

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2314933

# 非线性递减权值 PSO 优化下的 LQR 轨迹跟踪研究

董蓉<sup>1</sup> 刘放<sup>2</sup> 聂少卿<sup>2</sup> 刘亚飞<sup>2</sup> 吴宝宁<sup>2</sup>

(1.西南交通大学唐山研究院 唐山 063000; 2.西南交通大学机械工程学院 成都 610036)

**摘要:** 针对二次线性调节器(LQR)权重矩阵选取困难导致的自动驾驶车辆控制精度低、系统适应度欠佳等问题,设计了一种非线性递减权值粒子群算法(NLDW-PSO)。基于二自由度车辆动力学模型,构建了横向跟踪误差模型,设计了前馈控制消除了 LQR 稳态误差;并设计以横向偏差、航向偏差和前轮转向角为评价函数,将系统输出误差状态量反馈至 NLDW-PSO 算法,所设计的非线性递减惯性权重因子通过提升粒子群体寻优性能,从而自适应调整 LQR 权重系数更新策略,形成闭环优化控制,最终求解得到系统目标函数极值。将所设计控制器的跟踪效果进行了对比,Carsim/Smulink 联合仿真结果表明所提出 NLDW-PSO 优化 LQR 算法的跟踪控制效果最优,横向距离偏差最大值为 0.076 m,横向距离偏差均值相较于固定权重系数 LQR 降低了 69.74%,显著提高了车辆跟踪控制精度和自适应能力,且对速度变化具有较强鲁棒性。

**关键词:** 非线性递减权值;粒子群算法 PSO;二次线性调节器 LQR;轨迹跟踪控制

**中图分类号:** TP273+.1 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.8050

## Research on LQR trajectory tracking under nonlinear decreasing weight PSO optimization

Dong Rong<sup>1</sup> Liu Fang<sup>2</sup> Nie Shaoqing<sup>2</sup> Liu Yafei<sup>2</sup> Wu Baoning<sup>2</sup>

(1. Graduate School of Tangshan, Southwest Jiaotong University, Tangshan 063000, China;

2. School of Mechanical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610036, China)

**Abstract:** In order to solve the problems of low control accuracy and poor system fitness caused by the difficulty of selecting the weight matrix of quadratic linear regulator (LQR), this paper was designed a nonlinear decreasing weight particle swarm optimization (NLDW-PSO) algorithm. Based on the two-degree-of-freedom vehicle dynamics model, the lateral tracking error model is constructed, and the LQR steady-state error is eliminated by feedforward control. With lateral deviation, heading deviation and front wheel steering angle as evaluation functions, the system output error state is fed back to NLDW-PSO algorithm. The designed nonlinear decreasing inertia weight factor can improve the particle population optimization performance, which adaptively adjusts the LQR weight coefficient update strategy to form a closed-loop optimization control, and finally obtains the extreme value of objective function of the system. The tracking effect of the designed controllers is compared, the results showed that the proposed NLDW-PSO optimized LQR algorithm has the best tracking control effect, and its maximum Lateral error was 0.076m by Carsim/Smulink co-simulation, and the mean Lateral error was reduced by 69.74% compared with the fixed weight coefficient LQR. The tracking control accuracy and adaptive ability of the vehicle are significantly improved, and it has strong robustness to velocity change.

**Keywords:** nonlinear decreasing weight; particle swarm optimization PSO; quadratic linear regulator LQR; trajectory tracking control

## 0 引言

自动驾驶轨迹跟踪控制技术发展至今,现已有许多种类算法。一类是无模型的控制,如比例-积分-微分(proportion

integration diffe, PID)<sup>[1]</sup>控制,其将系统动力学看作黑盒,根据误差产生转向信号,但这种方法应用于复杂的非线性系统控制的精度不高;另一类是基于几何学的控制方法,纯追踪控制<sup>[2]</sup>、Stanley 控制<sup>[3]</sup>等运用运动学模型和几何关系

来计算转向进行控制,但这种方法未考虑车辆动力学,难以应用到急转弯和高速场景;还有一类是基于动力学的控制算法,常见的有滑模控制<sup>[4]</sup>、模型预测控制(model predictive control, MPC)<sup>[5]</sup>、二次线性调节器(linear quadratic regulator, LQR)<sup>[6]</sup>控制等,其中模糊自适应控制将信息简单的模糊处理将导致系统的动态跟踪性能变差,滑模控制由于其控制率中含有符号函数(sign)将导致抖振现象,MPC 控制则因为其在线重复求解优化将会产生庞大的计算量,若初始值选择不当也会导致求解失败。

与上述算法相比,LQR 控制算法采用动力学模型使得系统更加精确,控制规律与系统动态和瞬时状态相关,可获得状态线性反馈控制率,易于构成闭环最优控制,且对运算系统的处理能力要求不高,可实现稳定的路径跟踪。

在以往的多数研究中,常常将矩阵权重系数设定为经验固定值,对于不同特性的控制系统不具有普适性,使 LQR 控制难以达到最优跟踪效果。对此,许多学者展开了深入研究。斯坦福大学的 Snider<sup>[7]</sup>于 2009 年建立了车辆路径跟踪的动力学模型,并将 LQR 控制应用于该模型中,但未考虑干扰项影响,导致跟踪控制系统具有稳态误差。刘福华等<sup>[8]</sup>提出了一种前馈 LQR 控制方法,使得跟踪误差减小。

