

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2415748

# 基于分布式参考校正的多机器人编队控制<sup>\*</sup>

伍锡如 杨子儒

(桂林电子科技大学电子工程与自动化学院 桂林 541004)

**摘要:** 针对避障、外部干扰和迟滞等实际的多机器人编队控制问题,提出了一种基于分布式参考校正的控制方法。通过采用人工势场法和干扰观测器,解决了非匹配不确定性的避障问题。定义不可达参考场景描述了多机器人在试图避开障碍物时的被动修正行为,并为每个机器人设计了分布式参考校正算法,减弱被动校正行为带来的不利影响,保证每个机器人位置跟踪误差的有界性。考虑已知的执行器迟滞效应,在电流控制律中添加了Bouc-Wen迟滞补偿器。利用Lyapunov稳定性理论验证了避障的有效性。最后,在MATLAB环境下基于多机器人系统进行了数值仿真和比较,以证明所提出的算法和控制器的有效性,实验结果表明该方法可以在具有外部干扰和迟滞等实际问题下形成稳定的多机器人编队控制,对路径上的障碍物进行无碰撞避障,提出的分布式参考校正算法减弱了被动校正行为,提高了系统的稳定性。

**关键词:** 参考校正算法;多机器人编队控制;避障;人工势场法;非匹配不确定性

中图分类号: TP273; TN01 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 510.80

## Distributed reference correction-based multi-robot formation control

Wu Xiru Yang Ziru

(School of Electronic Engineering and Automation, Guilin University of Electronic Technology, Guilin 541004, China)

**Abstract:** Aiming at the actual multi-robot formation control problems such as obstacle avoidance, external disturbance and hysteresis, a control method based on distributed reference correction is proposed. By using the artificial potential field method and the disturbance observer, the obstacle avoidance problem of mismatched uncertainty is solved. The unreachable reference scene is defined to describe the passive correction behavior of multiple robots when trying to avoid obstacles. A distributed reference correction algorithm is designed for each robot to reduce the adverse effects of passive correction behavior and ensure the boundedness of position tracking error of each robot. Considering the known actuator hysteresis effect, a Bouc-Wen hysteresis compensator is added to the current control law. The effectiveness of obstacle avoidance is verified by Lyapunov stability theory. Finally, numerical simulation and comparison are carried out based on the multi-robot system to prove the effectiveness of the proposed algorithm and controller. Finally, numerical simulation and comparison are carried out based on multi-robot system in MATLAB environment to prove the effectiveness of the proposed algorithm and controller. The experimental results show that the method can form a stable multi-robot formation control under practical problems such as external interference and hysteresis, and avoid obstacles on the path without collision. The proposed distributed reference correction algorithm weakens the passive correction behavior and improves the stability of the system.

**Keywords:** reference correction algorithm; multi-robot formation control; obstacle avoidance; artificial potential field method; unmatched uncertainty

## 0 引言

与含有独立个体的单一机器人系统相比,个体间交互

耦合的多机器人系统具有多功能性和强鲁棒性等优势<sup>[1]</sup>,基于此,多机器人系统的相关问题讨论近年来受到广泛关注,其中多机器人编队控制是机器人领域的热点问题,重点

收稿日期:2024-04-01

\* 基金项目:国家自然科学基金(62263005)、广西自然科学基金(2020GXNSFDA238029)、广西高校人工智能与信息处理重点实验室开放基金重点项目(2022GXZDSY004)、桂林电子科技大学研究生教育创新计划项目(2024YCXS119,2024YCXS131)资助

关注算法的开发,使一组机器人达到预定义的编队模式,以完成精确的任务。在水质监测、无人机编队、地理勘测、侦查救援以及协同运输等领域都有着较好的实际应用<sup>[2-7]</sup>。

避障问题对于多机器人系统编队控制有很大的挑战,因为机器人之间的相互作用会大大增加系统的复杂性。目前,人工势场法具有方法简单、计算量小和实时性强等优点,是解决多机器人编队避障和避碰问题最常用的方法之一<sup>[8]</sup>。Wang 等<sup>[9]</sup>针对传统人工势场存在的局部极小问题,提出了一种改进的人工势场,并在静态障碍物环境下验证了该模型。Li 等<sup>[10]</sup>首先设计了一个基于势函数的滑模面来处理人工势场的局部极小值问题,并假设参考轨迹应保持在碰撞区域之外。Wen 等<sup>[11]</sup>采用人工势场和比例导数编队控制器来处理一组随机二阶智能体的避障问题。然而,上述文章中常常忽略主体之间相互作用的影响,当一个机器人需要远离其参考轨迹以避免障碍物时,其他机器人的参考跟踪误差会突然增加,从而导致系统混沌。

系统不确定性是编队控制领域另一个值得考虑的因素,因为它与系统编队的鲁棒性密切相关。许多研究工作仅关注与控制输入存在于相同通道中的匹配不确定性,而与非匹配不确定性相关的问题尚未解决。非匹配不确定性通常是指由参数扰动、外部风或错误建模的动力学引起的不确定性,这些不确定性通过与控制输入不同的通道影响系统。周健等<sup>[12]</sup>设计了精确的滑模扰动观测器并提出了相应的反馈控制协议,并将其应用到存在非匹配不确定性和饱和输入特性条件下的编队系统设计。Kayacan<sup>[13]</sup>结合自学习干扰观测器和滑模控制策略处理系统的时变非匹配不确定性。Mondal 等<sup>[14]</sup>设计了一种基于齐次扰动观测器的滑模控制器来解决高阶多智能体系统的一致性问题。然而,之前的工作还没有讨论避障和非匹配干扰的问题,这带来了相当大的挑战。

在多机器人编队控制领域,迟滞现象是一个常见但具有挑战性的问题。迟滞涉及到记忆效应,描述了控制输入和执行器输出之间的非线性不匹配,这可能导致编队系统的行为不稳定和性能下降。尤其是在具有滞后非线性的多机器人系统中,迟滞现象可能会影响编队的形成和执行。Sun 等<sup>[15]</sup>将迟滞效应视为有界扰动,通过设计了一种分布式事件触发的自适应无领导一致控制器,以补偿未知回差类滞后的影响,降低控制信号的更新频率。Liu 等<sup>[16]</sup>建立一个迟滞逆函数,来减轻其对系统性能的影响。杨朋举等<sup>[17]</sup>利用由 Bouc R 提出,并由 Wen Y K 改善发展的 Bouc-Wen 模型描述系统执行器内的迟滞现象,结合自适应技术在线消除迟滞特性的影响。然而,以往的研究大多基于迟滞效应可以用反向间隙模型来描述,而这种模型只能代表迟滞现象的一部分,其通用性受到限制。

