近误差变化范围约为 1 rad,而切比雪夫多项式零点插 值的逼近误差变化范围小于 0.25 rad,沿距离向空变性明 显较小。通过误差空变性的比较可见,使用切比雪夫多项 式零点插值较泰勒级数展开的方法可以减少一半以上的 距离向分块数,带来很大的效率提升。



图 2 插值误差空变性比较

通过仿真实验,分析比较了2种展开方式在二维频谱 逼近中的优劣。分析结果说明:和传统的泰勒级数展开相 比,切比雪夫多项式零点插值具有逼近误差小,逼近误差 有上界和逼近误差沿距离向空变性小的特点,在处理高分 辨率宽测绘带数据时有明显的优势。

### 4 实验仿真

本节将通过实验仿真分析比较本文提出的算法 的有效性。仿真参数如表1所示。仿真结果如图3 所示。 2015年8月 第34卷 第8期

理论与方法



图 3 传统 CS 和本文方法成像结果比较

从图 3 中可以看出,在点目标聚焦效果上,本文提出 的算法明显优于传统的算法,在场景边缘点距离向体现的 尤为明显。这主要是由于采用了新的等效距离调频率的 表达形式,精度更高,验证了上一节的误差分析中由切比 雪夫多项式的性质得到的结果。下面通过计算点目标聚 焦后的分辨率、峰值旁瓣比(peak sidelobe ratio, PSLR)和

### 理论与方法

积分旁瓣比(integrated sidelobe ratio, ISLR)来定量的分析聚焦效果,结果如表2所示。

从表 2 中可以看到,在中心点处,本文算法和传统 CS 算法性能相当,从图像和指标上看都是如此;在边缘点处,

传统 CS 算法在距离向成像性能上有明显下降,产生了 0.141 0/0.136 5≈1.033的相对展宽,而且峰值旁瓣比和 积分旁瓣比参数都有明显的恶化。指标测试数据再一次 验证了本文算法的有效性。

		本文算法		传统算法			
		分辨率/m	峰值旁瓣比/dB	积分旁瓣比/dB	分辨率/m	峰值旁瓣比/dB	积分旁瓣比/dB
场景中心 -	距离向	0.136 2	-13.1611	-10.649 9	0.136 8	-13.5438	-10.609 4
	方位向	4.535 2	-13.5387	-10.999 1	4.530 0	-13.4797	-10.986 0
场景边缘 -	距离向	0.136 5	-13.904 5	-10.895 6	0.141 0	-11.927 3	-9.107 1
	方位向	4.615 6	-14.0678	-11.256 4	4.612 9	-13.8328	-11.152 2

表 2 点目标指标测试

### 5 结 论

提出了一种基于切比雪夫多项式零点插值的 CS 成 像算法,通过将切比雪夫多项式零点插值应用到回波信号 二维频谱逼近中,替代了传统的泰勒级数展开,得到了更 精确地频谱近似。根据新的频谱逼近表达式,推导了新的 等效距离调频率和距离徙动参数,将算法和传统 CS 算法 在形式上进行了统一,并给出了完整的算法流程。通过仿 真分析比较泰勒级数展开和切比雪夫多项式零点插值在 二维频谱逼近上的差异,验证了算法在逼近误差绝对值和 空变性上的优势,并通过仿真实验成像验证了算法的有 效性。

### 参考文献

- [1] 王康,叶伟,劳国超,等.一种基于压缩感知的宽带 SAR 信号侦察方法[J]. 国外电子测量技术,2014,33(4): 40-43.
- [2] 鲁小丽,王岩飞,潘卓,等.基于剪切波变换的 SAR 图 像舰船检测[J].电子测量技术,2014,37(6):54-58,62.
- [3] 杨学志,桂志强,郑鑫,等.采用自适应块拼接的北极 海冰 SAR 图像合成[J]. 仪器仪表学报,2014,35(9): 2070-2077.
- [4] 陈少华,韩冰,雷斌. SAR 海冰 MRF 分割精度与图像 质量的关系研究[J]. 国外电子测量技术,2013,32 (3):31-35.
- [5] 姚昆,杨学志,唐益明,等. SAR 海冰的三维区域 MRF
   图像分割[J].仪器仪表学报,2013,34(11):
   2551-2557.
- [6] 罗力,黄声享. 单组广播星历精度分析及其卫星轨道 拟合研究[J]. 测绘信息与工程,2010,35(1):21-22.
- [7] 刘晓刚,吴晓平,田颜锋,等.利用切比雪夫多项式模型进行时间预报的研究[J].大地测量与地球动力学, 2010,30(1):77-82,87.

- [8] 刘刚. 基于精密星历的切比雪夫多项式卫星轨道坐 标拟合研究[J]. 城市勘测,2010(1):53-55.
- [9] 丁文武,刘万科,李征航. 基于广播星历的 GPS 卫星坐标 的多项式拟合算法[J]. 海洋测绘,2007,27(6):4-7,11.
- [10] 尤文坚,梁兵,李荫军.基于切比雪夫算法传感器特性 参数拟合系统[J].电子测量技术,2013,36(2):92-94,107.
- [11] 屠妮妮,陈静,何光碧. 切比雪夫多项式在模式地形 平滑中的应用研究[J]. 高原气象,2012,31(1): 47-56.
- [12] CLEMENTE C, SORAGHAN J. Approximation of the bistatic slant range using Chebyshev polynomials [J].
   IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2012, 9 (4):682-686.
- [13] XIONG T, XING M, WANG Y. Minimum-Entropy-Based autofocus algorithm for SAR data using chebyshev approximation and method of series reversion, and its implementation in data processor[J]. IEEE Transaction on Geoscience and Remote Sensing, 2014, 52 (3): 1719-1728.

#### 作者简介

**傅**翀,1990年出生,硕士研究生。主要研究方向为 SAR成像处理。

E-mail:ds3p2@126.com

**雷斌**,1978年出生,研究员。主要研究方向为多传感 器遥感信息处理系统体系架构设计、SAR信号并行处理、 SAR图像处理与图像质量提升和 SAR系统性能预估与 优化等。

**韩冰**,1980年出生,副研究员。主要研究方向为高分 辨率合成孔径雷达成像、运动补偿及相关信号处理技术。

**仇晓兰**,1982年出生,副研究员。主要研究方向为 SAR 成像技术、双基地 SAR 技术。