在以往的多数研究中,常常将矩阵权重系数设定为经验固定值,对于不同特性的控制系统不具有普适性,难以使 LQR 控制达到最优跟踪效果。高琳琳等<sup>[9]</sup>提出了一种基于车路位置关系调整参数权重的 LQR 控制器改进方法,该方法确实提高了跟踪效果,但根据位置大致信息一次只改变距离偏差或航向偏差中的一个权重系数会影响误差调节速度。随着智能算法的发展,许多学者将智能算法应用于 LQR 权重系数的自主选取当中。谢宏毅等<sup>[10]</sup>提出了一种基于路面附着系数利用模糊控制理论调整权重矩阵的 LQR 控制方法,提高了跟踪效果,但该方法依赖专家经验,仍旧存在模糊规则的制定问题。付林凯等<sup>[11]</sup>提出了自适应多种群遗传算法优化 LQR 参数矩阵,优化了防侧翻控制问题,但所需的进化代数多,收敛较慢。陈致远<sup>[12]</sup>利用粒子群算法(partricle swarm optimization algorithm, PSO)对八轮卡车进行 LQR 算法控制研究,经优化后的系统更能稳态收敛,有效提高了车辆操纵稳定性。

上述方法仅对权重系数矩阵部分参数进行调节,难以得到全局最优系数解,轨迹跟踪精度可进一步提高。本文通过设计非线性递减惯性权重因子粒子群算法(nonlinear decreasing weight particle swarm optimization algorithm, NLDW-PSO)优化 LQR 控制器,对 PSO 算法易“早熟”的问题,在初期增加了搜索空间,强化了全局搜索能力,在后期惯性权重因子非线性递减,避免陷入局部最优循环,更好地平衡了全局与局部搜索能力,提升了 PSO 算法寻优性能。设计了以横向偏差、航向偏差和前轮转向角的均方根累加值为 NLDW-PSO 优化 LQR 算法的适应度函数,求得

系统最优增益,从而实现自主优化 LQR 权重矩阵系数。通过 4 组仿真结果对比,证明所提出的 NLDW-PSO 算法优化下的 LQR 控制器能自主选取系统适应度更优权重系数,大幅提升了参考轨迹的跟踪效果,且表现出较好的鲁棒性。

## 1 构建轨迹跟踪模型

### 1.1 构建车辆动力学模型

为了保证良好的跟踪实时性和针对横向轨迹跟踪控制研究,本文采用经典二自由度车辆动力学模型,考虑了横向运动和横摆运动两个自由度,如图 1,  $o'$  为车辆速度瞬心,  $o$  为车辆质心,  $v$  为车辆质心速度,  $\beta$  为车辆质心侧偏角,  $\varphi$  为横摆角,对二自由度车辆模型进行分析,根据牛顿第二定理,微分方程如下:

$$\begin{cases} F_{yf} \cos\delta + F_{yr} = m(\dot{v}_y + v_x \dot{\varphi}) \\ aF_{yf} \cos\delta - bF_{yr} = I_z \ddot{\varphi} \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $F_{yf}$ 、 $F_{yr}$  分别为车辆前后轮侧偏力,  $\delta$  为前轮转角,  $m$  为整车质量,  $\dot{v}_y$  为横向加速度,  $v_x$  为纵向速度,  $\dot{\varphi}$ 、 $\ddot{\varphi}$  分别为车辆横摆角速度和横摆角加速度,  $a$ 、 $b$  分别为车辆质心到前轴和后轴的距离,  $I_z$  为车辆质心绕  $z$  轴转动惯量。

假设车辆处于相对平稳运行工况,将式(1)非线性模型线性化,则轮胎侧偏力与侧偏角成一次线性关系:

$$\begin{cases} F_{yf} = 2C_{af}\alpha_f \\ F_{yr} = 2C_{ar}\alpha_r \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $\alpha_f$ 、 $\alpha_r$  分别为车辆前后轮侧偏角,  $C_{af}$ 、 $C_{ar}$  分别为前后轮侧偏刚度。

对前轮转角  $\delta$  作小角度假设约束,即  $\cos\delta = 1$ , 根据几何关系和小角度理论假设,可以得到前轮侧偏角与后轮侧偏角:

$$\begin{cases} \alpha_f = \frac{v_y + \dot{\varphi}a}{v_x} - \delta \\ \alpha_r = \frac{v_y - \dot{\varphi}b}{v_x} \end{cases} \quad (3)$$

将式(2)、(3)带入式(1)得动力学方程:

$$\begin{pmatrix} \ddot{y} \\ \ddot{\varphi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2(C_{af} + C_{ar})}{mv_x} & \frac{2aC_{af} - 2bC_{ar} - v_x}{mv_x} \\ \frac{2(aC_{af} - bC_{ar})}{I_z v_x} & \frac{2(a^2 C_{af} + b^2 C_{ar})}{I_z v_x} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ \varphi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{2C_{af}}{m} \\ -\frac{2aC_{ar}}{I_z} \end{pmatrix} \delta \quad (4)$$

