

# 一种用于小景深相机的快速标定算法<sup>\*</sup>

黄鹏<sup>1,2</sup> 周益航<sup>1,2</sup> 谢中毅<sup>1,2</sup> 宋跃<sup>1,2</sup> 何国强<sup>1,2</sup>

(1.桂林理工大学机械与控制工程学院 桂林 541006;2.桂林理工大学广西高校先进制造与自动化技术重点实验室 桂林 541006)

**摘要:**高速在线视觉测量系统中,小景深相机难以从不同方位获取标定物清晰图像,从而导致张氏标定算法无解或计算误差较大,为此提出一种用于小景深相机的快速精确标定算法。获取位于待标定平面和与之平行平面上的一组标定物图像,线性求解得到相机镜头光心到待标定平面的高度,并根据相机姿态简化旋转矩阵,最后利用位于待标定平面的标定图像计算出相机内外参数。实验结果表明,标定图像组数最好取在13组左右,但仅采用一组标定图像也可以实现较高精度标定。在相机景深较小的情况下,该方法重投影均方根误差小于0.74 pixel,标定精度较张氏方法提高了约33%。

**关键词:**相机标定;小景深相机;单应性矩阵;误差分析

中图分类号: TN391.41 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 520.6040

## A fast calibration algorithm for small depth of field camera

Huang Peng<sup>1,2</sup> Zhou Yihang<sup>1,2</sup> Xie Zhongyi<sup>1,2</sup> Song Yue<sup>1,2</sup> He Guoqiang<sup>1,2</sup>

(1. School of Mechanical and Control Engineering, Guilin University of Technology, Guilin 541006, China; 2. Key Laboratory of Advanced Manufacturing and Automation Technology in Guangxi Universities, Guilin University of Technology, Guilin 541006, China)

**Abstract:** In high-speed online visual measurement systems, it is difficult for small depth of field cameras to obtain clear images of calibration objects from different directions, resulting in the Zhang calibration algorithm having no solution or significant calculation errors. Therefore, a fast and accurate calibration algorithm for small depth of field cameras is proposed. Obtain a set of calibration object images located on the plane to be calibrated and parallel to it, linearly solve to obtain the height of the camera lens optical center to the plane to be calibrated, simplify the rotation matrix based on the camera posture, and finally use the calibration images located on the plane to calculate the camera's internal and external parameters. The experimental results show that it is best to set the number of calibration image groups around 13, but using only one set of calibration images can also achieve high-precision calibration. In cases where the depth of field of the camera is small, this method has a root mean square error of less than 0.74 pixels for reprojection, and the calibration accuracy is improved by about 33% compared to Zhang's calibration.

**Keywords:** camera calibration; small depth camera; monography matrix; error analysis

## 0 引言

随着科学技术的迅速发展,高速在线视觉测量技术已经在工业生产<sup>[1-2]</sup>、铁路运输<sup>[3]</sup>、航空航天<sup>[4]</sup>等领域得到了广泛的应用。高速在线视觉测量系统为获取高速移动的物体图像通常会选用较大光圈的相机镜头,增加进光量减少曝光时间,使获取的图像更为清晰。相机标定是视觉测量的基础,目的是建立图像中点像素坐标与实际场景点坐标之间的转换关系。若相机的景深变小,利用传统相机标定

法进行相机标定时就会出现部分标定图像边缘特征点模糊的情况,极大的增大了相机标定误差。

相机标定方法按是否使用标定参照物可以分为:传统相机标定法、主动视觉标定法、相机自标定法<sup>[5]</sup>。主动视觉标定法通过抑制相机的运动轨迹来线性的确定相机模型参数,但是实验条件苛刻<sup>[6]</sup>。相机自标定法主要利用相机运动约束完成标定,操作简单灵活,但其精度和鲁棒性相对较差<sup>[7]</sup>,不适用于高精度的视觉测量系统。传统相机标定方法通常采用二维或三维标定物进行标定,获取不同方位标

定物图像即可完成相机标定,操作简单、标定精度高、通用性高。目前相机传统标定算法已经较为成熟。Ding 等<sup>[8]</sup>采用圆柱体作为标定物,利用圆柱体的几何特性对相机的内外参数进行校准,即使标定目标物被遮挡轮廓不完整也有较高的标定精度。Liu 等<sup>[9]</sup>利用偏移的条纹图案对相机进行校准,使用任意四边形插值代替双线性插值提高标定精度。Yang 等<sup>[10]</sup>直接构造出标定图像中圆表达式与目标圆表达式之间的映射关系,从而消除以圆形图案作为标定物时引入的偏心误差,提高了基于圆投影模型标定方法的标定精度与抗噪声干扰能力。杨宇浩等<sup>[11]</sup>提出了一种自动提取圆形标志点中心的方法,提高了获取原型标志点坐标速度。徐孝彬等<sup>[12]</sup>利用四面体图像建立了“点-三线”的对应关系,根据异面直线间的距离和投影直线间的夹角建立约束方程。华杨等<sup>[13]</sup>先通过张氏方法获取到相机内外参数初值,再采用过自适应分配机制、动态补偿策略及非线性潮流策略改良的天鹰优化器对内外参数进行优化,进一步提升了张氏方法的标定精度。张氏方法<sup>[14]</sup>及上述标定方法都需要获取不同方位的标定物图像来完成相机标定。但是小景深相机获取标定图像时,如果相机光轴与标定板平面夹角角度变化较大,必定会有部分标定图像边缘特征点模糊,使坐标识别误差增大;如果相机光轴与标定板平面夹角角度变化较小,则会导致张氏方法计算误差较大或者算法无解。

