

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2415863

# 基于自适应因子图的车载 GNSS/INS 组合导航方法<sup>\*</sup>

赵海林<sup>1</sup> 刘福朝<sup>1,2</sup> 刘 宁<sup>1,2</sup> 赵 辉<sup>1,2</sup> 王桂奇<sup>1</sup>

(1. 北京信息科技大学自动化学院 北京 100192; 2. 北京信息科技大学高动态导航技术北京市重点实验室 北京 100101)

**摘要:** 针对短时遮蔽空间环境下,车载卫星导航系统多路径效应与信号衰减严重、粗差与周跳发生频繁,导致组合导航精度和鲁棒性降低的问题,提出了一种基于自适应因子图的车载 GNSS/INS 组合导航方法。首先构建 GNSS/INS 因子图模型,以 INS 为导航主系统,用 GNSS 因子对 INS 进行辅助修正,再根据 GNSS 测量的残差设计权重函数,进行自适应调整 GNSS 因子所占的权重,可有效抑制 GNSS 传感器随环境变化造成的发散误差,进而降低因 GNSS 定位误差过大对组合导航精度和鲁棒性的影响。最后通过搭载跑车实验进行对比验证,与传统基于因子图的组合导航方法相比,自适应因子图组合导航方法的定位均方根误差和最大误差分别降低了 70.01% 和 55.31%。结果表明,所提方法定位精度更高、鲁棒性更好。

**关键词:** 组合导航;因子图;权重函数;自适应

中图分类号: TN967.2 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 420.10

## Integrated navigation method for vehicle GNSS/INS based on adaptive factor graph

Zhao Hailin<sup>1</sup> Liu Fuchao<sup>1,2</sup> Liu Ning<sup>1,2</sup> Zhao Hui<sup>1,2</sup> Wang Guiqi<sup>1</sup>

(1. School of Automation, Beijing Information Science &amp; Technology University, Beijing 100192, China; 2. Beijing Key Laboratory of High Dynamic Navigation Technology, University of Beijing Information Science &amp; Technology, Beijing 100101, China)

**Abstract:** In response to the significant challenges posed by multipath effects, signal attenuation, and frequent occurrences of gross errors and cycle slips in short-term occluded environments, which diminish the accuracy and robustness of vehicular satellite navigation systems, this paper proposes an integrated navigation method for vehicle GNSS/INS based on adaptive factor graph. Initially, a GNSS/INS factor graph model is established, utilizing INS as the primary navigation system, supplemented by GNSS factors for corrective adjustments based on GNSS measurement residuals. This design allows for adaptive adjustments to the weights of GNSS factors, effectively mitigating divergence errors caused by environmental changes and subsequently reducing the impact of excessive GNSS positioning errors on the combined navigation's accuracy and robustness. The method was empirically validated using a racing car experiment, which demonstrated that the adaptive factor graph-based method significantly reduced the root mean square error and maximum error by 70.01% and 55.31%, respectively, compared to conventional factor graph-based methods. The results confirm that the proposed method enhances positioning accuracy and robustness.

**Keywords:** integrated navigation; factor graph; weight function; adaptive

## 0 引言

近年来,随着导航定位的快速发展,全球导航卫星系统(global navigation satellite system,GNSS)和惯性导航系统(inertial navigation system,INS)已经成为导航定位领域中主要的技术手段,例如在行人导航、汽车导航、无人机导航等领域,此技术得到广泛应用。现阶段,单一的卫星导

航或惯性导航都存在一定的缺陷,如惯性导航随定位时间增加而出现误差积累,导致定位精度降低,无法满足长时间定位的需求。在城市、峡谷、隧道等一些复杂环境下,卫星导航的信号接收容易受到干扰甚至中断,很难满足人们对复杂环境下的定位精度和稳定性要求。为了提高导航系统的定位精度和可靠性,常采用组合导航的方法,以弥补单一导航系统中存在的不足。由于 GNSS 和 INS 具有

收稿日期:2024-04-17

\* 基金项目:北京市自然科学基金(4244091)、北京市教委科技一般项目(KM202311232015)资助

较好的互补特性, 惯性导航系统能够在短时间内提供较高精度的导航定位信息, 而卫星导航系统能够长期且稳定地提供定位信息, 因此两者组合可实现精度更高且稳定性更好的导航定位系统。GNSS 和 INS 组合导航以惯性导航为主, 同时利用卫星导航信息进行辅助修正, 抑制惯性导航的误差, 融合两种导航系统传感器数据实现高精度导航。

