

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2212044

自适应子空间图的局部比值和判别分析*

周科艺 方立煌 黄培杰 杨晓君
(广东工业大学信息工程学院 广州 510006)

摘要: 随着科技快速发展,数据维度急剧增加,传统降维算法难以寻找数据最优子空间,严重影响分类器性能,提出了基于自适应子空间图的局部比值和判别分析算法。提出了考虑局部结构的比值和判别分析算法;通过交替迭代的优化方法,避免了现有比值和优化方法寻找到的次优解;在最优子空间学习近邻相似图而不是原始空间,避免其受到原始空间噪声点的影响;引入了香农熵约束,避免出现平凡解;最后将样本投影到最优的子空间。在合成数据集和人脸数据集上,被提出的算法与大量主流的判别分析算法进行分类任务实验。大量实验结果表明,被提出的算法能够学习到更好判别性能的投影子空间,具有更优的分类效果。

关键词: 比值和;判别分析;局部;自适应图

中图分类号: TP391.4 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 520.2040

Local ratio sum discriminant analysis based on adaptive subspace graph

Zhou Keyi Fang Lihuang Huang Peijie Yang Xiaojun

(College of Information Engineering, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006, China)

Abstract: With the rapid development of science and technology and the sharp increase of data dimensions, it is difficult for traditional dimensionality reduction algorithms to find the optimal subspace of the data, which seriously affects the performance of the classifier. This paper proposes a local ratio sum discriminant analysis based on adaptive subspace graph. The ratio sum discriminant analysis considering the local structure is proposed; the alternative iterative optimization method is used to avoid the suboptimal solution found by the existing ratio sum optimization methods; the nearest neighbor similarity graph is learned in the optimal subspace instead of the original space, so as to avoid it. Influenced by the original spatial noise points; the Shannon entropy constraint is introduced to avoid trivial solutions; finally, the samples are projected to the optimal subspace. On synthetic datasets and face datasets, the proposed algorithm is tested with a large number of SOTA discriminant analysis algorithms for classification tasks. A large number of experimental results show that the proposed algorithm can learn a projection subspace with better discriminant performance and has better classification effect.

Keywords: ratio sum; discriminant analysis; locality; adaptive graph

0 引言

随着科技的发展,现代传感器的采样精度越来越高,采样得到的样本维度也随之增加^[1]。但分类器的判别性能不会与维度的增长一直正相关^[2],而是增长到一个临界点之后,继续增加维度反而会使用分类器的性能变差,这就是著名的“休斯效应”,并且维度的增加也会导致分类器的计算成本指数增加。为了解决上述问题,大量学者提出,采用降维算法将数据点映射到低维度的子空间,以寻找具有最优

判别性能^[3-4]。降维算法可以进一步细分为特征选择算法和特征提取算法两类,特征选择只是寻找原有特征的一个最优子集,而特征选择旨在通过线性变换寻找最优的投影方向^[5-6]。

在过去几十年,主成分分析(principal component analysis, PCA)^[7]和线性判别分析(linear discriminant analysis, LDA)^[8]分别是无监督和有监督领域最受欢迎的降维算法。在这基础上,产生了一系列的衍生算法,例如零空间线性判别分析(null space linear discriminant analysis,

收稿日期:2022-11-11

*基金项目:科技部重大研发计划(2018YFB1802100)、广东省重大研发计划(2018B010115001)、广东省面上自然科学基金(2021A1515011141)、国家自然科学基金(61904041)项目资助

NLDA)^[9], 非一致线性判别分析 (uncorrelated linear discriminant analysis, ULDA)^[10], 最大裕度准则 (maximum margin criterion, MMC)^[11] 等。但是, 上述提到的算法都有一个缺陷, 即它们通过对某个矩阵进行特征值分解, 直接学习到整个投影矩阵。这种策略已经在许多文章中被证明, 存在缺陷, 例如, 贪心比值和 (greedy ratio sum, GRS)^[12] 和比值和线性判别分析 (ratio sum linear discriminant analysis, RSLDA)^[13]。