### 1.2 构建横向误差模型

为了更加精确的追踪控制,本文基于笛卡尔坐标系建立 Frenet 自然坐标系,对车辆的横纵向控制进行解耦,当纵向速度趋于稳定时,通过控制前轮转角来进行横向控制,车辆横向跟踪误差模型如图 1 所示。

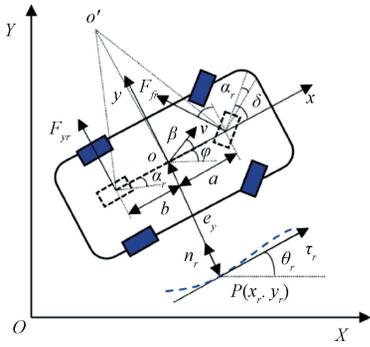


图 1 车辆动力学横向跟踪误差模型

航向误差用  $e_\varphi$  来表示,定义为车辆当前位置的实际航向角  $\theta$  与投影点切线处期望航向角  $\theta_r$  之间的偏差。设定逆时针旋转为正方向,  $\theta = \varphi + \beta$ , 先假设用横摆角  $\varphi$  替代原航向角  $\theta$ , 由于稳态航向误差  $e_\varphi$  为  $-\beta$ , 即实际航向误差  $e'_\varphi = 0$ , 航向误差表示为:

$$e_\varphi = \varphi - \theta_r \quad (5)$$

横向误差用  $e_y$  来表示,定义为车辆质心  $o$  到期望轨迹投影点  $P$  的距离,图 1 中,  $\mathbf{n}_r, \boldsymbol{\tau}_r$  分别为车辆投影位置的法向及切向单位向量,  $\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{x}}_r$  分别为车辆当前真实位矢与投影位矢,横向误差表示为:

$$e_y = (\bar{\mathbf{x}} - \bar{\mathbf{x}}_r) \cdot \mathbf{n}_r \quad (6)$$

Frenet 公式为:

$$\frac{d\boldsymbol{\tau}}{ds} = k \cdot \mathbf{n} \quad (7)$$

式中:  $ds$  表示对参考轨迹弧长微分,  $\mathbf{n}, \boldsymbol{\tau}$  分别表示车辆实际位置的法向及切向单位向量,  $k_r$  表示道路曲率。

结合式 (7), 将式 (6) 对时间求导并代入  $\theta, \beta, \varphi$  角度关系, 化简可得:

$$\dot{e}_y = v_y + v_x(\varphi - \theta_r) \quad (8)$$

由于本文所设计参考轨迹航向角连续平滑, 从而忽略  $\dot{\theta}_r$ , 得到横摆角速度  $\dot{\varphi}$  和角加速度  $\ddot{\varphi}$ :

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = \dot{e}_\varphi + \dot{\theta}_r \\ \ddot{\varphi} = \dot{e}_\varphi \end{cases} \quad (9)$$

将式 (5)、(8)、(9) 带入式 (4), 可得横向跟踪误差微分方程, 将状态量设置为  $\mathbf{x} = [e_y, \dot{e}_y, e_\varphi, \dot{e}_\varphi]^T, \mathbf{u} = [\delta]$ , 将其改写为状态空间方程形式:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{C}\dot{\theta}_r \quad (10)$$

式中:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\ell_1}{mv_x} & -\frac{\ell_1}{m} & \frac{\ell_2}{mv_x} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{\ell_2}{I_z v_x} & -\frac{\ell_2}{I_z} & \frac{\ell_3}{I_z v_x} \end{pmatrix}; \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ -C_{af} \\ m \\ -aC_{af} \\ I_z \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\partial z}{mv_x} - v_x \\ 0 \\ \frac{\partial z}{I_z v_x} \end{pmatrix} \begin{cases} \ell_1 = 2(C_{af} + C_{ar}) \\ \ell_2 = 2(aC_{af} - bC_{ar}) \\ \ell_3 = 2(a^2C_{af} + b^2C_{ar}) \end{cases}$$

## 2 控制器设计

### 2.1 经典横向 LQR 控制跟踪算法

自动驾驶车辆根据传感器采集到的离散数据进行状态反馈, 再输入对被控对象进行调整, 为了对离散系统进行控制, 采用传统 LQR 跟踪算法, 将式 (10) 最后一项  $\mathbf{C}\dot{\theta}_r$  忽略, 将连续时间系统转换为固定采样周期为  $\Delta t$  的离散时间系统, 采用一阶差分法得:

$$\mathbf{x}(t + \Delta t) - \mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(\xi)dt + \mathbf{B}\mathbf{u}(\xi)dt \quad (11)$$

式中:  $\xi \in (t, t + dt)$ , 分别对状态量和控制量采用中点欧拉法和向前欧拉法,  $k$  为离散轨迹点数量, 得到离散化结果:

$$\mathbf{x}(k + 1) = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{x}(k) + \bar{\mathbf{B}}\mathbf{u}(k) \quad (12)$$