组合导航面对不同导航系统的传感器数据信息需要进行数据融合。目前, 许多常用的组合导航算法都是基于卡尔曼滤波进行多源信息融合。早期提出的卡尔曼滤波(kalman filter, KF)要求系统模型必须是线性的<sup>[1]</sup>, 且测量噪声服从高斯分布。为了适用于非线性系统, 提出扩展卡尔曼滤波(extracted kalman filter, EKF)<sup>[2-3]</sup>和无迹卡尔曼滤波(unscattered kalman filter, UKF)<sup>[4-5]</sup>, EKF 通过对非线性函数进行泰勒级数展开来近似非线性系统, 由于泰勒级数展开的一阶近似, 理论上只能保证局部点收敛, 因此 EKF 可能在估计过程中产生较大误差。UKF 是用高斯分布来逼近无法求导的高阶项, 与 EKF 相比, UKF 没有线性化忽略高阶项, 不用计算雅克比矩阵非线性函数进行变换, 可以减小估计误差。虽然滤波算法在导航领域有较多应用, 但在处理传感器输出异常值或噪声大的情况下表现较差。而因子图方法通常具有更好的异常值处理能力, 面对复杂环境中的传感器输出异常的问题, 可以通过合适的噪声模型更好地处理异常值。近年来, 关于因子图在组合导航的应用逐渐增多。文献[6]从理论上分析了基于因子图的方法性能优越的原因, 并将其与 EKF 定位方法进行比较, 结果表明因子图方法的定位性能更优。在耦合方式上, 文献[7-10]均采用了紧耦合多源组合导航, 整体的导航定位效果优于松耦合组合导航, 但计算量也随之增大且组合框架复杂。在应用场景方面, 文献[11]、文献[12]提出了基于因子图室内和室外行人导航定位, 文献[13]提出基于因子图列车定位, 文献[14]提出船用导航信息融合, 且与常见的滤波融合方法进行了比较, 结果表明因子图融合方法定位精度更高。文献[15]做了关于车辆定位的因子图优化方法研究, 但仅在人工噪声数据上进行演示, 缺少真实的数据验证。

在复杂城市环境中, 当面临高楼、立交桥等环境时, 可能会导致 GNSS 信号接收受到干扰或被抑制而出现异常观测值, 最终导致 GNSS/INS 组合导航定位精度降低。针对 GNSS/INS 组合导航在 GNSS 信号受到干扰时导航精度和稳定性不够等问题, 文献[16]采用激光雷达在 GNSS 具有挑战性的环境中环境中进行测量补偿, 以保证组合导航系统的准确性和连续性。文献[17]通过视觉相机提高 GNSS 退化环境中导航性能。但添加视觉相加或激光雷达会显著增加整个导航系统的成本, 而且相机和雷达生成的数据量通常非常大, 整合和同步 3 种不同来源的数据也需要更复杂的算法和更高的计算能力。文献[18]采用零速修正

(zero velocity update, ZUPT) 辅助 GNSS/INS 组合导航系统, 但 ZUPT 的应用受限于车辆必须周期性地停止移动, 这在高动态或连续移动的场景中难以实现。此外, ZUPT 假设是在静止时所有运动应该停止, 但实际应用中由于传感器噪声和环境因素的影响, 这一假设可能并不总是准确, 从而影响导航精度。本文提出一种基于自适应因子图的车载 GNSS/INS 组合导航方法。无需添加额外的传感器, 且不受车辆的运动状态限制。首先根据因子图理论, 将传感器量测信息抽象为相应的因子节点, 位姿状态信息为变量节点, 再利用 GNSS 测量残差设计自适应权重函数, 根据残差变化动态调整 GNSS 权重, 最后建立自适应因子图的车载 GNSS/INS 组合导航系统模型, 并求解定位状态信息的最优估计值。

## 1 因子图理论

因子图是一种用于表示概率图模型的图形结构, 描述随机概率关系, 联合概率密度函数通常可以被分解为一系列因子的乘积, 其中每个因子都是一个更小范围内的概率密度。因子图通常由变量节点和因子组成, 节点之间用无向边连接。导航系统对应的最优导航解的为计算出的后验概率, 可以分解为一系列概率模型的乘积。

$$P(x_k | z_k) = \frac{P(z_k | x_k)P(x_k | x_{k-1})}{P(z_k)} P(x_{k-1} | z_{k-1}) = \\ P(x_0) \prod_{i=1}^k \frac{P(z_i | x_i)P(x_i | x_{i-1})}{P(z_i)} \quad (1)$$

