

基于 SINS/GNSS 动态差分序列的 AEKF 算法研究^{*}

蔡庸辉 周凌柯 李 胜 安昱兴

(南京理工大学自动化学院 南京 210094)

摘要: 针对传统组合导航滤波算法中 GNSS 量测噪声方差参数不确定问题,本文基于 SINS/GNSS 动态差分序列原理,对传统 Sage-Husa 自适应扩展卡尔曼滤波算法(AEKF)根据残差序列信息估计量测方差阵的方法做改进,利用 SINS 短期定位高精度特性,并结合平滑有界层故障检测算法对 GNSS 异常观测信息进行隔离,使得改进后的自适应滤波算法能够在 GNSS 不同噪声环境下保持较高的定位精度。通过实际跑车实验结果表明,在 GNSS 工作中低密度异常噪声环境下,本文算法相较于 EKF 算法和传统的 Sage-Husa 算法平均定位精度提高了 39.9%和 7.9%,在高密度异常噪声环境下,整体定位精度提升了 64.5%和 31.9%。因此本文算法有效提高了组合导航系统对不同量测噪声的抗干扰能力。

关键词: 组合导航;动态差分序列;自适应扩展卡尔曼滤波;估计量测方差;平滑有界层故障检测

中图分类号: TN966 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 590.35

Study of AEKF algorithm based on SINS/GNSS dynamic difference sequence

Cai Yonghui Zhou Lingke Li Sheng An Yuxing

(School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: Aiming at the problem of uncertainty of GNSS measurement noise variance parameter in the traditional combined navigation filtering algorithm, this paper, based on the principle of SINS/GNSS dynamic differential sequence, improves the traditional Sage-Husa adaptive extended Kalman filtering algorithm (AEKF) method of estimating the measurement variance array based on the information of residual sequences, utilizes the high-precision characteristics of short-term positioning of SINS and combines with the smoothing of bounded layers to isolate the abnormal observation information of GNSS, so that the improved adaptive filtering algorithm can maintain a high level of positioning accuracy under different noise environments of GNSS. The fault detection algorithm isolates the abnormal observation information of GNSS, so that the improved adaptive filtering algorithm can maintain high positioning accuracy under different noise environments of GNSS. The experimental results of the actual sports car show that in the low-density anomaly noise environment in GNSS work, the algorithm in this paper improves the average positioning accuracy by 39.9% and 7.9% compared with the EKF algorithm and the traditional Sage-Husa algorithm, and in the high-density anomaly environment, the overall positioning accuracy is improved by 64.5% and 29.1%. Therefore, the algorithm in this paper effectively improves the anti-interference ability of the combined navigation system against different measurement noises.

Keywords: integrated navigation; dynamic difference sequences; adaptive extended Kalman filter; estimating the measurement variance; smoothed bounded-layer fault detection

0 引言

在实际生活应用中,由于北斗、GPS 等卫星具有高精度定位,且长时间定位准确等优势深深吸引着国内外用户

使用^[1],但是卫星信号容易受外界干扰,比如导航信号在传播过程受到障碍物反射而产生的多路径干扰^[2]。惯性技术是国家综合定位、导航与授时(positioning, navigation, and timing, PNT)体系的重要组成部分,由于惯性测量单元

(inertial measurement units, IMU)具有精确自主导航、定位,且不易受外部干扰,适用范围广等优势,一直以来都是军事强国竞相发展的核心技术^[3]。全球卫星导航系统(global navigation satellite system, GNSS)与捷联惯性导航系统(strap-down inertial navigation system, SINS)的组合,不仅可以有效克服 GNSS 卫星在复杂环境下信号不稳定的问题,还可以抑制惯性导航系统长时间积分计算导致定位发散的问题^[4]。

组合导航非线性系统通常采用扩展卡尔曼滤波(extended Kalman filter, EKF)、无迹卡尔曼滤波(unscented Kalman filter, UKF)、容积卡尔曼滤波(cubature Kalman filter, CKF)以及粒子滤波(particle filter, PF)等。其中无迹卡尔曼滤波通过对状态向量按照对称采样规则进行无迹变换,通过非线性系统来传播状态向量的统计特性,一般情况下滤波状态估计仅具有 2 次代数精度,并且要求状态协方差矩阵始终保持正定性^[5];容积卡尔曼滤波通过三阶容积法则^[6-7],利用数值积分来近似加权高斯积分,具有 $2n$ 个容积点(n 为系统状态维数),经球面-径向积分后的滤波精度略高于 UKF,但 CKF 收敛速度较慢且对初值有一定要求;粒子滤波算法能够解决非线性/非高斯动态系统状态估计问题^[8],并且应用多目标跟踪、故障诊断、机器人导航等众多领域,但面对多维复杂系统,粒子数量过多会影响系统运算速度,粒子退化问题还会导致组合导航系统产生较大的误差^[9]。EKF 是利用泰勒级数对 n 维非线性状态函数进行展开,略去高阶项后近似为一阶非线性系统,相比于 UKF 和 CKF 等利用采样点差值来计算实现非线性函数概率传播,EKF 不仅能够高维非线性系统定位精度较高,而且不需要考虑时间更新中状态协方差的正定性,也不需要计算采样点,在实际应用中提升了系统运行速度和稳定性^[10]。

由于 GNSS 信号易受干扰或者屏蔽^[11],所以在组合导航过程中必须考虑 GNSS 量测信息的实际特性,比如多路径效应导致的定位误差,或者是受到城市建筑物遮挡等因素,此时利用 SINS 短暂的修正补偿作用可以防止量测噪声突变以及量测信息短时发散的问题^[12]。为解决 GNSS 量测信息受非高斯噪声影响,可以利用传统的 Sage-Husa 自适应滤波算法^[13],该算法能够实时估计系统噪声参数,但它认为量测噪声是缓慢变化的,对于突变噪声处理效果较差^[14]。针对量测信息异常扰动情况,荆蕾等^[15]引入变分贝叶斯原理,提出一种自适应 UKF 算法以适应量测噪声方差的变化;胡晓梅等^[16]通过统计一段时间的预测残差信息均值和一步预测状态协方差,结合分段式抗差估计函数,来构造量测方差的自适应因子,能够降低模型异常扰动和滤波器初始偏差对导航解的影响。基于残差卡方检验的自适应滤波算法能够通过每个时刻 SINS/GNSS 残差信息的卡方分布概率密度函数来判断突变噪声,从而对大粗差进行隔离,隐含了一定的大粗差抗

干扰能力;由于传统残差卡方检测对量测噪声信息判断为“正常/信任”或者是“异常/丢弃”,严恭敏等^[17]根据抗差自适应 Sage-Husa 滤波算法提出一种软卡方自适应滤波,使得量测信息在正常和异常之间保留了“可疑/部分信任”状态,再根据残差信息大小来计算对应的权重,相比于传统卡方检测有更高的滤波精度。但这种只根据当前时刻残差信息来改变滤波器的量测方差,会直接导致滤波器方差不稳定,一旦 GNSS 处于复杂多变的噪声环境下,就容易导致组合导航系统定位发散。

因此,上述 EKF、UKF 等非线性滤波只能对高斯噪声进行过滤,针对复杂环境下非高斯噪声估计问题,需要对量测信息进行实时检测并判断是否异常,传统的 Sage-Husa 自适应滤波需要统计所有时刻的预测残差信息,导致估计的实时量测方差不够准确,因此本文针对以上问题进行如下改进,利用 k 时刻相邻的 IMU 的预积分信息和 GNSS 量测信息作互差分,再根据互差分信息来估计当前时刻量测方差,并采用滑动窗口法只取最近 M 个时刻的互差分信息进行指数加权,对于非高斯噪声下的异常量测信息,通过平滑有界层故障检测算法来对检测隔离,保证窗口下的互差分信息均正常,由本文算法估计的量测方差相较于传统自适应滤波方法更准确,一定程度上降低了非高斯噪声对导航系统的不利影响,提高了组合导航系统的鲁棒性和定位精度。