鉴于以上所述,本文研究了具有迟滞、外部扰动的多机器人系统编队控制问题,使用 Bouc-Wen 模型代替间隙模型,构建更通用的数学模型来分析执行器滞后确保控制方案的稳定性。引入被动校正行为来解决避障过程中多机器人之

间通信的影响,针对不可达参考场景提出了一种分布式参考校正算法,结合人工势场法和干扰观测器,解决了带有非匹配不确定性的避障问题,保证了控制器的鲁棒性,确保编队跟踪误差收敛。通过 Lyapunov 稳定性理论验证了所提出方法的有效性。最后,在 MATLAB 环境下对多机器人系统进行仿真实验,以验证所提出控制方法的性能。预期结果是该控制方法能够有效应对多机器人系统中的避障、外部干扰和执行器迟滞等问题,显著提高多机器人系统的编队控制精度和鲁棒性。研究的意义在于为多机器人系统在实际应用中的高效、稳定和可靠运行提供理论支持和技术手段,从而推进多机器人系统在各类应用场景中的广泛使用。

## 1 基本问题描述

### 1.1 图论基础

多智能体系统的通信拓扑可以用一个有向图  $G = \{R, E, A\}$  来表示,其中  $R = \{r_1, r_2, \dots, r_N\}$  表示节点的集合,  $E \subseteq R \times R$  表示边的集合,  $A = [a_{ij}] \in R^{N \times N}$  表示具有非负元素的邻接矩阵。图  $G$  的一条边可以表示为  $e_{ij} = (r_i, r_j)$ 。进一步,  $a_{ij} = 1$  当且仅当  $e_{ij} \in E(G)$ , 并且自环被排除。定义  $\text{degin}(r_i) = \sum_{j=1}^N a_{ij}$  为节点  $r_i$  的入度,图的度矩阵可以表示为  $D(G) = \text{diag}\{\text{deg}_m(r_1), \text{deg}_m(r_2), \dots, \text{deg}_m(r_N)\}$ 。图的拉普拉斯矩阵可以定义为  $L = D(G) - A(G)$ 。如果任意一对节点  $(r_i, r_j)$  之间总存在一条有向路径,则称有向图  $G$  是强连通的。

### 1.2 三轮全向机器人建模

本文采用三轮全向机器人,根据二阶非线性多机器人,则第  $i$  个机器人动力学模型如图 1 所示。

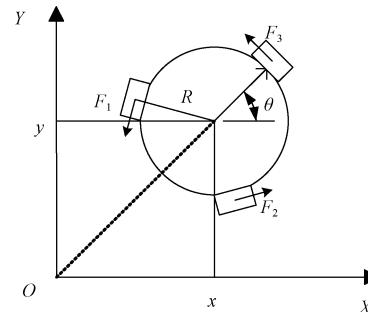


图 1 三轮全向机器人

其动力学方程可以写为:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = v_i + d_i \\ \dot{v}_i = M_i T_i Q_i + w_i + h_i(u_i), i = 1, 2, \dots, N \end{cases} \quad (1)$$

$$M_i = \begin{bmatrix} \frac{1}{m_i} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_i} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_i} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\mathbf{T}_i = \begin{bmatrix} -\sin(\theta_i) & -\sin(\pi/3 - \theta_i) & \sin(\pi/3 + \theta_i) \\ \cos(\theta_i) & -\cos(\pi/3 - \theta_i) & -\cos(\pi/3 + \theta_i) \\ R_i & R_i & R_i \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中:  $\mathbf{x}_i = [p_{xi}, p_{yi}, \theta_i]^T$ ,  $\mathbf{v}_i = [v_{xi}, v_{yi}, \omega_i]^T$ , 分别表示第  $i$  个机器人的位置和速度向量,  $p_{xi}, p_{yi}$ ,  $v_{xi}, v_{yi}$  是机器人的线性状态,  $\theta_i, \omega_i$  是机器人的角状态。 $\mathbf{d}_i = [d_{pi}^T, d_{bi}^T]^T$  是非匹配的非线性不确定性。 $\mathbf{M}_i$  和  $\mathbf{T}_i$  都是跟机器人相关的矩阵,  $m_i$  是机器人的质量,  $I_i$  是机器人的惯量,  $\mathbf{Q}_i = [\tilde{F}_{1i}, \tilde{F}_{2i}, \tilde{F}_{3i}]^T$  表示三个电机提供的驱动力,  $R_i$  是机器人的半径。 $\mathbf{w}_i = [w_{pi}^T, w_{bi}^T]^T$  是匹配的不确定性(未知的非线性动力学和外部干扰的组合)。 $u_i$  是控制输入,  $h_i(u_i)$  是与执行器相关的 Bouc-Wen 迟滞效应, 可表示为:

$$h_i(u_i) = \mu_i u_i + \bar{\mu}_i \zeta_i \quad (4)$$

式中:  $\mu_i$  和  $\bar{\mu}_i$  是迟滞的刚度和拟自然频率相关的正常数,  $\zeta_i$  是辅助向量, 第  $j$  个元素可以写为:

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}_{ij} &= \dot{u}_{ij} - \bar{\gamma}_i |\dot{u}_{ij}| |\zeta_{ij}|^{\tilde{m}_i-1} \zeta_{ij} - \chi_i \dot{u}_{ij} |\zeta_{ij}|^{\tilde{m}_i}, \\ \zeta_{ij}(t_0) &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

式中:  $j = 1, \dots, n, \tilde{m}_i \geq 1$  是初始斜率的平滑度,  $\bar{\gamma}_i$  和  $\chi_i$  是与满足条件  $\bar{\gamma}_i > |\chi_i|$  的滞后形状和幅度相关的参数。为了证明(4)和(5)能够对迟滞进行建模, 考虑一维输入  $u$  并选择迟滞参数为  $\mu = 1.5, \bar{\mu} = 3, \bar{\gamma} = 1, \chi = 0.5$  和  $\tilde{m} = 2$ 。然后, 可以得到投影  $u \rightarrow h(u)$  的解, 如图 2 所示。

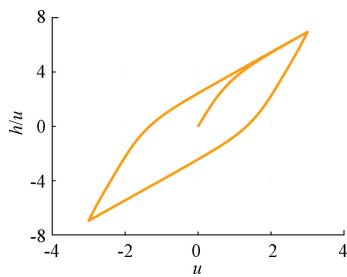


图 2 Bouc-Wen 迟滞效应

机器人配备直流电机, 因此第  $i$  个电机提供的输出力可表示为:

$$\mathbf{Q}_i = h_i(\tilde{\alpha}u_i) - \tilde{\beta}\mathbf{v}_i, \quad i = 1, 2, 3 \quad (6)$$

