

脉冲噪声下基于 Sigmoid 的 LFM 信号参数估计^{*}王厚友¹ 郭 勇² 杨立东¹

(1. 内蒙古科技大学信息工程学院 包头 014000; 2. 内蒙古科技大学理学院 包头 014000)

摘 要: 由于脉冲噪声具有的短时大幅值特性,使得基于高斯假设的信号参数估计方法无法在脉冲噪声环境下有效估计参数。针对此问题,利用 α 稳定分布模拟随机脉冲噪声,提出了一种基于 Sigmoid-CFRFT 的 LFM 信号参数估计方法。首先,建立了一种自适应 Sigmoid 函数,证明了信号经过此非线性变换后,信号的 2 阶矩由无界变为有界,且信号的相位信息保持不变。其次,将变换后的信号进行离散时间 CFRFT,建立了数学优化模型,并使用水循环算法搜索最优值点。最后,利用了非标准 SaS 分布噪声的修正方法,分析了标准和非标准分布下参数估计的性能。仿真结果说明,所提方法不仅可以有效抑制脉冲噪声对 LFM 信号分数谱特征的影响,而且能够实现低信噪比信号参数的高精度估计。相比于现有的基于非线性变换的参数估计方法,本文方法具有更好的精度,稳定性和噪声鲁棒性。

关键词: 线性调频信号;Sigmoid 函数;简明分数傅里叶变换;脉冲噪声;参数估计

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510. 4020

Parameter estimation of LFM signals based on Sigmoid
under impulsive noiseWang Houyou¹ Guo Yong² Yang Lidong¹

(1. College of Information Engineering, Inner Mongolia University of Science and Technology, Baotou 014000, China;

2. School of Science, Inner Mongolia University of Science and Technology, Baotou 014000, China)

Abstract: Due to the short-term large value characteristics of impulsive noise, the signals parameter estimation method based on Gaussian hypothesis cannot effectively estimate parameters in impulsive noise environment. To solve this problem, this paper proposes an LFM signals parameter estimation method based on Sigmoid-CFRFT by using alpha stable distribution to simulate random impulsive noise. Firstly, an improved Sigmoid function is established to prove that after this nonlinear transformation, the 2nd moment of the signal changes from unbounded to bounded, and the phase information of the signal remains unchanged. Secondly, the transformed signal is discrete-time CFRFT, a mathematical optimization model for LFM signals parameter estimation is established, and the water cycle algorithm is used to search for the optimal value point. Finally, a correction method for non-standard SaS distribution noise is used, and the performance of parameter estimation under standard and non-standard distribution is analyzed. The simulation results show that the proposed method can not only effectively suppress the influence of impulsive noise on the fractional spectral characteristics of LFM signals, but also achieve high-precision estimation of signals parameters with low signal-to-noise ratio. Compared with the existing parameter estimation methods based on nonlinear transformation, the proposed method has better accuracy, stability and noise robustness.

Keywords: liner frequency modulation signals; Sigmoid function; concise fractional Fourier transform; impulsive noise; parameter estimation

0 引 言

线性调频(linear frequency modulation, LFM)信号是

一类典型的非平稳信号,它具有低截获性和高分辨率,广泛应用于雷达、声纳和通信等领域^[1-2]。在信号的采集和传输过程中,会不可避免地引入噪声。因此,在这些领域中探索

收稿日期:2023-09-06

^{*} 基金项目:国家自然科学基金(62161040,62201298)、内蒙古科技大学创新基金(2019QDLB39)、内蒙古科技大学基本科研业务费专项资金项目资助

噪声环境下的 LFM 信号参数估计方法是一个共性的难点问题。常见的 LFM 信号参数估计方法包括极大似然估计(maximum likelihood, ML)、小波变换(wavelet transform, WT)、吕氏分布(Lv's distribution, LVD)、短时傅里叶变换(short time Fourier transform, STFT)等^[3-5]。

现有方法大多假设噪声服从高斯分布,这也导致这些方法在脉冲噪声环境下性能会大幅下降,甚至是无法准确估计参数。为此,针对脉冲噪声环境下的参数估计问题,学者们提出了滤波器、分数低阶统计量、相关熵、非线性幅值变换函数等方法^[6-9]。如 Liu 等^[10]提出了基于最快跟踪微分器和分数阶傅里叶变换(fractional Fourier transform, FRFT)的参数估计方法。该方法可以有效地滤除大幅值脉冲噪声且对噪声参数的改变具有一定的适应性,但在强脉冲噪声和低广义信噪比环境下性能会大幅度下降;段鹏婷等人提出了基于分数低阶统计量的方法^[11],该方法克服了交叉项的影响且具有较高的估计精度。但是,这种方法需要脉冲噪声的先验信息,且其阶数的选取缺乏理论支撑;张榆红等^[12]提出了基于 Sigmoid 函数和 LVD 的参数估计方法,LVD 可以直接将 LFM 信号在中心频率-调频斜率平面完成分解,但其计算量大且在低信噪比时性能较差;金艳等^[13]提出了基于压缩变换函数(compression transforms, CT)和 FRFT 的参数估计方法,在低信噪比下仍具有良好的性能。但是,CT 函数中的尺度变换参数需要通过实验获得,自适应性较差。另外,这些方法在峰值搜索时通常采用等步长搜索,参数估计精度受到步长大小的限制。另外,这些方法只有在脉冲噪声服从标准对称 α 稳定(symmetric α stable, SaS)分布时才可有效估计参数,当脉冲噪声不服从标准 SaS 分布时性能急剧下降,甚至是无法估计。

针对上述方法存在的不足,本文提出了一种基于 Sigmoid 函数和简明分数阶傅里变换(concise fractional Fourier transform, CFRFT)的 LFM 信号参数估计方法。该方法使用自适应 Sigmoid 函数来抑制脉冲噪声对信号的影响,并基于 CFRFT 建立 LFM 信号的分数谱;进而,利用 LFM 信号的分数谱特征构建参数估计的数学优化模型,并使用水循环算法(water cycle algorithm, WCA)搜索最优值点;最后,针对非标准 SaS 分布噪声下的参数估计问题,利用了一种非标准 SaS 分布噪声的修正方法,实现了非标准 SaS 分布噪声环境下 LFM 信号参数的准确估计。

1 脉冲噪声模型

脉冲噪声通常具有持续时间短和幅度大的特征, α 稳定分布模型可以很好的拟合脉冲噪声。 α 稳定分布没有闭式的概率密度表达式,常用如下的特征函数表示^[14]:

$$\varphi(t) = \exp[jat - \gamma |t|^\alpha (1 + j\beta \operatorname{sgn}(t)\omega(t, \alpha))] \quad (1)$$