1 SINS/GNSS 组合导航与自适应滤波

1.1 组合导航系统模型与扩展卡尔曼滤波

由于 GNSS/SINS 松组合具有结构简单、算法易实现等优点,因此,本文采用松组合的方式构建 GNSS/SINS 组合导航系统滤波模型。

$$\mathbf{X}_k = f(\mathbf{X}_{k-1}) + \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{W}_{k-1} \quad (1)$$

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{V}_k$$

其中, $\mathbf{X}_k$ 是 k 时刻状态向量, $f(\mathbf{X}_{k-1})$ 为非线性状态函数。 $\mathbf{W}_{k-1}$ 为捷联惯导更新的系统噪声, $\mathbf{V}_k$ 表示量测噪声,系统正常情况下,二者都是零均值高斯白噪声向量序列,且它们之间互不相关,即满足:

$$E[\mathbf{W}_k] = 0, E[\mathbf{W}_k \mathbf{W}_j^T] = \mathbf{Q}_k \delta_{kj}$$

$$E[\mathbf{V}_k] = 0, E[\mathbf{V}_k \mathbf{V}_j^T] = \mathbf{R}_k \delta_{kj} \quad (2)$$

$$E[\mathbf{W}_k \mathbf{V}_j^T] = 0$$

状态 $\mathbf{X}_k$ 变量为:

$$\mathbf{X}_k = [\boldsymbol{\Psi} \quad \delta \mathbf{V} \quad \delta \mathbf{P} \quad \boldsymbol{\varepsilon} \quad \nabla]^T \quad (3)$$

其中, $\boldsymbol{\Psi}$ 代表东北天三轴失准角误差, $\delta \mathbf{V}$ 代表东北天速度误差, $\delta \mathbf{P}$ 代表纬度、经度和高度误差, $\boldsymbol{\varepsilon}$ 和 ∇ 分别代表 IMU 三个轴方向的陀螺漂移和加速度计常值零偏。

选取地理坐标系“东、北、天”坐标系作为导航坐标系 n 系,由捷联惯导所计算所得到的坐标系为 p 系。SINS 姿态、速度、位置误差更新方程如下:

$$\begin{cases}
\dot{\boldsymbol{\psi}} = \mathbf{C}_{\phi}^{-1}((\mathbf{I} - \mathbf{C}_{\phi}^p)\boldsymbol{\omega}_{in}^n + \mathbf{C}_{\phi}^p\delta\boldsymbol{\omega}_{in}^n - \mathbf{C}_{\phi}^p\delta\boldsymbol{\omega}_{ib}^n) \\
\delta\dot{\mathbf{v}}^n = (\mathbf{C}_{\phi}^p - \mathbf{I})\mathbf{C}_{\phi}^n\mathbf{f}^b + \mathbf{C}_{\phi}^p\delta\mathbf{f}^b + \\
(2\delta\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \delta\boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times \mathbf{v}^n - (2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times \delta\mathbf{v}^n \\
\delta\dot{L} = \frac{\delta v_N^n}{R_M + h} \\
\delta\dot{\lambda} = \frac{\delta v_E^n}{R_N + h}\sec L + \delta L \frac{v_E^n}{R_N + h}\tan L \sec L \\
\delta\dot{h} = \delta v_U \\
\dot{\mathbf{e}}_{bx} = \dot{\mathbf{e}}_{by} = \dot{\mathbf{e}}_{bz} = 0 \\
\dot{\hat{\mathbf{v}}}_{bx} = \dot{\hat{\mathbf{v}}}_{by} = \dot{\hat{\mathbf{v}}}_{bz} = 0
\end{cases} \quad (4)$$

导航系相对惯性系的旋转角速度大小为:

$$\boldsymbol{\omega}_{in}^n = \boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n \quad (5)$$

其中,系数矩阵 $\mathbf{C}_{\phi}^{-1}$ 表示 p 系到 n 系的坐标变换矩阵, $\delta\boldsymbol{\omega}_{ib}^n$ 、 $\boldsymbol{\omega}_{ie}^n$ 和 $\boldsymbol{\omega}_{en}^n$ 分别表示陀螺仪角速度测量误差、地球自转角速度和导航系旋转角速度大小。

将非线性系统式(1)中的非线性函数 $f(\mathbf{X}_{k-1})$ 在 $k-1$ 时刻的状态参考值 $\mathbf{X}_{k-1}^{ref}$ 邻域附近作一阶泰勒级数展开^[18], 可得:

$$\begin{aligned}
\mathbf{X}_k &\approx f(\mathbf{X}_{k-1}^{ref}) + J(f(\mathbf{X}_{k-1}^{ref}))(\mathbf{X}_{k-1} - \mathbf{X}_{k-1}^{ref}) + \boldsymbol{\Gamma}_{k-1}\mathbf{W}_{k-1} = \\
\mathbf{X}_{k|k-1}^{ref} + \boldsymbol{\Phi}_{k|k-1}^{ref}(\mathbf{X}_{k-1} - \mathbf{X}_{k-1}^{ref}) + \boldsymbol{\Gamma}_{k-1}\mathbf{W}_{k-1}
\end{aligned} \quad (6)$$

状态预测偏差记为:

$$\Delta\hat{\mathbf{X}}_k = \mathbf{X}_k - \mathbf{X}_{k|k-1}^{ref} \quad (7)$$

一步预测状态估计为:

$$\hat{\mathbf{X}}_{k|k-1}^{ref} = f(\hat{\mathbf{X}}_{k-1}^{ref}) \quad (8)$$

一阶近似线性化状态矩阵为 $\boldsymbol{\Phi}_{k|k-1}$, 记为:

$$\boldsymbol{\Phi}_{k|k-1} = J(f(\hat{\mathbf{X}}_{k-1}^{ref})) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (9)$$

对 GNSS 量测更新计算可采用卡尔曼滤波线性估计, 即:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{SINS}^n - \mathbf{v}_{GNSS}^n \\ \mathbf{p}_{SINS}^n - \mathbf{p}_{GNSS}^n \end{bmatrix} = \mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{V} \quad (10)$$

以下是扩展卡尔曼滤波状态误差更新方程:

$$\begin{aligned}
\hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} &= f(\hat{\mathbf{X}}_{k-1}) \\
\mathbf{P}_{k|k-1} &= \boldsymbol{\Phi}_{k|k-1}\mathbf{P}_{k-1}\boldsymbol{\Phi}_{k|k-1}^T + \boldsymbol{\Gamma}_{k-1}\mathbf{Q}_{k-1}\boldsymbol{\Gamma}_{k-1}^T \\
\mathbf{Z}_k &= \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{SINS}^n - \mathbf{v}_{GNSS}^n \\ \mathbf{p}_{SINS}^n - \mathbf{p}_{GNSS}^n \end{bmatrix} = \mathbf{H}_k\hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} + \mathbf{V}_k \\
\mathbf{K}_k &= \mathbf{P}_{k|k-1}\mathbf{H}_k^T(\mathbf{H}_k\mathbf{P}_{k|k-1}\mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \\
\hat{\mathbf{X}}_k &= \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k(\mathbf{Z}_k - \mathbf{H}_k\hat{\mathbf{X}}_{k|k-1}) \\
\mathbf{P}_k &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k\mathbf{H}_k)\mathbf{P}_{k|k-1}
\end{aligned} \quad (11)$$