式中:  $\bar{\mathbf{A}} = (\mathbf{I} - \mathbf{A}\Delta t/2)^{-1}(\mathbf{I} + \mathbf{A}\Delta t/2); \bar{\mathbf{B}} = \mathbf{B}\Delta t; \mathbf{I}$  为单位矩阵。

LQR 控制器需要兼顾车辆的跟踪精度和行驶稳定性, 因此将代价函数设计为:

$$J(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \frac{1}{2} \sum_0^\infty \mathbf{x}^T(k) \bar{\mathbf{Q}}\mathbf{x} + \mathbf{u}^T(k) \bar{\mathbf{R}}\mathbf{u}(k) \quad (13)$$

式中:  $\bar{\mathbf{Q}} \geq 0$  为半正定实对称矩阵,  $\bar{\mathbf{R}} > 0$  为正定实对称矩阵,  $\bar{\mathbf{Q}} = \text{diag}[5, 5, 5, 5]$  为状态加权矩阵,  $\bar{\mathbf{Q}}$  增大表示系统希望跟踪偏差能够快速趋近于零;  $\bar{\mathbf{R}} = [1]$  为控制加权矩阵, 增大表示系统希望控制输入小<sup>[13]</sup>。

为使目标函数  $J$  取得最优值, 用最小控制代价实现系统的最优控制, 构造哈密顿函数为:

$$H = \frac{1}{2} [\mathbf{x}^T(k) \bar{\mathbf{Q}}\mathbf{x}(k) + \mathbf{u}^T(k) \bar{\mathbf{R}}\mathbf{u}(k)] +$$

$$\boldsymbol{\lambda}^T(k + 1) [\bar{\mathbf{A}}\mathbf{x}(k) + \bar{\mathbf{B}}\mathbf{u}(k)] \quad (14)$$

将式 (14) 带入式 (13) 并对  $J$  微分求导, 使其为 0 达到最小代价函数值, 通过递推式迭代求解黎卡提方程:

$$\mathbf{P}(k - 1) = \bar{\mathbf{Q}} + \bar{\mathbf{A}}^T \mathbf{P}(k) (\mathbf{I} + \bar{\mathbf{B}}\mathbf{R}^{-1} \bar{\mathbf{B}}^T \mathbf{P}(k))^{-1} \bar{\mathbf{A}} \quad (15)$$

得到 LQR 控制器的最优控制律为:

$$\mathbf{u}(k) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(k) \quad (16)$$

式中:  $\mathbf{K}$  为离散时间系统 LQR 控制的增益系数,  $\mathbf{K} = [K_1, K_2, K_3, K_4]$ 。

$$\mathbf{K} = (\mathbf{R} + \bar{\mathbf{B}}^T \mathbf{P}(k + 1) \bar{\mathbf{B}})^{-1} \bar{\mathbf{B}}^T \mathbf{P}(k + 1) \bar{\mathbf{A}} \quad (17)$$

式中:  $\mathbf{P}$  为黎卡提方程式 (15) 的正常量解。

### 2.2 设计前馈控制的 LQR 轨迹跟踪算法

由于经典 LQR 算法忽略了动力学微分方程  $\mathbf{C}\dot{\theta}_r$  项的影响, 得到的轨迹跟踪结果具有稳态误差, 结合公式 (10) 和公式 (16) 可以得到:

$$\dot{x} = (A - BK)x + C\delta_f \quad (18)$$

由式 (18), 无论  $K$  取何值所得的跟踪误差均不可能为 0, 此处计算前馈控制量  $\delta_f$  来消除控制器产生的稳态误差:

$$u = -Kx + \delta_f \quad (19)$$

将  $A, B, C$  带入式 (19), 令  $e_y = 0$  可计算出:

$$\delta_f = \frac{\dot{\theta}_r}{v_x} \left[ a + b - bK_3 - \frac{mv_x^2}{a+b} \left( \frac{b}{C_{af}} + \frac{a}{C_{ar}} K_3 - \frac{a}{C_{ar}} \right) \right] \quad (20)$$

### 3 更新权重调节器设计

#### 3.1 PSO 优化算法

PSO 最早于 1995 年由生物学家 Kennedy 和 Eberhart 提出, 该算法用无质量的粒子模拟鸟群中个体的状态, 变换速度和位移参数来实现迭代, 通过共享位置信息保留距离食物最近的粒子, 得到最优解。迭代粒子的位置更新公式如式 (21), 速度更新公式如式 (22):

$$X_i^T = X_i^{T-1} + V_i^{T-1} \quad (21)$$

$$V_i^T = \omega V_i^{T-1} + c_1 \text{rand}_1(PBest_i - X_i^{T-1}) + c_2 \text{rand}_2(GBest_i - X_i^{T-1}) \quad (22)$$

式中:  $X_i^T, V_i^T$  分别表示第  $i$  个粒子第  $T$  次迭代的粒子位置和粒子速度,  $\omega$  为惯性因子,  $c_1, c_2$  为学习因子,  $\text{rand}$  为  $0 \sim 1$  间产生的随机数,  $P_{Best}$  表示种群中个体最优粒子,  $G_{Best}$  表示迭代中全局最优粒子。