其中:

$$\omega(t, \alpha) = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \lg |t| & \alpha = 1 \\ \tan \frac{\alpha\pi}{2} & \alpha \neq 1 \end{cases} \quad (2)$$

式中: $\operatorname{sgn}(t)$ 表示符号函数。 α 是脉冲噪声的特征指数,取值范围为 $(0, 2)$ 。 α 反映了脉冲噪声的强弱, α 越大噪声的脉冲强度越弱,反之脉冲强度越强。 $\gamma \in (0, +\infty)$ 表示分散系数, γ 的大小反映样本偏离均值的程度,类似于高斯分布的方差。 $\beta \in [-1, 1]$ 表示对称参数,描述的是分布的倾斜程度。 a 表示位置参数,取值范围是 $(-\infty, +\infty)$ 。当 $\beta = 0$ 时,此时的分布称作 SaS 分布。当 $a = 0, \beta = 0$ 时,此时的分布称作标准 SaS 分布。由于 α 稳定分布噪声的方差不存在,所以采用广义信噪比(generalized signal to noise ratio, GSNR)来衡量脉冲噪声的强度。GSNR 的定义为:

$$\text{GSNR} = 10\lg(\sigma_s^2/\gamma_v) \quad (3)$$

式中: σ_s^2 表示信号的方差, γ_v 表示脉冲噪声的分散系数。

下面简要列举了 α 稳定分布常见的 3 个性质^[15]:

性质 1 设 $X \sim S(\alpha, \beta, \gamma, a)$, c 为实数,则:

$$X + c \sim S(\alpha, \beta, \gamma, a + c) \quad (4)$$

性质 2 设 $X \sim S(\alpha, \beta, \gamma, a)$, m 为非 0 实数,则:

$$mX \sim \begin{cases} S(\alpha, \operatorname{sgn}(m)\beta, \gamma, ma) & \alpha \neq 1 \\ S(1, \operatorname{sgn}(m)\beta, |m| \gamma, ma - \frac{2}{\pi} m(\ln |m|)\beta\gamma) & \alpha = 1 \end{cases} \quad (5)$$

性质 3 设 $X_1 \sim S(\alpha, \beta_1, \gamma_1, a_1)$, $X_2 \sim S(\alpha, \beta_2, \gamma_2, a_2)$ 为相互独立的变量,则:

$$X_1 + X_2 \sim S(\alpha, \beta, \gamma, a) \quad (6)$$

其中:

$$\beta = \frac{\beta_1 \gamma_1^\alpha + \beta_2 \gamma_2^\alpha}{\gamma_1^\alpha + \gamma_2^\alpha}, \gamma = (\gamma_1^\alpha + \gamma_2^\alpha)^{1/\alpha}, a = a_1 + a_2 \quad (7)$$

2 Sigmoid 函数

本文构造了一种自适应 Sigmoid 函数,经过此函数处理后仅改变信号的幅值大小,相位信息不发生改变,且信号的二阶及高阶统计量由无限变为有限。自适应 Sigmoid 函数的数学表达式为:

$$\hat{s}(t) = f[s(t)] = \frac{\operatorname{sgn}[s(t)]}{1 + \exp[-\sigma |s(t)|]} \quad (8)$$

式中: σ 为自由参数,决定了 Sigmoid 函数的线性区间宽度, σ 越大线性区间宽度越小。如图 1 所示, Sigmoid 函数是一种非线性有界函数,在 $x=0$ 附近区域是近似线性的。含有脉冲噪声的信号经过 Sigmoid 函数处理后,幅值较大的脉冲噪声被大幅压缩,而小幅值的 LFM 信号基本保持不变,从而达到对大幅值脉冲噪声的抑制。当 Sigmoid 函数的线性区间略大于 LFM 信号的幅值时,此时非线性函数对噪声的抑制效果最好,且可最大程度地减小 LFM 信号的失真。图 1 展示了不同 σ 下的 Sigmoid 函数图像,从图中可知当 $\sigma = 4$ 时的线性区间大约为 $[-1, 1]$,刚好覆盖

LFM 信号的变化范围。图 2 展示了 LFM 信号 $x(t)$ 经过 Sigmoid 函数处理后的时域波形图。从图中可以看出,当 $\sigma = 4$ 时 LFM 信号的幅值几乎没有改变。但是,当 $\sigma = 0.5$ 时会导致 LFM 信号的幅值减小。幅值的减小会直接影响信号分数谱特征的提取,进而影响 LFM 信号的参数估计。

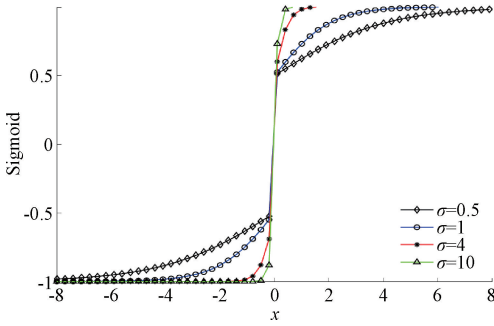


图 1 Sigmoid 函数曲线

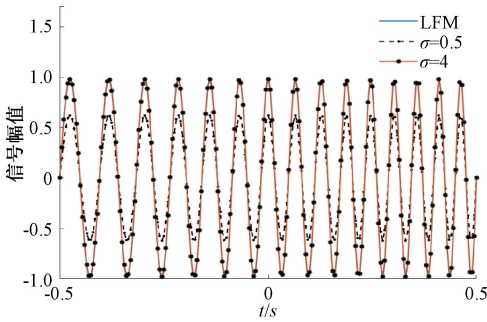


图 2 $f[s(t)]$ 的图像

分数低阶方法已被证明对 α 稳定分布噪声有良好的抑制效果,可以使得含噪信号的 2 阶矩由无界变为有界^[16]。如果本文构造的 Sigmoid 函数 $f(x)$ 满足 $f(|x|) \leq g(|x|)$, 其中 $g(x) = x^{<q>}$ 表示分数低阶函数,则 $f(x)$ 也同样可抑制脉冲噪声。

命题 1 设 x, y 为互相独立的两个随机变量,且服从参数为 α ($0 < \alpha < 2$) 的稳定分布,其所对应的值分别是 $W = f(x)$, $V = f(y)$, 则当有大幅值脉冲噪声出现时 W, V 满足:

$$|E(WV)| \leq |E(x^{<q>}y^{<q>})| \quad (9)$$

其中, $0 < q < \frac{\alpha}{2}$, $x^{<q>} = x \cdot \frac{|x|}{|x|}^q = \text{sgn}(x) \cdot |x|^q$