然而, 上述提出的算法只是考虑的样本的总体方差, 只能运用于服从高斯分布的样本数据, 而大量的真实世界的数据集都是非高斯分布的, 因此数据的局部结构往往更为重要。自适应近邻局部比值和线性判别分析算法 (adaptive neighbor local ratio sum linear discriminant analysis, ANLRSLDA)^[14] 也注意到了这一点, 通过利用非热核策略构建一个类内近邻图和一个类间近邻图。但该算法的亲图和图都是通过原始数据构建的, 它们会受到高维空间的噪声特征的影响。

受到上述文章启发, 本文提出了一种自适应子空间图的局部比值和判别分析 (local ratio sum discriminant analysis based on adaptive subspace graph, LRSDAASG) 算法, 该算法采用一个新颖的优化算法求解比值和模型, 并且利用子空间样本构建更优的邻接图, 同时自适应地学习最优的投影矩阵和邻接图。本文主要的贡献为: 首先, 提出了一个新颖比值和的交替优化方法, 避免了贪心算法存在的缺陷。其次, 引入了一个基于 k -近邻权重图, 同时最小化类内距离和最大化同类近邻之间的权重, 并且在子空间寻找最优的权重图。最后, 为了避免权重图出现平凡解, 引入了最大熵约束。

1 提出算法

1.1 最小化比值和模型

设数据 $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n] \in \mathbb{R}^{d \times n}$, 其中 n 为样本数, d 为特征维度。假设数据 \mathbf{X} 已经按标签大小排序。数据 $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{k \times n}$ 为数据 \mathbf{X} 的低维表示, 则:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{W}^T \mathbf{X} \tag{1}$$

其中, $\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_k] \in \mathbb{R}^{d \times k}$ 为数据 \mathbf{X} 转换为数据 \mathbf{Y} 的投影矩阵。则有最大化比值和模型为:

$$\mathbf{W}^* = \operatorname{argmax}_{\mathbf{W}} \sum_{i=1}^k \frac{\mathbf{w}_i^T \mathbf{S}_b \mathbf{w}_i}{\mathbf{w}_i^T \mathbf{S}_w \mathbf{w}_i}, \tag{2}$$

其中, \mathbf{S}_b 为类间散度矩阵, \mathbf{S}_w 为类内散度矩阵, 其优化目标是逐项寻找所有的投影方向 \mathbf{w}_i , 使得同一类数据距离尽可能近, 不同类之间数据距离尽可能远。

然而, 最大化模型逐项选择投影方向时, 容易选择导致方差过大或者过小的投影方向, 这一现象是不利于选择最优的投影方向组合。为了避免这一问题, 我们最大化策略转为最小化策略, 即:

$$\mathbf{W}^* = \operatorname{argmin}_{\mathbf{W}} \sum_{i=1}^k \frac{\mathbf{w}_i^T \mathbf{S}_w \mathbf{w}_i}{\mathbf{w}_i^T \mathbf{S}_b \mathbf{w}_i}, \tag{3}$$

同时, 为了避免存在零空间, 而导致 \mathbf{S}_b 不可逆, 将采用样本的总体方差矩阵 $\mathbf{S}_t = \mathbf{X}\mathbf{X}^T$ 代替 \mathbf{S}_b , 则有:

$$\mathbf{W}^* = \operatorname{argmin}_{\mathbf{W}} \sum_{i=1}^k \frac{\mathbf{w}_i^T \mathbf{S}_w \mathbf{w}_i}{\mathbf{w}_i^T \mathbf{S}_t \mathbf{w}_i}, \tag{4}$$

为了客观展示最小化与最大化模型的区别, 本文在表 1 给出一个示例。

表 1 投影方向选择策略示例

	(n_1, m_1)	(n_2, m_2)
策略 1	(80, 1)	(0.01, 1)
策略 2	(40, 1)	(40, 1)