针对上述问题,本文选用棋盘格作为标定板,通过透视投影模型获取相机镜头光心到标定板平面的高度,简化相机旋转矩阵,利用单应性矩阵建立方程求解出相机内外参数。避免了张氏方法由于无法从不同方位获取标定物图像而出现计算误差较大或算法无解的问题。并通过实验探究标定图像组数和棋盘格抬升高度对标定精度的影响。在相机景深较小的情况下,该方法也能获取特征清晰的标定图像,较张氏方法会有更高的标定精度。

## 1 高速在线视觉测量系统

现如今工业生产中,在保证产品质量的同时也越来越注重生产效率,对测量系统的测量精度、测量速度也提出了更高的要求<sup>[15]</sup>。在某钢丝帘布裁断生产线上,为了提高钢丝帘布的生产效率,将裁断工位的输送带速度提升至 300 m/min 的速度,要求高速在线视觉测量系统必须在裁断工位之后的输送带上完成测量。为了保证图像质量,减少曝光时间,视觉测量系统采用了镜头光圈较大的相机。

如图 1 所示相机固定于输送带上方,视觉测量系统开始工作之前需要对相机进行标定。但相机镜头光圈大,景深较小,获取标定物图像时,标定物容易超出景深范围。而且在裁断生产线中设有大量的传感器及活动部件,标定操作空间有限,难以使用其他辅助设备进行标定。因此需要有一种高精度、操作简单、适用于小景深相机的标定方法。



图 1 钢丝帘布高速裁断生产线

Fig. 1 High speed cutting production line for steel cord fabric

## 2 相机标定算法

采用相机的模型为针孔摄像机,假定标定过程中相机光轴始终垂直于待标定平面。在张氏方法中棋盘格上某点的像素坐标点为  $\mathbf{m}(u, v)$ , 世界坐标为  $\mathbf{M}(X, Y, Z)$ , 其齐次坐标分别为  $\tilde{\mathbf{m}}(u, v, 1)$  和  $\tilde{\mathbf{M}}(X, Y, Z, 1)$ 。像素坐标系与世界坐标系之间相互关系为:

$$s\tilde{\mathbf{m}} = \mathbf{A} [\mathbf{R} \quad \mathbf{T}] \tilde{\mathbf{M}} \quad (1)$$

$\mathbf{A}$  为相机的内参矩阵,  $\mathbf{R} = [r_1 \quad r_2 \quad r_3]$  为旋转矩阵,  $\mathbf{T}$  为平移矩阵。当棋盘格位于世界坐标系的 X-Y 平面上时,  $Z=0$  此时:

$$s \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 & \mathbf{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\mathbf{A} \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & \mathbf{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix}$$

单应性矩阵:

$$\mathbf{H} = \mathbf{A} [r_1 \quad r_2 \quad \mathbf{T}] \quad (3)$$

如图 2 所示,假定相机光轴垂直于待标定平面。在相机内部根据小孔成像原理,棋盘格上点  $\mathbf{P}$  通过相机镜头光心投影到相机成像区域上点  $\mathbf{P}'$ 。图中世界坐标系为  $O-X-Y-Z$  以点  $O$  为坐标原点,相机坐标系为  $O'-X'-Y'-Z'$  以相机光心  $O'$  为坐标原点,像素坐标系为  $o-u-v$  以成像区域右下角点  $o$  为坐标原点,光心到相机成像平面的垂直距离为焦距,垂足  $(u_0, v_0)$  为成像区域中心点。

假定特征点  $\mathbf{P}$  在投影到成像区域  $\mathbf{P}'$  点后,其坐标值大小在  $u$  轴上缩放了  $\sigma_u$  倍,在  $v$  轴上缩放了  $\sigma_v$  倍,  $\mathbf{P}'$  点坐标为  $(u, v)$ , 其齐次坐标  $\tilde{\mathbf{P}}(u, v, 1)$ 。相机坐标系下  $\mathbf{P}$  点坐标为  $(X', Y', Z')$ , 那么相机坐标系中  $\mathbf{P}$  点到像素坐标系中  $\mathbf{P}'$  点的坐标转化关系为:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{Z'} \begin{bmatrix} \sigma_u f & 0 & u_0 \\ 0 & \sigma_v f & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} \quad (4)$$