证明:设 x, y 的联合概率密度函数为 $f_{xy}(x, y)$, 根据式(8),得:

$$\begin{aligned} |E(WV)| &= \left| E \left[\frac{\text{sgn}(x)}{1 + \exp(-\sigma |x|)} \right] \cdot \right. \\ &\quad \left. E \left[\frac{\text{sgn}(y)}{1 + \exp(-\sigma |y|)} \right] \right| = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\text{sgn}(x) \cdot \text{sgn}(y)}{[1 + \exp(-\sigma |x|)] \cdot [1 + \exp(-\sigma |y|)]} \cdot \\ &\quad f_{xy}(x, y) dx dy \end{aligned} \quad (10)$$

$$|E(x^{<q>}y^{<q>})| = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot \frac{|x|}{|x|}^q \cdot y \cdot \frac{|y|}{|y|}^q \cdot f_{xy}(x, y) \right| \quad (11)$$

因为联合概率密度函数 $f_{xy}(x, y) \geq 0$, 所以只需证当 $-\infty < x < +\infty, -\infty < y < +\infty$ 时:

$$\begin{aligned} |\omega(x, y)| &= \left| \frac{\text{sgn}(x) \cdot \text{sgn}(y)}{[1 + \exp(-\sigma |x|)] \cdot [1 + \exp(-\sigma |y|)]} \right| \leq \\ x \cdot \frac{|x|}{|x|}^q \cdot y \cdot \frac{|y|}{|y|}^q &= \left| \frac{xy}{|xy|^{1-q}} \right| = |v(x, y)| \end{aligned} \quad (12)$$

由于 $q \in (0, \alpha/2)$, 因此 $0 < 1 - q < 1$ 。 $\omega(x, y)$ 和 $v(x, y)$ 是偶函数, 因此只要证明 $0 < x < +\infty, 0 < y < +\infty$ 时不等式成立即可, 即:

$$\frac{\text{sgn}(x) \cdot \text{sgn}(y)}{[1 + \exp(-\sigma |x|)] \cdot [1 + \exp(-\sigma |y|)]} \leq (xy)^q \quad (13)$$

当 $x = y = 0$ 时, 等号成立。当 $x > 0, y > 0$ 时, 式(13)可简化为:

$$\frac{(xy)^{-q}}{[1 + \exp(-\sigma |x|)] \cdot [1 + \exp(-\sigma |y|)]} < 1 \quad (14)$$

命题 1 显然成立, 即经过 Sigmoid 函数处理后随机变量 x 具有有限的二阶矩, Sigmoid 函数可抑制脉冲噪声且抑制效果优于分数低阶函数。

命题 2 LFM 信号经过 Sigmoid 函数处理后仅幅值发生改变, 相位信息保持不变。

证明: LFM 信号的数学表达式为:

$$x(t) = A \exp(j2\pi\omega t + j\pi kt^2) \quad (15)$$

其中, A 表示幅值, ω 表示中心频率, k 表示调频率。

$$\begin{aligned} f[x(t)] &= \frac{\text{sgn}[x(t)]}{1 + \exp[-\sigma |x(t)|]} = \\ &= \frac{\text{sgn}[A \exp(j2\pi\omega t + j\pi kt^2)]}{1 + \exp[-\sigma |A \exp(j2\pi\omega t + j\pi kt^2)|]} = \\ &= \frac{A \exp(j2\pi\omega t + j\pi kt^2)}{|A \exp(j2\pi\omega t + j\pi kt^2)|} \cdot \frac{1}{1 + \exp[-\sigma |A \exp(j2\pi\omega t + j\pi kt^2)|]} = \\ &= \frac{1}{1 + \exp[-\sigma |A \exp(j2\pi\omega t + j\pi kt^2)|]} \cdot \frac{\exp(j2\pi\omega t + j\pi kt^2)}{| \exp(j2\pi\omega t + j\pi kt^2) |} = \frac{1}{1 + \exp(-\sigma A)} \cdot \exp(j2\pi\omega t + j\pi kt^2) \end{aligned} \quad (16)$$

由式(16)可知 LFM 信号经过 Sigmoid 函数处理后只改变了信号的幅值大小, 中心频率和调频率保持不变。

3 基于 Sigmoid-CFRFT 的参数估计方法

3.1 Sigmoid-CFRFT

信号 $s(t)$ 的 Sigmoid-CFRFT 的数学定义为:

$$L_s^\alpha(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{s}(t) \cdot \exp(j\pi\cot\alpha t^2 - 2j\pi tu) dt \quad (17)$$

其中, $\alpha \in [0, \pi]$ 。 $\hat{s}(t)$ 表示 $s(t)$ 经过非线性变换后

的信号。CFRFT 可由一次 chirp 乘积和傅里叶变换得到^[17],即:

$$L_s^a(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{s}(t) \exp(j\pi \cot \alpha t^2) \exp(-2j\pi ut) dt = F[\hat{s}(t) \exp(j\pi \cot \alpha t^2)] \quad (18)$$

其中, F 表示傅里叶变换算子。假设信号的时宽和带宽为 T 和 F , 即 $t \in [-T/2, T/2]$, $u \in [-F/2, F/2]$ 。为了方便计算需要先进行量纲归一化^[18-19], 量纲归一化后的坐标系为:

$$t \rightarrow t/S, u \rightarrow u \cdot S \quad (19)$$

其中, $S = \sqrt{T/F} = \sqrt{T/f_s}$ 。在新的坐标系下, 信号在时域和频域中均位于 $[-\Delta x/2, \Delta x/2]$, 采样间隔变为 $1/\Delta x$, 其中 $\Delta x = \sqrt{T \cdot f_s}$ 。

$s(t)$ 的离散时间 Sigmoid-CFRFT 可表示为:

$$L_s^a(u) = \sum_{n=-N}^N \hat{s}(n/\Delta x) \exp[j\pi \cot \alpha (n/\Delta x)^2 - 2\pi u n/\Delta x] \quad (20)$$

通过离散变量 u , 可进一步得到离散 Sigmoid-CFRFT, 即:

$$L_s^a(m) = \sum_{n=-N}^N \hat{s}(n/\Delta x) \exp[j\pi \cot \alpha (n/\Delta x)^2 - 2\pi m n/\Delta x] \quad (21)$$

3.2 参数估计方法

由文献[17]可知, 当 $\cot \alpha = -k$ 时, LFM 信号的 CFRFT 分数谱呈现出能量聚集特性。也就是说, 当 $\cot \alpha = -k$ 时, LFM 信号的分数谱在 $u = \omega$ 处达到全局最大值。图 3 为 LFM 信号经过 CFRFT 后建立的三维分数谱, 从中可以看出 LFM 信号的分数谱有明显的峰值, 且峰值点位置与信号的参数相关。

