

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2417422

# 一种自适应的机械振动信号变分模态分析方法<sup>\*</sup>

黎会鹏<sup>1,2</sup> 徐波<sup>1,2</sup> 黄璞<sup>1</sup>

(1. 黄冈师范学院物理与电信学院 黄冈 438000; 2. 武汉科技大学信息科学与工程学院 武汉 430081)

**摘要:** 针对变分模态分解算法在处理多分量、非平稳机械振动信号时,性能受模态数量、二次惩罚参数及更新步长等关键因素严重影响的问题,提出了一种基于二叉树机制的自适应变分模态分解算法。以待分解信号的加权精细多尺度反向散布熵作为二次惩罚参数设定的依据,通过信号噪声程度调节算法更新步长,借助二分法机制持续将原始信号进行分解。不断优化二次惩罚参数与更新步长,将所得到分量之间的最小二乘互信息和重构误差构成作为分解完成评价指标,并对特征相似度较高的模态进行合并。算法综合考虑了模态提取性能所受内嵌参数的共同影响。通过仿真数据及实测机械振动信号验证,所提算法复杂度低,可有效缓解频带相近模态之间的混叠问题,完全自适应地提取振动信号特征模态。

**关键词:** 振动信号; 变分模态分解; 二叉树机制; 最小二乘互信息; 加权精细多尺度反向散布熵

中图分类号: TN911.7 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 460.50

## An adaptive variational mode analysis method for mechanical vibration signals

Li Huipeng<sup>1,2</sup> Xu Bo<sup>1,2</sup> Huang Pu<sup>1</sup>

(1. School of Physics and Telecommunications, Huanggang Normal University, Huanggang 438000, China;

2. School of Information Science and Engineering, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081, China)

**Abstract:** To address the problem that the performance of the variational mode decomposition (VMD) algorithm for multi-component non-stationary mechanical vibration signals is severely affected by key factors such as the number of modes, the quadratic penalty parameter, and the update step size, a self-adaptive VMD algorithm based on a binary tree model is proposed. The quadratic penalty parameter is set based on the weighted fine-scale inverse scattering entropy of the decomposed signal, and the signal-to-noise ratio is used as a reference for the update step size. The original signal is continuously decomposed using the binary search mechanism. The optimal quadratic penalty parameter and update step size are continuously optimized, and the minimum least-squares mutual information and reconstruction error between the extracted components are used as the evaluation index for the decomposition completion. Modal merging is performed for modal features with high similarity. The algorithm comprehensively considers the common influence of embedded parameters on modal extraction performance. The proposed algorithm has low computational complexity and can completely adaptively extract the modal components of non-stationary signals, effectively alleviating the problem of overlapping bands between modalities with similar frequencies. The algorithm is validated by simulation data and real-measured mechanical vibration signals, and the experimental results show that the proposed algorithm has low computational complexity, can completely adaptively extract the modal components of non-stationary signals, and effectively alleviates the problem of overlapping bands between modalities with similar frequencies.

**Keywords:** vibration signal; VMD; binary tree mechanism; the least-squares mutual information; the weighted refined multi-scale inverse dispersion entropy

## 0 引言

在工业生产中,对机械装备的振动信号采集和分析,是

一种常用的设备状态检测方法<sup>[1]</sup>。运用信号处理方法,对振动信号中所包含的故障特征模态进行识别,在装备传动部件的状态性能评估和故障诊断领域具有较高的工程应用

收稿日期:2024-11-21

\* 基金项目:国家自然科学基金(51975433)、湖北省教育厅科学基金(B2022203)项目资助

价值。目前,针对具有非线性、非平稳特性的振动信号时频分析方法中,经验模态分解(empirical mode decomposition, EMD)是一种能在时域中识别信号局部特征的自适应数据驱动分解方法,实际应用中经常面临着端点效应和模态混叠的困扰<sup>[2]</sup>。局部均值分解(local mean decomposition, LMD)在循环迭代获取乘积函数过程中容易导致时频突变<sup>[3]</sup>。固有时间尺度分解(intrinsic time-scale decomposition, ITD)<sup>[4]</sup>存在着调频-调幅信号(product function, PF)分量的波形发生局部波动而导致信号失真的缺陷。

变分模态分解(variational mode decomposition, VMD)是一种通过将初始信号进行变分问题迭代求解,最终获得一系列有限带宽的模态分量集合的信号处理方法<sup>[5]</sup>。该方法能有效缓解分量提取过程中出现的端点效应和模态混叠等问题,在很多非线性、非平稳振动信号分析领域得到了广泛的应用<sup>[6]</sup>。在实际使用中,VMD的整体指标受模态数量K、二次惩罚参数 $\alpha$ 、更新步长 $\tau$ 、收敛阈值 $\epsilon$ 等预设参数的影响,参数选择不当容易导致模态提取过程中产生过分解和欠分解现象<sup>[7]</sup>,且针对特定模型具有很强的经验性。

近年来,许多学者对VMD内嵌参数的选择进行了相关研究。库鹏博等<sup>[8]</sup>采用猎豹优化算法对VMD的分解阶数和惩罚因子进行自适应寻优,避免了人为选择参数的不足。但是,猎豹优化算法和VMD的结合增加了算法的复杂度,导致计算时间较长,在高维参数空间中存在局部最优解的问题。薛源等<sup>[9]</sup>依据合成谱峭度值最大的原则,优化VMD的分解所需的模态数和惩罚因子。合成谱峭度是一种衡量信号尖锐度的统计量,能有效检测冲击成分,但是容易受到间断脉冲的干扰产生误判。

通过对变分模态提取方法进行改进,SVMD(successive variational mode decomposition)<sup>[10]</sup>可以自动获取信号模态数量及中心频率,获得了很好的自适应效果,然而频率相近模态的特征提取容易受到频带混叠影响。别锋峰等<sup>[11]</sup>通过VMD将采集到的原始信号自适应分解为一系列的内涵模态分量,利用精细复合多尺度散布熵(refined composite multiscale dispersion entropy, RCMDE)转化后作为模态识别的特征向量。RCMDE对噪声的敏感度较低,但针对不同信号的初始尺度时往往存在一定限制。振动信号是一种非线性、非平稳信号,采取线性的相关系数度量方法存在一定的局限性<sup>[12]</sup>。

与顺序搜索方法相比,频带二分搜索方法提高了检测速度<sup>[13]</sup>。基于以上分析和研究基础,充分考虑VMD多组关键参数的共同影响,提出了一种基于信号特性的二分模型驱动的自适应VMD方法。在算法流程中,信号的模态数量K根据二分模型和信号最小二乘互信息进行动态调整。通过加权的方式对不同尺度下的信号熵估计进行调整,有针对性地增强或减弱某些尺度上的影响,根据待分解信号的加权精细多尺度反向散布熵动态地设置VMD的二