表中, $n_i = \mathbf{w}_i^T \mathbf{S}_b \mathbf{w}_i, m_i = \mathbf{w}_i^T \mathbf{S}_w \mathbf{w}_i$ 。假设, 将需要将样本投影一个 2 维的子空间, 且现有两组投影策略。若采用贪心的最大化策略, 则在寻找第一个投影方向时, 会获得 (80, 1) 的组合, 然后基于已知的最优投影组合, 寻找第 2 组投影组合 (0.01, 1), 然而, 第 2 个投影组合整体方差只有 1.01, 这意味着这一策略的第 2 个投影方向只能获得较少的信息。而最小化的策略则能够寻找更加均衡的一组投影方向。由于 $\frac{1}{80} + \frac{1}{0.01} = 100.0125 > \frac{1}{40} + \frac{1}{40} = 0.05$ 。

同时, 贪心法的优化策略, 对于最小化模型来说, 也不再适用了, 对于第一个维度来说 0.0125 也是明显小于 0.025 的。因此, 将在下一章节中, 提出适用于最小化比值和模型的优化算法。

1.2 自适应子空间图

上一章节中所提出的模型, 只关注了样本整体的散度距离, 这导致该模型只能适用于服从高斯分布的数据集。然而真实世界的数据集是十分复杂的, 通常样本之间的局部结构也十分复杂。为此, 将样本的局部信息引入最小化比值和模型。

首先, 为了更好地理解该模型的物理含义, 将式 (4) 进行如下转换^[15]:

$$\operatorname{argmin}_{\mathbf{w}_p} \sum_{p=1}^k \frac{\sum_{i=1}^c \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{m=1}^{n_i} \|\mathbf{w}_p^T \mathbf{x}_j^i - \mathbf{w}_p^T \mathbf{x}_m^i\|_2^2}{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \sum_{m=1}^n \|\mathbf{w}_p^T \mathbf{x}_j - \mathbf{w}_p^T \mathbf{x}_m\|_2^2} \tag{5}$$

其中, \mathbf{x}_j^i 为第 i 类的第 j 个样本。该式子旨在寻找一组投影方向, 使得投影后同类样本之间的欧式距离更近, 而所有样本点之间的距离尽可能远。该物理含义是与式 (4) 相同的。受到局部保持投影^[16]的启发, 引入一个块状近邻图 \mathbf{S} 来描述不同样本之间的距离属性, 其中 \mathbf{S}^i 表示第 i 类样本的近邻图, 且图中的每一个元素为 s_{jm}^i , 则式 (5) 可被改写为:

$$\arg \min_{\substack{w_p^T w_p = 1, \sum_{m=1}^{n_i} s_{jm}^{-1}, s_{jm}^{-1}, s_{jm}^{-1} > 0}} \frac{\sum_{i=1}^c \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{m=1}^{n_i} \|w_p^T x_j^i - w_p^T x_m^i\|_2^2 s_{jm}^i}{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \sum_{m=1}^n \|w_p^T x_j - w_p^T x_m\|_2^2} \quad (6)$$

一般地, s_{jm}^i 的值又一个核函数计算得到, 例如高斯核函数, 具体分配策略如下:

$$\begin{cases} e^{-\frac{\|w_p^T x_j^i - w_p^T x_m^i\|_2^2}{2\sigma^2}}, & x_j^i, x_m^i \in N_k, \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (7)$$

其中, N_k 表示一组近邻组合。不同于文献[14], 本文中的式(7)利用的是降维后的两个样本的距离, 因此可以避免原始样本的一些噪声信息。可以在学习最优的投影矩阵 W , 同时学习最优的子空间图 S , 以更好的描述原始样本的几何结构。

1.3 香农熵约束

在自动更新子空间图的过程中, 式(6)会出现平凡解。假设选择 3 个最近邻的组合中, 权重组合 (0.3, 0.3, 0.4) 要明显优于权重组合 (0.0005, 0.0005, 0.9999)。因此, 引入

香农熵约束 $H(s_j^i) = -\sum_{m=1}^{n_i} s_{jm}^i \ln s_{jm}^i$, 让每一组权重 s_j^i 包含尽可能多的信息量。即, 式(6)被改写为:

$$\arg \min_{\substack{w_p^T w_p = 1, \sum_{m=1}^{n_i} s_{jm}^i = 1, s_{jm}^i > 0}} \frac{\sum_{i=1}^c \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{m=1}^{n_i} \|w_p^T x_j^i - w_p^T x_m^i\|_2^2 s_{jm}^i + \gamma \sum_{jm}^i \ln s_{jm}^i}{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \sum_{m=1}^n \|w_p^T x_j - w_p^T x_m\|_2^2} \quad (8)$$