式中:  $x_k$  为  $k$  时刻系统状态变量;  $z_k$  为  $k$  时刻传感器的测量值;  $P(x_0)$  为初始状态变量的概率分布;  $P(x_k | z_k)$  为观测量的概率密度;  $P(z_k)$  为  $k$  时刻测量值的概率分布。组合导航的联合概率分布函数可表示为:

$$P(x_k | z_k) = P(x_0) \prod_{i=1}^k [P(x_i | x_{i-1}, \alpha_{i-1}, z_i^{imu}) \\ P(\alpha_i | \alpha_{i-1}) \prod P(z_i^{gnss} | x_i)] \quad (2)$$

式中:  $P(x_i | x_{i-1}, \alpha_{i-1}, z_i^{imu})$  为惯性测量单元(inertial measurement unit, IMU) 测量值的概率分布;  $P(\alpha_i | \alpha_{i-1})$  为 IMU 的误差概率分布;  $P(z_i^{gnss} | x_i)$  为 GNSS 测量值的概率分布。在给定观测值  $Z$  的情况下, 对未知状态变量  $X$  的最大化后验状态估计表示为:

$$X^{map} = \operatorname{argmax}_X l(X; Z) P(X) \quad (3)$$

$$l(X; Z) \propto P(X | Z) \quad (4)$$

式中:  $l(X; Z)$  为给定观测值  $Z$  的情况下状态量  $X$  的似然估计, 与  $P(X | Z)$  成正比。而最大后验概率可归结为所有最大化因子势能的乘积, 表示为:

$$X^{map} = \operatorname{argmax}_X \prod_i f_i(X_i) \quad (5)$$

式中:  $f_i(X_i)$  为因子节点。为了对因子图中变量进行非线性优化, 最大后验就可以转化为最小化非线性最小二乘的和, 表示为:

$$\begin{aligned} X^{map} = \operatorname{argmin}_X & \left\{ -\log \prod_i f_i(X_i) \right\} = \\ \operatorname{argmin}_X & \left\{ \sum_i \| (h_i(X_i) - Z_i) \|_{\Sigma_i}^2 \right\} \end{aligned} \quad (6)$$

式中:  $h_i(X_i)$  为  $i$  时刻的传感器观测量;  $\Sigma_i$  为对应传感器的噪声协方差矩阵。通过结合由观测量推导出来的似然因子和先验信息,求出最大后验概率的解,从而实现不同传感器的数据融合。

### 1.1 IMU 因子

通常 IMU 的输出频率比较高,会生成冗余信息从而增加计算负担。为了解决这个问题,采用预积分提前处理 IMU 因子。即通过在一定的采样间隔内将多个 IMU 测量值整合到一个 IMU 因子节点中,然后将其添加到因子图模型中,这样可以有效地处理高频率的 IMU 数据,减少不必要的因子节点,降低导航算法的计算成本,提高实时性能。这对于 GNSS 信号较弱或信号不稳定的情况下,需要快速响应环境变化的导航定位系统非常重要。

惯性测量单元提供加速度和角速度测量值用于估计导航状态,惯性导航系统状态变化的非线性微分方程可表示为:

$$\dot{x} = h^{imu}(x, \alpha, z^{imu}) \quad (7)$$

式中:  $x$  为位姿状态;  $\alpha$  为惯性传感器偏差的变量;  $z^{imu} = \{\alpha, \omega\}$  分别为惯性传感器测量的加速度和角速度。因子图组合导航中连接当前时刻状态和前一时刻状态可用因子节点表示为:

$$f^{imu}(x_i, x_{i-1}) = d(x_i - h^{imu}(x_{i-1}, \alpha_{i-1}, z_{i-1}^{imu})) \quad (8)$$

由式(8)可知因子图是根据前一时刻的状态量  $x_{i-1}$  和观测量  $h^{imu}(x_{i-1}, \alpha_{i-1}, z_{i-1}^{imu})$  推算当前时刻的状态量  $x_i$ ,其中,  $d(\cdot)$  为代价函数。而偏差因子节点可表示为:

$$f^{bias}(\alpha_i, \alpha_{i-1}) = d(\alpha_i - g^{imu}(\alpha_{i-1})) \quad (9)$$