次惩罚参数 $\alpha$ 的数值。同时,根据待分解信号的噪声情况更新VMD的步长 $\tau$ 参数值。在不需要先验知识的情况下,自适应的对机械振动信号中的模态信息进行检测和辨识,从一定程度上解决了频谱相近模态之间混叠的问题,且复杂度较低。最后,使用仿真信号和实测的振动信号进行测试,对所提方法的有效性进行了验证。

## 1 方法与原理

### 1.1 最小二乘互信息

互信息(mutual information, MI)是一种能够表征两个随机信号的关联度的评价度量方法<sup>[14]</sup>。典型的机械振动信号和故障冲击信号等类型的信号都符合零均值特性。根据独立模态分量之间的不相关性和正交性等价原理,互信息可以评价VMD分解过程中获得的固有模态函数(intrinsic mode function, IMF)之间模态混叠是否发生以及发生的程度,其可以描述为:

$$MI = \frac{1}{2} \int_{y=1}^c p(x, y) \log \frac{p(x, y)}{p(x)p(y)} dx \quad (1)$$

由式(1)可知,对数函数对异常值的敏感性相当显著,从而造成估计值的不稳定。为了解决这一缺陷,引入平方损失互信息对原公式中的对数函数进行替代,以降低异常值的影响,从而获得更为精确的MI估计量。修改的表达式如下:

$$MI = \frac{1}{2} \int_{y=1}^n p(x)p(y) \left( \frac{p(x, y)}{p(x)p(y)} - 1 \right)^2 dx \quad (2)$$

本处采用最小二乘估计法来求解平方损失互相信息,对由其组合而成的密度比函数进行学习。密度比函数的定义如下:

$$\omega(x, y) = \frac{p(x, y)}{p(x)p(y)} \quad (3)$$

为了对上式的密度比函数进行近似,采用与参数相关的高斯径向基核模型:

$$\omega_{\alpha}(x, y) = \sum_{j=1}^n a_j \exp \left( -\frac{\|x_j - y_j\|^2}{2h^2} \right) \quad (4)$$

式中: $\alpha = (a_1, \dots, a_n)^T$ 为参数向量。基函数 $\psi$ 选择高斯径向基核函数。然后,对 $J(\alpha)$ 为最小时对应的参数 $\alpha$ 进行最小二乘学习:

$$\begin{aligned} J(\alpha) &= \frac{1}{2} \int_{y=1}^n (\omega_{\alpha}(x, y) - \omega(x, y))^2 p(x)p(y) dx = \\ &\quad \frac{1}{2} \int_{y=1}^n \alpha^T \psi(x, y) \psi(x, y)^T \alpha p(x)p(y) dx - \\ &\quad \int_{y=1}^n \alpha^T \psi(x, y) p(x, y) dx + C \end{aligned} \quad (5)$$

式中: $C = \frac{1}{2} \int_{y=1}^n \omega(x, y) p(x, y) dx$ 是常数项,在表达式中可以忽略。对上式的第1项和第2项中包含的期望值进行样本平均近似,并加上L2正则化项,运算的学习规则如下:

$$\min_{\alpha} \left[ \frac{1}{2} \alpha^T \hat{G} \alpha - \alpha^T \hat{h} + \frac{\lambda}{2} \|\alpha\|^2 \right] \quad (6)$$

式中:  $\hat{\mathbf{G}}$  和  $\hat{\mathbf{h}}$  分别为  $n \times n$  阶矩阵和  $n$  次维向量, 表达式为:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{G}} = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1, i' = 1}^n \psi(x_i, y_{i'}) \psi(x_i, y_{i'})^\top \\ \hat{\mathbf{h}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \psi(x_i, y_i) \end{cases} \quad (7)$$

上述学习规则是与  $\alpha$  相关的凸的二次式, 其优化问题如下:

$$\hat{\alpha} := \underset{\alpha}{\operatorname{argmin}} \left[ \frac{1}{2} \alpha^\top \hat{\mathbf{G}} \alpha - \alpha^\top \hat{\mathbf{h}} + \frac{\lambda}{2} \|\alpha\|^2 \right] \quad (8)$$

对表达式求偏微分, 置零使用解析法求的  $\hat{\alpha}$  的解:

$$\hat{\alpha} = (\hat{\mathbf{G}} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \hat{\mathbf{h}} \quad (9)$$

式中:  $\lambda$  为正则化参数,  $\mathbf{I}$  为单位矩阵。将估计量代入与平方损失互信息等价的式(10):

$$MI = \frac{1}{2} \int_{y=1}^n \omega(x, y) p(x, y) dx - \frac{1}{2} \quad (10)$$

即可得到最小二乘互信息 (least squares mutual information, LSMI) 的估计量表达式:

$$LSMI = \frac{1}{2} \hat{\mathbf{h}}^\top (\hat{\mathbf{G}} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \hat{\mathbf{h}} - \frac{1}{2} \quad (11)$$

然后可以通过与规则  $J$  相关的优化算法来推导得到  $\lambda$  和  $\psi$  中所包含的参数值。

## 1.2 加权精细多尺度反向散布熵

在信息分析领域, 多尺度反向散布熵 (multi-scale reverse dispersion entropy, MRDE) 常用来度量信息的复杂度<sup>[15]</sup>。通过信号的多尺度分析, 反映振动信号的复杂性和非线性特征, 这使得它能够更全面地提取信号的特征。对于时间序列  $x = \{x(i), i = 1, 2, \dots, N\}$ , 其多尺度反向散布熵可描述为:

$$E_{MRDE}(x, c, m, \lambda, \tau) = E_{RDE}(y^{(\tau)}, c, m, \lambda) \quad (12)$$

式中:  $E_{RDE}$  为反向散布熵值,  $y$  为时间序列长度。参数  $c$ 、 $m$  与  $\lambda$  分别为类别数、嵌入维数和时延。

### 1) 精细化处理

采用二阶矩(即方差)代替传统粗粒化方法中使用的一阶矩(即均值), 对粗粒化过程进行精细化处理。对于尺度因子  $\tau$ , 计算原序列的方差得到新的广义序列:

$$y_j^{(\tau)} = \frac{1}{\tau} \sum_{i=(j-1)\tau+1}^{j\tau} (x_i - \bar{x})^2, j = 1, 2, \dots, \frac{N}{\tau} \quad (13)$$