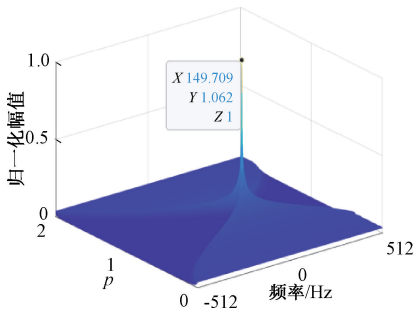


图 3 LFM 信号的分数谱

基于此特性, 建立脉冲噪声下 LFM 信号参数估计的数学模型为:

$$\begin{cases} \{\alpha_0, u_0\} = \underset{\alpha, u}{\operatorname{argmax}} |L_s^a(u)| \\ k_0 = -\cot \alpha_0 \\ \omega_0 = u_0 \end{cases} \quad (22)$$

其中, α_0 和 u_0 表示最优值点, k_0 和 ω_0 分别表示调频斜率和中心频率的估计值。

本文使用 WCA 来搜索全局最优值点, WCA 是模拟大自然水循环过程而提出的一种元启发式算法。该算法将最优解的寻找过程与自然界水循环过程相结合, 以适应度函数为导向, 进行溪流、河流的汇合, 以蒸发降雨作为辅助跳出局部最优解, 最终找到问题的全局最优解。WCA 具有处理各种优化问题的能力, 并且在计算量和精度方面优于部分经典的优化算法, 具有更高的效率^[20]。本文所提方法的算法流程如图 4 所示, 具体步骤包括:

步骤 1) 基于式(15)生成纯净的 LFM 信号 $x(t)$ 。

步骤 2) 生成含噪信号 $s(t)$, 即 $s(t) = x(t) + n(t)$, 其中 $n(t)$ 为脉冲噪声, 服从标准 SaS 分布。

步骤 3) 对含噪信号进行 Sigmoid 非线性变换, 得到去噪信号 $\hat{s}(t)$ 。

步骤 4) 利用 CFRFT 建立去噪信号的分数谱, 利用式(22)估计 LFM 的参数。

步骤 5) 进行 100 次 Monte Carlo 随机实验, 利用离群点检测算法将异常值剔除。

4 仿真实验

4.1 标准 SaS 分布噪声

下面, 设置 LFM 信号的参数为:

$$\{A, \omega, k, f_s, N\} = \{1, 150 \text{ Hz}, 100 \text{ Hz/s}, 1024 \text{ Hz}, 1024\} \quad (23)$$

其中, f_s 表示采样频率, N 表示采样点数。如图 5 所示, 在 $\alpha = 0.8$, $\text{GSRN} = 0 \text{ dB}$ 时, 对信号进行 CFRFT 建立含噪信号的分数谱。此时三维谱图中有多个峰值, 无法通过峰值点准确估计参数。而经过 Sigmoid 函数处理后, 脉冲噪声被有效抑制, 此时谱图中只有一个明显的峰值, 且峰值点位置与实际参数相匹配。

首先, 为了更好的展现本文方法在脉冲噪声环境下的参数估计性能, 将本文方法与 Sigmoid-LVD 方法^[14]和 CT-FRFT 方法^[15]进行比较。LFM 信号在 CFRFT 域能量聚集成尖峰, 通过搜索峰值点坐标能够估计出 LFM 信号的中心频率和调频斜率。图 6 是在 $\alpha = 0.8$, $\text{GSRN} = 0 \text{ dB}$ 时, 采用不同方法建立的含噪信号的分数谱。从图 6 中可以看出, 分数谱中存在一个明显的尖峰。这说明, 在 $\text{GSRN} = 0 \text{ dB}$ 时 3 种方法都可以有效抑制脉冲噪声, 参数估计结果如表 1 所示。从表 1 可看出, Sigmoid-CFRFT 方法的估计精度高于其他两种方法。不同于 Sigmoid-LVD 和 CT-FRFT 方法中使用的等步长搜索, 本文方法使用离散时间 CFRFT 来建立 LFM 信号的分数谱, 并使用了 WCA 来搜索峰值点, 有效突破了采样间隔和搜索步长对估计精度的限制。

其次, 图 7 中展示了当 $\alpha = 0.8$, $\text{GSRN} > -6 \text{ dB}$ 时, 基于 3 种方法建立的含噪信号的分数谱。为了直观展示峰值点的位置, 将分数谱投影到中心频率和阶次 p 平面。从图 7(a) 中可以看出, 基于 Sigmoid-LVD 方法建立的分数