惯性因子  $\omega$  对全局寻优性能具有重要影响, 线性递减惯性权重 (online decreasing weight, LDW)<sup>[14]</sup> 策略优化 PSO 算法相较于固定惯性权重系数更优, 随迭代次数增加而线性减小搜索范围, 能更快收敛:

$$\text{LDW-PSO 惯性权重因子递减式如下:} \\ \omega^T = \omega_s - (\omega_E - \omega_s)(T/N) \quad (23)$$

式中:  $\omega^T$  是第  $T$  次迭代的惯性权重因子,  $\omega_s$  是  $\omega$  最大值,  $\omega_E$  是  $\omega$  最小值,  $T$  为当前迭代数,  $N$  为最大迭代数。

LDW-PSO 虽然有所优化, 但迭代初期全局搜索持续时间短, 局部搜索能力较弱, 易错失最优位置, 随着惯性权重减小, 粒子位置逐步趋同, 易“早熟”陷入局部寻优, 对于复杂、具有非线性变化特性的优化问题适应性较差。

因此提出一种 NLDW 优化 PSO 算法, 表达式如下:

$$\omega^T = \omega_s + (\omega_E - \omega_s)e^{-k'(T/N)^2} \quad (24)$$

式中:  $k'$  为非线性递减惯性权重调节参数, 本文取  $k'$  为 5。

NLDW-PSO 可在迭代初期给予粒子群体较大的搜索空间, 提高初期全局寻优能力, 随迭代次数增加非线性减小后期惯性权重因子, 强化局部寻优能力, 如图 2 所示。

#### 3.2 基于 NLDW-PSO 算法的权重优化策略

根据式 (13), 加权矩阵的选取对整个系统的控制性能具有重要作用, 采用本文提出的 NLDW-PSO 更新矩阵权重系数优化 LQR 控制器, 将权重矩阵  $Q, R$  系数分别采取 4 维空间寻优和 1 维空间寻优, 为兼顾稳定性和跟踪性能,

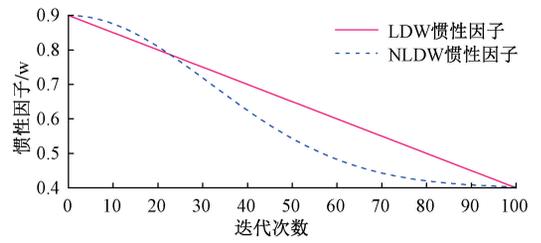


图 2 惯性因子迭代变化对比曲线

设计以横向偏差、航向偏差和前轮转向角的均方根值累加值为 NLDW-PSO 优化算法的适应度函数:

$$F_{fitness} = \sqrt{\frac{\sum_i^M (e_{y_i})^2}{M}} + \sqrt{\frac{\sum_i^M (e_{\varphi_i})^2}{M}} + \sqrt{\frac{\sum_i^M (\delta_i)^2}{M}} \quad (25)$$

式中:  $e_{y_i}, e_{\varphi_i}, \delta_i$  分别为  $i$  时刻的横向偏差、航向偏差、前轮转角,  $M$  为采样总时为  $t$  下的离散数据点数。

采用 NLDW-PSO 优化算法更新权重策略流程如图 3 所示。

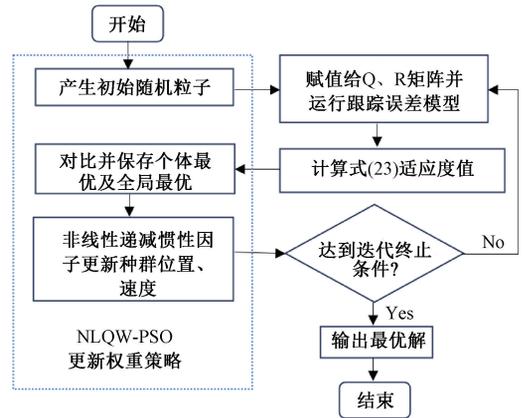


图 3 NLDW-PSO 优化算法运行流程图

#### 3.3 实验仿真分析

通过 Matlab/Carsim 联合仿真方式验证上述所设计 LQR 优化控制器的性能, 该算法控制流程如图 4 所示。

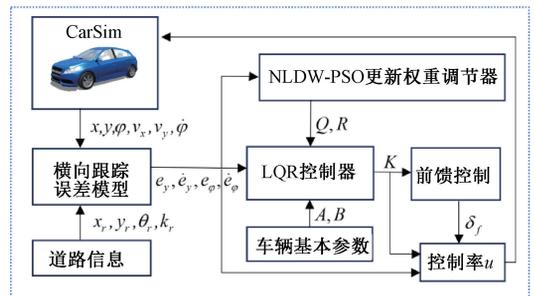


图 4 联合仿真流程图

在 Carsim 中选择 C 级乘用车模型, 车辆的主要参数如表 1 所示。

表 1 车辆基本参数

参数	符号	数值
整车质量/kg	$m$	1 412
轴距/m	$l$	2.910
前轴侧偏刚度/(N·rad <sup>-1</sup> )	$C_{\alpha f}$	-14 897
后轴侧偏刚度/(N·rad <sup>-1</sup> )	$C_{\alpha r}$	-82 204
质心高度/m	$h$	0.540
质心到前轴距离/m	$a$	1.015
绕 z 轴转动惯量/(kg·m <sup>2</sup> )	$I_z$	1 536.700
轮胎型号	/	215/55 R17