式中:  $\bar{x}$  为原序列的均值。

计算  $\tau$  个符号序列概率的均值。根据香农熵的定义, 精细多尺度反向散布熵(RMRDE)的表达式如下:

$$E_{RMRDE}(x, c, m, \lambda, \tau) = \frac{1}{\tau} \sum_{j=1}^{\tau} E_{RGM}(y_j^{(\tau)}, c, m, \lambda) \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{\tau} E_{RGM}(y_j^{(\tau)}, c, m, \lambda) &= \sum_{i=1}^m \left( \overline{P}(\pi v_0 v_1 \cdots v_{m-1}) - \frac{1}{c^m} \right)^2 \\ &= \sum_{i=1}^m (P(\pi v_0 v_1 \cdots v_{m-1}))^2 - \frac{1}{c^m} \end{aligned} \quad (15)$$

式中:  $\overline{P}(\pi v_0 v_1 \cdots v_{m-1})$  为粗粒化序列散布模式的概率均值。

### 2) 加权处理

传统多尺度熵算法在初始尺度时往往存在一定局限性。为克服这一问题, 选取峭度指标(kurtosis index, KI)和均方根值(root mean square, RMS)作为加权因子, 通过加权的方式对不同尺度下的熵估计进行调整, 这样做能够有针对性地增强或减弱某些尺度上的影响, 进而使算法的评估结果更加准确可靠。

对于给定信号  $x_i$ , 其峭度关系式如下:

$$KI = \frac{\frac{1}{Z} \sum_{i=1}^Z (x_i - \bar{x})^4}{\left[ \frac{1}{Z} \sum_{i=1}^Z (x_i - \bar{x})^2 \right]^2} \quad (16)$$

式中:  $\bar{x}$  为信号的均值,  $Z$  为信号的长度。

在尺度  $\tau$  下, 其  $\tau$  个粗粒化序列均方根的平均值由下式表示:

$$RMS(X, \tau) = \frac{1}{\tau} \sum_{j=1}^{\tau} \sqrt{\frac{1}{Z - (\tau - 1)} \sum_{n=1}^{Z - (\tau - 1)} (z_j^n(n))^2} \quad (17)$$

式中:  $z_j^n(n)$  为粗粒化序列中的元素。

对每个尺度下的精细多尺度反向散布熵进行加权, 得到加权精细多尺度反向散布熵(weighted fine multi-scale reverse dispersion entropy, WMRDE)的数学定义式为:

$$\begin{aligned} E_{WMRDE}(X, c, m, \lambda, \tau) &= KI \times RMS(X, \tau) \times \\ &\frac{1}{\tau} \sum_{j=1}^{\tau} \left[ \sum_{i=1}^m \left( \overline{P}(\pi v_0 v_1 \cdots v_{m-1}) - \frac{1}{c^m} \right)^2 - \frac{1}{c^m} \right] \end{aligned} \quad (18)$$

## 1.3 自适应变分模态分解

### 1) 模型参数的影响分析

VMD 的理论基础源自于 Wiener 滤波、Hilbert 变换和及外差解调, 其特性受到模态总数  $K$ 、二次惩罚参数  $\alpha$ 、更新步长  $\tau$  和收敛容错阈值  $\epsilon$  等分解参数的密切影响。

如果预期的模态数量  $K$  值选取过小, 会导致多个独立分量混杂在其他模态中。而  $K$  值设置过大又容易带来模态之间的复制现象。惩罚参数  $\alpha$  决定了单个模态分量的带宽, 过小的参数值选取容易引起模态分量的约束带宽过大, 产生临近分量之间的混叠或者引入额外的干扰噪声。反之, 过小的约束带宽会导致某些敏感信息的缺失。在信号的噪声水平较低时, 选择合适且大于 0 的更新步长  $\tau$  值, Lagrangian 乘子能有效的确保算法的收敛。而对于信噪比低的应用场合, 将起到相反的效果。此时为保证算法收敛, 需要调整更新步长来关闭乘子功能。收敛容限  $\epsilon$  决定了算法的重构精度, 需要通过调整收敛容限的取值来权衡停止准则。

综上所述, 上述的 4 个关键参数严重影响着 VMD 的性能, 如何选择最佳的 VMD 的参数值是决定其性能的关键因素。

## 2)二叉树模型

引用二叉树模型来设定 VMD 算法在本次分解中选取的模态总数  $K$ , 即每个分解层固定两个节点, 直到分解流程满足停止条件。算法结构如图 1 所示。

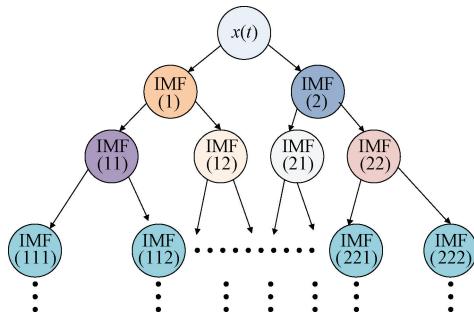


图 1 基于二叉树模型的 VMD 分解算法结构

Fig. 1 Structure of adaptive VMD using binary tree model

## 1.4 信噪比

为了验证该方法的噪声鲁棒性, 该设计采用信噪比 (signal to noise ratio, SNR) 进行信号中所包含噪声成分的度量, 信噪比定义如下:

$$SNR = 10 \log \left\{ \frac{\sum_{i=1}^L x^2(i)}{\sum_{i=1}^L ((x(i) - \hat{x}(i))^2)} \right\} \quad (19)$$

式中:  $x(i)$  是观测信号;  $\hat{x}(i)$  是观测信号的平均值;  $L$  是观测信号的长度。

## 2 算法流程

二叉树驱动的自适应变分模态分解方法, 可以解决 VMD 关键参数选择问题, 使其分解过程完全是一个自适应的过程。详细的算法步骤如下:

1) 计算原始非平稳信号  $x(t)$  的 SNR 和 WMRDE, 初始化 VMD 的关键参数  $K = 2$ ,  $\alpha = E_{WMRDE} \times \text{round}((f_s/2) \times \log_2(K))$  (式中  $f_s$  是采样频率,  $\text{round}(\cdot)$  是取整函数),  $\tau = \text{SNR}$ ,  $\epsilon = 1 \times 10^{-7}$ ; 对信号  $x(t)$  进行分解处理, 得到两个 IMF 分量(命名为 IMF1 和 IMF2)。