式中:  $g^{imu}(\alpha)$  为 IMU 的非线性误差模型。

### 1.2 GNSS 因子

GNSS 在开放天空环境下对于提供绝对位置信息和长时间的信息非常有价值。但在城市、峡谷、隧道等一些存在遮挡的环境中,GNSS 信号接收可能受到阻挡或干扰,因此需要与其他传感器数据融合,以提高导航精度和鲁棒性。GNSS 传感器的测量方程为:

$$z_i^{gnss} = h^{gnss}(x_i) + n^{gnss} \quad (10)$$

式中:  $n^{gnss}$  为测量噪声;  $h^{gnss}(x_i)$  为 GNSS 观测量。GNSS 因子节点可表示为:

$$f^{gnss}(x_i) = d(z_i^{gnss} - h^{gnss}(x_i)) \quad (11)$$

GNSS 因子为一元因子,只与当前测量值  $z_i^{gnss}$  和状态量节点  $x_i$  有关。

### 1.3 先验因子

先验因子表示先验信息或已知条件的因子,用于在导航问题中引入关于状态变量的先验测量信息,以帮助导航系统更准确地估计状态。在导航开始时,可以使用初始位姿的估计作为先验因子。在有限传感器信息或不确定性环

境中。通过合理选择和使用先验因子,可以显著提高导航系统的性能和鲁棒性。先验因子表示为:

$$f^{prior}(x) = \exp\left(-\frac{1}{2} \| x - \mu \|_{\Sigma}^2\right) \quad (12)$$

式中:  $\mu$  和  $\Sigma$  分别为先验信息的均值和协方差矩阵。

### 1.4 因子图模型

根据前文关于因子节点的分析,可推导出 GNSS/INS 组合导航的因子图结构如图 1 所示。INS 能够提供高频且有效的导航信息,不受外界环境干扰的影响,因此以 INS 为导航主系统,用 GNSS 因子对系统进行辅助修正。当 GNSS 因子节点有效且不受干扰时,可直接将其因子添加到系统中,能有效的实现高精度融合定位。在 GNSS/INS 组合导航的因子图模型中,  $f_i$  代表  $n$  时刻对应的传感器因子;  $x_n$  代表  $n$  时刻的系统状态变量;  $\alpha_n$  代表  $n$  时刻的系统偏差变量。将传感器因子节点和变量节点相连接,通过先验因子估计初始时刻的系统状态,后一时刻的系统状态则需要当前时刻的系统状态和偏差状态变量联合估计,同时需要 GNSS 因子对状态变量进行辅助修正。

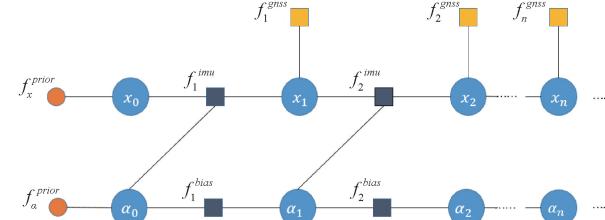


图 1 GNSS/INS 组合导航的因子图模型

在 GNSS/INS 组合导航因子图模型中,因子节点之间的连接,表示信息的流向。IMU 和 GNSS 因子节点之间通常是相互独立的,它们表示了不同类型的传感器测量,而状态变量节点则与前一个时刻的状态变量节点相连,以建立导航状态的动态模型。这种模型的设计充分利用它们的互补性质,能有效提高导航系统的定位精度和鲁棒性。

### 2 自适应因子图优化算法

提出自适应因子图算法是为了提高 GNSS/INS 组合导航系统的定位精度和鲁棒性。有学者利用深度学习模型可以智能地感知环境的能力,采用 GNSS 测量数据去训练卷积神经网络(convolutional neural networks, CNN)并预测 GNSS 解的不确定性<sup>[19]</sup>。根据 GNSS 解的不确定性自适应调整 GNSS 噪声协方差,再与因子图算法相结合建立自适应 GNSS/INS 组合导航系统,进而提高导航精度。而本文采用的自适应因子图则是从因子图模型入手,通过加入权重因子优化因子图模型来提高定位精度。

从组合导航模型可以看出,利用 GNSS 提供的测量值,消除 INS 的累计误差。但是现有基于因子图的组合导航优化方法,并没有考虑在 GNSS 遭遇信号干扰或 GNSS 提供导航信息误差较大时,如何去降低整体组合导航误差。

在实际的信息融合中也并没有考虑传感器因子的可信度,以及如何调整因子权重等问题。

为了解决上述问题,对 GNSS/INS 组合导航因子图模型进行优化。通过评估 GNSS 测量残差,合理地调整 GNSS 因子的权重,以减小由于 GNSS 误差较大而导致的整体组合导航的精度和鲁棒性下降问题。通过调整 GNSS 传感器信息的权重值,能够有效地抑制 GNSS 测量的异常值对组合导航定位精度的影响。