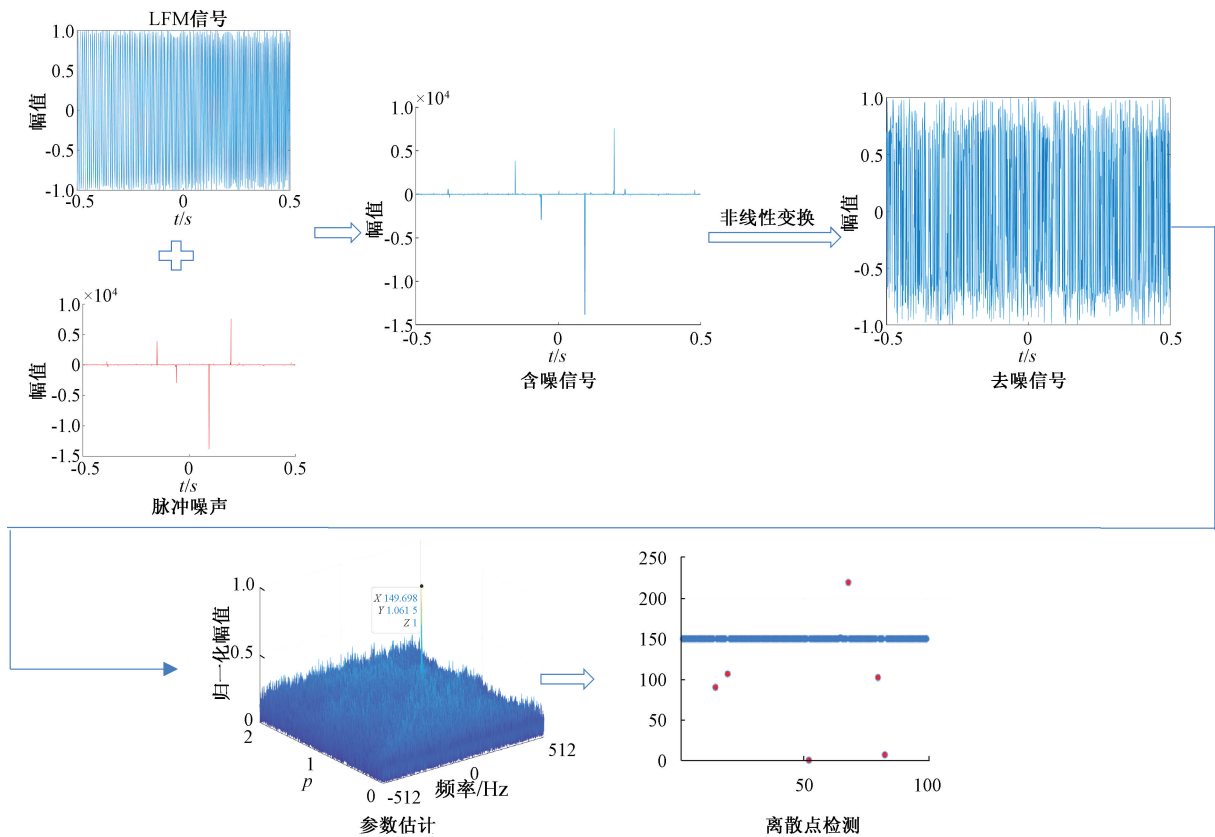


图 4 Sigmoid-CFRFT 算法流程

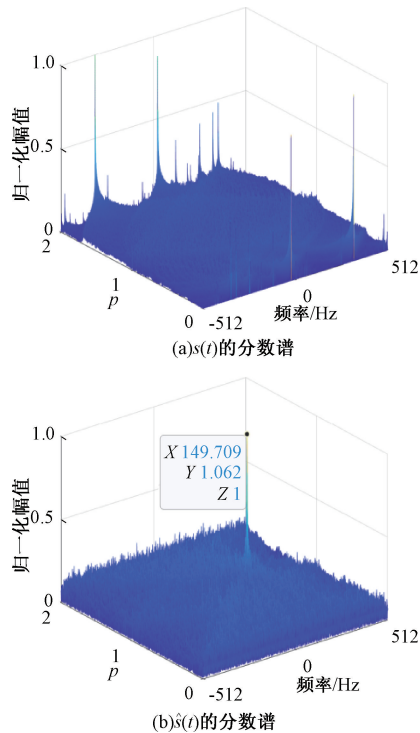


图 5 脉冲噪声下信号的分数谱

表 1 GSNR=0 dB 下 LFM 信号参数估计值

算法	ω	误差	k	误差
Sigmoid-LVD	150.103 62	0.103 62	100.050 00	0.050 00
CT-FRFT	149.705 75	0.294 25	99.783 41	0.216 59
Sigmoid-CFRFT	149.998 94	0.001 06	100.028 54	0.028 54

出,CT-FRFT 和 Sigmoid-CFRFT 这两种方法虽然也存在噪声的残留,但是真实信号对应的峰值并没有被噪声湮没,可以通过峰值点位置来估计参数。基于 3 种方法得到的 LFM 信号参数估计值列于表 2 中,Sigmoid-CFRFT 方法得到的估计误差最小,精度高于其他两种方法。综上所述,Sigmoid-CFRFT 方法对脉冲噪声具有良好的抑制效果,性能优于 Sigmoid-LVD 和 CT-FRFT,在低 GSNR 下性能也没有大幅度的下降。

表 2 GSNR=-6 dB 下的 LFM 信号参数估计值

算法	ω	误差	k	误差
Sigmoid-LVD	98.564 05	51.435 95	82.390 00	17.610 00
CT-FRFT	116.660 20	33.339 80	77.846 99	22.153 01
Sigmoid-CFRFT	150.006 82	0.006 82	99.981 81	0.018 19