1.2 动态差分序列估计 GNSS 量测方差原理

SINS 由陀螺仪、加速度计等组成, 通过牛顿运动定律进行差分计算得到载体的姿态、速度和位置信息, 但其定位

精度会随着系统误差累积而逐渐发散。GNSS 是通过接收卫星信号来解算载体的速度位置导航信息, 长期稳定性较高, 但容易受天气环境以及接收机天线被遮挡等因素的影响, 因此 SINS 与 GNSS 的互补性在组合导航领域有着独特的天然优势。因此可以利用 SINS 短时间高精度定位性质, 与 GNSS 量测信息构造互差分序列, 计算实时的滤波方差, 提高对 GNSS 量测噪声自适应估计的精度。

假设在 k 时刻, SINS 和 GNSS 对同一导航信息输出值为 $\mathbf{X}_{SINS}(k)$ 和 $\mathbf{X}_{GNSS}(k)$, 则根据式(1)的非线性模型系统得到如下结果:

$$\begin{cases} \mathbf{X}_{SINS}(k) = \mathbf{X}(k) - [f_{SINS}(k) + \mathbf{W}_{SINS}(k)] \\ \mathbf{X}_{GNSS}(k) = \mathbf{X}(k) - \mathbf{V}_{GNSS}(k) \end{cases} \quad (12)$$

其中, $\mathbf{X}(k)$ 为 k 时刻期望的导航信息, $f_{SINS}(k)$ 为扩展卡尔曼滤波一阶线性近似的误差项, $\mathbf{W}_{SINS}(k)$ 和 $\mathbf{V}_{GNSS}(k)$ 分别为系统状态更新和量测更新的零均值白噪声。分别对 SINS 和 GNSS 求对应时刻差分信息:

$$\Delta SINS(k) = \mathbf{X}_{SINS}(k) - \mathbf{X}_{SINS}(k-1) \quad (13)$$

$$\Delta GNSS(k) = \mathbf{X}_{GNSS}(k) - \mathbf{X}_{GNSS}(k-1) \quad (14)$$

将式(18)代入式(19)、(20)可得 SINS 和 GNSS 的 k 时刻互差分信息如下:

$$\begin{aligned}
\Delta SINS(k) - \Delta GNSS(k) &= [\mathbf{X}(k) - \mathbf{X}(k-1)] + \\
&[f_{SINS}(k-1) - f_{SINS}(k)] + [\mathbf{W}_{SINS}(k-1) - \mathbf{W}_{SINS}(k)] - \\
&[\mathbf{X}(k) - \mathbf{X}(k-1)] - [\mathbf{V}_{GNSS}(k-1) - \mathbf{V}_{GNSS}(k)] = \\
&[f_{SINS}(k-1) - f_{SINS}(k)] + [\mathbf{W}_{SINS}(k-1) - \mathbf{W}_{SINS}(k)] - \\
&[\mathbf{V}_{GNSS}(k-1) - \mathbf{V}_{GNSS}(k)]
\end{aligned} \quad (15)$$

由式(2)可知, 量测噪声与系统噪声互不相关且均为零均值白噪声, 对式(21)的互差分信息进行二阶矩计算, 得到如下:

$$\begin{aligned}
E\{\Delta SINS(k) - \Delta GNSS(k)[\Delta SINS(k) - \\
\Delta GNSS(k)]^T\} &= |f_{SINS}(k-1) - f_{SINS}(k)|^2 + \\
&E[\mathbf{W}_{SINS}(k-1)\mathbf{W}_{SINS}^T(k-1)] + E[\mathbf{W}_{SINS}(k)\mathbf{W}_{SINS}^T(k)] + \\
&E[\mathbf{V}_{GNSS}(k-1)\mathbf{V}_{GNSS}^T(k-1)] + E[\mathbf{V}_{GNSS}(k)\mathbf{V}_{GNSS}^T(k)]
\end{aligned} \quad (16)$$

不妨设 GNSS 观测噪声方差为:

$$\mathbf{R}(k) = E[\mathbf{V}_{GNSS}(k)\mathbf{V}_{GNSS}^T(k)] \quad (17)$$

由于 SINS 在 GNSS 采样周期内的定位精度远高于 GNSS, 则有

$$E[\mathbf{W}_{SINS}(k)\mathbf{W}_{SINS}^T(k)] \ll \mathbf{R}(k) \quad (18)$$

在 SINS/GNSS 组合导航期间, SINS 比力积分后的速度误差会被 GNSS 速度观测量周期性修正, 其精度与 GNSS 相当, 小于 0.1 m/s, 在 GNSS 采样周期内, SINS 位置误差增量小于 0.1 m。而通常 GNSS 的定位误差为米级, 所以一阶非线性近似的位置误差增量的平方也远小于 GNSS 观测噪声大小:

$$|f_{SINS}(k-1) - f_{SINS}(k)|^2 \ll \mathbf{R}(k) \quad (19)$$

通过式(23)、(24)来忽略惯导短期定位误差, 式(22)可近似为:

$$E\{\Delta SINS(k) - \Delta GNSS(k)\}[\Delta SINS(k) - \Delta GNSS(k)]^T \approx \mathbf{R}(k) + \mathbf{R}(k-1) \quad (20)$$

不妨定义 SINS/GNSS 组合系统的互差分序列因子为 $\beta = \Delta SINS(k) - \Delta GNSS(k)$, 则滤波器的 k 时刻估计观测噪声方差为:

$$\mathbf{R}(k) \approx \frac{E[\beta\beta^T]}{2} \quad (21)$$

1.3 基于 SVSF 算法的平滑有界层算法原理

平滑变结构滤波器模型是由 Habibi 等于 2007 年在变结构滤波器(variable structure filter, VSF)基础上提出的,其基本思想是基于变结构和滑模控制概念,采用变结构的增益,使得预测状态趋近于系统真实轨迹,因此是一种“预测-校正”的估计器^[19],其对于建模的不确定性和给定上限但无法建模的扰动噪声具有较好的稳定性和鲁棒性。

SVSF 算法对系统模型和噪声模型不准确的情况具有较好的鲁棒性和稳定性。在 SVSF 算法中,引入了平滑有界层宽度的概念,有界层的宽度确定了估计精度的平均水平,反映了滤波器的干扰。文献[20]根据 SVSF 算法重新定义了如下的平滑有界层宽度矩阵如下:

$$\Psi = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} & \cdots & \varphi_{1m} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} & \cdots & \varphi_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_{m1} & \varphi_{m2} & \cdots & \varphi_{mm} \end{bmatrix} \quad (22)$$

其中, m 代表观测向量的维数,对传统 SVSF 算法增益矩阵进行了改进:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{H}_k^{-1}[\text{diag}(|\boldsymbol{\varepsilon}_{k|k-1}| + \eta_k |\boldsymbol{\varepsilon}_{k-1|k-1}|) \circ \text{sat}(\Psi_k^{-1} \text{diag}(\boldsymbol{\varepsilon}_{k|k-1}))](\text{diag}(\boldsymbol{\varepsilon}_{k|k-1}))^{-1} \quad (23)$$

其中,“ $\circ$ ”表示 Hadamard 乘积; $\boldsymbol{\varepsilon}_{k|k-1}$ 表示 k 时刻预测残差, $\boldsymbol{\varepsilon}_{k-1|k-1}$ 表示 $k-1$ 时刻的后验残差, η_k 表示遗忘因子, Ψ_k 表示 k 时刻的平滑有界层宽度矩阵,“sat”是对“()”中的列向量各元素进行饱和运算。

为了状态估计协方差达到最小,利用协方差 $\mathbf{P}_k$ 对平滑有界层宽度矩阵求极值,即:

$$\frac{\partial(\text{tr}(\mathbf{P}_k))}{\partial \boldsymbol{\varphi}_k} = 0 \quad (24)$$