引入权重函数,是为了实现传感器测量信息融合时的权重自适应匹配。这种自适应权重因子是基于动态模型的预测信息与动态载体实际运行轨迹之间的差异来设计的。该差异的判别基础是残差  $\epsilon$ ,  $\epsilon$  反映了模型的误差水平,可通过状态参数与观测信息计算。通过测量残差,可以构造自适应权重因子。残差的大小反映了模型预测信息与实际情况的不符程度,即残差越大,说明模型的误差估计越大。具体来说,权重函数是根据测量残差调整传感器测量可信度。在优化因子图模型之前,权重函数会评估传感器测量值的可信度,并根据可信度调整测量因子的权重。通过加入自适应权重因子能够更好地调整因子图模型,从而实现了自适应的传感器信息融合。

测量残差表示为:

$$\epsilon_i = \hat{X}_i - Z_i \quad (13)$$

式中:  $\hat{X}_i$  为估计值,  $Z_i$  为测量值。权重函数可表示为:

$$\zeta_i = \begin{cases} 1, & |\epsilon_i| \leq c \\ e^{-\lambda(|\epsilon_i|-c)^2}, & |\epsilon_i| > c \end{cases} \quad (14)$$

式中:  $c$  为设定的残差阈值,  $\lambda$  为传感器特征参数。根据权重函数图像,如图 2 所示,可以看出这是一个递减的函数,当残差小于阈值时,认为传感器的测量值是有效且可信的,因子的权重不变。而超过了阈值之后,传感器的测量值误差开始逐渐增大,测量值的可信度下降,而相应的因子所占权重也应该降低。而对于不同的传感器,权重的变化也不一样,通过调节  $\lambda$  和  $c$ ,就可以根据传感器的特性设计相应的权重函数。

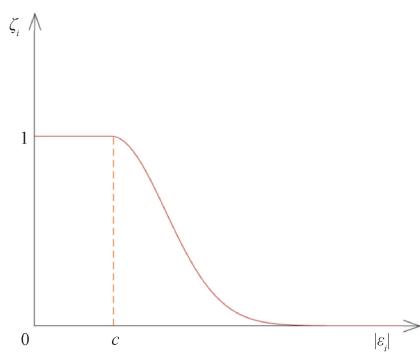


图 2 权重函数曲线

前文提到最大后验概率归结为所有最大化因子势能的乘积,而在实际运算中为了对因子图中变量进行非线性优

化,最大后验求解转化为求最小化非线性最小二乘的和,所以经过优化改进后的组合导航因子图优化模型如图 3 所示。根据最大后验概率得出导航状态的最优估计,采用非线性最小二乘理论求解式(15),可计算出当前时刻导航状态的最优解  $X^{map}$  为:

$$X^{map} = \underset{x}{\operatorname{argmin}} \{ \|x - \mu\|_{\Sigma}^2 + \sum_i \|\alpha_i - g^{bias}(\alpha_{i-1})\|_{\Sigma_i^{bias}}^2 + \sum_i \|x_i - h^{imu}(x_{i-1}, \alpha_{i-1}, z_{i-1}^{imu})\|_{\Sigma_i^{imu}}^2 + \sum_i \|\zeta_i^{gnss}(h_i^{gnss}(X_i) - Z_i^{gnss})\|_{\Sigma_i^{gnss}}^2 \} \quad (15)$$

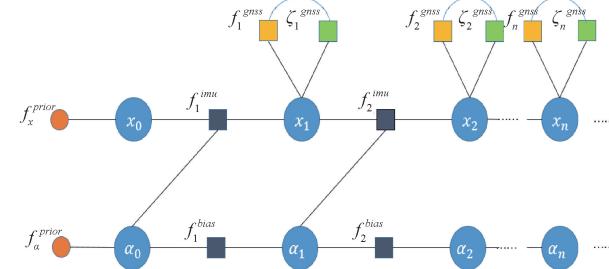


图 3 GNSS/INS 组合导航因子图改进模型

### 3 实验验证与分析

为了验证本文提出的自适应因子图方法的有效性,通过在实验车辆安装惯性测量单元 IMU 和 GNSS 接收器如图 4 所示,途经高楼、桥洞、立交桥等一些对 GNSS 信号有遮挡干扰的复杂路段,采集实验数据。IMU 和 GNSS 接收器的输出频率分别为 100 Hz 和 1 Hz。如图 5 所示包含了测试环境中的对 GNSS 信号干扰较为频繁的部分路段实况图和车辆行驶的完整轨迹图。