谱中存在大幅值的伪峰,真实信号对应的峰值被湮没,无法准确估计中心频率和调频率。从图 7 (b)和(c)中可以看

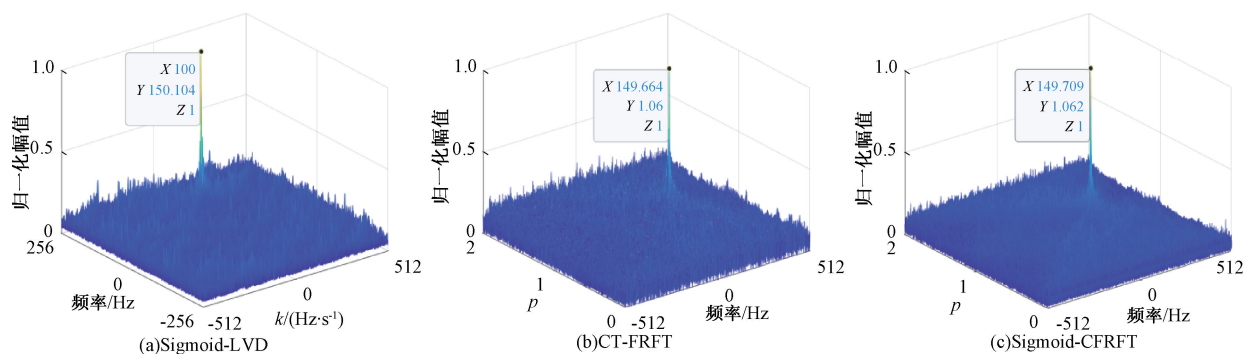


图 6 GSNR = 0 dB 时含噪信号的分数谱

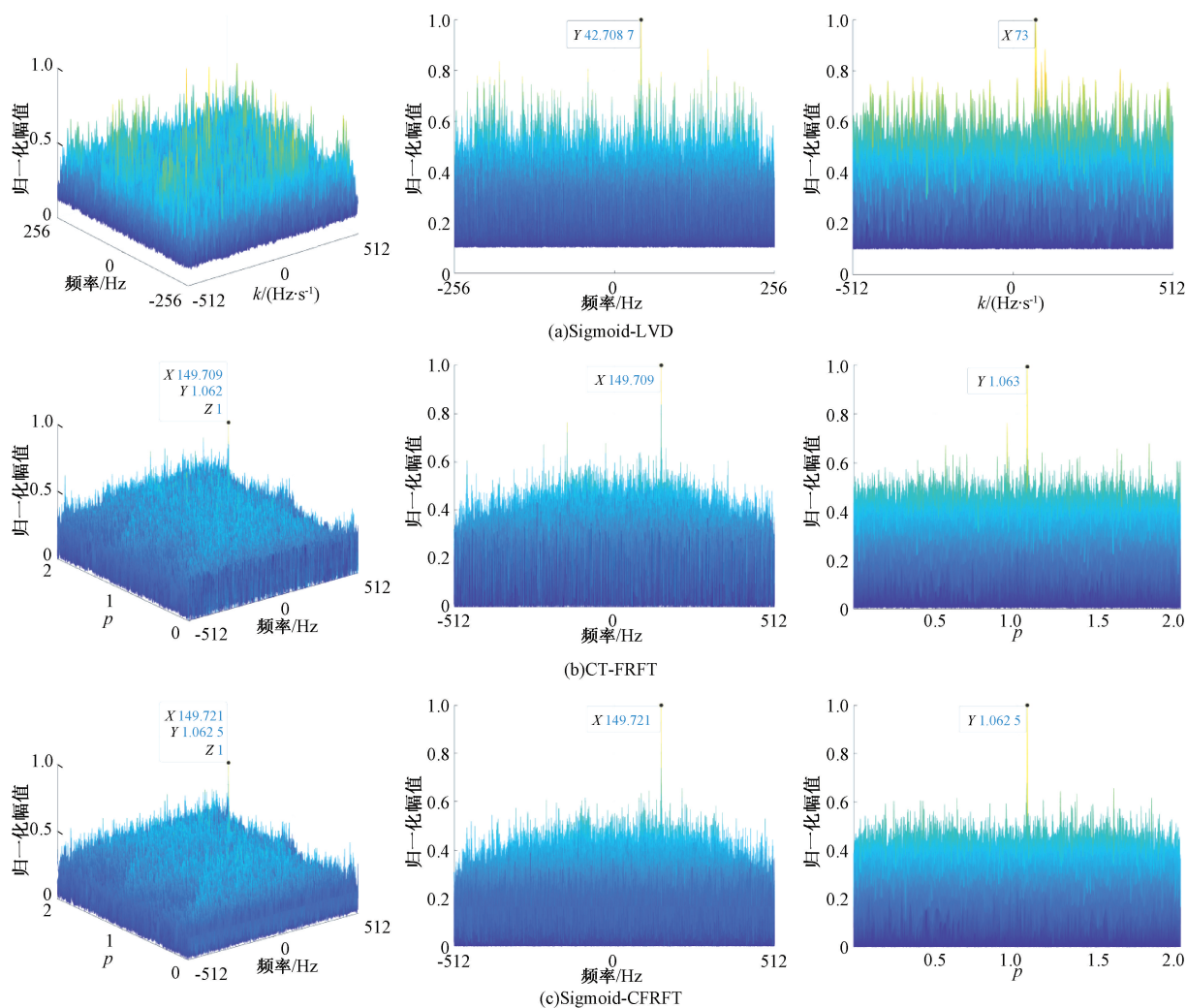


图 7 GSNR = -6 dB 时含噪信号的三维分数谱图

最后,在标准 α S 分布噪声环境下,固定 $\alpha = 0.8$,通过改变参数 γ 来调整 GSNR。在每个 GSNR 下分别进行 100 次 Monte Carlo 实验,然后计算出不同 GSNR 下的均方根误差(root mean square error, RMSE)(图 8)。从图 8 中可以看出,当 $\text{GSNR} > -3$ dB 时,Sigmoid-LVD 和 CT-

FRFT 方法均可以有效估计 LFM 信号的参数。当 $\text{GSNR} < -4$ dB 时,这两种方法的估计精度急剧下降。但是,本文所提的 Sigmoid-CFRFT 方法在 $\text{GSNR} > -6$ dB 时仍然可以估计出 LFM 信号的参数,误差远小于其他两种方法。接着,固定参数 γ ,通过改变参数来调整脉冲强

度 α 。在每个不同的 α 下分别进行 100 次 Monte Carlo 实验,然后计算出不同 α 下的 RMSE(图 9)。从图 9 中可以

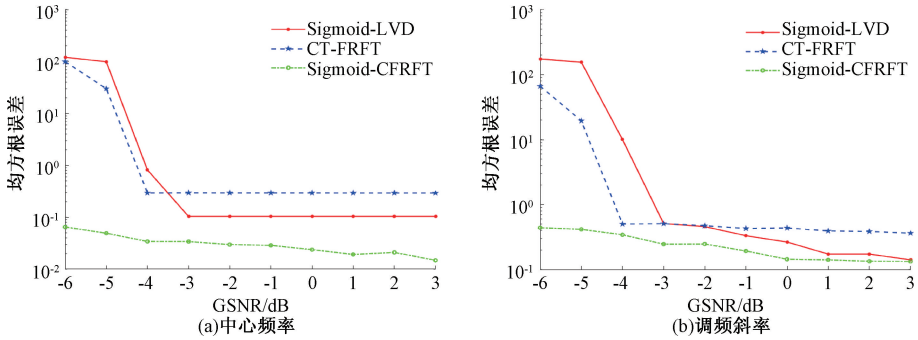


图 8 GSNR 不同 GSNR 下 LFM 信号参数估计的误差

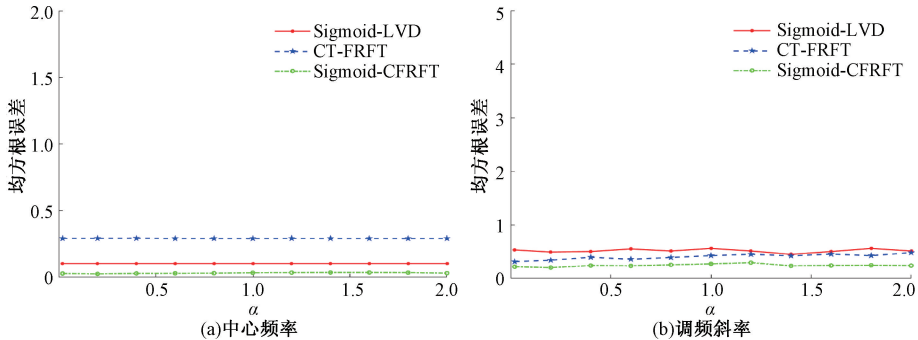


图 9 不同 α 下 LFM 信号参数估计的误差

4.2 非标准 SaS 分布噪声

当 α 稳定分布中的参数 $\beta \neq 0$ 或 $a \neq 0$ 时,此时噪声不再服从标准 SaS 分布,因此有必要分析非标准 SaS 分布噪声下的参数估计性能。下面,分两种情况来讨论:

- 1) 参数 β, a 发生微小变化,可近似看作标准 SaS 分布噪声;
- 2) 参数 β 或 a 发生较大变化,噪声出现了较大的偏移,

且均值不再为 0。

对于第 1 种情况,设置脉冲噪声的参数为 $\alpha = 0.8$, $\beta = 0.05, \gamma = 1, a = 0.2$, 基于 3 种方法建立的分