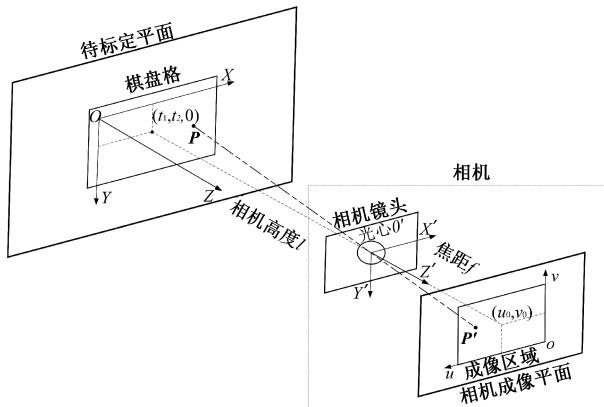


图 2 相机成像原理示意图

Fig. 2 Schematic diagram of camera imaging principle

令  $f_u = \sigma_u f$ ,  $f_v = \sigma_v f$  由式(4)可以得到:

$$\begin{cases} u = f_u \frac{X'}{Z'} + u_0 \\ v = f_v \frac{Y'}{Z'} + v_0 \end{cases} \quad (5)$$

根据相机成像区域像素大小易知相机成像区域像素中心点坐标  $j(j_1, j_2)$ , 已知棋盘格单个格子边长为  $i$ , 在相机成像平面中其边长像素长度为  $i_1$ 。则单位像素的实际长度:

$$\epsilon = \frac{i}{i_1} \quad (6)$$

**P** 点在相机坐标系下的坐标值为:

$$\begin{cases} X' = \epsilon(u - j_1) \\ Y' = \epsilon(v - j_2) \\ Z' = l \end{cases} \quad (7)$$

在图 2 中, 世界坐标系下点 **P** 的坐标为  $(X, Y, Z)$ , 相机镜头光心到平面  $Z=0$  的垂直距离为相机高度  $l$ 。假定棋盘格绕  $X$  轴的旋转角度为  $\alpha$ , 绕  $Y$  轴的旋转角度为  $\beta$ , 绕  $Z$  轴的旋转角度为  $\gamma$ , 其旋转矩阵为  $\mathbf{R} = [r_1 \ r_2 \ r_3]$ , 平移矩阵为  $\mathbf{T} = [t_1 \ t_2 \ t_3]^T$ , 当  $Z=0$  时, 点 **P** 从世界坐标系到相机坐标系的坐标转化关系为:

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = [\mathbf{r}_1 \ \mathbf{r}_2 \ \mathbf{r}_3] \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

由于待标定平面垂直于相机光轴, 那么棋盘格仅可以在待标定平面上沿  $X$  轴,  $Y$  轴平移, 绕  $Z$  轴旋转。那么棋盘格上点 **P** 到相机镜头光心的垂直距离相同大小均为相机高度  $l$ , 即  $Z' = l$ , 相机旋转矩阵  $\mathbf{R}$  中的  $\alpha, \beta$  均为 0。此时旋转矩阵可以简化为:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma & 0 \\ -\sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

将简化后的旋转矩阵  $\mathbf{R}$  带入式(8)中有:

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma & t_1 \\ -\sin\gamma & \cos\gamma & t_2 \\ 0 & 0 & t_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

由式(10)可以得到:

$$\begin{cases} X' = \cos\gamma X + \sin\gamma Y + t_1 \\ Y' = -\sin\gamma X + \cos\gamma Y + t_2 \end{cases} \quad (11)$$

此时单应性矩阵为:

$$\mathbf{H} = \frac{1}{l} \begin{bmatrix} f_u & 0 & u \\ 0 & f_v & v \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma & t_1 \\ -\sin\gamma & \cos\gamma & t_2 \\ 0 & 0 & t_3 \end{bmatrix} \quad (12)$$

由式(12)可以得到:

$$\begin{cases} lh_{11} = f_u \cos\gamma \\ lh_{12} = f_u \sin\gamma \\ lh_{22} = f_v \cos\gamma \end{cases} \quad (13)$$