图 4 实验平台及传感器



图 5 实验测试的路径轨迹

本文采用均方根误差和标准差衡量测量结果的精度和鲁棒性。均方根误差是一种常用的测量导航定位精度的指标,表示观测值与实际值之间的均方根差异,并对数据中的异常值较为敏感。更小的均方根误差值表示更高的定位精度。最大误差是用来衡量 GNSS 输出异常值时组合导航的定位精度。

如图 6(a)所示,实线代表参考轨迹,点划线代表本文提出的自适应因子图组合导航轨迹,虚线代表因子图组合导航轨迹。在无遮挡的环境下,可以看出 2 种基于因子图组合导航的轨迹和参考轨迹基本重合,此时的基于因子图组合导航的定位精度非常高。然而,在对 GNSS 信号有干扰的情况下,如立交桥下或高楼附近等短时遮蔽环境中,如图 6(b)~(d),观察到因子图轨迹发生了明显的偏移,这是由于此时 GNSS 测量误差显著增大,导致融合后的位置误

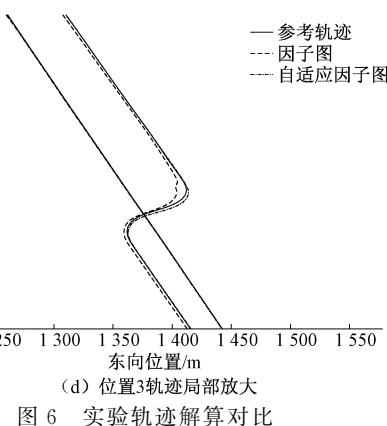
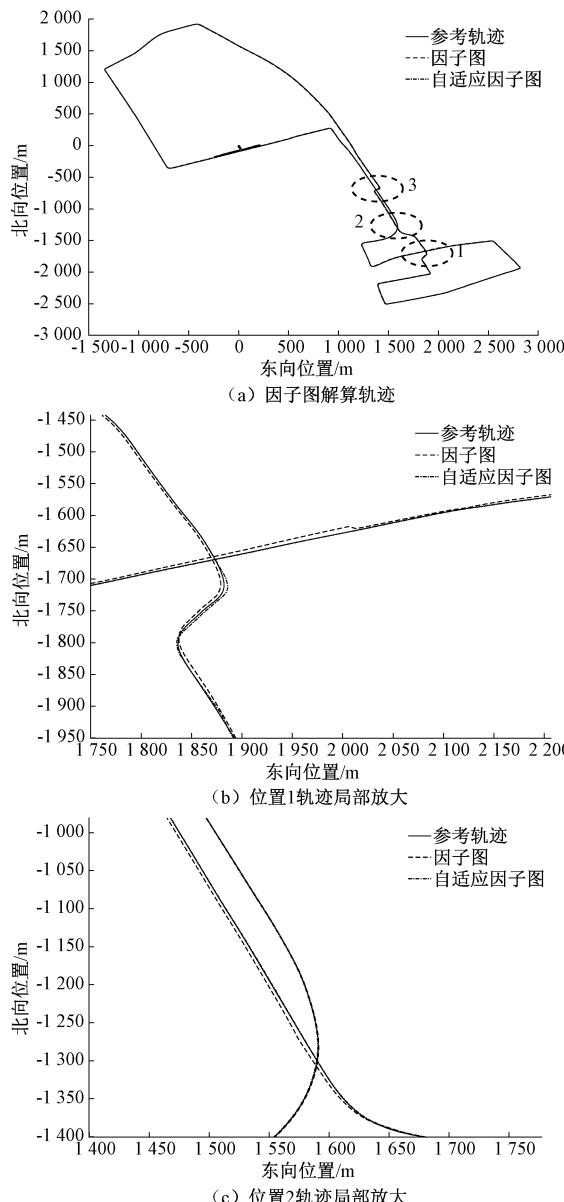


图 6 实验轨迹解算对比

差也显著增加。尽管通过 GNSS 和 INS 的数据融合,导航定位精度优于单一导航系统,仍无法达到高精度定位的要求。但通过调整自适应权重因子,可明显看出自适应因子图轨迹偏移程度小于因子图轨迹,定位精度显著提升。

