DOI:10.19651/j. cnki. emt. 2415992

# 基于 POD-LSTM 的污水处理过程模型预测控制<sup>\*</sup>

#### 马会彪 曽 静

(沈阳化工大学信息工程学院 沈阳 110142)

**摘 要:**为了解决模型预测控制在污水处理等大型非线性系统中求解非线性优化问题时计算成本较高的问题,本文 提出了一种应用于污水处理基准的降阶神经网络模型预测控制算法。首先,针对污水处理中的大规模非线性和强耦 合性系统,采用本征正交分解方法构建出降阶过程模型,降低非线性系统的复杂度。然后,利用长短期记忆网络来近 似降阶之后的系统,从而解决降阶后的系统难以用显式表达的问题。最后,在此降阶系统的基础上设计模型预测控制 器,实现对污水处理的高效控制。实验结果表明,在保证较好控制效果的同时,所提出的降阶神经网络模型预测控制 策略相较于污水处理第一原理模型的模型预测控制策略,计算时间大幅度减少。

关键词:模型预测控制;污水处理;本征正交分解;长短期记忆网络

中图分类号: TP273; TN01 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 510.80

# Model predictive control of sewage treatment process based on POD-LSTM

Ma Huibiao Zeng Jing

(School of Information Engineering, Shenyang University of Chemical Technology, Shenyang 110142, China)

Abstract: In order to solve the problem of high computational cost of model predictive control when solving nonlinear optimization problems in large nonlinear systems such as wastewater treatment, this paper proposes a reduced-order neural network model predictive control algorithm applied to wastewater treatment benchmark. First, for large-scale nonlinear and strongly coupled systems in wastewater treatment, the intrinsic orthogonal decomposition method is used to construct a reduced-order process model to reduce the complexity of the nonlinear system. Then, the long short-term memory network is used to approximate the reduced-order system, thereby solving the problem that the reduced-order system is difficult to express explicitly. Finally, a model predictive controller is designed based on this reduced-order system to achieve efficient control of wastewater treatment. Experimental results show that while ensuring good control effect, the proposed reduced-order neural network model predictive control strategy significantly reduces the computational time compared with the model predictive control strategy of the first principle model of wastewater treatment.

Keywords: MPC; wastewater treatment; proper orthogonal decomposition; long short-term memory network

### 0 引 言

污水处理厂(wastewater treatment plants,WWTP)通 过对城市和工业区的废水进行处理,将其转化为符合排放 标准、水质安全的水体,在环境保护、公共卫生和社会经济 发展等方面具有至关重要的作用<sup>[1]</sup>。而有效的控制是确保 污水处理厂安全运行的可靠关键<sup>[2]</sup>。

传统控制策略 PID 控制由于其易于实现而在污水处 理控制中得到了广泛应用<sup>[3-4]</sup>。然而,这种方法在对复杂的 污水处理过程中难以处理约束问题和缺乏对最优性的考 虑。相比之下模型预测控制(model predictive control, MPC)能够有效应对多变量、多约束的工业过程控制问题<sup>[5]</sup>。例如,Han等<sup>[6]</sup>将MPC用于控制活性污泥处理过程中的溶解氧浓度,通过动态调整网络结构以维持预测精度, 实现了有效的过程控制,提高了溶解氧浓度的准确性和处 理效果,降低了能耗。Cristea等<sup>[7]</sup>将MPC与比例积分导 数控制器进行了比较,结果表明MPC控制策略的性能更 好。经济模型预测控制(economic model predictive control,EMPC)在污水处理过程的应用<sup>[8-9]</sup>提升了出水水 质并降低了经济成本。但是对污水处理的第一基准模型 (BSM1)<sup>[10]</sup>实施MPC和EMPC需要在每一个采样时间构

收稿日期:2024-05-08

<sup>\*</sup>基金项目:国家自然科学基金(61503257)、国家重点研发计划(2018YFB2003704)项目资助

造和求解一个大规模优化问题,需要大量的计算时间。因此,降低控制器的计算负荷和缩短计算时间对于提升效率 至关重要。为解决此问题,专家学者提出一些方法来降低 污水处理过程 MPC 和 EMPC 的计算复杂度。例如,Li 等<sup>[11]</sup>提出了一种基于事件触发的控制策略,通过在满足条 件时更新控制信息,有效降低计算成本并保证系统性能。 Zhang 等<sup>[12]</sup>针对污水处理系统提出了模型分解方法减少 了 EMPC 控制器的计算时间。Wang 等<sup>[13]</sup>提出了变时域 模型预测控制,通过模拟实例验证了该方案在保证系统性 能的情况下使用更少的计算资源和更短的计算时间。