结合式(11)、(29)、(30),可以得到平滑有界层 ψ_k 的计算公式:

$$\Psi_k = \{\text{diag}(|\boldsymbol{\varepsilon}_{k|k-1}| + \eta_k |\boldsymbol{\varepsilon}_{k-1|k-1}|)^{-1} \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T \mathbf{S}_k^{-1}\}^{-1} \quad (25)$$

其中, $\mathbf{S}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \hat{\mathbf{R}}_k \Psi_k$, 表示先验预测残差 $\boldsymbol{\varepsilon}_{k|k-1}$ 的协方差。

2 基于动态差分序列的改进自适应滤波算法

基于 SINS/GNSS 动态互差分序列信息来实时估计传感器量测噪声方差,利用指数加权自适应估计法对过去时刻的量测噪声进行处理,最后用平滑有界层故障检测算法对 GNSS 异常信息进行检测与隔离。

2.1 传统的 Sage-Husa 自适应估计量测噪声

从式(11)的卡尔曼滤波更新计算来看,往往要确定系统噪声矩阵和量测噪声矩阵,系统噪声与 IMU 本身的随机游走参数有关,在量测更新后的及时反馈修正,可以抵消系统噪声对组合导航的定位误差。但 GNSS 的观测噪声受所处的周围环境影响而导致不确定,为解决量测噪声参数不确定问题,早期 Sage 等提出了自适应滤波算法来估计 GNSS 的噪声参数。具体计算如下:

$$\mathbf{R}_k = E[\tilde{\mathbf{Z}}_{k|k-1} \tilde{\mathbf{Z}}_{k|k-1}^T] - \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T \quad (26)$$

其中, $\tilde{\mathbf{Z}}_{k|k-1}$ 表示 k 时刻量测预测残差信息,利用前 k 时刻的残差序列信息进行平均,可以得到:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{R}}_k &= \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (\tilde{\mathbf{Z}}_{i|k-1} \tilde{\mathbf{Z}}_{i|k-1}^T - \mathbf{H}_i \mathbf{P}_{i|k-1} \mathbf{H}_i^T) = \\ &= \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k-1} (\tilde{\mathbf{Z}}_{i|k-1} \tilde{\mathbf{Z}}_{i|k-1}^T - \mathbf{H}_i \mathbf{P}_{i|k-1} \mathbf{H}_i^T) + \frac{1}{k} (\tilde{\mathbf{Z}}_{k|k-1} \tilde{\mathbf{Z}}_{k|k-1}^T - \\ &\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T) = (1 - \frac{1}{k}) \hat{\mathbf{R}}_{k-1} + \frac{1}{k} \bar{\mathbf{R}}_k \end{aligned} \quad (27)$$

由于前时刻的信息对当前 $\bar{\mathbf{R}}_k$ 的自适应能力逐渐减弱,故取指数渐消加权平均,如式(28)所示。

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{R}}_k &= (1 - \frac{1}{\beta_k}) \hat{\mathbf{R}}_{k-1} + \frac{1}{\beta_k} \bar{\mathbf{R}}_k \\ \beta_k &= \frac{\beta_{k-1}}{\beta_{k-1} + b} \end{aligned} \quad (28)$$

Sage-Husa 自适应算法在估计量测噪声中,考虑了全局的残差预测信息,虽然进行了指数加权,但是在量测信息变化较大时,预测残差有较大的变化,导致量测方差 $\bar{\mathbf{R}}_k$ 估计不准确,故该算法不适用于量测信息快速突变以及长时间的量测信息变化问题。为解决该问题,本文提出了相邻时刻的预测残差信息来作为当前时刻的残差统计信息,再利用平滑有界层故障检测算法对突变的量测信息进行检测隔离,得到更准确的量测噪声方差信息。

2.2 基于动态差分序列改进的量测噪声估计

首先统计一段时间的 SINS 差分信息与 GNSS 差分信息,并记录该段时间内的互差分信息如下:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\beta}(k) &= \Delta SINS(k) - \Delta GNSS(k) = (SINS(k) - \\ &SINS(k-1)) - (GNSS(k) - GNSS(k-1)) = \\ &(SINS(k) - GNSS(k)) - (SINS(k-1) - GNSS(k-1)) = \\ &\tilde{\mathbf{Z}}_k - \tilde{\mathbf{Z}}_{k-1} \end{aligned} \quad (29)$$

正常情况下,服从于零均值的高斯白噪声,且相互独立,一旦 k 时刻的 GNSS 量测信息突变,而 IMU 在短时间的积分信息却不会突变,则有:

$$|\tilde{\mathbf{Z}}_k| > |\tilde{\mathbf{Z}}_{k-1}| \quad (30)$$

此时需要对 k 时刻的预测残差信息进行隔离,也不再进入量测噪声估计的统计序列信息。若上式一直不满足,则统计 k 时刻最近的 M 个互差分数据为平均互差分信息,如下:

$$\bar{\boldsymbol{\beta}}_k = \frac{1}{M} \sum_{i=k-M+1}^k \boldsymbol{\beta}(i) \quad (31)$$

其中, M 表示 IMU 与 GNSS 一段时间同步后的互差分信息数量, 当量测噪声同分布时, 统计样本越大, 统计噪声越接近真实值, 因此可以利用前 M 个时刻的 SINS/GNSS 互差分信息估计当前时刻噪声方差:

$$\bar{\mathbf{R}}(k) = \frac{1}{M-1} \sum_{i=k-M+1}^k (\boldsymbol{\beta}(i) - \bar{\boldsymbol{\beta}}_k)^2 / 2, k > M \quad (32)$$

为了体现 SINS/GNSS 组合导航实时量测噪声估计的准确性, 防止方差因 GNSS 量测信息短暂异常而剧烈变化, 利用故障检测算法对异常的量测信息进行及时隔离, 使得估计后的量测噪声方差更准确。因此, k 时刻经过自适应加权后的量测噪声为:

$$\hat{\mathbf{R}}_k = \frac{w^k}{w^0 + w^1 + \dots + w^k} \bar{\mathbf{R}}_0 + \frac{w^{k-1}}{w^0 + w^1 + \dots + w^k} \bar{\mathbf{R}}_1 + \dots + \frac{w^0}{w^0 + w^1 + \dots + w^k} \bar{\mathbf{R}}_k \quad (33)$$

其中, w 为指数遗忘因子, 一般取 $0.95 \sim 0.99$ 。为方便理解, 式(30)可简写为:

$$\hat{\mathbf{R}}_k = \sum_{i=0}^k W_{i,k} \mathbf{R}_i = W_{0,k} \bar{\mathbf{R}}_0 + W_{1,k} \bar{\mathbf{R}}_1 + \dots + W_{k,k} \bar{\mathbf{R}}_k = (1 - W_{k,k}) \hat{\mathbf{R}}_{k-1} + W_{k,k} \bar{\mathbf{R}}_k \quad (34)$$

其中, $\bar{\mathbf{R}}_i$ 表示第 i 时刻根据 SINS/GNSS 正常互差分信息实时估计的量测噪声, $W_{i,k}$ 表示 k 时刻所计算的第 i 个量测噪声所对应的权重。

通过式(30)可知, 随着滤波器工作持续进行, 越早之前的量测噪声信息权重越小, 对当前时刻量测噪声估计的权重越小, 由当前时刻根据 SINS/GNSS 互差分计算后得到的噪声信息则更为准确。对于突变的 GNSS 量测信息, 比如受到卫星干扰或者多路径效应, GNSS 量测信息会出现短时的较大偏差, 经故障检测隔离后, 当前时刻噪声方差不会因短暂的 GNSS 变化而发生较大的跳变。IMU 属于惯性器件, 正常工作下其差分信息变化较小, 突变的 GNSS 误差信息则会影响当前时刻的滤波估计结果, 因此必须对这种大粗差的 GNSS 信息进行检测与隔离。