分别对 2 种方法进行误差分析,东向误差如图 7 所示,北向误差如图 8 所示,欧式距离误差如图 9 所示。将定位轨迹图和误差曲线图结合来看,在 GNSS 信号干扰严重的情况下,因子图算法的位置误差会出现陡增的情况。而自适应因子图算法通过权重函数调节 GNSS 因子所占的权重,可以看出经过因子图自适应优化后组合导航整体的定位误差明显的降低了。这也充分的证明了在因子图组合导航方面,通过自动的调节 GNSS 因子权重是可以实现导航定位精度和鲁棒性的提高。

对上面 2 种算法的定位误差统计如表 1 所示,因子图算法的均方根误差和标准差分别为 1.737 4 m、1.157 2 m,

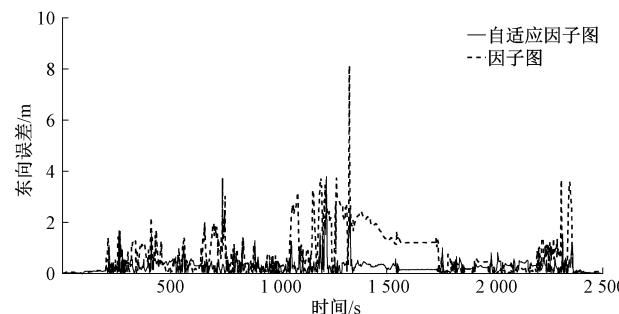


图 7 东向误差

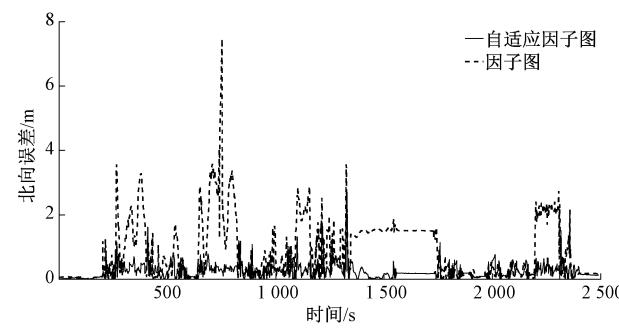


图 8 北向误差

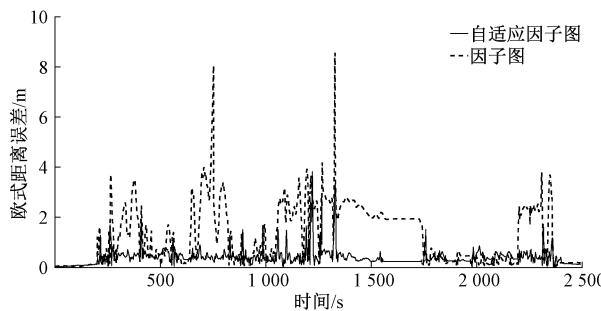


图 9 欧式距离误差

而经过优化后的自适应因子图算法 2 种误差分别降低到 0.5211 m 和 0.3251 m。自适应因子图算法的均方根误差值和标准差更低, 表明因子图算法经过自适应权重调整之后, 导航定位精度更高, 导航性能更可靠。而且自适应因子图算法将最大误差从 8.5618 m 减小为 3.8264 m, 表明在卫星导航效果极差的极端情况下, 自适应因子图算法组合导航定位的性能更为稳定, 在传感器测量异常的情况下具有更好的鲁棒性。

表 1 定位误差统计表

算法	均方根误差	标准差	最大误差
因子图	1.7374	1.1572	8.5618
自适应因子图	0.5211	0.3251	3.8264

## 4 结 论

本文提出了一种增强定位精度和鲁棒性的自适应因子图组合导航方法, 该方法大幅度提高了 GNSS/INS 组合导航定位精度。通过在信息融合前根据 GNSS 测量残差自适应调整权重, 实现了对传感器信息的有效整合和权重的优化分配。在真实环境中进行跑车实验, 验证了本文所提方法的有效性, 并与传统的因子图算法进行了细致的性能比较。实验结果表明, 本文提出的自适应因子图算法相较于传统的因子图算法, 其定位的均方根误差降低了 70.01%, 标准差降低了 71.91%, 最大误差均降低了 55.31%。文献[19]所提出的自适应因子图算法相较于传统的因子图算法, 其定位的均方根误差降低了 20.53%, 标准差降低了 24.69%。本文所提方法提供了更准确、一致和鲁棒的导航定位结果, 为需要高精度和高可靠的导航应用提供更加可信赖的导航性能。但本文只融合了卫星和惯性导航, 未来将融合雷达、相机等传感器, 实现更多传感器的多源组合导航, 提供精度更高、应用更广的导航系统。