2) 设置 LSMI 中所选的高斯径向基核函数中对应的参数, 设定 LSMI 估计量的阈值  $\delta$  和重构误差的阈值  $\rho$ 。

3) 计算分量 IMF1 和 IMF2 的 LSMI 的估计量(如果  $LSMI = 0$ , 说明 IMF 分量之间没有任何相同的信息)。

4) 如果  $LSMI = 1$ , 说明 IMF 分量之间的信息完全相同, 即  $0 \leqslant LSMI \leqslant 1$ , LSMI 是否大于阈值? 如果满足, 停止分解, 反之, 计算重构误差  $\rho$ 。如果  $\rho > 10^{-7}$  满足条件, 停止分解。否则将分解得到的 IMF 分量作为新的信号, 并重复步骤 1) 并继续分解。

5) 如果分解过程停止, 则计算每一个 IMF 之间的

LSMI, 将  $LSMI > \delta$  的 IMF 进行合并成新的 IMF 分量。

经过以上步骤, 复杂的多分量、非线性和非平稳信号能够自适应地分解成多个单一的 IMF 分量。

## 3 试验分析

### 3.1 仿真信号分析

依据非平稳信号的特性, 很难使用实测的信号对非平稳信号的特性进行定性说明。因此, 该研究使用含有间断高频弱信号、周期性冲击信号和频率相近的两组混合信号来模拟表征机械振动的非平稳信号, 并定性说明所提出方法的有效性。仿真信号的数学式为:

$$\begin{cases} x(t) = x_1(t) + x_2(t) + x_3(t) + x_4(t) \\ x_1(t) = \sin(2\pi f_1 t) \\ x_2(t) = 0.6 \times \sin(2\pi f_2 t) \\ x_3(t) = 0.4 \times \sin(2\pi f_3 t), t \in [0.1, 0.2] \cup [0.8, 0.9] \\ x_4(t) = \sum_i A_i h(t - iT - \nu_i) \end{cases} \quad (20)$$

式中:  $x(t)$  为仿真信号;  $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$  和  $x_3(t)$  代表 3 个中心频率不同的正弦信号, 其中心频率分别为  $f_1 = 20$  Hz,  $f_2 = 35$  Hz 和  $f_3 = 200$  Hz。其中  $x_3(t)$  为高频间歇信号,  $x_4(t)$  表达式如下:

$$\begin{cases} x_4(t) = \sum_i A_i h(t - iT - \nu_i) \\ h(t) = e^{-Ct} \sin(2\pi f_n t) \\ A_i = 1 + A_0 \sin(2\pi f_r t) \end{cases} \quad (21)$$

式中:  $h(t)$  为指数衰减的正弦信号;  $C$  为衰减/阻尼系数且  $C = 750$ ; 转轴旋转频率  $f_r = 8$  Hz; 系统固有频率  $f_n = 3000$  Hz;  $T$  为脉冲的平均周期;  $\nu_i$  为第  $i$  次冲击相对于  $T$  的微量偏移时长;  $A_i$  为冲击信号经过第  $i$  次衰减后的幅值; 冲击信号的初始幅值  $A_0$  设置为 0.4。依照上述参数所得的仿真信号的波形图如图 2 所示。

使用二叉树驱动的自适应 VMD 分解图 2 中的仿真信号, 共得到 4 个独立 IMF 分量, 结果如图 3 所示。经过四层分解后所得到分量及评估参数如表 1 所示。从图 3 中可以观察到, 算法所提取到的 IMF 分量的个数与原始仿真信号的分量个数相同, 且波形趋势相似度也很高。

为了评估 IMF 分量与原始仿真信号的之间的量化关系, 分别计算 IMF 分量与原始仿真信号的之间的 LSMI 如下:  $LSMI[\text{IMF1}, x_1] = 0.9886$ ,  $LSMI[\text{IMF2}, x_2] = 0.9881$ ,  $LSMI[\text{IMF3}, x_3] = 0.9958$ ,  $LSMI[\text{IMF4}, x_4] = 0.8658$ 。从 IMF 分量与其对应的仿真信号之间的 LSMI 数值可以判断, 除了分量 IMF4 与仿真信号  $x_4$  的信息之间存在一定的差异( $LSMI$  略小于 1), 其余 IMF 分量与其对应的仿真信号之间误差极小, 量化结果也证明了二叉树驱动的自适应 VMD 的有效性。