此外,模型近似[14]方法在近年来成为了降低计算成本 的关键策略,用简化的模型来近似复杂的原始系统,从而减 少计算复杂度。神经网络作为这一方法的延伸,利用其强大 的非线性拟合能力和从数据中学习的自适应性,为复杂系统 提供了精确的数据驱动建模[15]解决方案。这种结合了模型 近似和神经网络的方法,不仅优化了计算效率,还增强了模 型对现实世界动态的表征能力。例如,Jeon 等<sup>[16]</sup>通过神经 网络对化学反应器动力学进行建模,并成功应用于控制性能 的优化。Huang 等<sup>[17]</sup>利用与出水质量和总成本指数等相关 状态作为前馈神经网络(feedforward neural network, NN)的 输入和输出,建立污水处理近似模型,在此基础上设计 MPC 控制器。虽然降低了计算成本,但前馈神经网络无法保存过 去的信息,在时序数据方面的建模并不能展现很好的特性, 因此也并未实现较好的控制效果,并且选用作为输入和输出 的状态不能充分代表污水处理系统的主要动力学特性。在 将神经网络应用于大型非线性系统 WWTP 的数据驱动建模 时,可能会面临维数诅咒的限制。而在控制系统中,本征正 交分解(proper orthogonal decomposition, POD)可以在低维 状态空间中近似大型非线性过程的动力学[18-19],同时保留数 据的主导模式或特征<sup>[20]</sup>。POD作为一种常用的数据降维方 法[21],能够有效解决在使用神经网络近似大型非线性系统 时,由于神经元数量、层数,以及训练所需的计算成本,会随 着输入和输出数据的维度呈指数增长的问题。这种方法为 大型非线性系统的控制提供了一种可行且高效的建模策略。

基于以上分析,本文提出了一种应用于 WWTP 基准 的降阶神经网络模型预测控制算法。首先利用本征正交分 解构建 WWTP 降阶过程模型,以降低系统的状态空间维 度;然后利用长短期记忆(long short-term memory network, LSTM)神经网络近似降阶系统的主导动力学,使 用从 WWTP 开环模拟中获得的低维数据来训练网络参 数;最后在此降阶近似模型的基础上设计 MPC 控制器。 比较了不同阶次的近似污水处理过程的模型精度及多步预 测能力,以及近似模型下 MPC 控制性能和评价时间。

#### 1 WWTP 降阶模型

#### 1.1 WWTP 模型描述

基于 BSM1 的 1 号基准模型由一个五室活性污泥反应

器和一个二级沉降器组成,过程示意图如图 1 所示。在生物反应器中,前两个反应室是缺氧室,后三个反应室是有氧室。在该反应过程中,废水在供给流中以流量  $Q_0$ 、浓度  $Z_0$ 进入反应器第一反应室。内部循环流是反应器最后曝气室 流出的一部分,流速为 $Q_a$ 、浓度为 $Z_a$ 。另一部分出水以流 量  $Q_f$ 、浓度  $Z_f$ 进入二级沉降器。外循环流是分离器底流 的一部分,它以流量  $Q_f$ 和浓度  $Z_r$ 反馈到反应器的第一室。 底流的剩余部分即产生的污泥以流量  $Q_w$ 和浓度  $Z_w$ 离开 分离器。净化水以流量  $Q_e$ 和浓度  $Z_e$  通过沉降器顶部溢流 离开工艺。





生物反应器中每个反应室都包含 13 种化合物的浓度。 具体来说,生物反应器中每个反应室的动力学可以根据 13 个状态变量用 13 个常微分方程来描述。二级沉降器有 10 层非活性层,进料层为第 6 层,每层的动力学可以用污泥总 浓度的 8 个常微分方程来描述。总共使用 145 个常微分方 程来描述整个装置的动力学。关于污水处理过程动力学模 型的详细描述可参考文献[10]。

BSM1 可写成如式(1)的紧凑形式:

 $\dot{\boldsymbol{x}} = f(\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{u}(t)) \tag{1}$ 

其中,  $x \in \mathbb{R}^{145}$  是过程状态向量,  $u \in \mathbb{R}^2$  表示 2 个被操纵的输入变量, 即第五生物反应器的氧传递速率  $K_L a_5$  和 再循环流的流量  $Q_a$ 。

#### 1.2 POD 应用于 WWTP

对于描述动态系统为 145 个状态变量的 WWTP 系统,通过 POD 将高维状态空间投影到捕获主要变化模式的低维子空间上,从而得到一个降阶模型,能够准确地捕获 WWTP 的基本动态,并显著降低系统的复杂性。

对于由(1)描述的污水处理非线性系统,通过系统在采 样时间对典型输入轨迹的响应来获得状态轨迹,并构造 1~N时刻的过程状态矩阵 **X**,表示为:

 $\boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}(t_1) & \boldsymbol{x}(t_2) & \boldsymbol{x}(t_3) & \cdots & \boldsymbol{x}(t_N) \end{bmatrix}$ (2)

其中,  $X \in \mathbb{R}^{n \times N}$ 称为流程数据的快照矩阵,由每个采样时间的实际状态组成,*n*表示状态变量的个数,*N*表示采样间隔的个数。为保证足够数量的样本,要求*N*远大于*n*,即*N*  $\gg$  *n*。

对流程数据的快照矩阵 X 进行奇异值分解(singular value decomposition, SVD),可以将 X 分解为 3 个矩阵的

(3)

乘积:

$$oldsymbol{X} = oldsymbol{U} \sum oldsymbol{V}^{ extsf{T}} \in \mathbb{R}^{n imes N}$$

其中, $U \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 和 $V \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 为标准正交向量,分别称 为左奇异向量和右奇异向量。 $\sum = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_n) \in \mathbb{R}^{n \times N}$ 是一个对角矩阵,矩阵的每个对角项称为奇异值。X 的奇异值为非负数,并按降序排列,即 $\sigma_1 \ge \sigma_2 \ge \dots \ge \sigma_n$ 。  $\sigma$ 值越大,代表基向量捕获的数据中存在的信息越重要。

为构造一个降阶模型,选择一个小于状态数 *n* 的正整数*r*,用前*r* 个奇异值 $\sigma_i$ 即从第*r* 行第*r* 列截断 $\Sigma$  得到降阶矩阵 $\sum_r \in \mathbb{R}^{r \times r}$ 。因此,选择*U* 的前*r* 列和*V*<sup>T</sup> 的前*r* 行分别构成矩阵*U*,和*V*<sup>T</sup>。得到一个低维近似系统:

$$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{U} \sum \boldsymbol{V}^{\mathrm{T}} \approx \boldsymbol{U}_{r} \sum \boldsymbol{V}_{r}^{\mathrm{T}}, r \leqslant n$$
(4)

令 $x(t) \approx U_{z}(t), z(t) \in \mathbb{R}^{r}$ ,则降阶系统模型可以表示为:

 $\dot{\boldsymbol{z}}(t) = \boldsymbol{U}_{r}^{\mathrm{T}} f(\boldsymbol{U}_{r} \boldsymbol{z}(t), \boldsymbol{u}(t))$ (5)

其中,z(t)是状态 x(t)在低维空间中的近似,该空间 由 X 的左奇异向量 U 的前 r 项组成, 即  $z(t) = U_r^T x(t)$ 。

#### 2 LSTM 近似 WWTP 降阶模型

POD 技术通常应用于线性系统中,通过降低系统的维数来减少计算成本。然而,对于非线性系统,由约简基 U, 表示的显式 U<sup>\*</sup><sub>r</sub>f(U,z,u) 很难被表示出来。因此,评估降 阶模型可能比评估原始非线性函数 f 需要更多的时间。 为了解决这个问题,采用一种方法来加速非线性系统(1)的 降阶模型的演化。该方法采用 LSTM 神经网络来拟合降 阶模型,从而减少了计算时间。构建 POD-LSTM 模型主 要包括数据集的生成与处理,模型框架的规范和训练过程。

### 2.1 LSTM 神经网络

LSTM 是一种特殊的循环神经网络(recurrent neural network, RNN)架构,旨在解决传统 RNN 在处理长序列时容易出现的梯度消失或梯度爆炸问题。LSTM 的内部结构如图 2 所示,相对于前馈神经网络,LSTM 最大的优势在于其前一个时间步的输出会被输入到下一个时间步的输入中,即 LSTM 当前的输出是由当前的输入和历史输入输出综合而来的结果,因此具有"记忆性"<sup>[22]</sup>。这种特性使得LSTM 能够更好地处理污水处理系统中的时序数据和复杂非线性关系,从而提升模型的预测精度和控制效果。

在 k 时刻, 单元状态  $C_k$  受到上一时刻的单元状态  $C_{k-1}$ , 遗忘门  $f_k$  和新信息的影响, 如式(6)所示:

$$\boldsymbol{C}_{k} = \boldsymbol{f}_{k} \otimes \boldsymbol{C}_{k-1} + \boldsymbol{i}_{k} \otimes \tilde{\boldsymbol{C}}_{k}$$

$$\tag{6}$$

其中,  $f_k$ 和 $i_k$ 的计算公式如式(7)和(8)所示,  $i_k \otimes \tilde{C}_k$ 表示待更新的信息。

$$\boldsymbol{f}_{k} = \sigma \left( \boldsymbol{\omega}_{f} \boldsymbol{m}_{k} + \boldsymbol{U}_{f} \boldsymbol{h}_{k-1} + \boldsymbol{b}_{f} \right)$$
(7)

$$\mathbf{i}_{k} = \sigma \left( \mathbf{\omega}_{i} \mathbf{m}_{k} + \mathbf{U}_{i} \mathbf{h}_{k-1} + \mathbf{b}_{i} \right)$$
(8)