## 参考文献

- [1] 张勇, 姜鑫蕾, 杨文武, 等. 基于卡尔曼滤波的 GNSS 系统联合定位技术研究[J]. 电子测量技术, 2021, 44(3): 109-113.
- [2] 李文华, 汪立新, 沈强, 等. 基于鲁棒 EKF 的 MEMS-INS/GNSS/VO 组合导航方法[J]. 系统工程与电子技  
术, 2022, 44(6): 1994-2000.
- [3] 张斌飞, 靳伍银. 基于 UWB 和 IMU 紧组合的室内定位导航算法[J]. 电子测量技术, 2022, 45(10): 67-73.
- [4] ULLAH I, SHEN Y, SU X, et al. A localization based on unscented Kalman filter and particle filter localization algorithms [J]. IEEE Access, 2019, 8: 2233-2246.
- [5] 徐辛超, 姜姗姗. 鲁棒无迹卡尔曼滤波组合导航定位方法[J]. 测绘科学, 2023, 48(1): 16-22.
- [6] WEN W S, PFEIFER T, BAI X W, et al. Factor graph optimization for GNSS/INS integration: a comparison with the extended kalman filter [J]. NAVIGATION: Journal of the Institute of Navigation, 2021, 68(2): 315-331.
- [7] YE H Y, CHEN Y Y, LIU M. Tightly coupled 3d lidar inertial odometry and mapping[C]. International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2019.
- [8] 秦洪懋, 王希, 王广才, 等. 基于因子图优化的紧耦合 INS/USBL/DVL 导航方案[J]. 战术导弹技术, 2023(4): 37-47, 68.
- [9] LI X X, YU H, WANG X B, et al. FGO-GIL: Factor graph optimization-based GNSS RTK/INS/LiDAR tightly coupled integration for precise and continuous navigation[J]. IEEE Sensors Journal, 2023, 23(13): 14534-14548.
- [10] 李倩, 蒋正华, 孙炎, 等. 基于因子图的 INS/UWB 室内行人紧组合定位技术[J]. 仪器仪表学报, 2022, 43(5): 32-45.
- [11] 黎蕾蕾, 王明曦, 卜继军, 等. 基于因子图优化和李群空间表征的室内行人协同导航[J]. 中国惯性技术学报, 2023, 31(5): 444-451.
- [12] 朱建良, 王立雅, 薄煜明. 行人 GNSS/PDR 组合导航优化估计方法[J]. 工兵学报, 2023, 44(10): 3137-3145.
- [13] 王运明, 程相, 李卫东, 等. 基于因子图的 BDS/IMU 列车定位信息融合模型[J]. 铁道科学与工程学报, 2023, 20(3): 1077-1084.
- [14] 张崇猛, 邓福建, 杨涛, 等. 基于因子图的船用导航系统信息融合算法[J]. 中国惯性技术学报, 2020, 28(4): 448-455.
- [15] LI W, CUI X W, LU M Q. A robust graph optimization realization of tightly coupled GNSS/INS integrated navigation system for urban vehicles [J]. Tsinghua Science and Technology, 2018, 23 (6): 724-732.
- [16] LI S Y, WANG S W, ZHOU Y X, et al. Tightly coupled integration of GNSS, INS, and LiDAR for vehicle navigation in urban environments [J]. IEEE Internet of Things Journal, 2022, 9(24): 24721-24735.
- [17] LIAO J C, LI X X, WANG X B, et al. Enhancing navigation performance through visual-inertial odometry in GNSS-degraded environment [J]. Gps Solutions, 2021, 25: 1-18.
- [18] LI G C, TANG F T, SUN J R, et al. Implementation of ZUPT aided GNSS/MEMS-IMU deeply coupled navigation system [C]. International Conference on Micro-Wave and Millimeter Wave Technology (ICMWT), IEEE, 2023.
- [19] LI Z D, LEE P H, HUNG T H M, et al. Intelligent Environment-Adaptive GNSS/INS integrated positioning with factor graph optimization[J]. Remote Sensing, 2023, 16(1): 181.

## 作者简介

赵海林, 硕士研究生, 主要研究方向为组合导航、多源信息融合。

E-mail: 382510330@qq.com

刘福朝, 博士, 助理研究员, 主要研究方向为高动态导航、惯性导航、组合导航。

E-mail: lfc@bistu.edu.cn