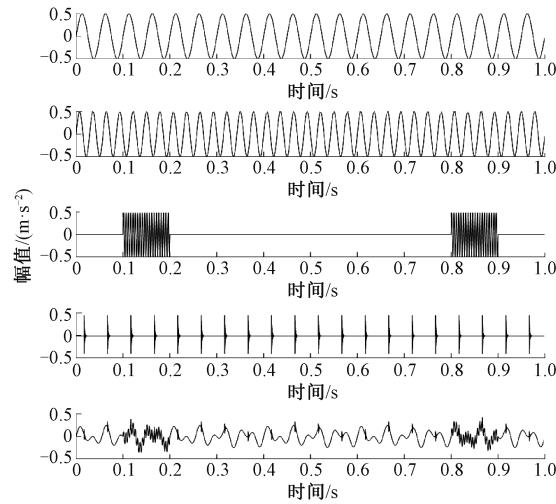


图 2 仿真信号波形图

Fig. 2 Waveform diagram of simulation signal

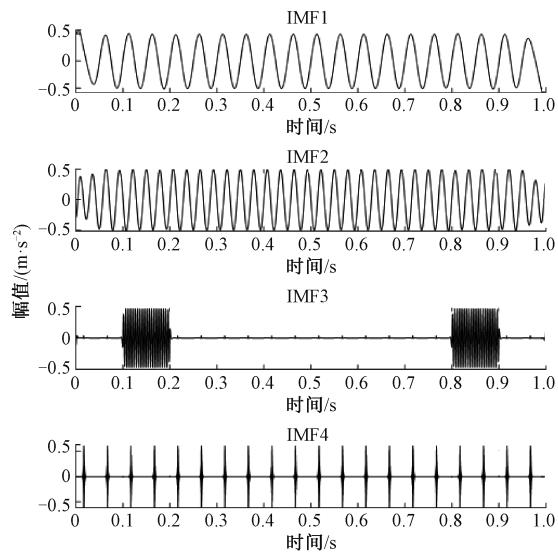


图 3 二叉树驱动的自适应 VMD 分解获得的 IMF 分量

Fig. 3 IMF components obtained by binary tree VMD

表 1 基于二叉树模型的经验 VMD 分解所得的 LSMI 和 RSE

Table 1 LSMI and RSE of empirical VMD decomposition based on binary tree model

分解层数	分量	最小二乘互信息	重构误差
第 1 层	[IMF1, IMF2]	$LSMI_{[IMF1, IMF2]} = 0.032\ 9$	$RSE = 0.002\ 8$
第 2 层	[IMF11, IMF12]	$LSMI_{[IMF11, IMF12]} = 0.000\ 2$	$RSE = 0.001\ 4$
	[IMF21, IMF22]	$LSMI_{[IMF21, IMF22]} = 0.001\ 6$	
	[IMF111, IMF112]	$LSMI_{[IMF111, IMF112]} = 0.002\ 8$	
	[IMF211, IMF212]	$LSMI_{[IMF211, IMF212]} = 0.000\ 4$	
第 3 层	[IMF1111, IMF1112]	$LSMI_{[IMF1111, IMF1112]} = 0.144\ 1$	$RSE = 0.002\ 7$
	[IMF2111, IMF2112]	$LSMI_{[IMF2111, IMF2112]} = 0.084\ 9$	
	[IMF1112, IMF2111]	$LSMI_{[IMF1112, IMF2111]} = 0.005\ 2$	
	[IMF1111, IMF2111]	$LSMI_{[IMF1111, IMF2111]} = 0.022\ 8$	
	[IMF1112, IMF2111]	$LSMI_{[IMF1112, IMF2111]} = 0.718\ 1$	
第 4 层	[IMF11111, IMF11112]	$LSMI_{[IMF11111, IMF11112]} = 0.132\ 5$	$RSE = 0.001\ 2$
	[IMF11112, IMF11111]	$LSMI_{[IMF11112, IMF11111]} = 0.018\ 5$	

为了进一步验证该算法的优越性, 使用 LMD、ITD、CEEMDAN 和 SVMD 等常用的信号处理方法对图 2 中的仿真信号进行分解, 处理结果如图 4 所示。其中, 图 4(a) 是 LMD 分解的结果, 从图中可以观察到分解得到的分量的个数与仿真信号的个数相同, 但两者相对应的分量完全没有相似性。图 4(b) 是 ITD 分解的结果, 该方法分解得到的分量个数与仿真信号的分量个数不一样, 且与仿真信号的分量没有任何相似性。图 4(c) 是 CEEMDAN 分解的结果, 其所得到的分量个数与原始信号分量个数不一致, 且存在一定的模态混叠, 但是分量的波形图与仿真信号的分量存在一定的相似性。在图 4(d) 中, SVMD 分解方法得到

4 个模态分量。对比获取分量与仿真信号的波形图可以观察到, 分解获得的第一个分量的波形图是仿真信号中的  $x_1(t)$  和  $x_2(t)$  的混合信号, 说明该 IMF 分量不是一个单一模态。此外, 第 3 个分量和第 4 个分量的波形趋势相同, 说明产生了过分解。图 4(e) 是采用文献 [11] 所提出的寻优算法提取到的 3 个 IMF, 其中优化后得到的模态数量  $K=3$ 、 $\alpha=2.751$ 。从图中可以看出, 原始信号中  $x_3(t)$  和  $x_4(t)$  能被准确的提取, 而频率相近的  $x_1(t)$  和  $x_2(t)$  两个分量之间出现了混叠, 被识别成了一个单一模态分量, 未能进行合理的区分。因此, 通过与上述的 5 种列举的方法进行比较, 所提的方法在特征模态辨识和提取有效性方

面具有比较明显的优势。

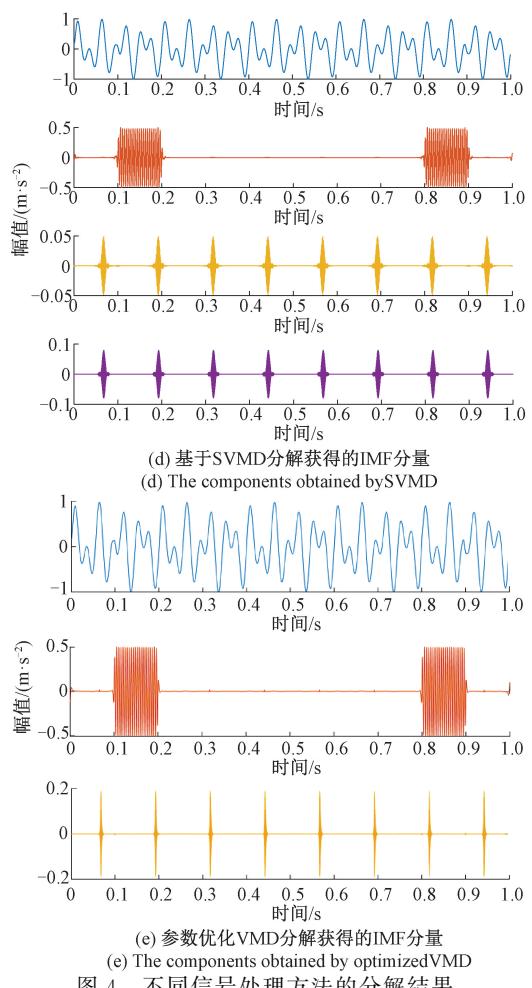
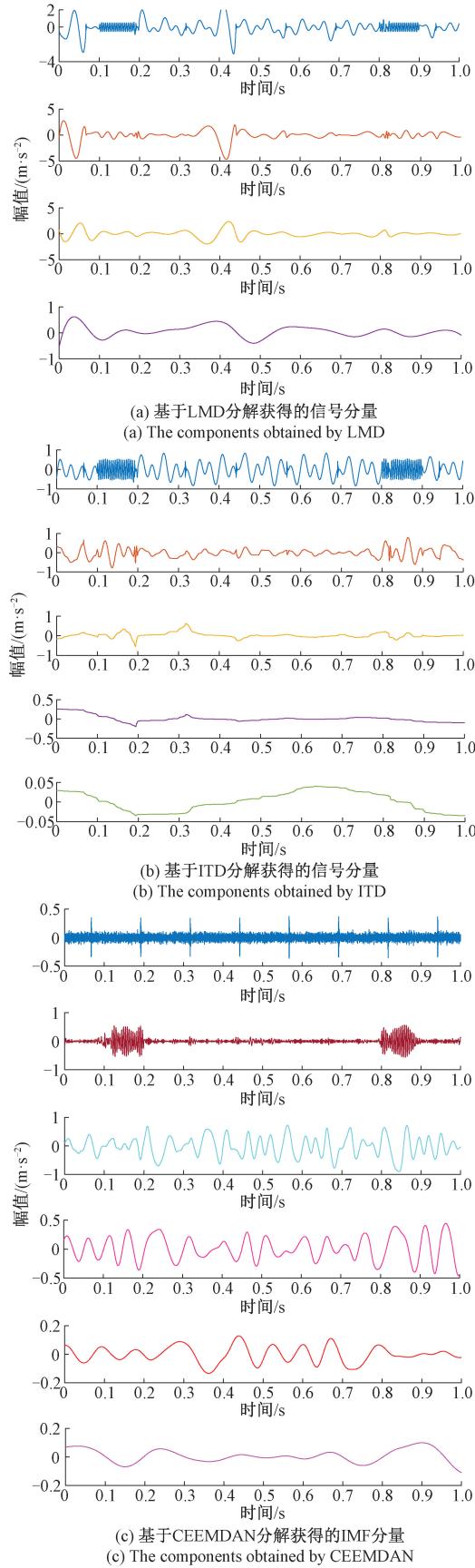