该问题是一个 NP 问题, 无法直接获得多项式解, 接下来, 将在第 2 章中提出一个高效的优化算法。

2 优化算法

2.1 固定近邻图 S , 求解投影矩阵 W

问题(8)可以被简化为以下问题:

$$\arg \min_{w_p^T w_p = 1} \sum_{i=1}^c \frac{\frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{m=1}^{n_i} \|w_p^T x_j^i - w_p^T x_m^i\|_2^2 s_{jm}^i}{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \sum_{m=1}^n \|w_p^T x_j - w_p^T x_m\|_2^2}, \quad (9)$$

其中子问题:

$$\arg \max_{w_p^T w_p = 1} \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \sum_{m=1}^n \|w_p^T x_j - w_p^T x_m\|_2^2, \quad (10)$$

可以等价于:

$$\arg \max_{w_p^T w_p = 1} w_p^T S_i w_p, \quad (11)$$

子问题:

$$\arg \min_{w_p^T w_p = 1} \sum_{i=1}^c \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{m=1}^{n_i} \|w_p^T x_j^i - w_p^T x_m^i\|_2^2 s_{jm}^i, \quad (12)$$

可以等价于:

$$\arg \min_{w_p^T w_p = 1} w_p^T L w_p, \quad (13)$$

其中, 拉普拉斯矩阵 $L = D - S$, D 为对角线矩阵, 每个

对角线元素为 $d_{ii} = \sum_{i=1}^{n_i} s_{ij}$ 。

因此式(9)可被改写为:

$$\arg \min_{w_p^T w_p = 1} \sum_{i=1}^c \frac{w_p^T L w_p}{w_p^T S_i w_p}. \quad (14)$$

为了简化式(14), 不妨先假设投影矩阵中除了 w_p 一项, 其他的投影方向已经达到最优, 寻找最优的投影方向 w_p , 即:

$$\arg \min_{w_p^T w_p = 0, w_p^T S_i w_p = 1} \frac{w_p^T L w_p}{w_p^T S_i w_p}, \quad (15)$$

其中, $W_{(p)} = [w_1, w_2, \dots, w_{p-1}, w_{p+1}, \dots, w_k]$ 。

式(15)的拉格朗日函数为:

$$L(w_p, \delta, \eta) = w_p^T L w_p - \delta W_{(p)}^T w_p - \eta (w_p^T S_i w_p - 1) \quad (16)$$

其中, δ, η 均为拉格朗日乘子。关于 w_p 求导, 令导数为 0, 可得 w_p 为:

$$(I - S_i^{-1} W (W_{(p)}^T S_i^{-1} W_{(p)})^{-1} W_{(p)}^T) S_i^{-1} L \quad (17)$$

式(17)的最小特征值对应的特征向量。利用式(17), 交替更新 w_1, \dots, w_q , 直至式(14)的目标函数值收敛, 即可得到最优的投影矩阵 W 。

2.2 固定投影矩阵 W , 优化邻接图矩阵 S

问题(9)可以被简化为:

$$\arg \min_{\substack{w_p^T w_p = 1, \sum_{m=1}^{n_i} s_{jm}^i = 1, s_{jm}^i > 0}} \|w_p^T x_j^i - w_p^T x_m^i\|_2^2 s_{jm}^i + \gamma s_{jm}^i \ln s_{jm}^i \quad (18)$$

令 $\varphi_{jm}^i = \|w_p^T x_j^i - w_p^T x_m^i\|_2^2$, 式(18)问题被改写为:

$$\arg \min_{\substack{w_p^T w_p = 1, \sum_{m=1}^{n_i} s_{jm}^i = 1, s_{jm}^i > 0}} \varphi_{jm}^i s_{jm}^i + \gamma s_{jm}^i \ln s_{jm}^i \quad (19)$$