2.3 基于平滑有界层模型的故障检测算法

根据式(22)构造的全平滑有界层宽度矩阵, 利用 SVSF 算法对滤波器增益进行改进, 但要求量测矩阵必须是正定可逆的, 而往往滤波器的状态维数与观测维数并不等, 因此做如下改进:

$$\mathbf{H}_k \mathbf{K}_k = [\text{diag}(|\boldsymbol{\varepsilon}_{k|k-1}| + \eta_k |\boldsymbol{\varepsilon}_{k-1|k-1}|) \cdot \text{sat}(\boldsymbol{\Psi}_k^{-1} \text{diag}(\boldsymbol{\varepsilon}_{k|k-1}))](\text{diag}(\boldsymbol{\varepsilon}_{k|k-1}))^{-1} \quad (35)$$

再根据式(11)滤波器增益计算公式, 可得:

$$\mathbf{H}_k \mathbf{K}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad (36)$$

结合式(11)、(25)和式(32)计算, 得到平滑有界层宽度的计算公式如下:

$$\boldsymbol{\Psi}_k = \{[\text{diag}(|\boldsymbol{\varepsilon}_{k|k-1}| + \eta_k |\boldsymbol{\varepsilon}_{k-1|k-1}|)]^{-1} \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T \mathbf{S}_k^{-1}\}^{-1} \quad (37)$$

其中, $\mathbf{S}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \hat{\mathbf{R}}_k$, 表示先验预测残差 $\boldsymbol{\varepsilon}_{k|k-1}$ 的协方差。

利用残差卡方检验法^[21], 设置阈值 T_D , 判断 $\boldsymbol{\varepsilon}_{k|k-1}$ 与阈值 T_D 的大小关系, 初步筛选出系统无故障时段。选取一部分系统无故障数据, 求得系统对应平滑有界层宽度的标准差 Ω 为:

$$\Omega = \frac{1}{N-1} \sqrt{\sum_{j=m}^{m+N} (\boldsymbol{\Psi}_j - \bar{\boldsymbol{\Psi}})^2} \quad (38)$$

对该段无故障的样本求均值, 估计总体的平滑有界层标准差为 $\tilde{\Omega} = E[\Omega]$ 。式中, N 表示选取无故障时段数据样本个数, 本文 N 取 300。在滤波过程中, 结合总体标准差 $\tilde{\Omega}$, 构建实时故障检测函数为:

$$\lambda_k = \frac{\boldsymbol{\Psi}_k}{\tilde{\Omega}} \quad (39)$$

选取故障检测阈值 θ , 通过故障检测函数统计量与该阈值进行比较, 当统计量小于阈值时, 表示系统无故障; 若故障函数检测统计量大于阈值时, 则量测数据异常, 表示系统出现故障; θ 可通过多次实验计算得到的常数, 一般为 $5 \sim 8$ 。

由于平滑有界层宽度与模型所估的系统噪声和量测噪声有着紧密的关系, 因此, 由平滑有界层宽度标准差构成的故障检测函数对故障有很高的灵敏度, 可以有效的提高故障检测效率。

2.4 算法流程

本文算法流程主要包括惯导解算和实时计算 SINS 和 GNSS 的动态速度、位置差分序列信息, 利用过去时刻的互差分序列信息进行量测噪声的估计, 对过去噪声方差进行权值优化, 再利用平滑有界层故障检测算法来判别当前时刻的量测信息是否出现异常, 总体步骤如下:

步骤 1) 惯性导航系统与扩展卡尔曼滤波器初始化设置初始的姿态、速度、位置, 惯导采样频率以及地球半径、地球自转角速度等参数, 再设置滤波器初始协方差、初始状态误差, 滤波器测量噪声以及系统噪声等;

步骤 2) 读取 IMU 角速度和加速度测量值进行惯导更新和时间更新, 利用式(4)来进行惯导解算, 解算后得到当前时刻的姿态速度位置信息, 以及当前时刻的状态矩阵 $\Phi_{k|k-1}$, 再进行滤波器的时间更新得到一步预测状态和一步预测状态协方差:

$$\hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} = f(\hat{\mathbf{X}}_{k-1}) \quad (40)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \Phi_{k|k-1} \mathbf{P}_{k-1} \Phi_{k|k-1}^T + \Gamma_{k-1} \mathbf{Q}_{k-1} \Gamma_{k-1}^T$$

步骤 3) 判断 IMU 与 GNSS 信息是否时间同步, 若同步, 则进行下一步量测更新, 否则返回第 2 步进行惯导更新;

步骤 4) 计算实时方差。首先根据式(19)和(20)计算相邻时刻的 SINS 和 GNSS 的差分信息, 利用二者当前时刻的差分信息进行互差分计算, 对过去一段时间的互差分

信息做方差统计;

步骤 5) 采用加权法对量测噪声方差进行自适应估计, 设置当前时刻的方差信息与过去时刻方差信息不同权重, 使得当前数据权重最大, 而历史数据权重随时间递增而减小;

步骤 6) 观测量异常值检测。当 GNSS 所处环境较差时, 比如信号受到建筑物遮挡或多路径效应等导致 GNSS 信号发生较大的偏差, 导致测量误差增大, 影响实时方差计算。因此, 可以利用平滑有界层故障检测算法来检测 GNSS 测量信息是否出现异常;

步骤 7) 量测更新。通过步骤 6) 来判断当前 GNSS 信息是否可用作量测更新, 若可以则根据式(10)将 GNSS 提供的速度和位置信息与惯导解算的速度位置信息的差值作滤波器观测量, 以误差状态形式进行量测更新; 否则返回步骤 2) 进行惯导解算;

步骤 8) 将滤波器状态最优估计 $\hat{X}_k$ 反馈给 SINS 系统, 输出组合导航后的姿态速度位置;

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix}_{estimate} = \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix}_{INS} - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{X}}_k$$

(41)

综合上述步骤, 算法流程如图 1 所示。

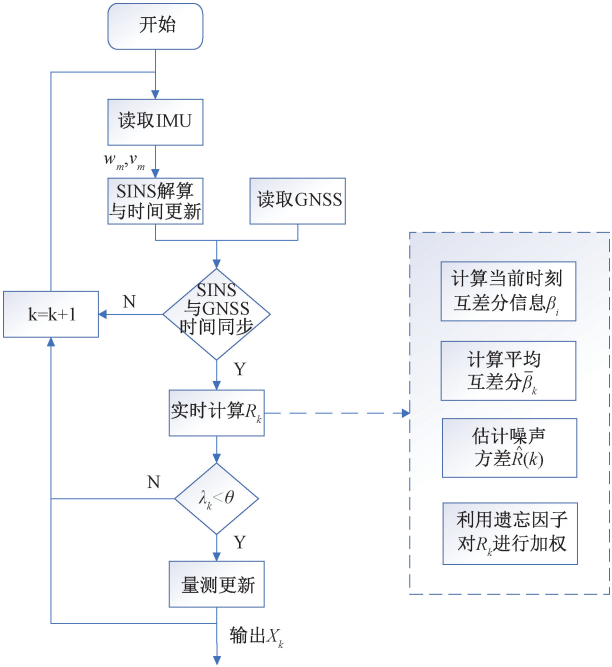


图 1 基于 SINS/GNSS 动态差分序列自适应 EKF 算法

Fig. 1 AEKF algorithm based on SINS/GNSS dynamic difference sequence

3 实验与分析

3.1 跑车实验设计

本文实验采用的数据为无人车在南京市玄武区南京理工大学内绕喷泉广场跑的一组实验数据, 所用的传感器性

能参数如表 1 所示。

表 1 传感器误差参数设置

Table 1 Sensor error parameter settings

传感器	频率/Hz	传感器误差	取值
IMU	250	陀螺仪零偏/(°/h)	0.3
		加速度计零偏/ μg	40
		角度随机游走/(°/ $\sqrt{h}$)	0.15
		速度随机游走/($m \cdot s^{-1} \cdot \sqrt{h}$)	0.07
		GNSS 东向速度误差/($m \cdot s^{-1}$)	0.1
GNSS	1	GNSS 北向速度误差/($m \cdot s^{-1}$)	0.1
		GNSS 天向速度误差/($m \cdot s^{-1}$)	0.1
		GNSS 纬度误差/m	1.5
		GNSS 精度误差/m	1.5
		GNSS 高度误差/m	0.5
RTK	50	位置误差/m	0.01