式中:  $\tilde{\alpha}$  和  $\tilde{\beta}$  是与电机相关的参数。

## 2 多机器人编队控制器的设计

### 2.1 基于人工势场法和观测器的控制器

在本文中, 采用了人工势场法来实现多机器人的编队控制, 以确保它们在执行任务时能够避免相互冲突。

多机器人系统的运行空间被认为有  $N_o$  个固定障碍物。每个障碍物都可以描述为集合  $\mathbf{O} = \{(p_{ok}, r_{ok}), k = 1, 2, \dots, N_o\}$  的元素, 其中  $p_{ok}$  表示第  $k$  个障碍物中心的笛卡尔位置,  $r_{ok}$  是第  $k$  个障碍物的半径。假设第  $i$  个机器人的

可以用一个以  $x_{pi}$  为中心, 半径为  $r_{ai}$  的圆来表示:

定义第  $i$  个机器人和第  $k$  个障碍物之间的相对位置向量为  $\mathbf{z}_{i,k}$ , 其排斥势函数  $\Phi(\|\mathbf{z}_{i,k}\|)$  如下:

定义 1<sup>[11]</sup>:  $\Phi(\|\mathbf{z}_{i,k}\|)$  是一个非负的、可微的以及满足以下条件的单调递减函数。

1) 当  $\|\mathbf{z}_{i,k}\| \rightarrow r_{i,k}$ ,  $\Phi(\|\mathbf{z}_{i,k}\|) \rightarrow +\infty$ , 其中  $r_{i,k} = \epsilon_1(r_{ai} + r_{ok})$  是第  $i$  个机器人中心与第  $k$  个障碍物的中心间的最小安全距离,  $\epsilon_1$  是满足  $\epsilon_1 > 1$  的常数。

2) 当  $\|\mathbf{z}_{i,k}\| \rightarrow \bar{r}_{i,k}$ ,  $\Phi(\|\mathbf{z}_{i,k}\|) \rightarrow 0$ , 当  $\|\mathbf{z}_{i,k}\| \geq \bar{r}_{i,k}$  时,  $\Phi(\|\mathbf{z}_{i,k}\|) = 0$ , 其中  $\bar{r}_{i,k} = \epsilon_2(r_{ai} + r_{ok})$  是人工势场的边缘,  $\epsilon_2$  是满足  $\epsilon_2 > \epsilon_1$  的常数。

基于上述讨论, 人工势场法与有限距离通信之间的关系图如图 3 所示。

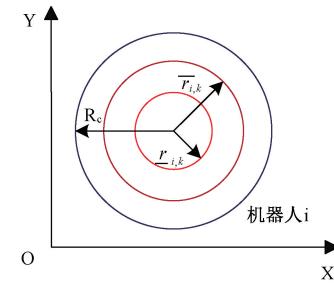


图 3 机器人的通信和人工势场法

第  $i$  个机器人和第  $k$  个障碍物之间产生的排斥力可以从  $\Phi(\|\mathbf{z}_{i,k}\|)$  的负梯度得到:

$$f_{i,k} = -\nabla_{\mathbf{z}_{i,k}} \Phi(\|\mathbf{z}_{i,k}\|) \quad (7)$$

然后, 将组合排斥力  $f_i$  施加到第  $i$  个机器人上:

$$f_i = \sum_{k=1}^{N_o} f_{i,k} = -\sum_{k=1}^{N_o} \nabla_{\mathbf{z}_{i,k}} \Phi(\|\mathbf{z}_{i,k}\|) \quad (8)$$

势函数选择如下:

$$\Phi(\|\mathbf{z}_{i,k}\|) =$$

$$\begin{cases} \tilde{\alpha} \ln\left(\frac{\|\mathbf{z}_{i,k}\| - r_{i,k}}{\bar{r}_{i,k} - r_{i,k}}\right) + \tilde{\alpha} \frac{\bar{r}_{i,k} - \|\mathbf{z}_{i,k}\|}{\|\mathbf{z}_{i,k}\| - \bar{r}_{i,k}}, & \|\mathbf{z}_{i,k}\| \in (r_{i,k}, \bar{r}_{i,k}] \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (9)$$

式中:  $\tilde{\alpha}$  为正比例系数。

由此可得斥力为以下方程:

$$f_{i,k} = \begin{cases} \tilde{\alpha} \frac{\bar{r}_{i,k} - \|\mathbf{z}_{i,k}\|}{(\|\mathbf{z}_{i,k}\| - r_{i,k})^2} \frac{\mathbf{z}_{i,k}}{\|\mathbf{z}_{i,k}\|}, & \|\mathbf{z}_{i,k}\| \in (r_{i,k}, \bar{r}_{i,k}] \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (10)$$

本文对于具有匹配和非匹配不确定性的多机器人系统, 将第  $i$  个机器人的参考跟踪误差定义为以下方程:

$$\begin{cases} \delta_{xi} = \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{di} \\ \delta_{vi} = \mathbf{v}_i - \dot{\mathbf{x}}_{di} \end{cases} \quad (11)$$

式中:  $\mathbf{x}_{di}$  表示第  $i$  个机器人的参考位置。

则可以得到多机器人系统的参考跟踪误差力学为:

$$\begin{cases} \dot{\delta}_x = \boldsymbol{\delta}_v + \boldsymbol{d} \\ \dot{\delta}_v = -\ddot{x}_d + h(u) + \boldsymbol{w} + \boldsymbol{MTQ} \end{cases} \quad (12)$$

式中:  $\boldsymbol{\delta}_x = [\delta_{x1}^T, \delta_{x2}^T, \dots, \delta_{xN}^T]^T$ ,  $\boldsymbol{\delta}_v = [\delta_{v1}^T, \delta_{v2}^T, \dots, \delta_{vN}^T]^T$ ,  $\boldsymbol{x}_d = [x_{d1}^T, x_{d2}^T, \dots, x_{dN}^T]^T$ 。

定义局部队形与速度跟踪误差为:

$$\begin{cases} e_{xi} = \sum_{j=1}^N a_{ij} (\delta_{xi} - \delta_{xj}) + b_i \delta_{xi} = \sum_{j=1}^N l_{ij} \delta_{xj} + b_i \delta_{xi} \\ e_{vi} = \sum_{j=1}^N a_{ij} (\delta_{vi} - \delta_{vj}) + b_i \delta_{vi} = \sum_{j=1}^N l_{ij} \delta_{vj} + b_i \delta_{vi} \end{cases} \quad (13)$$