对应的拉格朗日函数为:

$$L(s_{jm}^i, \beta) = \varphi_{jm}^i s_{jm}^i + \gamma s_{jm}^i \ln s_{jm}^i + \beta (\sum_{m=1}^{n_i} s_{jm}^i - 1) \quad (20)$$

其中, β 为拉格朗日乘子。关于 s_{jm}^i 求导, 并令其导数为 0, 可得:

$$s_{jm}^i = e^{\left(\frac{-\varphi_{jm}^i}{\gamma}\right)} e^{\left(\frac{-\beta_{jm} - \gamma}{\gamma}\right)} \quad (21)$$

其中, $e^{\left(\frac{-\beta_{jm} - \gamma}{\gamma}\right)}$ 为常数项, 目的是使得 $\sum_{m=1}^{n_i} s_{jm}^i = 1$, 因此

此式(21)可以被改为:

$$s_{jm}^i = \frac{e^{\left(\frac{-\|w_p^T x_j^i - w_p^T x_m^i\|_2^2}{\gamma}\right)}}{\sum_{i=1}^{n_i} e^{\left(\frac{-\|w_p^T x_j^i - w_p^T x_m^i\|_2^2}{\gamma}\right)}} \quad (22)$$

若样本 x_j^i 和样本 x_m^i 为近邻, 则可利用式(22)更新其权重值, 否则权重为 0。

综上, 利用式(17)和(22)交替更新投影矩阵 W 和近邻

图矩阵 \mathbf{S} , 直到问题(8)的目标函数值收敛, 即可得到最优的投影矩阵 \mathbf{W} 。具体的算法步骤如下所示。

2.3 算法步骤

步骤 1) 输入原始数据 \mathbf{X} 。输入标签数据 \mathbf{Y} 。输入近邻数 n_k 。输入子空间维度 k 。输入正则项参数 γ 。

步骤 2) 原始数据 \mathbf{X} 根据标签信息排序, 且进行归一化处理。随机初始化投影矩阵满足 $\mathbf{W}^T \mathbf{W} = \mathbf{I}$, 利用式(7)初始化近邻图矩阵 \mathbf{S}

步骤 3) 利用近邻图矩阵 \mathbf{S} , 根据式(17)更新投影矩阵, 迭代更新直至式(14)问题对应的目标函数收敛。

步骤 4) 利用投影矩阵 \mathbf{W} , 根据式(22)更新 \mathbf{S} , 若式(8)对应的目标函数未收敛, 转至上一步。

步骤 5) 输出投影矩阵 \mathbf{W} 。

2.4 时间复杂度分析

输入的原始数据为 \mathbf{X} , 特征维度为 d , 样本总量为 n , 子空间维度为 k , 式(14)迭代收敛的需要的次数为 t_1 , 式(8)迭代收敛需要的次数为 t_2 。则算法 LRSDAASG 需要的时间复杂度为:

1) 求解式(14)的时间复杂为:
 $O(t_1 k [d^3 + d^2 k + dk^2 + k^3])$ (23)

2) 更新近邻图矩阵 \mathbf{S} 的时间复杂度为:
 $O(n^2 k)$ (24)

3) 因此, 求解式(8)的时间复杂度为:
 $O(t_1 t_2 k (d^3 + d^2 k + dk^2 + k^3) + t_2 n^2 k)$ (25)

其中, $d \gg k$, 因此时间复杂度可以近似为:
 $O(t_1 t_2 d^3 k + t_2 n^2 k)$ (26)

3 实验与分析

为了验证本文算法的有效性, LRSDAASG 算法与 LDA^[2]、分解牛顿法 (decomposed Newton's method, DNM)^[8]、GRS^[12]、局部费舍尔判别分析 (local Fisher discriminant analysis, LFDA)^[17]、局部敏感判别分析 (locality sensitive discriminant analysis, LSDA)^[18]、动态最大熵图 (dynamic maximum entropy graph, DMEG)^[19]、ANLRSLDA^[14] 等 SOTA 算法进行对比实验。所有的算法的最优子空间都在 $[1:d-1]$ 之间搜索, 特别地, LDA 的最大子空间维度为 $c-1, d-1$ 中的较小值。设计类内近邻选择, 所有算法均在 $[1:10]$ 之间取值搜索。单独地, LSDA 类内近邻数被设置为 10。通过搜索工具, 搜索不同的算法最优的超参数组合吗。具体实现如下所示。