实验所用到的参考坐标系为“东北天”方向, IMU 传感器提供三轴陀螺仪的角速度信息和三轴加速度计的加速度信息, GNSS 传感器提供东北天三轴速度信息以及纬度、经度和高度位置信息, RTK 传感器输出参考轨迹的位置信息。

小车运动总时长约 300 s, 原始数据绘制的轨迹如图 2 所示, 其中 reference 代表小车运动的参考轨迹, 红色圆圈代表起点位置, 小车先直行一段距离, 随后绕喷泉广场顺时针转一圈, 方块代表小车终点位置。

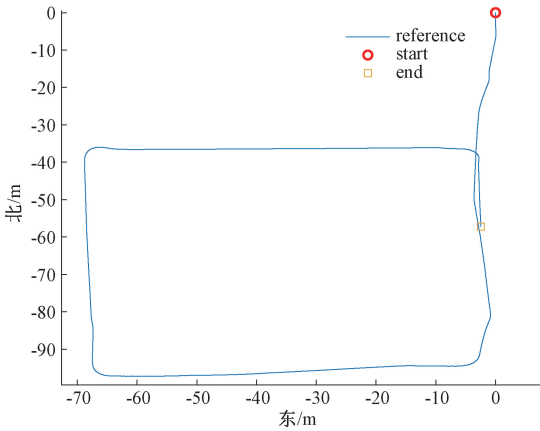


图 2 小车绕喷泉广场一圈的平面轨迹

Fig. 2 Planar trajectory of the car around the fountain square

3.2 测量噪声设置

为了验证本文算法在扩展卡尔曼滤波中对量测噪声自适应估计效果, 故在原有 GNSS 数据信息添加不同时间段的随机噪声, 来模拟实际场景下 GNSS 所受到不同的高斯噪声数据, 不同类型量测噪声设置如表 2 所示。对量测信息添加总时长占比 $x\%$ 的幅值为 5 倍标准差的突变值, 即:

$$V(k) \sim \begin{cases} N(0, \sigma^2), w.p. (1-x\%) \\ N(0, (5\sigma)^2), w.p. (x\%) \end{cases} \quad (42)$$

其中, σ 为 GNSS 正常情况下的测量噪声标准差, 取值为

$$\sigma = [0.1 \quad 0.1 \quad 0.1 \quad 1.5 \quad 1.5 \quad 0.5] \quad (43)$$

表 2 不同类型量测噪声设置

Table 2 Different types of noise measurement settings

噪声类型	噪声幅值大小	异常噪声占比 $x\%$
纯高斯随机噪声	$N(0, \sigma^2)$	0
低密度异常噪声	$N(0, (5\sigma)^2)$	5
高密度异常噪声	$N(0, (5\sigma)^2)$	20

3.3 实验结果分析

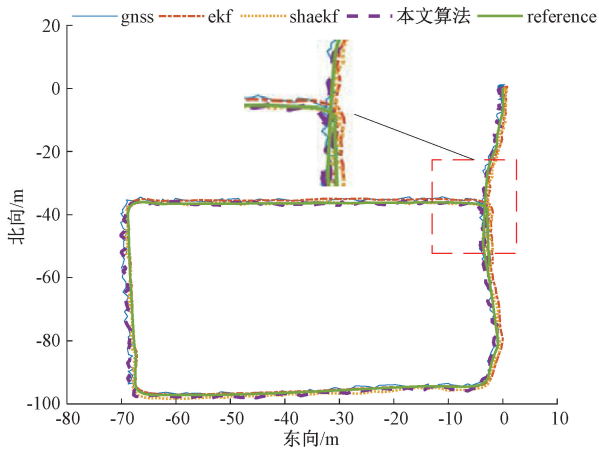
模拟几种不同类型的随机噪声后, 为验证不同的自适应滤波算法对 GNSS 量测噪声估计效果, 对含有不同类型噪声的 GNSS 数据进行 EKF 滤波、传统 Sage-Husa 自适应扩展卡尔曼滤波和本文算法进行仿真分析, 可以得到如下结果:

将以上各种滤波算法输出的导航信息与实际参考的导航信息进行比较, 利用如下公式计算“东北天”三轴位置的均方根误差(root mean square error, RMSE)。

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X_i - \hat{X}_i)^2} \quad (44)$$

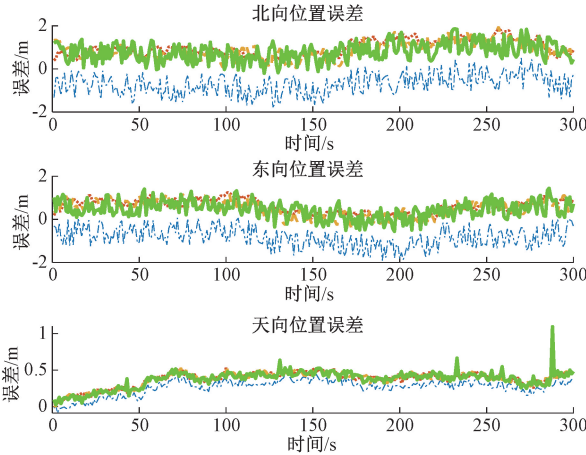
经式(44)计算, 得到位置均方根误差信息为:

从图 3~5 结合表 3 可反映出不同滤波算法对 GNSS 测量噪声处理后的定位误差信息。从图 3(a) 和 (b) 可知, 由于只加入了高斯随机噪声, 扩展卡尔曼滤波算法本身对高斯噪声信息就有一定的过滤能力, Sage-Husa 自适应滤波算法也能够过滤量测高斯白噪声影响, 本文算法在纯高斯白噪声下工作, 其相对 EKF 和 Sage-Husa 自适应滤波算法提高了 10.1% 和 2.5%, 定位精度提升并不明显。但从图 4(a) 和 (b) 可发现, 一旦考虑了 5% 的异常噪声信息后, 就能体现出自适应滤波的优势了, 结合表 3 计算的东北天位置均方误差及平均误差结果, 相比较于传统的 EKF 算法, Sage-Husa-AEKF 算法和本文算法在平均定位精度上分布提高了 34.8% 和 39.9%, 所以实时估计量测噪声方差进行扩展卡尔曼滤波能够有效提高组合导航系统在 GNSS 处于异常噪声环境下的定位精度。再结合图 5(a) 和 (b) 来看, 当 GNSS 处于更复杂的环境时, 所受到异常干扰明显增多, 传统的 Sage-Husa-AEKF 算法的自适应效果就变得很弱了, 因为 Sage-Husa 在计算量测方差时, 考虑了之前所有时刻的量测信息, 一旦量测异常信息较多时, 其方法估计的量测方差就不准确了, 而本文算法根据 IMU 在短时间内定位精度高的特点, 利用 IMU 的相邻两次更新计算与 GNSS 的差分后做互差分计算, 尽管 GNSS 多次出现了异常噪声信息, 但只要保证 IMU 在该段时间积分收敛, 就能够根据



(a) 纯高斯噪声下不同滤波算法轨迹比较

(a) Trajectory comparison of different filtering algorithms with pure Gaussian noise