式中:  $l_{ij}$  是上述拉普拉斯矩阵中对应的元素,  $b_i$  是个大于 0 的常数。

为了估计匹配和非匹配的不确定性, 定义有限时间的干扰观测器为:

$$\begin{cases} \dot{\gamma}_{i,1} = \mu_{i,1} + \boldsymbol{v}_i, \dot{\gamma}_{i,2} = \mu_{i,2}, \dot{\gamma}_{i,3} = \mu_{i,3}, \\ \mu_{i,1} = -\alpha_{i,1} \beta_{i,d}^{\frac{1}{3}} |\gamma_{i,1} - \boldsymbol{x}_i|^{\frac{2}{3}} \text{sign}(\gamma_{i,1} - \boldsymbol{x}_i) + \gamma_{i,2} \\ \mu_{i,2} = -\alpha_{i,2} \beta_{i,d}^{\frac{1}{2}} |\gamma_{i,2} - \mu_{i,1}|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\gamma_{i,2} - \mu_{i,1}) + \gamma_{i,3} \\ \mu_{i,3} = -\alpha_{i,3} \beta_{i,d} \text{sign}(\gamma_{i,3} - \mu_{i,2}) \\ \dot{\gamma}_{i,4} = \mu_{i,4} + \boldsymbol{M}_i \boldsymbol{T}_i u_i, \dot{\gamma}_{i,5} = \mu_{i,5}, \dot{\gamma}_{i,6} = \mu_{i,6}, \\ \mu_{i,4} = -\alpha_{i,4} \beta_{i,w}^{\frac{1}{3}} |\gamma_{i,4} - \boldsymbol{v}_i|^{\frac{2}{3}} \text{sign}(\gamma_{i,4} - \boldsymbol{v}_i) + \gamma_{i,5} \\ \mu_{i,5} = -\alpha_{i,5} \beta_{i,w}^{\frac{1}{2}} |\gamma_{i,5} - \mu_{i,4}|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\gamma_{i,5} - \mu_{i,4}) + \gamma_{i,6} \\ \mu_{i,6} = -\alpha_{i,6} \beta_{i,w} \text{sign}(\gamma_{i,6} - \mu_{i,5}) \\ \hat{x}_i = \gamma_{i,1}, \hat{d}_i = \gamma_{i,2}, \hat{d}_i = \gamma_{i,3}, \\ \hat{v}_i = \gamma_{i,4}, \hat{w}_i = \gamma_{i,5}, \hat{w}_i = \gamma_{i,6} \end{cases} \quad (14)$$

式中:  $\hat{d}_i$  和  $\hat{w}_i$  分别是第  $i$  个机器人的匹配和非匹配的不确定性  $d_i$  和  $w_i$  的估计值。

可以将第  $i$  个机器人的观测误差定义为:

$$\begin{cases} \tilde{d}_i = \hat{d}_i - d_i \\ \tilde{w}_i = \hat{w}_i - w_i \end{cases} \quad (15)$$

可以得到机器人  $i$  的局部非匹配不确定性值  $e_{di}$  以及局部非匹配不确定性观测值  $\hat{e}_{di}$  如下:

$$\begin{cases} e_{di} = \sum_{j=1}^N a_{ij} (d_i - d_j) + b_i d_i = \sum_{j=1}^N l_{ij} d_j + b_i d_i \\ \hat{e}_{di} = \sum_{j=1}^N a_{ij} (\hat{d}_i - \hat{d}_j) + b_i \hat{d}_i = \sum_{j=1}^N l_{ij} \hat{d}_j + b_i \hat{d}_i \end{cases} \quad (16)$$

为了确保存在非匹配不确定性的滑模, 将第  $i$  个机器人的修改滑模面定义为:

$$s_i = e_{vi} + \hat{e}_{di} + \lambda_i e_{xi} \quad (17)$$

式中:  $\lambda_i$  是正常数。

基于对人工势场法、干扰观测器和修改滑模变量的分析, 可以得到如下的编队控制器:

$$u_i = (\boldsymbol{M}_i \boldsymbol{T}_i)^{-1} (-\bar{c} s_i - \hat{w}_i - \hat{d}_i - \lambda_i \delta_{vi} - \lambda_i \hat{d}_i - \delta_{xi} + \bar{x}_{di} + \boldsymbol{F}_i) \quad (18)$$

式中  $\boldsymbol{F}_i = [f_i^T, 0_{1 \times n_2}]^T$ ,  $\bar{c} \in R^+$ 。

## 2.2 基于分布式参考校正算法的避障

在编队控制过程中, 当预计机器人在该位置与障碍物发生碰撞时, 分配给每个机器人的位置参考可能不能到达, 从而导致参考不可达的问题。

为了简化讨论, 将每个机器人视为一个点, 本文定义以  $p_{ok}$  为中心、半径为  $r_{i,k}$  的圆作为第  $k$  个障碍物势场的内边界, 并且以  $p_{ok}$  为中心, 半径为  $\bar{r}_{i,k}$  的圆作为第  $k$  个障碍物势场的外边界。

现在, 本文对不可达的参考场景给出明确的定义如下:

定义 2: 考虑一个包含第  $i$  个机器人和第  $k$  个障碍物的平面如图 4 所示, 穿过机器人中心的障碍物势场内边界的切线可以将平面分为五个区域: a(切线交角内、与障碍物相反方向)、b(切线交角外)、c(切线交角内、机器人与障碍物之间)、d(人工势场法内半径内)和 e(在切线交角内且在障碍物后面)。如果机器人的当前期望位置位于区域 d 和 e 中, 则当前位置参考被认为在线性运动中无法到达。

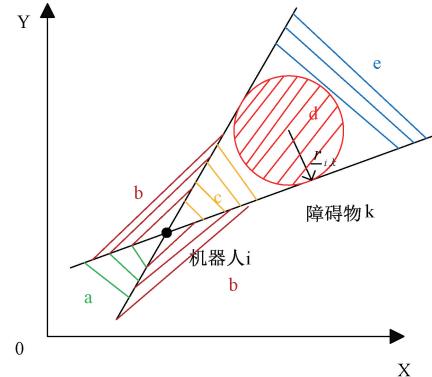


图 4 不可达的参考场景

假设: 对于机器人  $i$ , 障碍物人工势场的外边界不重叠, 每个机器人的初始位置不位于势场的内边界内, 并且给定的位置参考向量  $x_{di}$  不会永久停留在势场的内部边界内。

与独立系统的避障不同, 多机器人系统的避障需要考虑机器人之间通信的影响。根据式(13)和(17), 第  $i$  个机器人的局部编队跟踪误差和滑模变量受到其自身和信息可访问的机器人的参考跟踪误差的影响。因此, 如果一个机器人遇到无法到达的参考场景并且必须远离参考轨迹以避免与障碍物碰撞, 则有权访问其当前状态的机器人将执行被动校正并远离所需轨迹, 以减少式(13)和(17)中定义的变量值, 但这可能会不利于系统的性能。