3.1 合成数据集实验

本文首先采用高斯随机函数生成一组包含 2 个真实维度和 50 个冗余噪声维度的同心圆数据, 分别设置 3 种半径, 每种半径分别包含不同数量的样本 (120, 220, 260)。随后, 采用不同的降维算法将合成数据投影到 2 维子空间, 并通过可视化图表展示结果。

实验结果如图 1(a)~(h) 所示。可以得出 LDA、DNM、GRS 等不具备局部保持能力的算法, 只能使得样本在二维空间保留尽可能多的样本信息, 但无法保持原有的数据结构。剩下的算法均具有一定的局部结构保持能力, 但他们的局部保持性能各不相同, 首先 LFDA 的性能相对较差, 而我们提出的算法绘制的三环同心圆则更为完整。

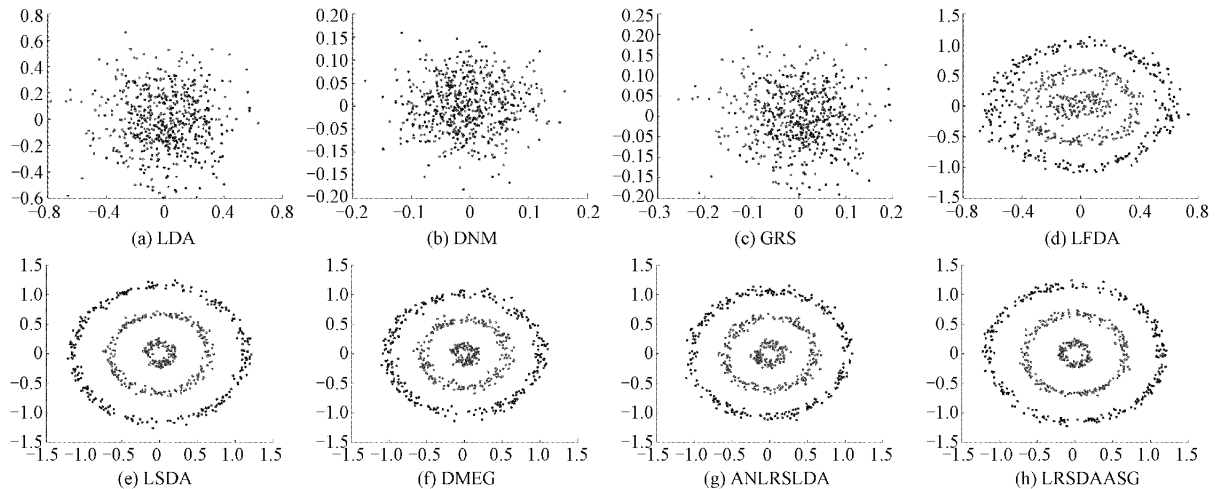


图 1 各算法在合成三环数据集上的二维可视化图

3.2 人脸数据集实验

为了验证提出算法在真实数据集上的性能。将在奥利维蒂研究实验室 (Olivetti Research Laboratory, ORL)、曼彻斯特理工大学 (University of Manchester Institute of Science and Technology, UMIST) 数据库、人脸识别工程

(face recognition technology, FERET) 数据库 3 个人脸数据集上进行实验, 具体数据如表 2 所示。

具体实验设置为: 随机选择一部分样本作为训练集, 然后采用 PCA 算法保留样本 98% 的方差信息, 以移除零空间, 避免部分算法出现无法运行的问题。然后, 通过不同的算法学习不同子空间维度的最优投影矩阵。将数据

表 2 人脸数据集

数据集	训练样本	测试样本	类别数	原始维度
ORL	120	280	40	1 024
UMIST	313	699	20	1 024
FERET	600	800	200	1 024