种群数过小易陷入局部最优,种群过大则增长不再具有显著作用,因此根据经验将种群设置为中间值 30,最大迭代次数设置为 100 次。权重矩阵待优化参数迭代范围设置为 [1, 100],将固定权重 PSO、LDW-PSO 及 NLDW-PSO 迭代结果进行对比,如图 5 所示。

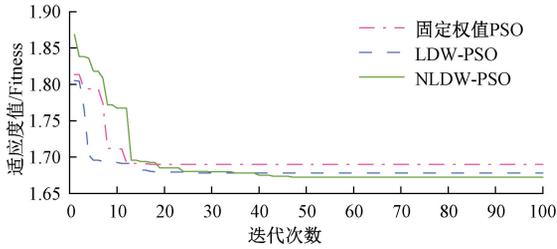


图 5 3 种递减权重惯性因子迭代过程

结果显示,固定权重 PSO 最终适应度函数值最大,为 1.690 0,所得解效果最差。NLDW-PSO 在初代随机粒子适应度较固定权重 PSO、LDW-PSO 大的情况下最终得到了三者中最小适应度值 1.672 2,表明本文提出的 NLDW-PSO 优化 LQR 算法在迭代初期的寻优能力强,在迭代后期也能更好的避免陷入局部最优,找到更优近似解,最终所得解为  $Q = \text{diag}[99.06, 1, 1, 3.61]$ 、 $R = [45.75]$ ,因此选取 NLDW-PSO 优化 LQR 控制器进行仿真验证跟踪性能。

设置经典双移线工况<sup>[15]</sup>验证该优化算法的性能,参考轨迹设计公式为:

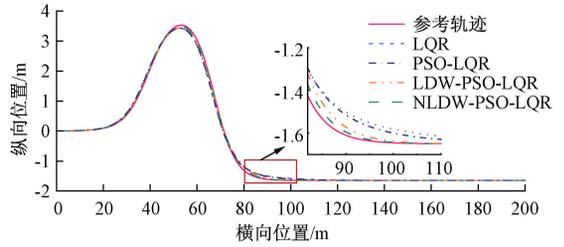
$$Y_r(X) = \frac{d_{y1}}{2}[1 + \tanh(z_1)] - \frac{d_{y2}}{2}[1 + \tanh(z_2)] \quad (26)$$

式中:

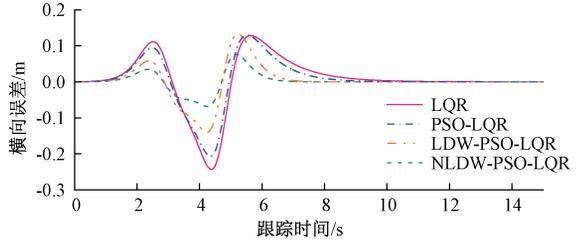
$$d_{y1} = 4.05, d_{y2} = 5.70, z_1 = 2.40/25(X - 27.19) - 1.20, z_2 = 2.40/21.95(X - 56.46) - 1.20$$

设定跟踪速度为 54 km/h,将基于 NLDW-PSO 优化的 LQR 和前馈 LQR、PSO 优化的 LQR、LDW-PSO 优化的 LQR 进行仿真对比,仿真结果如图 6 所示。

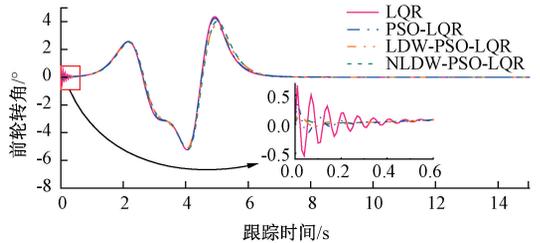
从图 6(a)可以看出,本文提出的 NLDW-PSO 优化 LQR 控制器的跟踪轨迹,相较于默认权重系数矩阵的前馈