 $C_k$  经过 tanh 函数处理后与输出门  $o_k$  的信息逐点相



Fig. 2 LSTM internal structure diagram

乘,最终得到输出 $h_k$ ,如公式(9)所示。

$$\boldsymbol{p}_{k} = \sigma \left( \boldsymbol{\omega}_{o} \boldsymbol{m}_{k} + \boldsymbol{U}_{o} \boldsymbol{h}_{k-1} + \boldsymbol{b}_{o} \right)$$
(10)

因此,k时刻单元的输出 $h_k$ 是由当前时刻的输入 $m_k$ , 前一时刻单元的输出 $h_{k-1}$ 以及k时刻的单元状态 $C_k$ 三者 共同决定的,在单元之后的输出中,包含了上一时刻的输入 输出信息,从而实现了其"记忆性"的功能。

其中, $\omega_i$ 、 $\omega_f$ 、 $\omega_o$ 分别是输入门、遗忘门和输出门的权 值矩阵; $U_i$ 、 $U_f$ 、 $U_o$ 分别是输入门、遗忘门和输出门到隐藏 状态的权重矩阵; $b_i$ 、 $b_f$ 、 $b_o$ 是与输入门、遗忘门和输出门 相关的偏置向量。

#### 2.2 训练 POD-LSTM 近似模型

伪随机二进制信号(pseudo-random binary sequence, PRBS)是非线性系统识别中常用的激励信号。在训练模型前,首先对两个操控输入 $K_{L}a_{s}$ 和 $Q_{a}$ 设计 PRBS 信号,将其应用于离散化污水处理第一原理 ODE 方程,来获取 WWTP 获取的快照矩阵,通过 POD 中的奇异值分解得到的最简基 $U_{r}$ ,通过与产生快照矩阵不同的 PRBS 输入信号,进行开环仿真得到污水处理过程的开环动态响应,得到不同时刻的状态值作为开环数据来进行降阶处理,得到小于原模型阶数的降阶数据集;最后对生成的开环降阶数据集,使用式(11)进行归一化处理。

$$x_{norm} = (x - x_{min}) / (x_{max} - x_{min})$$
 (11)

其中, *x*<sub>norm</sub> 是归一化后的值, *x* 是原始值, *x*<sub>min</sub> 是特征 在数据集中的最小值, *x*<sub>max</sub> 是特征在数据集中的最大值。 将归一化处理后的数据划分为训练集,验证集,测试集。采 用滑动窗口法进行数据处理,具体过程如图 3 所示。

选择一个固定值作为窗口的长度,即预测过程所要参考的历史数据的个数,将滑动窗口内的历史数据输入模型, 得到窗口下一时间节点的预测值,后将窗口沿时间方向滑动,以窗口内的最后一个数据作为先前的预测值,再次输入 模型,得到再下一时间节点的预测值。滑动窗口法充分利 用了历史数据的信息,通过不断滑动窗口来更新模型的输入,从而逐步生成未来的预测值。

将数据集中  $(T_1, T_2, T_3, \dots, T_K)$  过去 K 个时间步的



Fig. 3 Sliding window diagram

输入和输出的数据作为特征,未来1个时间步(T<sub>K+1</sub>)的输 出数据作为标签,使之作为LSTM神经网络训练的一个样 本,并基于此原则得到多组训练样本。

使用 TensorFlow 深度学习库对长短时记忆网络 (LSTM)模型进行训练。实验中,通过调整网络的层数、 LSTM 单元数以及激活函数,以确定最佳配置。训练过程 中采用了均方误差损失函数,用于衡量训练数据集中预测 状态与实际状态之间的差异。优化问题通过自适应矩估计 算法(adaptive moment estimation, Adam)进行最小化,以 减小建模误差。性能评估指标选择了均方根误差(root mean squared error, RMSE),用于评估模型的准确性和精 度。RMSE 通过计算观测值与预测值之间的差异来衡量模 型的性能,数值越小表示模型的拟合效果越好。