Fig. 4 不同信号处理方法的分解结果

Fig. 4 Decomposition results of different signal processing methods

### 3.2 公共试验数据分析

为了评估所提方法在实测信号分析中的可行性,实验采用美国西储大学的轴承故障实验平台的公共轴承故障数据作为验证数据,实验平台如图 5 所示。此次实验采用驱动端轴承的内圈和外圈的故障数据,测试平台参数如表 2 所示。

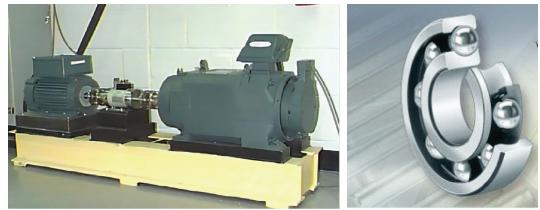


Fig. 5 实验平台介绍

Fig. 5 Experimental platform structure and test components

依据文献[16]的方法将上述的内、外圈轴承故障信号进行线性叠加,得到一个混合的故障信号,时域和频域波形如图 6 所示。其中,图 6(a)分别为内、外圈轴承故障信号以及两者线性叠加的混和信号,图 6(b)分别为 3 个信号的包络谱。

表 2 实验测试数据参数表

Table 2 The parameters of test platform

轴承故障类型	参数				
	转速/(r/min)	故障特征频率/Hz	电机负载/HP	数据长度/L	采样频率/kHz
内圈故障	179.7	162.185.2	0	12 000	12
外圈故障	179.6	107.364.7	0	12 000	12

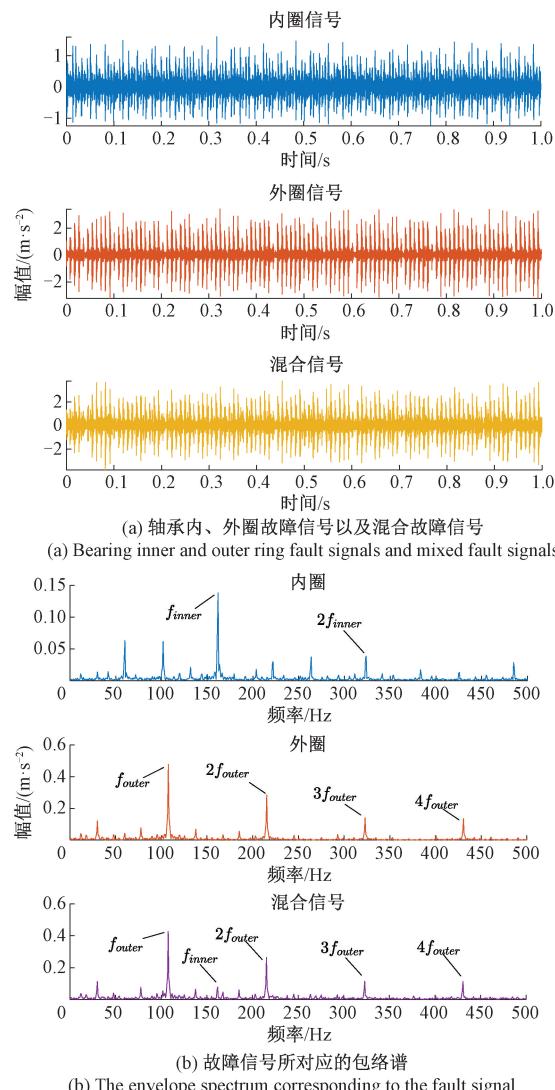


图 6 不同类型的故障信号及其包络谱

Fig. 6 Different fault types and their envelope spectra

图 7 展示了所提出的二叉树经验分解方法的信号模态提取结果。其中,图 7(a)为获取的内圈和外圈故障所对应的模态分量,图 7(b)为相应模态分量频谱信息。对比可知,模态之间不存在无明显混叠现象。内圈故障冲击特征频率及其双倍频可以清晰识别,外圈故障特征频率和 2 至 4 倍频对应的波峰能量突出,且整个频带内干扰噪声程度很低。在分解过程中,VMD 的内嵌参数随着信号特性进行更新,获取的模态分量之间的最小互信息和重构误差程度都很低,算法分解过程自适应更新的相关参数如表 3 所示。

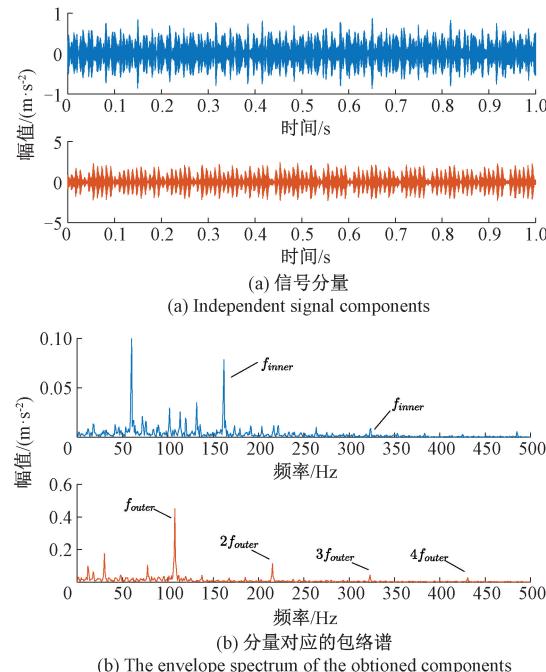


图 7 基于二叉树的经验 VMD 分解获得的 IFM 分量及其对应的包络谱

Fig. 7 The IFMs obtained by empirical VMD decomposition of binary tree and its envelope spectrum

然后,使用 SVMD、CEEMDAN、LDM 和 ITD 等信号处理方法对图 6(a)中的实测信号进行分解,表 4 列出了对比方法所统计的各项数据指标。SVMD 方法分解得到了 16 个 IMF 分量,远多于实际有效的模态数,说明分解过程中出现了许多自身复制的 IMF 分量以及噪声干扰成分,且最终得到的分量之间平均最小二乘互信息较大。CEEMDAN 和 LMD 两种方法都得到了 6 个 IMF 分量,