集剩下的样本作为测试样本,投影到最优子空间,并且采用 1NN 分类器对测试样本进行分类预测,统计预测的正确率作为性能指标。重复上述实验 10 次,以计算最优正确率的平均值和方差。

根据实验结果,针对 ORL 数据集,本文的 LRSDAASG

算法表现优秀,其分类准确率达到 91.64%。而相比之下,其他算法的分类准确率则在 88.36% 到 91.29% 之间。针对 UMIST 数据集,LRSDAASG 算法的分类准确率为 99.59%,其他算法的分类准确率在 98.81% 至 99.24%。对于 FERET 数据集,LRSDAASG 算法的分类准确率为 80.45%,其他算法的分类准确率在 72.15%~79.90% 之间。综合上述实验结果,相比之下,本文提出的 LRSDAASG 算法能够更好地保持数据的局部结构,具有更高的判别分析性能,能够避免噪声的干扰,以更好的寻找到最优的投影子空间,更加适用于真实世界数据集。具体实验结果如表 3 所示。

表 3 算法在人脸图像数据中的平均正确率

%

数据集	算法							
	LDA	DNM	GRS	LFDA	LSDA	DMEG	ANLRS LDA	LRSDAASG
ORL	88.36(16)	91.07(27)	91.29(25)	91.29(40)	91.07(24)	90.86(26)	89.29(29)	91.64(27)
UMIST	98.81(12)	99.14(49)	99.24(50)	98.81(76)	98.94(46)	99.17(43)	99.14(37)	99.59(39)
FERET	72.15(12)	76.33(23)	76.20(18)	78.30(39)	79.90(18)	79.50(18)	78.32(24)	80.45(25)

3.3 收敛实验

本文所提出的算法采用交替迭代求解的优化方法,为了验证算法在寻找最优投影子空间以及最优子空间时

已经收敛,给出了在 3 个数据集中目标函数关于迭代次数变化曲线。如图 2(a)~(c)所示,可以看出 LRSDAASG 算法在 3 个数据集(ORL、UMIST、FERET)的训练中经过 10 次所有迭代即可收敛至最小目标函数值。

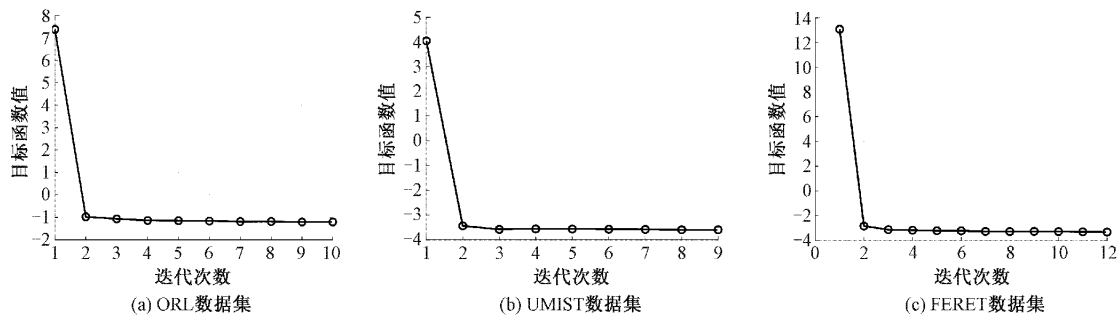


图 2 各数据集目标函数收敛实验

4 结 论

本文提出了一种基于自适应子空间图的局部比值和判别分析算法。该算法采用比值和框架,避免的传统降维算法选择投影方向时,存在的缺陷,并且我们给出了一个新的交替求解方法;该算法引入了样本的局部结构,使得算法保留样本总体结构的同时具有局部保持能力,并且在子空间寻找最优子图,避免了原始空间的噪声维度的影响;该算法引入了香农熵约束,为了近邻图学习到尽可能多的信息,并且避免出现平凡解。最后,通过大量实验证明我们算法的有效性。