因此, 本文提出了一种分布式参考校正算法, 以减弱由

不可达参考问题引起的被动校正行为,并避免机器人面对单个障碍物时的局部最小值问题。

该算法首先判断障碍物是否远离,如果障碍物远离,那么将当前的参考值直接赋给新的参考值。如果障碍物不远离,则获取障碍物的信息,并计算当前位置与障碍物之间的向量,以及当前位置与参考点之间的向量,并计算它们之间的夹角。对障碍物距离和角度的条件判断,如果满足条件,就保持参考值不变;不满足,则计算两个经过当前位置的切线,选择参考点到切线距离最短的那条作为最优的切线,然后根据选定的切线,计算出新的参考点并进行校正返回新的参考值。算法的详细步骤如算法 1 所示。综上所述,基于分布式参考校正算法的控制器设计如图 5 所示,其中  $i = 1, 2, \dots, N$ 。

### 2.3 稳定性分析

引理 1<sup>[10]</sup>: 如果给定智能体的状态不会越过任何障碍物势场的内边界,那么它的总势函数可以被认为在整个跟踪过程中是有界的分析第  $i$  个机器人和第  $k$  个障碍物之间的避障效果构建李亚普诺夫函数如下方程:

#### 算法 1: 参考校正算法

```

输入:  $x_{pi}, O, x_{di}, \dot{x}_{di}$ 
输出:  $x_{di}, \dot{x}_{di}, \ddot{x}_{di}$ 
1  $k_i = 0; k = \text{argmin}_k \|\overrightarrow{x_{pi}p_{ok}}\|;$ 
2 begin
3   if  $\|\overrightarrow{x_{pi}p_{ok}}\| \in (\underline{r}_{ik}, \bar{r}_{ik}]$  then
4     if  $\sin(\angle \overrightarrow{x_{pi}p_{ok}}, \overrightarrow{x_{pi}x_{di}}) > 0$  or  $\|\overrightarrow{x_{pi}p_{ok}}\| \in (0, \bar{r}_{ik})$  and
5        $\sin(\angle \overrightarrow{x_{pi}p_{ok}}, \overrightarrow{x_{pi}x_{di}}) \geq 0$  then
6       if  $\sqrt{\|\overrightarrow{x_{pi}p_{ok}}\|^2 - \underline{r}_{ik}^2} > \|\overrightarrow{x_{pi}x_{di}}\|$  and  $\|\overrightarrow{x_{di}p_{ok}}\| - \underline{r}_{ik}$  then
7         Continue;
8       else
9         求第 K 个障碍物的内边界穿过  $x_{pi}$  的切线;
10        找到使  $\|\overrightarrow{x_{pi}p_{di}}\|$  最小的点  $x_c$  的切线  $T_i$ ;
11         $x_{di} \leftarrow x_c$ ;
12        得到  $x_{di}, \dot{x}_{di}$  在  $T_i$  上的投影  $\hat{x}_{di}, \dot{\hat{x}}_{di}$ ;
13         $\dot{x}_{di} \leftarrow \dot{\hat{x}}_{di}$ ;
14         $\ddot{x}_{di} \leftarrow \ddot{\hat{x}}_{di}$ ;
15         $k_i = k$ ;
16      end
17    end
18  end
19  return  $x_{di}, \dot{x}_{di}, \ddot{x}_{di}$ 
20 end

```

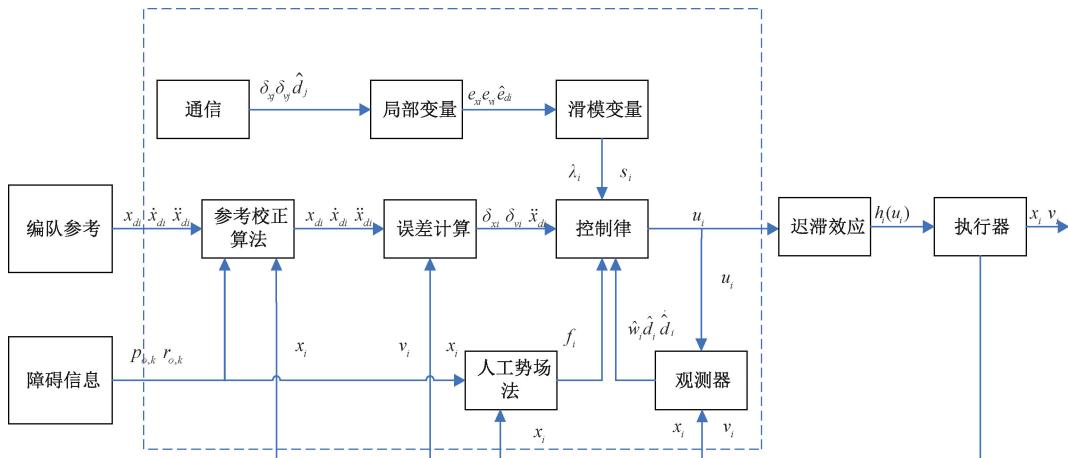


图 5 基于分布式参考校正算法的控制器

$$V_{i,k} = \frac{1}{2} \mathbf{z}_{i,k}^\top \mathbf{z}_{i,k} + \frac{1}{2} \mathbf{v}_i^\top \mathbf{v}_i \quad (19)$$

那么它的时间导数可以表示为:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,k} &= \mathbf{z}_{i,k}^\top \dot{\mathbf{x}}_{pi} + \mathbf{v}_i^\top \dot{\mathbf{v}}_i = \mathbf{z}_{i,k}^\top (\mathbf{v}_{pi} + \mathbf{d}_{pi}) + \mathbf{v}_i^\top (-\bar{c}s_i - \\ &\hat{w}_i - \hat{d}_i - \lambda_i \delta_{vi} - \lambda_i \hat{d}_i - \delta_{xi} + \ddot{x}_{di} + \mathbf{F}_i + \mathbf{w}_i) = \mathbf{z}_{i,k}^\top (\mathbf{v}_{pi} + \mathbf{d}_{pi}) - \\ &\bar{c}\mathbf{v}_i^\top s_i - \mathbf{v}_i^\top (\bar{w}_i - \ddot{x}_{di} + \hat{d}_i + \lambda_i \hat{d}_i) - \mathbf{v}_i^\top (\lambda_i \delta_{vi} + \delta_{xi}) + \mathbf{v}_i^\top \mathbf{F}_i = \\ &\mathbf{z}_{i,k}^\top (\mathbf{v}_{pi} + \mathbf{d}_{pi}) - \bar{c}\mathbf{v}_i^\top s_i - \mathbf{v}_i^\top (\bar{w}_i - \ddot{x}_{di} + \hat{d}_i + \lambda_i \hat{d}_i) - \\ &\mathbf{v}_i^\top (\lambda_i \delta_{vi} + \delta_{xi}) + \mathbf{v}_i^\top f_{i,k} \quad (20) \end{aligned}$$