利用透视投影模型<sup>[16]</sup>去获取相机高度  $l$ 。详细步骤如图 3 所示, 先将棋盘格放在待标定平面上(位置 1)获取图像, 之后不改变棋盘格在待标定平面的姿态, 仅抬升一定高度到达位置 2 再次获取图像, 抬升高度为  $l_1$ 。位置 1 图像中单位像素格的长度为  $k_1$ , 位置 2 图像中单位像素格的长度为  $k_2$ 。则相机高度:

$$l = \frac{k_1 l_1}{k_1 - k_2} \quad (14)$$

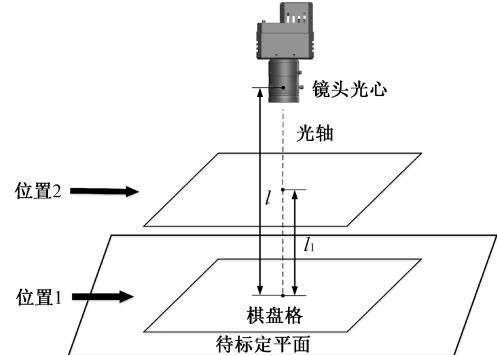


图 3 相机高度计算原理示意图

Fig. 3 Schematic diagram of camera height calculation principle

受相机畸变影响  $k_1, k_2$  并不能代表单位像素格的实际长度, 相机在图像像素中心处畸变较小, 越靠近图像边缘畸变越大, 取相机在图像像素中心处畸变误差为 0.05%, 在图像边缘的镜头畸变为 0.1%。假定棋盘格抬升高度  $l_1 = 100$  mm, 单位像素格长度  $k_1 = 150$  pixel,  $k_2 = 100$  pixel。在最极端的情况下, 位置 1 处标定板图像的像素格取在图像边缘处, 其单位像素格的长度误差为  $\delta_{k1} = 0.15$  pixel; 位置 2 处标定板图像的像素格取在图像近像素中心处, 其单位像素格的长度误差为  $\delta_{k2} = 0.05$  pixel。由相对误差传递公式<sup>[17]</sup>:

$$\Delta Z = \frac{1}{Z} \sqrt{\frac{(\delta_{k1})^2}{k_2^2} + \frac{k_1^2 (\delta_{k2})^2}{k_2^4}} \quad (15)$$

可以得到相机高度  $l$  计算结果的相对误差  $\Delta Z = 2 \times 10^{-4}$ 。一般情况下相机高度  $l$  在 200~1 000 mm, 此时相机高度  $l$  的计算误差小于 0.1 mm, 可以忽略相机畸变对计算相机高度  $l$  的影响。

相机镜头畸变主要有径向畸变、切向畸变两种, 其中尤指径向畸变。对于径向畸变系数  $\epsilon_1, \epsilon_2$  一般用图像像素点距图像中心点距离  $r$  的泰勒级数展开式来表示<sup>[18]</sup>:

$$\begin{cases} x^* = x(1 + \epsilon_1 r^2 + \epsilon_2 r^4) \\ y^* = y(1 + \epsilon_1 r^2 + \epsilon_2 r^4) \end{cases} \quad (16)$$

其中,  $(x^*, y^*)$  是畸变后的图像特征点坐标,  $(x, y)$  是无畸变的图像特征点坐标。

### 3 相机标定过程

相机标定即对相机内外参数求解的过程, 标定算法操作流程如下:

1) 采用 matlab 中 cameraCalibration 获取相机镜头畸变参数。

2) 校准相机位置, 使相机光轴垂直于待标定平面。将标定板放置于待标定平面之上获取第一张标定图像, 再将标定板平行抬升一定高度后再次获取第二张标定图像, 此为一组标定图像。

3) 对图像进行畸变矫正, 获取校正后标定图像的特征点像素坐标、世界坐标, 并计算其相机坐标。通过式(14)计算相机高度  $l$ 。

4) 计算位于待标定平面之上标定图像对应的单应性矩阵  $H$ 。

5) 将相机高度  $l$  带入式(13)计算得到  $f_u, f_v$  和旋转角  $\gamma$ , 之后将  $f_u, f_v$  带入式(5)计算得到  $u_0, v_0$ 。

6) 相机外参中平移矩阵  $T = [t_1 \ t_2 \ t_3]^T$ , 其中  $t_3 = l$ , 通过式(11)可以计算得到  $t_1, t_2$ ; 再将旋转角  $\gamma$  带入式(9), 得到相机旋转矩阵  $R$ 。

该标定方法理论上仅需 2 张标定图像即可完成整个标定流程, 在步骤 3) 计算得到相机高度  $l$  之后, 也可以通过获取多组标定图像以得到更高的标定精度。若获取标定图像为  $n$  组 ( $n > 1$ ), 则步骤 5) 中计算相机内参  $f_u, f_v, u_0, v_0$  的式子必定有  $n$  组, 此时采用最小二乘法对其进行求解, 获取相机内参  $f_u, f_v, u_0, v_0$ 。