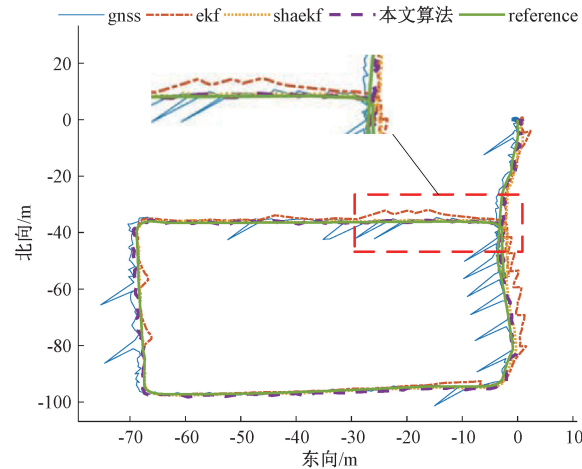


(b) 纯高斯噪声下不同滤波算法位置误差比较

(b) Position error comparison of different filtering algorithms with pure Gaussian noise

图 3 纯高斯噪声下轨迹和位置误差比较

Fig. 3 Comparison of trajectory and position error with pure Gaussian noise



(a) 5%异常噪声下不同滤波算法轨迹比较

(a) Trajectory comparison of different filtering algorithms with 5% Gaussian noise

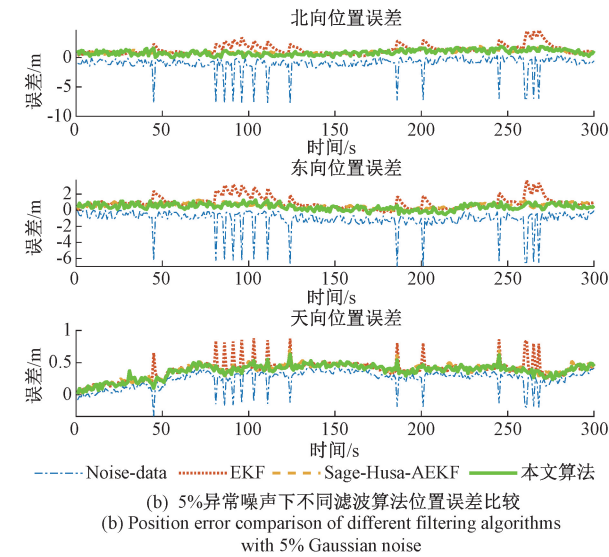
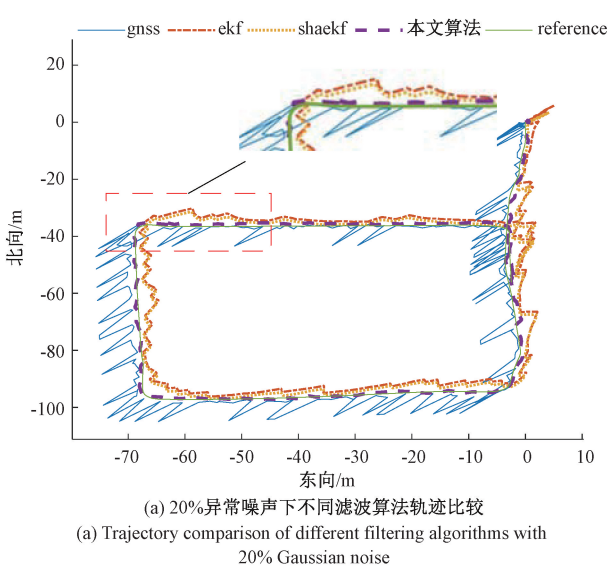


图 4 5%异常噪声下轨迹和位置误差比较
Fig. 4 Comparison of trajectory and position error with 5% Gaussian noise

SVSF 故障检测算法将这些异常的量测信息进行检测隔离,防止其影响下一时刻的量测方差估计。因此,在低密度或者无异常噪声环境下,本文算法相较于传统 Sage-Husa



自适应滤波算法平均定位精度提升效果较小;在高密度大噪声的工作环境下,本文算法对组合导航定位精度提升效果更加显著。

表 3 不同噪声类型下各滤波算法导航位置均方误差比较

Table 3 Comparison of mean-square errors of navigation positions of various filtering algorithms under different noise types				
噪声类型	误差分析	EKF	SHAEKF	本文算法
纯高斯噪声	$\delta P_E / m$	1.051	0.947	0.910
	$\delta P_N / m$	0.691	0.626	0.609
	$\delta P_U / m$	0.389	0.389	0.394
	$\overline{\delta P} / m$	0.710	0.654	0.638
5%异常噪声	$\delta P_E / m$	1.568	1.023	0.973
	$\delta P_N / m$	1.212	0.662	0.564
	$\delta P_U / m$	0.420	0.402	0.387
	$\overline{\delta P} / m$	1.067	0.696	0.641
20%异常噪声	$\delta P_E / m$	2.870	1.382	0.970
	$\delta P_N / m$	2.245	1.105	0.624
	$\delta P_U / m$	0.512	0.442	0.401
	$\overline{\delta P} / m$	1.876	0.976	0.665

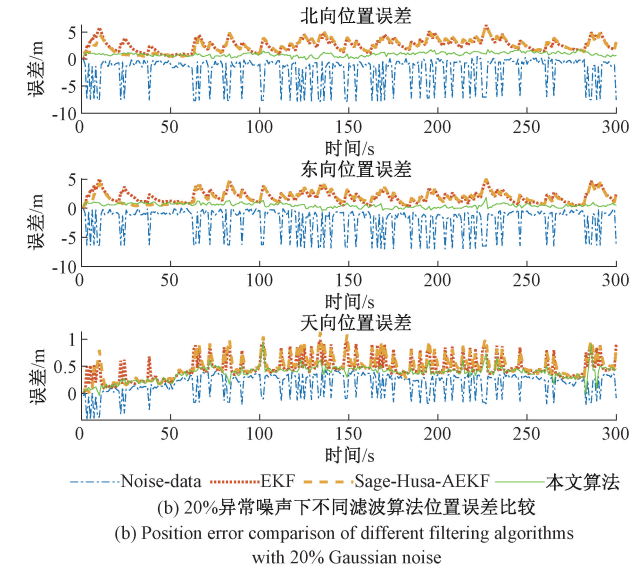


图 5 20%异常噪声下轨迹和位置误差比较
Fig. 5 Comparison of trajectory and position error with 20% Gaussian noise

4 结 论

为解决传统组合导航滤波算法中 GNSS 量测噪声方差参数不确定问题,本文通过实时统计一段时间的 SINS/GNSS 互差分信息,利用指数遗忘因子来对滤波器的噪声方差进行实时估计,最后用平滑有界层故障检测算法将 GNSS 异常信息进行检测隔离。

通过将 SINS/GNSS 组合导航扩展卡尔曼滤波算法嵌入到跑车实验中,比较几种处理不同类型观测噪声的自适应估计方法,在 GNSS 纯高斯噪声环境下,相较于 EKF 算法和 Sage-Husa 自适应 EKF 算法平均定位精度提高了 10.1%和 2.5%;在 GNSS 低密度的异常噪声环境下,平均精度提高了 39.9%和 7.9%;在 GNSS 高密度的异常噪声环境下,平均定位精度提高了 64.5%和 31.9%。因此,本