式中:  $\mathbf{x}_{pi} = [p_{xi}, p_{yi}]^\top$ ,  $\mathbf{v}_{pi} = [v_{xi}, v_{yi}]^\top$ 。

由于编队参考信息是连续且有界的,因此  $\mathbf{z}_{i,k}^\top (\mathbf{v}_{pi} + \mathbf{d}_{pi})$ ,  $\bar{c}\mathbf{v}_i^\top s_i$ ,  $\mathbf{v}_i^\top (\bar{w}_i - \ddot{x}_{di} + \hat{d}_i + \lambda_i \hat{d}_i)$ ,  $\mathbf{v}_i^\top (\lambda_i \delta_{vi} + \delta_{xi})$  是有界的。因此,如果机器人  $i$  向第  $k$  个障碍物移动,则可以认为

该机器人向势函数  $\Phi(\|\mathbf{z}_{i,k}\|)$  的梯度方向移动。

根据定义 1,可以得到如果  $\|\mathbf{z}_{i,k}\| \rightarrow \underline{r}_{i,k}$ ,  $\mathbf{v}_{pi}^\top f_{i,k} \rightarrow +\infty$ 。因此,如果第  $i$  个机器人即将碰撞第  $k$  个障碍物,则以下不等式充分成立:

$$\mathbf{v}_{pi}^\top f_{i,k} > -\mathbf{z}_{i,k}^\top (\mathbf{v}_{pi} + \mathbf{d}_{pi}) + \bar{c}\mathbf{v}_i^\top s_i + \mathbf{v}_i^\top (\lambda_i \delta_{vi} + \delta_{xi}) - \mathbf{v}_i^\top (\bar{w}_i + \ddot{x}_{di} + \hat{d}_i + \lambda_i \hat{d}_i) + \frac{\eta}{2} \mathbf{z}_{i,k}^\top \mathbf{z}_{i,k} + \frac{\eta}{2} \mathbf{v}_i^\top \mathbf{v}_i \quad (21)$$

其中,  $\eta$  是一个足够大的正数。根据式(18),可以得到以下等式:

$$\dot{V}_{i,k} > \eta V_{i,k} \quad (22)$$

因此得到以下方程式:

$$\|\mathbf{z}_{i,k}\|^2 > 2e^{\frac{\eta(t-t_c)}{2}} V_{i,k}(t_c) - \|\mathbf{v}_i\|^2 \quad (23)$$

式中:  $t_c$  表示机器人  $i$  即将与第  $k$  个障碍物发生碰撞的时间。

当  $\eta$  是一个足够大的正数时, 条件  $\|z_{i,k}\| > r_{i,k}$  是可以保证的。根据引理 1, 还可以得到在整个编队跟踪过程中, 第  $i$  个机器人的势函数  $\Phi(\|z_{i,k}\|)$  和排斥力的范数  $F_i$  都是有界的。说明在非匹配和匹配不确定性存在的情况下, 每个机器人都能够避免与任何给定障碍物的碰撞。

### 3 实验仿真

为了说明所提出的人工势场法控制方案和参考校正算法的有效性, 多机器人系统在存在迟滞、匹配和非匹配

不确定性因素的情况下, 能否实现稳定的编队控制和避障, 分布式参考校正算法能否有效减弱被动修正行为带来的不利影响, 和控制器在不同通信拓扑下的鲁棒性和性能表现。本实验在 MATLAB R2022b 环境下将迟滞、匹配和非匹配不确定性因素考虑在内, 通过数值仿真模拟 5 个三轮全向机器人系统编队控制和避障过程。

5 个机器人的质量和惯量模型、迟滞相关参数、初始线性和角状态选择如表 1 所示, 多机器人系统的通信拓扑选择如图 6 所示, 使得多机器人的入度可以为 1、2、3, 增加系统的多样性。

表 1 模型参数

机器人 序号	m/ kg	R/ m	I/ (kg·m <sup>2</sup> )	$p_x/$ m	$p_y/$ m	$\tilde{\alpha}/$ (N s/m)	$\tilde{\beta}/$ (N/v)	$\chi$	$\bar{\gamma}$	$\tilde{m}$	$\bar{\mu}$	$\mu$	$\theta/$ rad
1	4.8	0.24	0.15	0	0.8	0.087	11.4	0.4	0.9	2	3.0	1.5	$\pi/6$
2	4.5	0.23	0.14	-1.3	1.4	0.090	11.6	0.5	0.8	2	3.1	1.4	$\pi/3$
3	5.5	0.31	0.22	-1.4	-1.2	0.085	11.8	0.3	1.0	2	2.8	1.6	$-\pi/4$
4	5.3	0.28	0.25	0	-0.6	0.092	12.0	0.2	1.1	2	2.9	1.5	$-\pi/6$
5	5.0	0.27	0.17	0.8	0.3	0.088	12.2	0.5	1.2	2	3.0	1.4	$\pi/4$

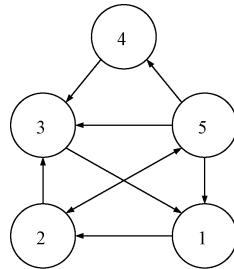


图 6 多机器人编队模通信拓扑

变量都会逐渐收敛到一个很小的值, 接近于 0。

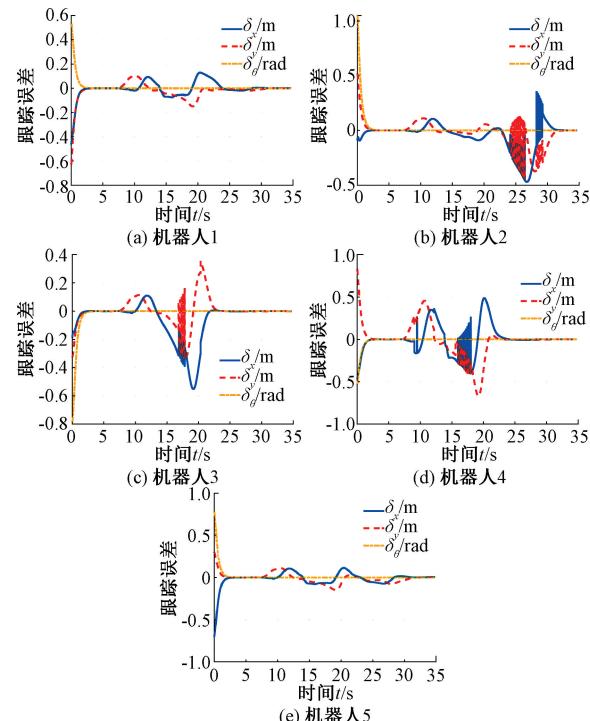


图 7 多机器人的参考跟踪误差

$$\mathbf{x}_{di} = [1.5\cos(2i\pi/5) + 0.15t, 1.5\sin(2i\pi/5) + \sin(0.3t), 0]^T, i = 1, 2, 3, 4, 5 \quad (24)$$