为使相机光轴垂直于待标定平面, 需要对相机位置进行校准, 校准流程如图 4 所示。首先, 根据实际需要调整相机光圈和焦距, 并采用水平仪进行初步校准, 粗调三轴精密滑台使相机光轴与待标定平面的垂直度误差控制在 0.5° 之内; 之后, 将棋盘格放在待标定平面之上, 获取棋盘格图像中的  $A, B, C$  点像素坐标, 计算  $\angle ABC, AB, BC$  的大小; 最后, 若计算结果满足同时满足条件  $\angle ABC = 90^\circ \pm 0.01^\circ$ ,  $AB-BC \leq 0.1$  pixel, 则相机校准完毕; 否则精调三轴精密滑台, 重新获取棋盘格图像, 并重复之后的步骤。

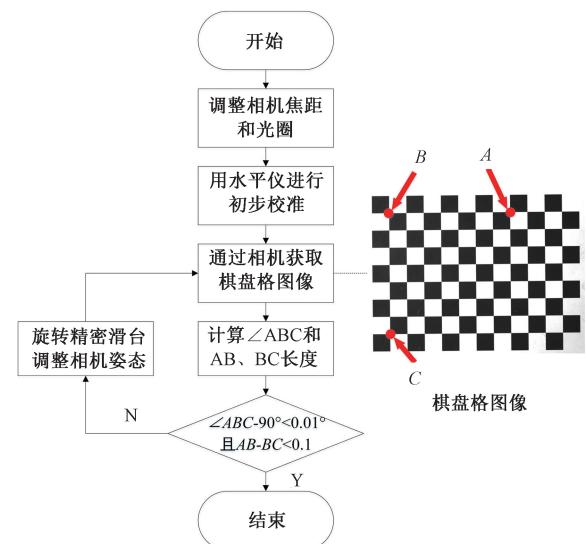


图 4 相机光轴垂直度校准流程图

Fig. 4 Process diagram for camera axis verticality calibration

### 4 实验验证

为验证标定方法的标定精度, 搭建了如图 5 所示的实验平台。实验平台底座为重型铸铁平台, 采用铝合金框架连接三轴精密滑台和相机, 以便于精确地调整相机姿态。采用固定光源, 保证实验中光照环境一致。实验以重型铸铁平台替代输送带为待标定平面, 降低振动对相机标定精度的影响, 并采用工业生产中所使用相机进行标定实验。相机型号为海康威视 MV-CH650-90YM-M58S-NN, 图像分辨率为 5 120 pixel × 5 120 pixel, 像元尺寸为 2.5 μm × 2.5 μm, 最大采集帧率为 150 fps; 镜头型号为 MVL-KF1624M-25MP, 焦距为 16 mm, F 数为 2.4-16。采用 12 × 9 的氧化铝陶瓷玻璃棋盘格作为标定物, 棋盘格单个方格尺寸为 15 mm × 15 mm, 共有 88 个角点作为特征点。

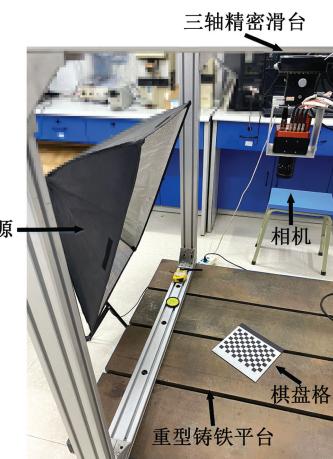


图 5 相机标定实验平台

Fig. 5 Camera calibration experimental platform

工业生产中为了减少相机曝光时间通常将镜头光圈调整至最大,此时镜头 F 数为 2.4,通过计算得知相机景深约为 50 mm。为模拟实际生产状况,在后续实验中镜头光圈将同样调整至最大。

#### 4.1 棋盘格抬升高度 $l_1$ 对相机高度 $l$ 计算精度的影响

标定算法中首先需要计算相机高度  $l$ ,并通过相机高度  $l$  去计算其他标定参数,因此必须保证相机高度  $l$  的计算精度。

相机高度  $l$  计算精度主要受棋盘格的抬升高度  $l_1$  影响,影响因素主要有两个。第一是单位像素格的长度  $k_1$ , $k_2$ 。抬升高度  $l_1$  越小,  $k_1$ ,  $k_2$  的差值越接近 0,由式(14)可知相机高度  $l$  的计算结果有较高的不稳定性。 $k_1$  与  $l_1$  存在的测量误差会对相机高度  $l$  的计算产生较大影响。第二是图像质量。在相机景深较小时,随着抬升高度  $l_1$  的不断增大,相机所获取的图像清晰度降低,特征点坐标识别误差增大,从而增大相机高度  $l$  的计算误差。

为此需要通过实验寻找最佳的抬升高度  $l_1$ ,以提高相机高度  $l$  的计算精度。实验采用精度等级 0 级的量块抬升棋盘格,通过不同尺寸量块之间的组合将棋盘格抬升 5、9.5、18、23、26.1、29.4、38.1、45.3 mm。在每个抬升高度下均获取 10 组棋盘格图像。通过式(14)计算得到相机高度  $l$ ,取每个抬升高度下相机高度计算结果的均值为最终的相机高度计算结果。