# 3 基于 POD-LSTM 的 MPC 控制器设计

在 MPC 中,控制动作是通过在每个采样时刻在线求 解有限时间最优控制问题来获得的,其中初始状态是系统 的当前状态。优化产生有限控制序列,其中第一个控制动 作应用于系统。因此,MPC 与传统控制不同,传统控制中 控制律是预先计算的,MPC 实施隐式控制策略。在给定预 测范围的条件下,MPC 被描述为一个在线优化算法,受系 统动力学、系统状态和控制输入的约束,MPC 控制器设计 为将两个输出跟踪一个最佳稳态点,两个输出为第一反应 室和第二反应室中缓慢可生物降解和可溶性底物,表示为 XS<sub>1</sub>和 XS<sub>2</sub>。跟踪一个最佳稳态工作点(y, u, )在特定采 样时间t<sub>i</sub>下的跟踪 MPC 表述为如下优化:

$$\min_{\boldsymbol{u}(t)\in s(\Delta)} \sum_{j=i}^{1} (|\boldsymbol{y}(t_j | t_i) - \boldsymbol{y}_s|_{\boldsymbol{\varrho}}^2 + |\boldsymbol{u}(t_j | t_i) - \boldsymbol{u}_s|_{\boldsymbol{R}}^2) +$$

 $\left| \mathbf{y}(t_{i+N} \mid t_i) - \mathbf{y}_s \right|_P^2$ (12)

 $\hat{\boldsymbol{z}}(t) = f_{LSTM}(\boldsymbol{u}(t), \boldsymbol{z}(t))$ (13)

 $\mathbf{y}(t) = h(\mathbf{U}_r \hat{\mathbf{z}}(t)) \tag{14}$ 

$$\boldsymbol{z}(t_i) = \bar{\boldsymbol{z}}(t_i) \tag{15}$$

)

$$\boldsymbol{u}(t) \in \boldsymbol{U} \tag{16}$$

式(12)为目标函数,其中,N为有限正整数代表的是预

测时域,  $s(\Delta)$  是采样时间为 $\Delta$  的连续分段函数族,  $y(t | t_i)$ 和 $u(t | t_i)$  表示变量在当前时间 $t_i$  对未来时间t 的预测。 Q 是输出偏差的加权矩阵, R 是输入偏差加权矩阵, P 是终端输出偏差的加权矩阵, Q 的权重越大, 越倾向于状态的 跟踪, 而 R 的权重越大, 越强调控制变化。式(13)和 式(14)是 LSTM 模型的预测,  $\bar{z}(t_i)$  是由 MPC 优化算法计 算出最优控制输入后代入第一原理微分方程得到状态轨迹 并通过降阶基得到的降阶状态轨迹, 式(15)是时刻 $t_i$  初始 条件值,式(16)是在解决优化问题时在整个预测区间内需 要满足的输入约束。

# 4 实验仿真

为实现模型阶数约简,采用输入向量  $u(k) = [K_L a_5, Q_a]$ 的 PRBS 信号对 WWTP 进行激励。WWTP 的动态模型以 30 min 的采样间隔进行离散化,其中  $K_L a_5$  的数值为 19 d<sup>-1</sup> 或 237 d<sup>-1</sup>,  $Q_a$  的数值为 6 567 m<sup>3</sup>/d 或 91 938 m<sup>3</sup>/d, 为减少数值误差,对 2 个操控输入实行稳态缩放。其中 WWTP 中使用的 PRBS 信号部分如图 4 所示。





Fig. 4 Two input signals that generate the system state trajectory

为 POD 降阶采取 4 000 个数据点以构建快照矩阵 X, 即  $X \in \mathbb{R}^{145 \times 4 000}$  满足条件  $N \gg n$ 。

对快照矩阵 X 进行 SVD 分解,得到矩阵中奇异值的 变化情况。奇异值按大小排序如图 5 所示,其中较大的奇 异值对应的基向量捕获的数据信息较为重要。从图 5 中可 以观察到 X 的奇异值在第 30 个之后并没有显著的变化。 因此,在后续实验中,选择了 r=25、30、35 三个不同的阶次 作为降维控制系统中最相关的基向量。

通过与产生快照矩阵不同输入轨迹的 PRBS 信号,将 其应用于离散化污水处理第一原理 ODE 方程,通过污水处 理反应器的各状态的初始值,以及设计的 PRBS 信号,来进 行开环仿真得到污水处理过程的开环动态响应;为 WWTP 过程生成 10 000 个数据约为 208 个模拟日的数据集。训 练数据集的样本部分如图 6 所示,给出了第一反应室中缓 慢可生物降解和可溶性底物 XS<sub>1</sub> 的开环响应曲线。将得到 的开环数据集通过  $z(t) = U_t^T x(t) (r = 25, 30, 35)得到降$ 