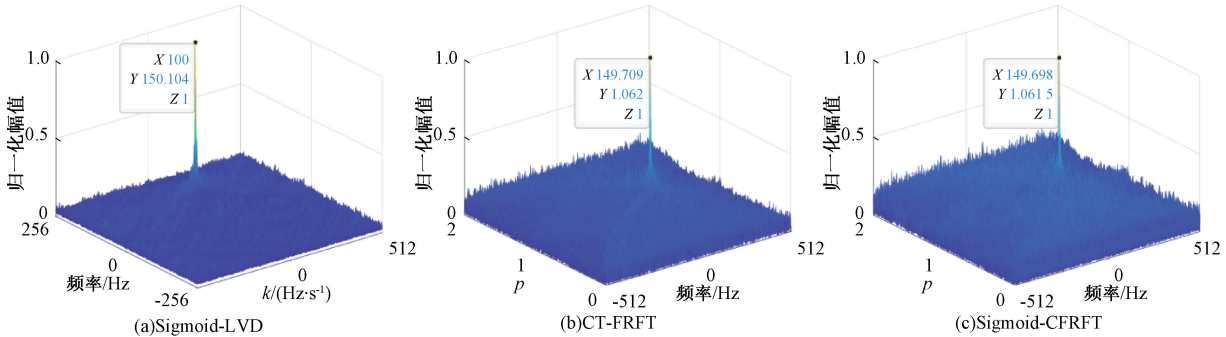


图 10 非标准 SaS 分布噪声下的分数谱

对于第 2 种情况,考虑参数 β, a 单独或同时出现较大变化,基于 Sigmoid-LVD 和 CT-FRFT 方法建立的分

信号的参数无法准确估计。因此,针对非标准 SaS 分布噪声下的参数估计问题,本文考虑利用估计的噪声参数,将非标准 SaS 分布噪声修正为标准 SaS 分布噪声,再进行参数估计。利用式(4)~(7)列举的 α 稳定分布的 3 个性质,对噪声进行修正。假设噪声服从分布 $X \sim S(\alpha, \beta, \gamma, a)$, 修正方法如式(24)~(26)所示。

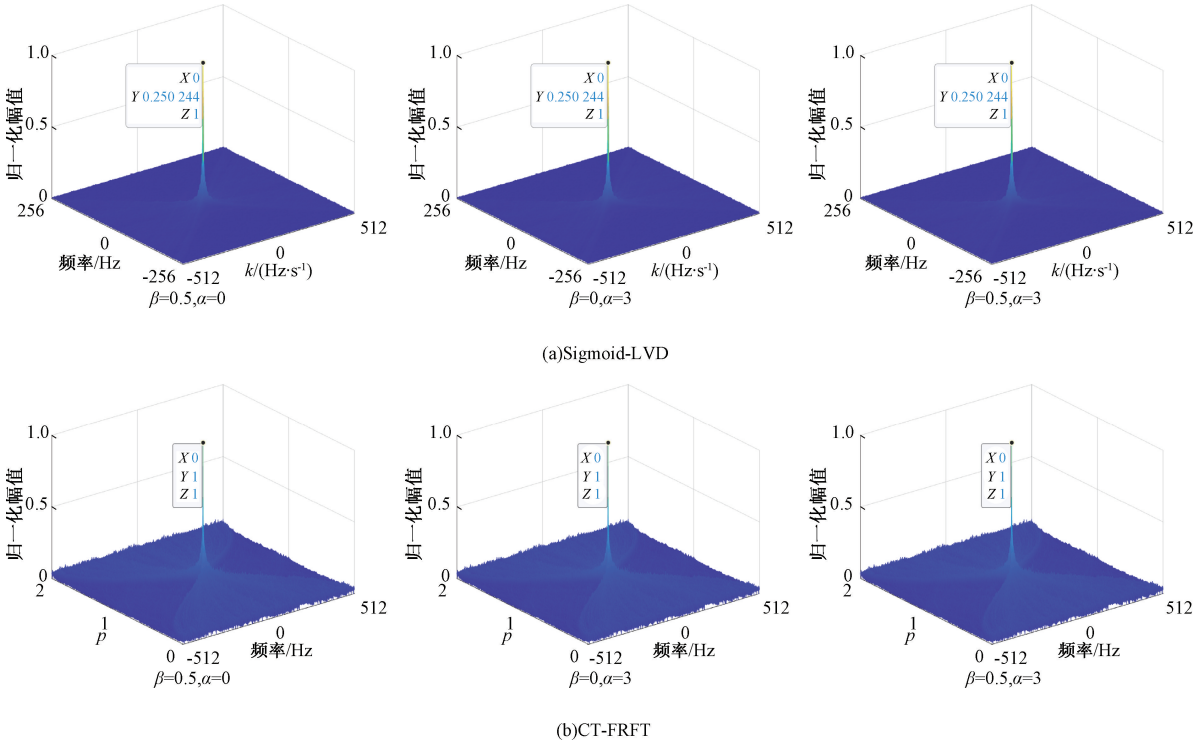


图 11 非标准 SaS 分布噪声下的三维分数谱图

- 1) 当 $a \neq 0, \beta = 0$ 时,修正公式为:
- $$X - a \sim S(\alpha, 0, \gamma, 0) \quad (24)$$
- 2) 当 $a = 0, \beta \neq 0$ 时,构建 $X' \sim S(\alpha, -\beta, \gamma, 0)$,修正公式为:
- $$X + X' \sim S(\alpha, 0, 2^{1/\alpha} \gamma, 0) \quad (25)$$
- 3) 当 $a \neq 0, \beta \neq 0$ 时,构建 $X' \sim S(\alpha, -\beta, \gamma, 0)$,修正公式为:
- $$X + X' - a \sim S(\alpha, 0, 2^{1/\alpha} \gamma, 0) \quad (26)$$
- 利用上述的修正方法,基于所提方法建立非标准

SaS 分布噪声下去噪信号的分数谱(图 12)。从图 12 中可看出,经过修正之后建立的分数谱中存在明显的峰值,且峰值位置与实际参数相匹配。参数估计的结果列于表 3 中,估计误差都小于 0.01。这说明,在非标准 SaS 分布噪声环境下,本文所建立的修正方法是有效的。对比图 10 与 11 可知, Sigmoid-LVD 方法和 CT-FRFT 方法只适用于标准或近似标准 SaS 分布噪声,而对其它非标准 SaS 分布噪声环境下的参数无法准确估计,具有一定的局限性。