实验利用激光测距仪,将相机高度  $l$  调整到 718 mm。实验结果如表 1 所示。棋盘格抬升高度在 0~18.0 mm 区间中相对误差最高达到了 2.107%;在 18.0~29.4 mm 区间中计算结果相对误差较小,其中抬升高度为 26.1 mm 时相对误差最小。但在 29.4~45.0 mm 区间中相对误差呈逐渐增大的趋势。

表 1 棋盘格不同抬升高度下相机高度计算结果

Table 1 Calculation results of camera height under different lifting heights of chessboard grids

抬升高度/mm	相机高度/mm	相对误差/%
5.0	703.947	1.957
9.5	702.872	2.107
12.0	720.982	0.415
18.0	718.874	0.122
23.0	717.020	0.137
26.1	718.008	0.001
29.4	718.905	0.126
38.1	716.309	0.236
45.0	721.157	0.440

抬升高度  $l_1$  较小时,相机高度  $l$  计算误差主要受  $k_1$ , $k_2$  的差值大小影响;但随着抬升高度  $l_1$  逐渐增大,图像质量变差成为相机高度  $l$  计算误差的主要来源。因此随着抬

升高度  $l_1$  逐渐增大,相机高度  $l$  的计算误差整体变化趋势为先减少后增大。综合考虑下,标定板的抬升高度应控制在 18.0~29.4 mm 范围内。

#### 4.2 标定图像组数对标定精度的影响

本文方法最少两张标定图像即可完成标定计算,以张氏方法为例,标定图像数量不同会对标定精度产生一定影响。因此下面通过实验探讨标定图像组数对本文方法标定精度的影响。

棋盘格抬升高度选为 26.1 mm,实验中标定图像组数分别取 1~15 组,共 15 组。相机内参计算结果如表 2 所示。

表 2 不同图片组数的相机内参计算结果

Table 2 Calculation results of camera intrinsic parameters for different number of image groups

图片组数	$f_u$	$f_v$	$u_0$ /pixel	$v_0$ /pixel
1	6 430.624	6 416.878	2 559.995	2 559.914
2	6 429.975	6 416.681	2 559.973	2 559.908
3	6 429.507	6 416.302	2 559.935	2 559.897
4	6 428.905	6 416.531	2 559.903	2 559.924
5	6 428.765	6 416.736	2 559.884	2 559.930
6	6 428.156	6 417.055	2 559.845	2 559.951
7	6 427.418	6 417.399	2 559.807	2 559.964
8	6 426.261	6 417.368	2 559.739	2 559.962
9	6 425.155	6 417.107	2 559.658	2 559.957
10	6 424.392	6 417.155	2 559.601	2 559.956
11	6 423.564	6 417.117	2 559.532	2 559.945
12	6 423.843	6 416.320	2 559.564	2 559.891
13	6 424.097	6 415.826	2 559.589	2 559.867
14	6 424.358	6 415.865	2 559.605	2 559.866
15	6 424.202	6 415.470	2 559.604	2 559.844

由于相机内外参的实际值不易获取,因此为了验证图像组数对计算结果的影响,通过图像残差均值对标定参数进行精度评测<sup>[19]</sup>,图像残差均值计算式:

$$E_d = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sqrt{(u^* - u)^2 + (v^* - v)^2} \quad (17)$$

式中:( $u$ , $v$ )为原图像中所有特征点的像素坐标。 $(u^*, v^*)$ 为原图像中所有特征点的重投影点坐标。

重投影误差计算结果如图 6 所示,标定图像组数逐渐增多时,重投影误差整体趋势是逐渐降低,在增加到 11 组图像后趋于稳定。当标定图像为 1 组时重投影误差约为 0.83 pixel,已经有较高的精度;标定图像为 11 组时重投影误差约为 0.66 pixel,标定精度进一步提升;标定图像为 15 组时重投影误差约为 0.62 pixel,有一定提升但不明显。因

此标定图像组数选择在 13 组左右即可,但是仅一组标定图像也可以实现较高的标定精度。

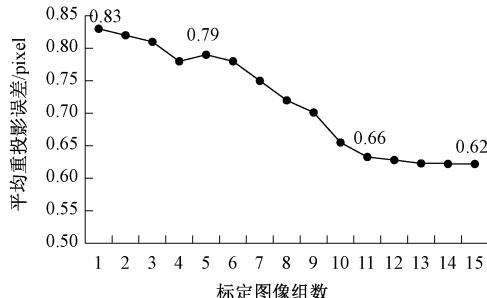


图 6 平均重投影误差随标定图像组数变化曲线

Fig. 6 The curve of average reprojection error changing with the number of calibration image groups