• 84 •



Fig. 5 Schematic diagram of singular value changes

阶数据集,将数据集通过式(11)归一化处理后,按照(7: 2:1)的比例来划分为训练集、验证集、测试集,对划分后的 数据集使用滑动窗口处理,通过实验确定 K = 10,通过滑 动窗口处理降阶数据为过去 10 个时间步的数据为训练 LSTM 模型样本的特征,未来一个时间步的数据作为训练 LSTM 模型样本的标签,LSTM 神经网络模型输入到输出 的映射为 $R^{10\times(r+2)} \rightarrow R^r$ 。



根据不同的阶次得到的降阶数据集,通过归一化和滑 动窗口处理后,得到不同阶次的数据集。针对不同阶次的 数据集对 LSTM 近似模型进行了训练,并对比了从阶次 r=25 到阶次 r=45 的近似模型的均方根误差的变化,如 图 7 所示。从图中可以观察到,随着阶次 r 的增加,近似降 阶模型的均方根误差呈现减小趋势,即模型的拟合程度随 着阶数的增加而提高。其中 25、30 和 35 阶次的近似模型 的均方根误差具体数值如表1所示。

通过实验验证了不同阶次降阶模型的多步预测能力, 图 8 则呈现了(25,30,35 阶)LSTM 近似降阶模型进行多 步超前预测的结果。

在多步预测过程中,通过比较实际轨迹和模型预测结 果,其中红色表示实际状态轨迹,而黑色、黄色和蓝色分别 代表 25 阶、30 阶和 35 阶的多步预测。可以观察到,3 个不 同阶次的降阶模型在多步预测结果上与实际状态较为吻



不同阶次近似模型均方根误差 表 1

Table 1 Root mean square error of different order approximation models

不同阶次降阶模型	RMSE
POD25	0.037 34
POD30	0.036 87
POD35	0.035 28



Fig. 8 Schematic diagram of multi-step predictions of different orders

合,表现良好。图中的一部分预测轨迹被放大,顶部显示了 在局部最小值处的预测性能。在这些局部最小值处,可以 清晰地看到,35阶的降阶模型相对于其他两个阶次表现出 更好的预测能力。虽然该框架在捕获局部极值时存在一些 偏差,但整体拟合效果良好。结果表明,降阶模型对于多步 超前预测具有相对准确的拟合,能够在较长时间范围内保 持良好的预测性能。

在恒定进水数据下,在3个不同阶次的近似模型下设 计 MPC 控制器并对比了第一原理模型的 MPC 策略以及 前馈神经网络近似污水处理系统模型的 MPC 策略<sup>[17]</sup>。在 MPC 仿真中, 预测时域设为 6 即  $N_t = 6$ , 采样时间为 30 min,仿真总步长  $N_{sim}$  =36,输出的设定值定义为  $XS_1$  = 96.7 gCOD·m<sup>-3</sup>和  $XS_2$  =88.2 gCOD·m<sup>-3</sup>,输入的约束为: 0 《  $Q_a$  《  $5Q_{0.stable}$  [  $m^3 \cdot d^{-1}$  ]; 0 《  $K_La_5$  《 240 [  $d^{-1}$  ],其中  $Q_{0.stable}$  =18 446  $m^3/d_{\circ}$  权重参数定义为 Q = diag([100, 100]), R = diag([100,100]), P = diag([900,900])。采用 平均绝对百分比误差(mean absolute percentage error, MAPE)和平均绝对误差(mean absolute error, MAE)来评 估控制性能,其表达式如下:

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{N} \frac{|y_i - \hat{y}_i|}{|y_i|} \times 100$$
(17)

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{N} |y_i - \hat{y}_i|$$
(18)

其中,n 是样本个数, $y_i$  实际输出, $\hat{y}_i$  为设定值。越小的 MAPE 和 MAE 代表控制性能越好。

在这 5 种模型上设计 MPC 控制器进行仿真模拟, XS<sub>1</sub> 的输出响应结果如图 9 所示。图 10 给出了模拟仿真 10 个 小时操纵输入  $K_L$ a<sub>5</sub> 的最优控制策略。



Fig. 9  $XS_1$  output response diagram





在图 9 中,通过对比发现,相对于基于第一原理的模型,3 个降阶模型均表现出了良好跟踪性能。具体而言,35 阶降阶模型在设定点跟踪方面表现出了较佳的性能和更快的响应速度,30 阶模型相对于其他 2 个模型存在一定程度