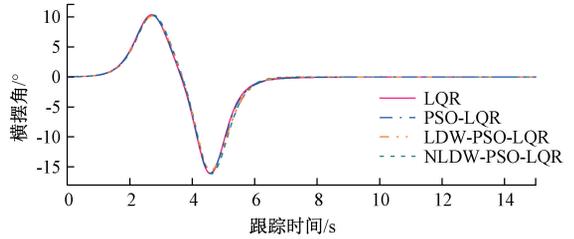
(a) 双移线轨迹跟踪对比曲线



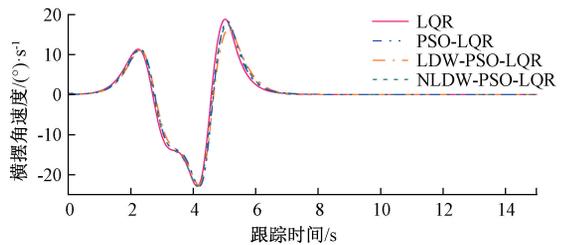
(b) 轨迹跟踪  $e_y$  对比曲线



(c) 轨迹跟踪  $\delta$  对比曲线



(d) 轨迹跟踪  $\phi$  对比曲线



(e) 轨迹跟踪  $\dot{\phi}$  对比曲线

图 6 两种控制器在 54 km/h 下的跟踪效果对比

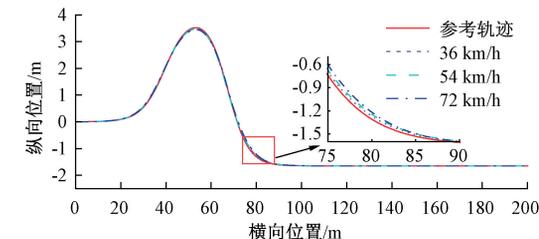
LQR 控制器及 PSO 优化的 LQR、LDW-PSO 优化的 LQR,更为贴合双移线参考轨迹,跟踪效果最优。

图 6(b)中,前馈 LQR 算法的横向误差最大,为 0.243 1 m,误差最大,其次为 PSO-LQR,最大值为 0.206 7 m,然后是 LDW-PSO-LQR 算法,误差最大值为 0.140 0 m,NLDW-PSO-LQR 算法的横向误差最小,其最大值为 0.076 0 m,NLDW-PSO-LQR 算法横向误差最大值相对固定权重 LQR 减少了 68.33%,前馈 LQR 算法的横向误差平均值为

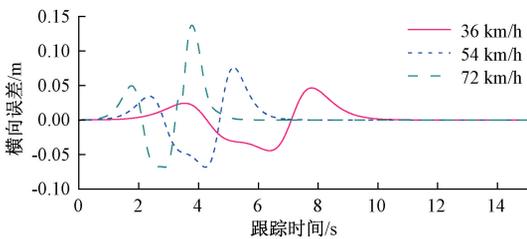
0.041 1 m, NLDW-PSO 优化 LQR 算法跟踪轨迹的横向误差平均值为 0.012 4 m, 平均横向误差相对减少了 69.74%, 该结果验证了采用 NLDW-PSO 优化 LQR 算法确能够选取系统适应度更优的权重参数, 从而提升跟踪精度。

图 6(c)~(e)中显示了 4 种控制器都有较好的航向跟踪效果, 但在 6(c)的跟踪起始位置处, 前轮转角  $\delta$  出现了不同程度的振荡现象, 这是由于参考航向角在起始位置有一定初值, 而车辆航向角从零开始增大, 两者存在不稳定的差值, 从而影响前轮转角产生先振荡后收敛的现象。对比发现, 图 6(c)中通过 NLDW-PSO 优化的 LQR 控制器降低初始位置振荡幅度的效果最好, 收敛速度最快, 且在 5 s 处, NLDW-PSO 优化的 LQR 控制器前轮转角最小, 整体实现了消耗更小能量达到最优控制的系统响应目的。

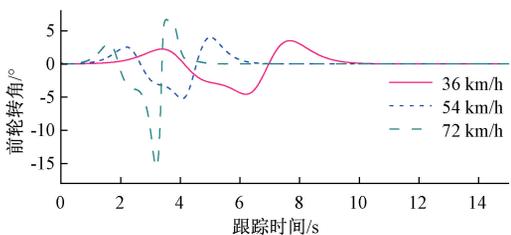
为了验证本文所提出的 NLDW-PSO 优化 LQR 控制器对速度变化的鲁棒性, 分别设计  $v_x$  为 36 km/h、54 km/h、72 km/h 进行对仿真对比, 结果如图 7 所示。