#### 4.3 精度评价实验

为评判所提出标定方法的标定精度和稳定性,下面通过实验将本文方法与张氏方法进行对比,实验采用同一型号的相机且位置固定,光照环境相同,以重投影误差作为精度判别标准。

本文方法与张氏方法分别进行了 10 组独立相机标定实验。本文方法的实验中,棋盘格抬升高度选为 26.1 mm,每组均获取 15 组标定图像;张氏方法的实验中,在棋盘格抬升高度为 26.1 mm 的情况下,每组同样获取 15 组标定图像,但由于张氏方法仅采用相互平行的标定图像会导致算法无解,所以每组再额外增加 5 张从标定板不同方位获取的标定图像。但是如图 7 所示,受相机景深较小的影响,额外增加的棋盘格图像难以避免的出现部分特征点不清晰的问题。

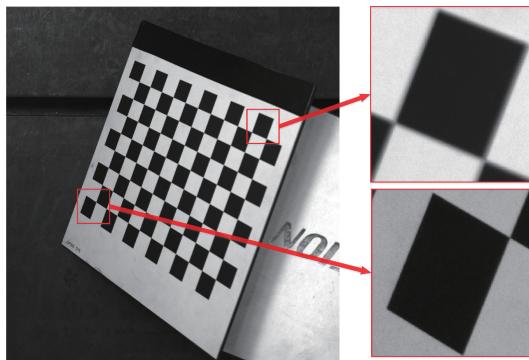


图 7 张氏方法额外获取的标定图像

Fig. 7 Additional calibration images obtained by Zhang's method

实验结果如表 3 所示。在相机景深较小的情况下,受标定图像清晰度的影响,本文方法较张氏方法重投影误差降低了约 33%,且具有更高的稳定性。实验采用相机图像分辨率为 5 120 pixel  $\times$  5 120 pixel,相机视场大小约为 600 mm  $\times$  600 mm,本文方法重投影均方根误差最大为 0.736 pixel,实际标定误差不超过 0.1 mm,具有较高的精度,可以满足实际工业生产精度需求<sup>[20]</sup>。

表 3 平均重投影误差对比

Table 3 Comparison of average reprojection errors

组号	本文方法	张氏方法
1	0.671	0.903
2	0.609	0.804
3	0.600	1.121
4	0.522	0.916
5	0.494	0.825
6	0.468	0.914
7	0.500	0.828
8	0.712	0.766
9	0.562	0.631
10	0.736	0.994
平均值	<b>0.587</b>	<b>0.870</b>
标准差	<b>0.090</b>	<b>0.126</b>

## 5 结 论

本文提出了一种适用于小景深相机的标定算法。与张氏方法相比,本文提出的标定方法在小景深相机应用中具有更高的标定精度和稳定性。不仅能有效避免在获取标定图像时边缘特征点模糊的问题,而且最少仅需两张标定图像就能完成高精度标定,为实际应用中快速、准确地完成小景深相机标定提供了可行方案。

但是该方法在进行相机标定之前,需要校准相机姿态使相机光轴垂直于待标定平面,如果校准误差较大,则会使相机标定精度降低。考虑到实际应用中相机与待标定平面可能无法达到完全垂直的情况,在未来的研究中将进一步探索如何降低相机姿态校准误差对相机标定精度的影响,提高标定算法的精准度。

## 参考文献

- [1] 黄鹏,蔡露,陈彬,等.基于 DCGAN 和改进 YOLOv5s 的钢丝帘布缺陷检测方法[J].电子测量技术,2024,47(3):144-155.  
HUANG P, CAI L, CHEN B, et al. Defect detection method of steel cord based on DCGAN and improved YOLOv5s[J]. Electronic Measurement Technology, 2024,47(3):144-155.
- [2] THERESE H, NICHOLAS S, OLIVER M, et al. Improving photogrammetry instrument performance through camera calibration for precision digital manufacturing[J]. Procedia CIRP,2024,121:91-96.
- [3] 周威,杜馨瑜,薛宪堂,等.高速铁路接触网几何参数立体视觉测量系统[J].光学学报,2023,43(5):127-136.  
ZHOU W, DU X Y, XUE X T, et al. A stereoscopic vision measurement system for geometric parameters of high speed railway contact network[J]. Acta Optica