的超调,但在设定点跟踪方面仍然表现出了良好的效果,而 25 阶模型在后续跟踪方面也展现了良好的性能。前馈神 经网络(NN)在设定点跟踪上略有偏差,这种偏差主要源于 近似模型在后续多步预测中的误差积累,从而导致控制性 能的下降。表 2 归纳了控制性能比较的结果。从表中可以 看出随着模型阶次的增加,输出响应与设定点之间的 MAPE 和 MAE 逐渐降低,这表明随着阶次的增加,模型的 控制效果也逐渐提高。这说明在降阶模型中,阶次越高,所 包含的非线性系统信息也就越充分,展现出的控制效果也 相应越好。对比 NN, 35 阶次展现出更小的 MAPE 和 MAE,体现出较好的控制效果。图 10 展现了降阶模型与 第一原理模型在 MPC 控制下的最优控制策略,通过对比 3 个降阶近似模型都能够较好的跟踪设定点,对于神经网络 (NN)最优控制策略在 8~10 h 的时间段内,在设定点跟踪 方面表现出轻微的偏差,这种偏差主要源于近似模型在后 续多步预测中的误差积累,以及在设计模型预测控制 (MPC)器时,更注重对输出设定点的跟踪优化。

表 2 控制性能比较 Table 2 Control performance comparison

	-	-
近似模型	MAPE	MAE
POD25	0.775 4	0.733 0
POD30	0.759 1	0.718 5
POD35	0.368 9	0.346 0
Original	0.218 2	0.201 4
NN	0.636 9	0.606 4

表 3 提供了第一原理模型和近似模型的计算时间的总 成本指数和平均计算成本指数,从表中可以观察,随着阶次 的升高,3 个降阶模型所需的计算成本也相应升高,但相对 于第一原理模型的计算成本有所减少,通过计算 25、30、35 三个阶次的计算成本相对于第一原理模型的计算成本分别 能够减少 45%、35%、16%。但相对于 NN 的计算成本分别 能够减少 45%、35%、16%。但相对于 NN 的计算成本分别 能够减少 45%、35%、16%。但相对于 NN 的计算成本分别 的提升,这是由于 LSTM 内部的门控单元相对于前馈神经 网络具有更为复杂的结构。此外,在进行多步预测时,前馈 神经网络一次性进行多步预测,而 LSTM 则将上一个时刻 的预测作为当前的条件进行多次循环,因此,LSTM 的平均 计算成本相对于前馈神经网络(NN)的计算成本较高。但 总体而言,随着降阶阶次的升高,降阶 LSTM 在跟踪控制 效果上优于前馈神经网络。

表 3 计算成本

	Table 3   Computing costs		s
近似模型	平均时间	总时间	
POD25	11.48	413.41	
POD30	13.44	484.05	
POD35	17.40	626.625	
Original	20.91	753.05	
NN	8.62	310.32	

## 5 结 论

针对 MPC 在 WWTP 等大型非线性系统中求解非线 性优化问题时计算成本较高的问题,本文研究了降阶神经 网络的污水处理过程模型预测控制。首先利用 POD 构造 降阶过程模型,然后用 LSTM 神经网络捕获降阶系统主导 动力学,从而降低系统复杂性,最后在此降阶模型的基础上 设计 MPC 控制器。实验结果表明,所提出的 POD-LSTM-MPC 策略相对于污水处理过程的第一原理模型的 MPC 策 略能够减少 16%~45%的计算成本,且与前馈神经网络相 比,展现了更优的控制性能。未来,将在确保 LSTM 模型 计算效率的前提下简化其结构,以解决模型复杂度增加带 来的计算负担问题。

#### 参考文献

 [1] 崔晗,王玉亭,李华杰,等.城镇污水处理过程的多角 度综合评价研究进展[J].过程工程学报,2024, 24(1):1-16.

> CUI H, WANG Y T, LI H J, et al. Research progress on multi-objective comprehensive evaluation of urban wastewater treatment processes [J]. The Chinese Journal of Process Engineering, 2024, 24(1): 1-16.

[2] 苏尹,杨翠丽,乔俊飞.基于自组织递归小波神经网络的污水处理过程多变量控制[J].自动化学报, 2024,50(6):1199-1209.

SU Y, YANG C L, QIAO J F. Multivariate control of wastewater treatment process based on self-organized recurrent wavelet neural network[J]. Acta Automatica Sinica, 2024, 50(6): 1199-1209.

[3] 卢薇. 污水处理过程多变量优化控制方法研究[J]. 控制工程, 2021, 28(2): 258-265.

LU W. Research on multivariable optimization control methods for wastewater treatment processes [J]. Control Engineering, 2021, 28(2): 258-265.

- [4] DU SH L, YAN Q SH, QIAO J F. Event-triggered PID control for wastewater treatment plants [J]. Journal of Water Process Engineering, 2020, 38: 101659.
- [5] 杜胜利,张庆达,曹博琦,等.城市污水处理过程模型
   预测控制研究综述[J].信息与控制,2022,51(1):
   41-53.

DU SH L, ZHANG Q D, CAO B Q, et al. A review of model predictive control for urban wastewater treatment process[J]. Information and Control, 2022, 51(1): 41-53.