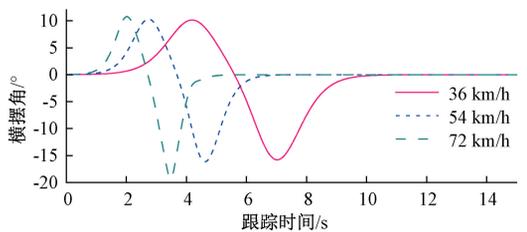
(a) 双移线轨迹跟踪对比曲线



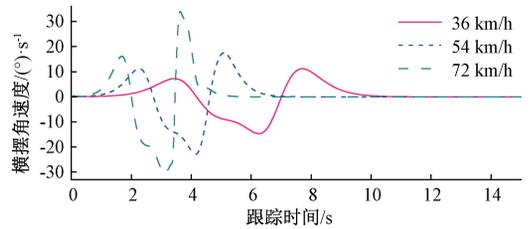
(b) 轨迹跟踪  $e_y$  对比曲线



(c) 轨迹跟踪  $\delta$  对比曲线



(d) 轨迹跟踪  $\phi$  对比曲线



(e) 轨迹跟踪  $\dot{\phi}$  对比曲线

图 7 NLDW-PSO-LQR 在不同速度下的跟踪效果

随着速度的增加, 横向误差曲线、前轮转角曲线、横摆角曲线都发生了左移, 以更短时间完成了跟踪过程。根据图 7(a)、(b), 跟踪误差随着速度的降低呈减小趋势, 36 km/h 组、54 km/h 组、72 km/h 组的最大误差分别为 0.046 5、0.076 0、0.137 2 m。图 7(c)中, 34 km/h 组和 54 km/h 组的前轮转角曲线较为平滑, 72 km/h 组在 3 s 处出现了较大前轮转角, 但根据图 7(d)、(e)显示, 该组的横摆角及横摆角速度均在正常范围内且无突变或抖动现象, 能较好保持车辆跟踪的稳定性。据上所述, 通过 NLDW-PSO 优化的 LQR 控制器在低、中、高速不同状态下均能很好地完成跟踪任务, 3 组对照中最大误差比前馈 LQR 在 54 km/h 状态下的横向误差小 43.56%, 跟踪性能表现优异, 鲁棒性较强。

## 4 结 论

本文基于经典二自由度车辆动力学模型, 通过自然坐标系对车辆纵向控制进行解耦, 构建了横向误差模型, 在此模型上设计了前馈 LQR 控制器。提出一种 NLDW-PSO 优化算法确定 LQR 权重矩阵系数的方法, 通过对固定权值、LDW 线性递减权值、NLDW 非线性递减权值进行迭代对比, 证明 NLDW 非线性递减权值能够得到最优适应度。将 NLDW-PSO 优化的 LQR 控制器与前馈 LQR 控制器、PSO 优化的 LQR 控制器、LDW-PSO 优化的 LQR 控制器进行跟踪效果对比, 经优化的 NLDW-PSO-LQR 控制器的横向误差最大值相对固定权值 LQR 减少了 68.33%, 横向误差均值相对减少了 69.74%。因此, NLDW-PSO 优化 LQR 控制器能针对复杂系统自主优化参数得到更优跟踪效果, 且对于速度变化具有较强鲁棒性。

## 参考文献

- [1] 孟建军, 张宏强. 基于改进灰色预测模糊 PID 控制的列车多目标优化研究[J]. 铁道标准设计, 2020, 64(5): 173-181.
- [2] WU G, WANG G, BI Q, et al. Research on unmanned electric shovel autonomous driving path tracking control based on improved pure tracking and fuzzy control[J]. Journal of Field Robotics, 2023, 40(7): 1739-1753.
- [3] SEIFFER A, FREY M, GAUTERIN F. Pragmatic

- and effective enhancements for stanley path-tracking controller by considering system delay[J]. *Vehicles*, 2023, 5(2): 615-636.
- [4] 马晓敏,杨焯,冯子金,等.基于双幂次趋近律的移动机器人反演滑模路径跟踪控制方法[J].*电子测量技术*, 2021,44(12):29-33.
- [5] LI Y, HE D, MA F, et al. MPC-based trajectory tracking control of unmanned underwater tracked bulldozer considering track slipping and motion smoothing [ J ]. *Ocean Engineering*, 2023, 279: 114449.
- [6] 陈亮,秦兆博,孔伟伟,等.基于最优前轮侧偏力的智能汽车 LQR 横向控制[J].*清华大学学报(自然科学版)*, 2021,61(9):906-912.
- [7] SNIDER J M. Automatic steering methods for autonomous automobile path tracking [J]. *Robotics Institute, Pittsburgh*, 2009.
- [8] 刘福华,来升,伍倪燕.无人驾驶汽车横向运动 LQR 控制器设计及工况测试[J].*中国工程机械学报*, 2022, 20(6):522-526.
- [9] 高琳琳,唐风敏,郭蓬,等.自动驾驶横向运动控制的改进 LQR 方法研究[J].*机械科学与技术*, 2021,40(3): 1-1.
- [10] 谢宪毅,金立生,高琳琳,等.基于变权重系数的 LQR 车辆后轮主动转向控制研究[J].*浙江大学学报(工学版)*, 2018,52(3):446-452.
- [11] 付林凯,金智林.自适应多种群遗传优化的 SUV 防侧翻控制方法[J].*重庆理工大学学报(自然科学)*, 2023, 37(6):39-47.
- [12] 陈致远.基于 LQR 和 PSO 算法的八轮车侧翻控制系统研究[J].*控制工程*, 2022,29(7):1173-1180.
- [13] 王怡萌,全秋红,孙照翔,等.基于 GA-PSO 的智能汽车横向 LQR 控制器优化设计[J/OL].*汽车技术*, 1-9 [ 2024-03-18 ]. <https://doi.org/10.19620/j.cnki.1000-3703.20230278>.
- [14] 耿玺钧,崔立堃,冯绪永,等.基于线性递减权值 PSO 算法优化 LQR 控制的主动悬架性能研究[J].*现代制造工程*, 2023(1):43-49.
- [15] 夏勇生,吴东升,平兰兰.基于 MPC 的爆胎车辆轨迹控制研究[J].*电子测量与仪器学报*, 2021, 35(6): 154-160.

### 作者简介

**董蓉**, 硕士研究生, 主要研究方向为自动驾驶轨迹跟踪控制研究。

E-mail: dongrong1997@163.com

**刘放**, 博士, 副教授, 主要研究方向为轨道交通工程智能装备。

E-mail: 498262864@qq.com