文算法不仅能够纯在高斯噪声环境下提 SINS/GNSS 组合导航的定位精度,也能够复杂噪声环境下,相较于 EKF 算法和传统自适应滤波算法依然有较大的提升效果。

由此可见,本文提出的 SINS/GNSS 动态差分序列自适应估计量噪声方差信息结合平滑有界层故障检测算法鲁棒性高,抗干扰能力强。

参考文献

- [1] CHEN W X, WANG T F, YAO ZH, et al. Analysis of the gain factors of 5G-assisted BDS RTK positioning in urban environments [J]. *Satellite Navigation*, 2024, 5(1):28.
- [2] SONG W W, WU Q, GONG X P, et al. Corrections of BDS code multipath error in geostationary orbit satellite and their application in precise data processing [J]. *Sensors*, 2019, 19(12): 2737.
- [3] 涂述荣,陈少春,高溥泽,等. 2022 年国外惯性技术发展回顾[J]. *导航定位与授时*, 2023, 10(4): 69-80.
- [4] GAN SH R, CHEN SH CH, GAO P Z, et al. Development and review of foreign inertial technology in 2022[J]. *Navigation Positioning and Timing*, 2023, 10(4): 69-80.
- [5] YIN Y M, ZHANG J H, GUO M Q, et al. Sensor fusion of GNSS and IMU data for robust localization via smoothed error state Kalman filter[J]. *Sensors*, 2023,23(7):3676-3696.
- [6] LEI J, BAI M, CHEN ZH, et al. INS/BDS integrated navigation filter algorithm based on unscented Kalman filter [C]. *Chinese Control and Decision Conference*, 2017,28(5):3046-3852.
- [7] 付林威,赵东明,范雕,等. 基于抗差自适应 CKF 的水下重力匹配导航 SITAN 算法[J]. *海洋测绘*, 2024, 44(2):5-8,26.
- [8] FU L W, ZHAO D M, FAN D, et al. SITAN algorithm for underwater gravity-matched navigation based on anti-differential adaptive CKF [J]. *Marine Surveying and Mapping*, 2024,44(2):5-8,26.
- [9] 张杰,李婧华,胡超. 基于容积卡尔曼滤波的卫星导航定位解算方法[J]. *中国科学院大学学报*, 2021,38(4): 532-537.
- [10] ZHANG J, LI J H, HU CH. Satellite navigation and positioning solving method based on cubatureKalman filtering[J]. *Journal of Chinese Academy of Sciences University*, 2021,38(4):532-537.
- [11] 古毅杰,张闯,康凯航. 基于无序量测粒子滤波的无人船导航[J]. *上海海事大学学报*, 2022,43(4):9-15.
- [12] GU Y J, ZHANG CH, KANG K H. Unmanned ship navigation based on disordered quantitative particle filtering[J]. *Journal of Shanghai Maritime University*, 2022,43(4):9-15.
- [13] 王聘,田敬,吴鹏,等. 改进强跟踪粒子滤波及其在紧组合导航中的应用[J]. *指挥控制与仿真*, 2021, 43(4):117-122.
- [14] WANG P, TIAN J, WU P, et al. Improved strong tracking particle filter and its application in the tightly-coupled integrated navigation[J]. *Command Control & Simulation*, 2021, 43(4): 117-122.
- [15] 刘燕,张健,肖庆高,等. UKF 与 EKF 在导航定位中的对比研究[J]. *微处理机*, 2023,44(4):30-33.
- [16] LIU Y, ZHANG J, XIAO Q G, et al. A comparative study of UKF and EKF in navigation and positioning[J]. *Microprocessors*, 2023, 44(4): 30-33.
- [17] ZHU Y X, ZHANG M M, YANG Y N, et al. Improved Gaussian process regression-based method to bridge GPS outages in INS/GPS integrated navigation systems[J]. *Measurement*, 2024,229:14432.
- [18] 孙俊忍,孟凡琛,王德琰. SINS/GNSS 深组合导航码相位故障诊断与重构算法[J]. *中国惯性技术学报*, 2023, 31(6): 563-568.
- [19] SUN J R, MENG F CH, WANG D Y, et al. Phase fault diagnosis and reconstruction algorithm for SINS/GNSS deep combined navigation code [J]. *Chinese Journal of Inertial Technology*, 2023, 31 (6): 563-568.
- [20] 胡晓梅,潘新龙,刘成铭. GNSS/SINS 组合导航的改进 Sage-Husa 自适应滤波算法[J]. *大地测量与地球动力学*, 2023, 43(8): 791-794.
- [21] HU X M, PAN X L, LIU CH M. Improved Sage-Husa adaptive filtering algorithm for combined GNSS/SINS navigation [J]. *Geodesy and Geodynamics*, 2023, 43(8): 791-794.
- [22] 贾小林,卢文韬,滕月昊,等. 基于测量特性的 GNSS/SINS 组合导航改进自适应 SRCKF 算法[J]. *中国惯性技术学报*, 2023,31(4): 327-334.
- [23] JIA X L, LU W T, TENG Y H, et al. Improved adaptive SRCKF algorithm for combined GNSS/SINS navigation based on measurement characteristics[J]. *Chinese Journal of Inertial Technology*, 2023, 31(4): 327-334.
- [24] 荆蕾,孙玮玮,乔玉新,等. GNSS/SINS 组合导航系统的自适应 UKF 算法[J]. *大地测量与地球动力学*, 2023,43(3): 255-258.
- [25] JING L, SUN W W, QIAO Y X, et al. Adaptive UKF algorithm for combined GNSS/SINS navigation system[J]. *Geodesy and Geodynamics*, 2023, 43(3): 255-258.
- [26] 胡晓梅,潘新龙,朱璐瑛,等. 一种抗差自适应 UKF 算

- 法及其在 GNSS/SINS 组合导航系统的应用[J]. 电子测量与仪器学报, 2022, 36(12): 153-160.
- HU X M, PAN X L, ZHU L Y, et al. An anti-differential adaptive UKF algorithm and its application to combined GNSS/SINS navigation system [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2022, 36(12): 153-160.
- [17] 严恭敏, 刘璠, 李梓阳, 等. 一种基于软卡方检测的自适应 Kalman 滤波方法 [J]. 导航定位与授时, 2023, 10(4): 81-86.
- YAN G M, LIU F, LI Z Y, et al. An adaptive soft chi-square detection based Kalman filtering method [J]. Navigation Positioning and Timing, 2023, 10(4): 81-86.
- [18] 杨苏桥, 郑恩辉, 田琛, 等. 基于 EKF 残差的无人机 GPS 故障诊断方法[J]. 电光与控制, 2024, 31(7): 61-65, 72.
- YANG S Q, ZHENG EN H, TIAN CH, et al. UAV GPS fault detection method based on EKF residual[J]. Electronic Optics and Control, 2024, 31(7): 61-65, 72.
- [19] 施常勇, 张丽敏. 平滑变结构滤波在航天器组合导航中的应用[J]. 中国惯性技术学报, 2017, 25(4): 478-482.
- SHI CH Y, ZH L M. Application of smooth variable structure filtering in spacecraft combined navigation [J]. Chinese Journal of Inertial Technology, 2017, 25(4): 478-482.
- [20] 赵桂玲, 王金宝, 姜子昊, 等. 基于双参数的 GNSS/SINS 故障检测及抗差自适应算法[J]. 北京航空航天大学学报, 2023, 22(8): 1-16.
- ZHAO G L, WANG J B, JIANG Z H, et al. Dual-parameter based GNSS/SINS fault detection and anti-differential adaptive algorithm [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2023, 22(8): 1-16.
- [21] 刘子龙, 楼家祺. 基于正交性原理的组合导航系统故障检测[J]. 控制工程, 2022, 97(2): 1-9.
- LIU Z L, LOU J Q. Fault detection of combined navigation system based on orthogonality principle [J]. Control Engineering, 2022, 97(2): 1-9.

作者简介

蔡庸辉, 硕士研究生, 主要研究方向为惯性导航、无人车组合导航、多源传感器数据融合与联邦卡尔曼滤波算法应用。
E-mail: 2270973198@qq.com

周凌柯(通信作者), 博士, 副教授, 主要研究方向为故障监控及组合导航技术。
E-mail: lingke_zhou@163.com