表 3 基于二叉树 VMD 分解所得的评估参数

Table 3 Evaluation parameters based on binary tree VMD decomposition

分解层数	参数	分量	最小二乘互信息	重构误差
第 1 层	$K=2, \alpha = 16\ 363, \tau = 0.019$	[IMF1, IMF2]	$LSMI_{[IMF1, IMF2]} = 0.005\ 8$	$RSE = 0.000\ 8$
第 2 层	$K1=2, \alpha1 = 21\ 386, \tau1 = 0.011$ $K2=2, \alpha2 = 5\ 258, \tau2 = 0.010$	[IMF11, IMF12] [IMF21, IMF22]	$LSMI_{[IMF11, IMF12]} = 0.184\ 9$ $LSMI_{[IMF21, IMF22]} = 0.191\ 6$	$RSE1 = 0.000\ 4$ $RSE2 = 0.000\ 2$

表 4 不同方法的分解效果比较

Table 4 Comparison of decomposition effects of different methods

方法	分量个数	最小二乘互信息(平均值)	重构误差
CEEMDAN	6	LSMI=0.268 4	RSE=0.001 7
LMD	6	LSMI=0.311 5	RSE=0.001 2
ITD	4	LSMI=0.321 6	RSE=0.001 4
SVMD	16	LSMI=0.421 1	RSE=0.001 1

与实际分量数存在一定差异,互信息表明两种方法仍然不能将信号中的内、外故障信号进行有效地分解。ITD 方法分解得到了 4 个 PRC 分量,与实际分量数最为接近,但重构误差和互信息值依然不够理想。对比实验结果表明,研究所提出的方法在特征模态提取性能、独立分量之间的混叠程度和重构误差方面比所提及的信号处理方法更加有效。

### 3.3 采集实验数据分析

为了进一步验证本方法的优越性和鲁棒性,采用所提出方法对轴承故障诊断实验台采集的轴承复合故障进行分析,实验平台结构如图 8 所示,表 5 为平台的故障特征模态设定参数。该实验混合了轴承的内、外圈故障、滚动体故障及保持架故障,采集的复合故障信号波形如图 9 所示。

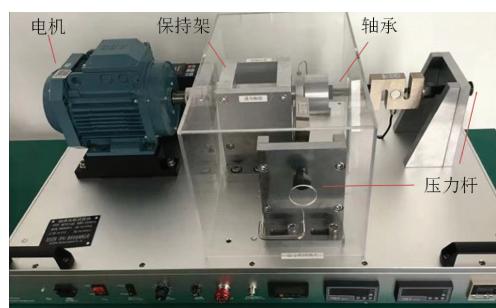


图 8 轴承故障诊断试验台

Fig. 8 Bearing fault diagnosis test bed

表 5 故障特征频率参数

Table 5 Fault characteristic frequency

转速/(r·min <sup>-1</sup> ·Hz <sup>-1</sup> )	故障特征频率/Hz			
	内圈	保持架	外圈	滚动体
2 400/40	196.9	15.4	123.3	165.3

使用二叉树 VMD 对该复合故障信号进行分解处理,结果如图 10 所示。图 10(a)列出了经过算法处理后所提取的 5 个独立模态分量,图 10(b)为独立模态分量所对应的包络谱。其中,IMF1 分量对应的频谱包含了轴承的旋转频率  $f_r$  (39.3 Hz, 理论值为 40 Hz)。IMF2 分量对应的频谱包含了轴承保持架的故障特征频率  $f_{cage}$ , IMF3 分量

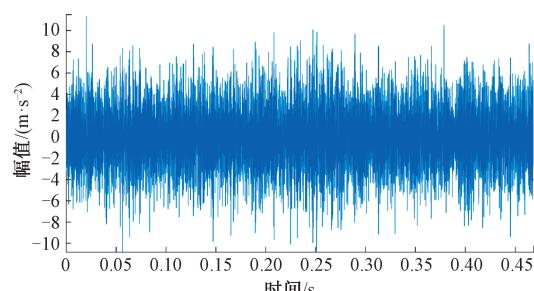


图 9 轴承复合故障信号

Fig. 9 Bearing compound fault signal

的频谱包含了轴承滚动体的故障特征频率  $f_{ball}$ , IMF4 分量的频谱包含了轴承内圈的故障特征频率  $f_{inner}$ , IMF5 分量的频谱中包含了轴承外圈的故障特征频率  $f_{outer}$  (可以明显辨识基频和 2 倍频)。