- Sinica, 2023, 43(5): 127-136.
- [4] LEI J Q, WANG J P, XU G L. A monocular visual single-axis rotation measurement method of multi-rudders based on cooperative targets[J]. Optik, 2023, 291: 171290.
- [5] 黄文文, 彭小红, 李丽圆, 等. 相机标定方法及进展研究综述[J]. 激光与光电子学进展, 2023, 60(16): 9-19.
- HUANG W W, PENG X H, LI L Y, et al. Review of camera calibration methods and their progress [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2023, 60(16): 9-19.
- [6] CHEN Z F, SI X L, WU D, et al. A novel camera calibration method based on known rotations and translations [J]. Computer Vision and Image Understanding, 2024: 103996.
- [7] 王海玲, 何宏, 孙磊. 基于 ROS 机器人手眼自标定研究[J]. 电子测量技术, 2018, 41(23): 6-11.
- WANG H L, HE H, SUN L. Research on robotic self-calibration based on ROS [J]. Electronic Measurement Technology, 2018, 41(23): 6-11.
- [8] DING D L, SUN J H, ZHANG Y J. Camera calibration based on free-placed single right cylindrical target [J]. IEEE Sensors Journal, 2024, 24(2): 1803-1811.
- [9] LIU C X, ZHANG Q, LIANG F L, et al. Effective camera calibration by using phase-shifting fringe patterns [J]. Optics & Laser Technology, 2024, 169: 110084.
- [10] YANG L M, ZHOU F Q, ZHANG W N, et al. A novel camera calibration method based on circle projection model[J]. Measurement, 2023, 222: 113651.
- [11] 杨浩宇, 张尚盈, 肖莉, 等. 自动精确提取圆形标志点中心的相机标定研究[J]. 电子测量技术, 2021, 44(19): 155-160.
- YANG H Y, ZHANG SH Y, XIAO L, et al. Research on camera calibration for automatic and accurate extraction of circular marker center [J]. Electronic Measurement Technology, 2021, 44 (19): 155-160.
- [12] 徐孝彬, 曹晨飞, 张磊, 等. 基于四面体特征的面阵激光雷达与相机标定方法[J]. 光子学报, 2024, 53(7): 176-190.
- XU X B, CAO C F, ZHANG L, et al. A calibration method for area array LiDAR and camera based on tetrahedral features[J]. Acta Photonica Sinica, 2024, 53(7): 176-190.
- [13] 华杨, 黄福珍. 基于改良天鹰优化器的单目相机标定方法[J]. 电子测量技术, 2023, 46(16): 126-137.
- HUA Y, HUANG F ZH. Monocular camera calibration method based on modified aquila optimizer[J]. Electronic Measurement Technology, 2023, 46(16): 126-137.
- [14] ZHANG Z Y. Flexible camera calibration by viewing a plane from unknown orientations[C]. Proceedings of the Seventh IEEE International Conference on Computer Vision, Kerkyra, Greece, 1999, 1: 666-673.
- [15] 韦春州, 郑伟, 罗捷, 等. 视觉测量技术在汽车零部件尺寸检测中的应用[J]. 汽车工艺与材料, 2022(1): 63-67.
- WEI CH ZH, ZHENG W, LUO J, et al. The application of visual measurement technology in size inspection of automotive components[J]. Automobile Technology & Material, 2022(1): 63-67.
- [16] ZHANG Z, KANG J H, SUN Z F, et al. An optimization measurement method of laser sensor based on perspective projection model [J]. Optics Communications, 2022, 506: 127582.
- [17] MA S J, WU G Y, ZHANG J X, et al. A comprehensive error analysis of the planetary roller screw mechanism [J]. Advances in Mechanical Engineering, 2022, 14(5): 8132-8140.
- [18] 李银国, 程诚. 基于非线性样条插值的大广角相机畸变校正方法[J]. 智能系统学报, 2020, 15(6): 1033-1039.
- LI Y G, CHENG CH. Distortion correction method for cameras with wide-angle lens based on nonlinear spline interpolation [J]. CAAI Transactions on Intelligent Systems, 2020, 15(6): 1033-1039.
- [19] 汪首坤, 赵金枝, 姜明, 等. 基于圆形阵列标定板的张氏相机标定法[J]. 北京理工大学学报, 2019, 39 (8): 859-863.
- WANG SH K, ZHAO J ZH, JIANG M, et al. Zhang's camera calibration method based on circular array calibration board[J]. Journal of Beijing Institute of Technology, 2019, 39(8): 859-863.
- [20] 平律. 轮胎成型机精度对轮胎品质的影响[J]. 橡塑技术与装备, 2023, 49(8): 14-16.
- PING L. The influence of tire forming machine accuracy on tire quality [J]. China Rubber/Plastics Technology and Equipment, 2023, 49(8): 14-16.

## 作者简介

黄鹏(通信作者), 副教授, 硕士生导师, 主要研究方向为机器视觉、缺陷检测、新型光学器件。

E-mail: huangpeng@glut.edu.cn

周益航, 硕士研究生, 主要研究方向为机器视觉、视觉测量。

E-mail: 1667624249@qq.com

谢中毅, 硕士研究生, 主要研究方向为机器视觉、缺陷检测、深度学习。

E-mail: 3442649853@qq.com

宋跃, 硕士研究生, 主要研究方向为光学测量原理, 机器视觉。

E-mail: 1028296135@qq.com

何国强, 硕士研究生, 主要研究方向为液体光子器件, 机器视觉。

E-mail: 1481125966@qq.com