[6] HAN H G, QIAO J F, CHEN Q L. Model predictive control of dissolved oxygen concentration based on a

self-organizing RBF neural network [J]. Control Engineering Practice, 2012, 20(4): 465-476.

- [7] CRISTEA V M, POP C, AGACHI P S. Model predictive control of the waste water treatment plant based on the benchmark simulation model No. 1-BSM1[M]. Computer Aided Chemical Engineering, 2008, 25: 441-446.
- ZENG J, LIU J. Economic model predictive control of wastewater treatment processes [J]. Industrial &. Engineering Chemistry Research, 2015, 54 (21): 5710-5721.
- [9] 曾静,白慧文.基于 EKF 的污水处理过程经济模型预测控制 [J]. 沈阳大学学报(自然科学版),2023, 35(2):141-150.
  ZENG J, BAI H W. Economic model predictive control for wastewater treatment process based on EKF[J]. Journal of Shenyang University: Natural Science Edition, 2023, 35(2):141-150.
- [10] ALEX J, BENEDETTI L, COPP J B, et al. Benchmark simulation model no. 1 (BSM1) [J]. Report by the IWA Taskgroup on Benchmarking of Control Strategies for WWTPs, 2008, 1.
- [11] LI G T, ZENG J, LIU J F. Effluent quality-aware event-triggered model predictive control for wastewater treatment plants[J]. Mathematics, 2023, 11(18): 3912.
- [12] ZHANG AN, YIN X Y, LIU S, et al. Distributed economic model predictive control of wastewater treatment plants[J]. Chemical Engineering Research and Design, 2019, 141: 144-155.
- [13] WANG P B, REN X M, ZHENG D D. Robust nonlinear MPC with variable prediction horizon: An adaptive event-triggered approach [ J ]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2022, 68 (6): 3806-3813.
- [14] KATZ J, BURNAK B, PISTIKOPOULOS E N. The impact of model approximation in multiparametric model predictive control [J]. Chemical Engineering Research and Design, 2018, 139: 211-223.
- [15] 邢红涛,郭江龙,刘书安,等. 基于 CNN-LSTM 混合 神经网络模型的 NO\_x 排放预测[J]. 电子测量技术, 2022,45(2):98-103.
   XING H T, GUO J L, LIU SH AN, et al. NO\_x

emission prediction based on CNN-LSTM hybrid neural network model [J]. Electronic Measurement Technology, 2022, 45(2): 98-103.

[16] JEON P R, HONG M S, BRAATZ R D. Compact neural network modeling of nonlinear dynamical systems via the standard nonlinear operator form[J]. Computers & Chemical Engineering, 2022, 159: 107674.

- 第 47 卷
- [17] HUANG ZH Y N, LIU Q Y, LIU J F, et al. A comparative study of model approximation methods applied to economic MPC[J]. The Canadian Journal of Chemical Engineering, 2022, 100(8): 1676-1702.
- [18] XIE W, BONIS I, THEODOROPOULOS C. Off-line model reduction for on-line linear MPC of nonlinear large-scale distributed systems [J]. Computers & Chemical Engineering, 2011, 35(5): 750-757.
- [19] ZHANG AN, LIU J F. Economic MPC of wastewater treatment plants based on model reduction [J]. Processes, 2019, 7(10): 682.
- [20] YIN X Y, LIU J F. State estimation of wastewater treatment plants based on model approximation [J]. Computers & Chemical Engineering, 2018, 111: 79-91.
- [21] 姜岚,李远,智李,等. 基于 POD-RBF 代理模型和特 征点 KNN 校正的电力舱温度反演方法[J]. 电子测量 技术,2023,46(24):68-76.

JIANG L, LI Y, ZHI L, et al. Power cabin

temperature inversion method based on POD-RBF surrogate model and feature point KNN correction[J]. Electronic Measurement Technology, 2023, 46(24): 68-76.

[22] 刘建军,赵旭,张卫东,等.基于 CNN(1D)-LSTM 模型的电站锅炉 SCR 入口 NOx 浓度预测[J].电子测量技术,2023,46(13):59-65.
LIU J J, ZHAO X, ZHANG W D, et al. Prediction of NOx concentration at the SCR inlet of power station boilers based on CNN (1D)-LSTM model [J]. Electronic Measurement Technology, 2023, 46(13): 59-65.

#### 作者简介

**马会彪**,硕士研究生,主要研究方向为模型预测控制,深 度学习。

E-mail: 2224138550@qq.com

曾静(通信作者),副教授,博士,主要研究方向为分布式 模型预测控制,经济模型预测控制,非线性系统状态估计等。 E-mail:zengjing@syuct.edu.cn