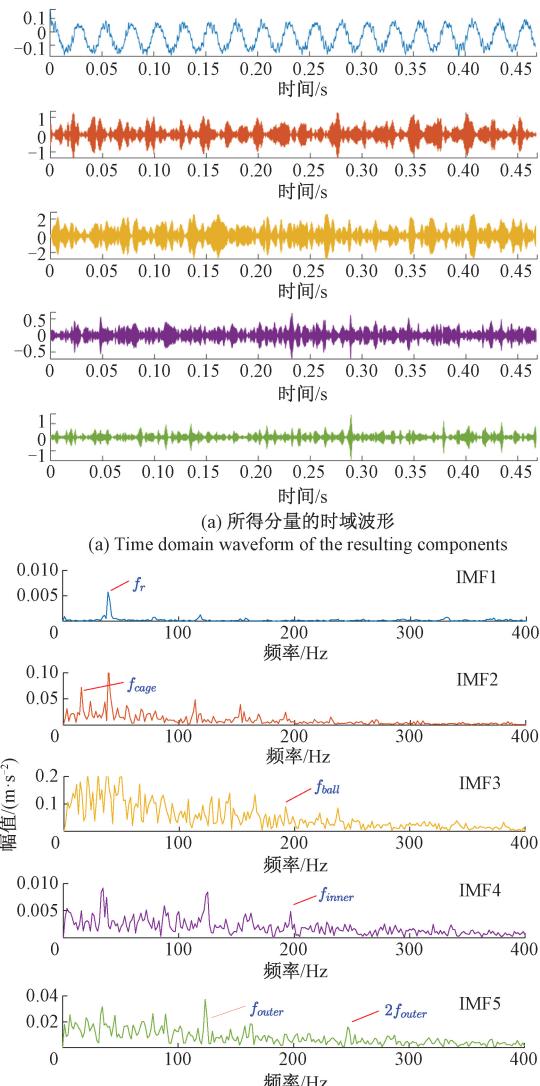


图 10 所提出方法的分解结果

Fig. 10 The processing result of the proposed signal

本次实验中,所有的轴承故障特征频率的谱线都清晰可见,测试结果进一步证明了本方法在模态分量提取和辨识方面具有优良的性能。

综合不同的测试数据集中的实验结果,可以说明基于二叉树机制的 VMD 方法具有很好的分解能力及鲁棒性。

## 4 结 论

将 VMD 算法中引入二叉树模型,有助于解决在确定模态数量时面临的选择难题,避免采用迭代优化算法所带来的计算复杂性和局部最优问题。通过深入分析该参数对 VMD 性能的影响,并结合信号特性,选取相对加权精细多尺度反向散布熵来确定惩罚参数的值,利用信噪比(SNR)来设置参数算法更新步长的值,采用最小二乘互信息作为 VMD 算法的终止准则,精确衡量独立模态分量(IMF)之间的非线性信息关联性。所提方法实现了一种完全自适应的信号分解流程,能准确实现模态分量的提取。然而,所提方法的评价模型在数学论证和理论支持上依然存在不足,需在未来的研究中进一步验证和完善。

## 参考文献

- [1] 阮强,王贵勇,刘韬,等.自适应 VMD 联合 MOMEDA 的滚动轴承故障提取[J].电子测量技术,2022,45(1): 165-171.
- [2] RUAN Q, WANG G Y, LIU T, et al. Rolling bearing fault extraction based on adaptive VMD and MOMEDA rolling bearing fault extraction based on adaptive VMD and MOMEDA [J]. Electronic Measurement Technology, 2022, 45(1): 165-171.
- [3] 马云飞,贾希胜,胡起伟,等.基于 EMD 和 BCS 的振动信号数据修复方法[J].仪器仪表学报,2019,40(3): 154-162.
- [4] MA Y F, JIA X SH, HU Q W, et al. Vibration signal repairing method based on EMD and BCS[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2019, 40(3): 154-162.
- [5] 徐仁义,王航,彭敏俊,等.剩余寿命预测新方法及其在滚动轴承中的应用[J].振动、测试与诊断,2022,42(4): 636-643.
- [6] XU R Y, WANG H, PENG M J, et al. Remaining useful life prediction and its application in rolling bearing[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2022, 42(4): 636-643.
- [7] 徐存知,熊新.基于多尺度特征提取与 KPCA 的轴承故障诊断[J].电子测量与仪器学报,2019,33(11): 22-29.
- [8] XU C ZH, XIONG X. Bearing fault diagnosis based on multi-scale feature extraction and KPCA [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2019, 33(11): 22-29.
- [9] DRAGOMIRETSKIY K, ZOSO D. Variational mode decomposition[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(3): 531-544.
- [10] 周星,行鸿彦,叶如,等.基于优化变分模态分解的海杂波去噪方法[J].电子测量与仪器学报,2023,37(11): 81-90.
- [11] ZHOU X, XING H Y, YE R, et al. Sea clutter denoising algorithm based on optimized variational mode decomposition [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2023, 37(11): 81-90.
- [12] XU B, ZHOU F X, LI H P, et al. Early fault feature extraction of bearings based on Teager energy operator and optimal VMD[J]. ISA Transactions, 2019, 86: 249-265.
- [13] 库鹏博,朱怡琳,张守京.基于参数自适应 VMD 的滚动轴承故障特征提取[J].轻工机械,2024,42(5): 74-81,90.
- [14] KU P B, ZHU Y L, ZHANG SH J. Fault feature extraction of rolling bearing based on parameter adaptive VMD[J]. Light Industry Machinery, 2024, 42(5): 74-81,90.
- [15] 薛源,陈志刚,王衍学,等.基于合成谱峭度优化 VMD 的滚动轴承故障特征提取[J].电子测量技术,2024,47(9): 1-7.
- [16] XUE Y, CHEN ZH G, WANG Y X, et al. Fault feature extraction of rolling bearing based on VMD optimized by composite spectral kurtosis [J]. Electronic Measurement Technology, 2024, 47 (9): 1-7.
- [17] 陈志刚,姜云龙,王莹莹,等.基于 SVMD-SES 的滚动轴承故障诊断[J].噪声与振动控制,2024,44(5): 107-113.
- [18] CHEN ZH G, JIANG Y L, WANG Y Y, et al. Fault diagnosis of rolling bearings based on SVMD-SES[J]. Noise and Vibration Control, 2024,44(5):107-113.
- [19] 别锋锋,张莹,吴溢凡,等.基于自适应 VMD 与 GRNN 的转子系统故障诊断方法研究[J].噪声与振动控制,2023,43(3):83-89.
- [20] BIE F F, ZHANG Y, WU Y F, et al. Fault diagnosis method of rotor systems based on adaptive VMD and GRNN [J]. Noise and Vibration Control, 2023, 43(3): 83-89.
- [21] 张炎亮,李营.基于多尺度排列熵和 IWOA-SVM 的滚动轴承故障诊断[J].电子测量技术,2023, 46(19): 29-34.
- [22] ZHANG Y L, LI Y. Rolling bearing fault diagnosis

- based on multi-scale permutation entropy and IWOA-SVM[J]. Electronic Measurement Technology, 2023, 46(19): 29-34.
- [13] 孙强,戴鹭楠,应恺宁,等.二分搜索和压缩感知在激光超声内部缺陷快速检测技术的应用[J].红外与激光工程,2022,51(2):479-491.  
SUN Q, DAI L N, YING K N, et al. Application of binary search and compressive sensing for rapid detection of defects inside laser ultrasound [J]. Infrared and Laser Engineering, 2022,51(2):479-491.
- [14] 王振亚,伍星,刘韬,等.奇异谱分解联合互信息的主轴轴承故障特征提取研究[J].振动与冲击, 2023, 42(15):23-30, 47.  
WANG ZH Y, WU X, LIU T, et al. Fault feature extraction of spindle bearing based on SSD and MI[J]. Journal of Vibration and Shock, 2023, 42 (15): 23-30, 47.
- [15] LI Y X, JIAO S B, GENG B, et al. Research on feature extraction of ship-radiated noise based on multi-scale reverse dispersion entropy [J]. Applied Acoustics, 2021, 173:107737.
- [16] HE X ZH, ZHOU X Q, YU W N, et al. Adaptive variational mode decomposition and its application to multi-fault detection using mechanical vibration signals[J]. ISA Transactions,2021, 111, 360-375.

### 作者简介

黎会鹏,副教授,博士,主要研究方向为信号处理和模式识别、超表面信号优化。

E-mail:yeshuip@163.com

徐波(通信作者),副教授,博士,主要研究方向为人工智能、深度学习和信号处理。

E-mail:xubo6496918@163.com