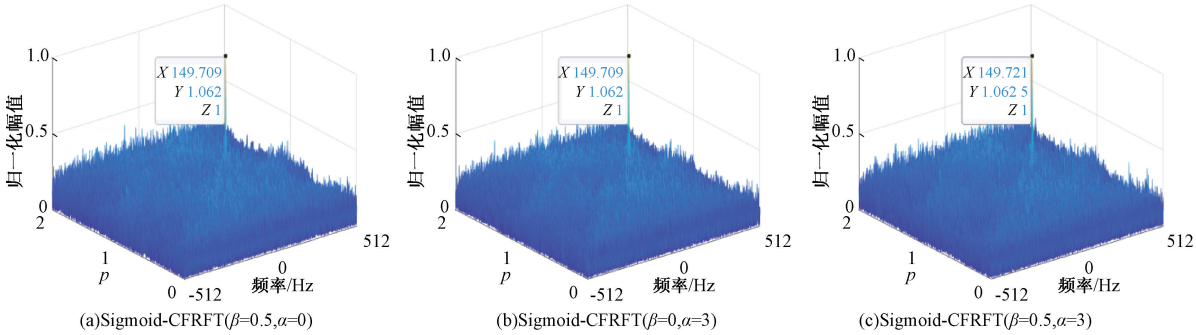


图 12 非标准 SaS 分布噪声下的三维分数谱图

表 3 非标准 SaS 分布噪声下的参数估计值

方法	β, a	ω	误差	k	误差
Sigmoid-CFRFT	$\beta = 0.5, a = 0$	150.010 00	0.010 00	99.995 37	0.004 63
	$\beta = 0, a = 3$	149.994 76	0.005 24	99.994 40	0.005 60
	$\beta = 0.5, a = 3$	150.000 41	0.000 41	99.990 57	0.009 43

5 结 论

针对脉冲噪声环境下传统参数估计方法性能急剧下降的问题,本文提出了一种基于 Sigmoid-CFRFT 的 LFM 信号参数估计方法。该方法先对信号进行 Sigmoid 非线性变换,将变换后的信号进行离散时间 CFRFT,建立参数估计的数学优化模型。Sigmoid 函数可以有效抑制大幅值的脉冲噪声,且能够保持信号的相位信息不变。与其他两种基于非线性函数的方法相比,本文方法在强脉冲噪声环境下具有更好的精度和稳定性。特别是,本文使用了非标 $S\alpha S$ 分布噪声的修正方法,有效解决了非标准 $S\alpha S$ 分布噪声环境下的 LFM 信号参数无法估计的问题。

参考文献

- [1] BAI G, CHENG Y, TANG W, et al. Chirp rate estimation for LFM signal by multiple DPT and weighted combination[J]. IEEE Transaction on Signal Processing Letters, 2019, 26(1): 149-153.
- [2] LI T, HU R, ZHANG Z, et al. A time delay estimation method of LFM hybrid signals based on hough transform [C]. 2021 IEEE 5th Advanced Information Technology, Electronic and Automation Control Conference(IAEAC), 2021: 1457-1460.
- [3] PEI S C, HUANG S G. STFT with adaptive window width based on the chirp rate[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(8): 4065-4080.
- [4] ZHANG W, LUO Z, XIONG X, et al. An enhanced impulsive noise suppression method based on wavelet denoising and ICA for power line communication[J]. Infocommunications Journal, 2021, 13(2): 25-31.
- [5] LV X L, BI G A, WAN C R, et al. L_v 's distribution: Principle, implementation, properties, and performance[J]. IEEE Transaction Signal Processing, 2011, 59(8): 3576-3591.
- [6] 邢毓华, 顾力铭. 脉冲噪声环境下混沌扩频时延估计算法研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2023, 37(3): 230-237.
- [7] LI L, QIU T S. A robust parameter estimation of LFM signal based on Sigmoid transform under the alpha stable distribution noise[J]. Circuits, Systems, and Signal Processing, 2019, 38(7): 3170-3186.
- [8] LI L, YU X, JIANG Q, et al. Synchrosqueezing transform meets α -stable distribution: An adaptive fractional lower-order SST for instantaneous frequency estimation and non-stationary signal recovery [J]. Signal Processing, 2022, 201: 108683.
- [9] 陈梦, 行鸿彦, 王海峰. 脉冲噪声下基于 NAT 函数的

LFM 信号多径时延估计[J]. 电子测量与仪器学报, 2022, 36(7): 73-81.

- [10] LIU X L, LI X M, XIAO B, et al. LFM signal parameter estimation via FTD-FRFT in impulse noise[J]. Fractal and Fractional, 2023, 7(1): 69-69.
- [11] 金艳, 段鹏婷, 姬红兵. 复杂噪声环境下基于 LVD 的 LFM 信号参数估计[J]. 电子与信息学报, 2014, 36(5): 1106-1112.
- [12] 张榆红, 张益鑫, 张超, 等. 一种抑制脉冲噪声的 LFM 信号参数估计方法[J]. 西安电子科技大学学报, 2022, 49(6): 23-31.
- [13] 金艳, 陈鹏辉, 姬红兵. 脉冲噪声下基于压缩变换函数的 LFM 信号参数估计[J]. 电子与信息学报, 2021, 43(2): 277-283.
- [14] HUANG X, ZHANG L R, CHEN Z Y, et al. Robust detection and motion parameter estimation for weak maneuvering target in the alpha-stable noise environment [J]. Digital Signal Process, 2021, 108: 102885.
- [15] 刘涛. Alpha 稳定分布噪声下循环平稳信号处理法研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2020.
- [16] LI L, QIU T S, SHI X F. Parameter estimation based on fractional power spectrum density in bistatic MIMO radar system under impulsive noise environment[J]. Circuits, Systems, and Signal Processing, 2016, 35(9): 3266-3283.
- [17] GUO Y, YANG L D. Method for parameter estimation of LFM signal and its application[J]. IET Signal Processing, 2019, 13(5): 538-543.
- [18] 李燕, 何怡刚, 尹柏强. LFM 信号 DOA 估计分数阶量纲归一化方法[J]. 电子测量与仪器学报, 2016, 30(3): 448-455.
- [19] 刘锋, 徐会法, 陶然. 分数阶 Fourier 变换中量纲归一化因子的选取[J]. 系统工程与电子技术, 2011, 33(2): 237-241.
- [20] ESKANDAR H, SADOLLAH A, HAMDI M, et al. Water cycle algorithm-A novel metaheuristic optimization method for solving constrained engineering optimization problems[J]. Computers and Structures, 2012, 110-111: 151-166.

作者简介

王厚友, 硕士研究生, 主要研究方向为雷达信号处理理论。

郭勇(通信作者), 博士, 副教授, 主要研究方向为时频分析理论及其应用。

E-mail: guo_yong@imust.edu.cn

杨立东, 博士, 教授, 主要研究方向为音频信号处理和模式识别。