匹配和非匹配的非线性不确定性分别选择如下方程

$$\mathbf{d}_i = [0.3\sin(t+i\pi/5) + 0.2, 0.1\cos(1.5t+i\pi/4) + 0.2, 0.2\sin(1.2t+i\pi/3) + 0.1]^T \quad (25)$$

$$\mathbf{w}_i = [0.5\sin(1.5t+i\pi/4) + 2, 0.6\sin(2t+i\pi/3) + 1.5, 0.5\sin(0.8t+i\pi/5) + 1]^T \quad (26)$$

有限时间扰动观测器的参数选择为  $\alpha_{i,1} = 4, \alpha_{i,2} = 8, \alpha_{i,3} = 4, \alpha_{i,4} = 6, \alpha_{i,5} = 12, \alpha_{i,6} = 6, \beta_{i,d} = 0.7$  且  $\beta_{i,\omega} = 5$  ( $i = 1, 2, 3, 4, 5$ )

人工势场法的参数值分别设置为  $\epsilon_1 = 1.1$  和  $\epsilon_2 = 2$ 。滑模控制器的参数选择为  $\bar{c} = 2$  和  $\lambda_i = 2, i = 1, 2, 3, 4, 5$ 。

机器人 1~5 的参考跟踪误差和滑模变量分别如图 7 和图 8 所示, 这些图清晰地说明了每个机器人的位置跟踪误差和滑模变量的有界性。图 9 给出了多机器人系统的轨迹图。很明显, 当扰动观测器输出稳定并且没有障碍物需要躲避时, 所有五个机器人的位置参考跟踪误差和滑动

在避障过程中, 每个机器人的位置跟踪误差和滑模变量都观察到抖动现象。一个主要原因是, 与给定的参考  $\mathbf{x}_{di}$  相比, 所提出的参考校正算法可能会在每次控制迭代之间提供相对较大距离的参考点。此类问题可以被视为未来要解决的一个方面, 以提高算法的性能。对机器人 2

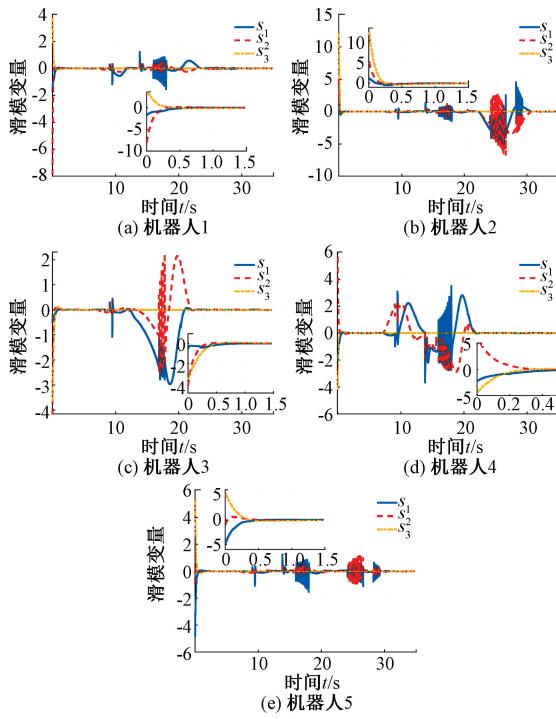


图 8 多机器人的滑模变量

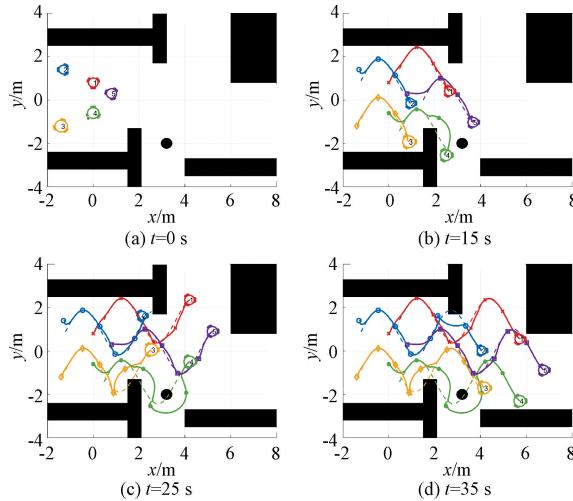


图 9 多机器人的轨迹图

和机器人 4 进行比较,可以发现,随着参考轨迹与障碍物中心之间的距离减小,抖动现象显得更加严重。

此外,对于进入某一障碍物势场内边界的轨迹,入口点(轨迹进入边界的位置)和出口点(轨迹离开边界的位置)之间的距离越小,抖动现象越明显。具体来说,在本次模拟中使用的正弦波参考轨迹中,与需要在波峰和波谷之间避开障碍物(如机器人 4 避开第一个障碍物)的相比,那些需要避开波峰或波谷上的障碍物(如机器人 2 和 3),可以观察到更多的抖动。

除此之外,根据图 9 中每个机器人的轨迹,在任何一对机器人和障碍物之间都没有观察到碰撞,这表明本文的

避障目标已经实现。

为了测试所提出的参考校正算法是否可以减弱系统中的被动校正行为,将第  $i$  个机器人的绝对位置参考跟踪误差定义为:

$$\Delta_i = \int_0^{t_n} \|\delta_{xi}(\tau)\|_1 d\tau \quad (27)$$

式中:  $t_n$  表示当前时间。

然后比较原始控制器(18)和基于参考校正算法的控制器的性能。绝对位置参考跟踪误差  $\Delta_i$  的比较如图 10 所示。对于不需要避开障碍物的机器人(如机器人 1 和机器人 5),可以观察到其绝对位置参考跟踪误差明显下降,这意味着被动校正现象被减弱。对于参与避障的机器人也可以发现类似的趋势,效果更明显,表明所提的分布式参考校正的控制方法能够更好地协调机器人之间的动作和位置调整,从而在实现避障的同时保持较低的跟踪误差。

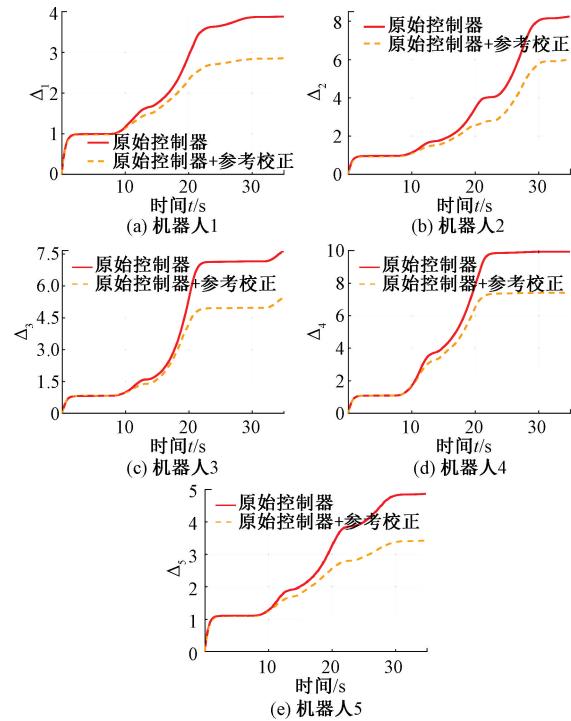


图 10 多机器人绝对位置参考误差

如图 11 所示,第  $i$  个机器人在遇见第  $k$  个障碍物时参考校正算法触发的标志  $k_i$ ,对于不需要避开障碍物的机器人 1 和 5 可以看到并不触发参考校正算法,对于机器人 4 在 10 s 和 15 s 到 20 s 分别在第 1 和第 3 个障碍物时触发,机器人 3 在第 15 s 到 20 s 遇见障碍物 1 时触发,机器人 2 在 25 s 到 30 s 遇见障碍物 2 时触发。

综上所述,在外干扰下多机器人系统遵循预定轨迹实现编队控制和对多障碍物避障,增强了所提控制方法在实际工程系统中的适用性,提出的分布式参考校正算法减弱了由不可达参考场景引起的被动校正行为,系统控制器的稳定性和鲁棒性得到了证明。

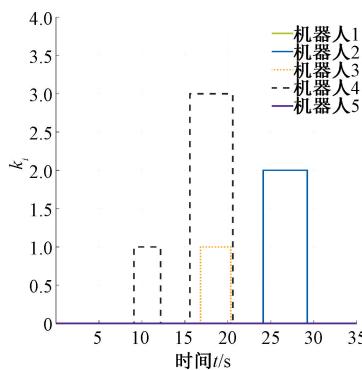


图 11 多机器人参考校正算法的触发

## 4 结 论

本文针对多机器人系统的编队避障问题,设计了基于人工势场法和分布式参考校正算法的控制策略。使用基于 Bouc-Wen 模型的补偿器来抵消迟滞效应,更新滑模面以确保协同误差在非匹配干扰下收敛。提出了一种新的基于扰动观测器的滑模控制方案,确保每个机器人的位置跟踪误差和滑模变量的协同一致且有界。采用了人工势场法来引导机器人远离障碍物。针对定义的不可达参考场景和被动校正现象,提出了一种分布式参考校正算法。基于 Lyapunov 稳定性理论,保证了所提出控制方案的稳定性。通过绝对参考跟踪误差的比较证明了所提出的参考校正算法的有效性。未来可以考虑如何将当前的控制方案扩展到具有部分未知状态和其他输出约束的控制系统的问题,对于多机器系统之间碰撞避免以及队形变换也是值得研究的方向。

## 参 考 文 献

- [1] 关英姿,刘文旭,焉宁,等.空间多机器人协同运动规划研究[J].机械工程学报,2019,55(12):37-43.
- [2] 智超群,鲁旭涛,张丽娜.水质监测机器人集群编队路径规划策略[J].国外电子测量技术,2022,41(5):15-20.
- [3] 胡锦帆.基于虚拟领航者的无人机一致性编队控制[J].电子测量技术,2023,46(22):70-77.
- [4] WANG Y, YUE Y, SHAN M, et al. Formation reconstruction and trajectory replanning for multi-uav patrol[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2021, 26(2): 719-729.
- [5] ZHAO X, TAO B, DING H. Multimobile robot cluster system for robot machining of large-scale workpieces [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2022, 27(1): 561-571.
- [6] KABORE K M, GÜLER S. Distributed formation control of drones with onboard perception[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2022, 27(5): 3121-3131.
- [7] YU X, SU R. Decentralized circular formation control

of nonholonomic mobile robots under a directed sensor graph[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2023, 68(6): 3656-3663.

- [8] 吴金霆,王琢,张子超,等.基于领航-跟随法和人工势场法的巡检机器人编队[J].国外电子测量技术,2024,43(1):182-188.
- [9] WANG D, WANG P, ZHANG X, et al. An obstacle avoidance strategy for the wave glider based on the improved artificial potential field and collision prediction model[J]. Ocean Engineering, 2020, 206: 107356.
- [10] LI X, SONG S, GUO Y. Robust finite-time trackingcontrol for Euler-Lagrange systems with obstacle avoidance [J]. Nonlinear Dynamics, 2018, 93(2):443-451.
- [11] WEN G, CHEN C, LIU Y. Formation control with obstacle avoidance for a class of stochastic multiagent systems [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2018, 65(7):5847-5855.
- [12] 周健,龚春林,谷良贤,等.非匹配不确定性条件下的编队分布式协同控制[J].系统工程与电子技术,2019,41(3):636-642.
- [13] KAYACAN E. Sliding mode control for systems with mismatched time-varying uncertainties via a self-learning disturbance observer[J]. Transactions of the Institute of Measurement & Control, 2019, 41 (7): 2039-2052.
- [14] MONDAL S, SU R, XIE L. Heterogeneous consensus of higher-order multi-agent systems with mismatched uncertainties using sliding mode control[J]. International Journal of Robust & Nonlinear Control, 2017, 27(13): 2303-2320.
- [15] SUN Y, SHI P, LIM C. Event-triggered adaptive leaderless consensus control for nonlinear multi-agent systems with unknown backlash-like hysteresis. [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2021, 31(15): 1.
- [16] LIU Z, LAI G, ZHANG Y, et al. Adaptive neural output feedback control of output-constrained nonlinear systems with unknown output nonlinearity [J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2015, 26(8):1789-1802.
- [17] 杨朋举,刘烨,黄小刚,等.含未知磁滞输入的机械臂系统预设性能控制[J].仪表技术与传感器,2023,(1): 96-101,106.

## 作者简介

伍锡如,博士,教授,主要研究方向为复杂网络、机器人控制、深度学习等。

E-mail:xiruwu@guet.edu.cn

杨子儒,硕士研究生,主要研究方向为多机器人编队控制。

E-mail:1140283080@qq.com