虽然 LRSDAASG 算法虽然获得了优秀的判别性能,但我们认为该算法仍然有一步提升的空间。例如,被提出算法需要计算全部样本点之间的距离以选择近邻,这是十

分耗时的,研究一种更好的策略,避免全枚举以提升算法的效率,将会是未来进一步探索的方向。

参考文献

- [1] 王卓,朱宁宁,郑祥. 基于 LDA 和 RBF 神经网络的开关柜局部放电模式识别方法研究[J]. 电子测量技术, 2021, 44(14): 148-152.
- [2] RASTI B, HONG D, HANG R, et al. Feature extraction for hyperspectral imagery: The evolution from shallow to deep: Overview and toolbox[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Magazine, 2020, 8(4): 60-88.
- [3] 张娜,刘坤,韩美林,等. 一种基于 PCA 和 LDA 融合的人脸识别算法研究[J]. 电子测量技术, 2020, 43(13): 72-75.

- [4] 杨明莉,范玉刚,李宝芸. 基于 LDA 和 ELM 的高光谱图像降维与分类方法研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2020, 34(5): 190-196.
- [5] 闫钧华,黄伟,张寅,等. 基于空间约束的高光谱图像解混算法[J]. 仪器仪表学报, 2019, 40(3): 188-195.
- [6] 李嘉莹,赵丽,边琰,等. 基于 LDA 和 KNN 的下肢运动想象脑电信号分类研究[J]. 国外电子测量技术, 2021, 40(1): 9-14.
- [7] DONG W, WOZNIAK M, WU J, et al. De-noising aggregation of graph neural networks by using principal component analysis[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2022, DOI: 10.1109/TII.2022.3156658.
- [8] ZHU F, GAO J, YANG J, et al. Neighborhood linear discriminant analysis[J]. Pattern Recognition, 2022, DOI:10.1016/j.patcog.2021.108422.
- [9] NIE F, ZHAO X, WANG R, et al. Fast locality discriminant analysis with adaptive manifold embedding [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2022, 44(12): 9315-9330.
- [10] TONG Z, LI W, ZHANG B, et al. Bearing fault diagnosis based on discriminant analysis using multi-view learning[J]. Mathematics, 2022, DOI:10.3390/math10203889.
- [11] LUO F, ZHANG L, DU B, et al. Dimensionality reduction with enhanced hybrid-graph discriminant learning for hyperspectral image classification [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2020, 58(8): 5336-5353.
- [12] LIANG K, YANG X J, XU Y X, et al. Ratio sum formula for dimensionality reduction[J]. Multimedia Tools and Applications, 2021, 80(3): 4367-4382.
- [13] WANG J, WANG H, NIE F, et al. Ratio sum versus sum ratio for linear discriminant analysis[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2021, 44(12): 10171-10185.
- [14] 张家乐,林浩申,周科艺,等. 自适应近邻局部比值和线性判别分析算法[J]. 计算机工程与应用, 2022, 58(22): 291-296.
- [15] NIE F, WANG Z, WANG R, et al. Submanifold-preserving discriminant analysis with an auto-optimized graph [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2019, 50(8): 3682-3695.
- [16] LU X, LONG J, WEN J, et al. Locality preserving projection with symmetric graph embedding for unsupervised dimensionality reduction [J]. Pattern Recognition, 2022, DOI:10.1016/j.patcog.2022.108844.
- [17] JIANG L, FANG X, SUN W, et al. Low-rank constraint based dual projections learning for dimensionality reduction[J]. Signal Processing, 2023, DOI:10.1016/j.sigpro.2022.108817.
- [18] LI C N, SHAO Y H, YIN W, et al. Robust and sparse linear discriminant analysis via an alternating direction method of multipliers[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2019, 31(3): 915-926.
- [19] WANG Z, NIE F, WANG R, et al. Local structured feature learning with dynamic maximum entropy graph[J]. Pattern Recognition, 2021, DOI: 10.1016/j.patcog.2020.107673.

作者简介

周科艺, 硕士研究生, 主要研究方向为机器学习, 特征提取, 图像识别等。

E-mail: eezhoukeyi@163.com

方立煌, 本科, 主要研究方向为机器学习, 图像识别等。

E-mail: 1229159746@qq.com

黄培杰, 本科, 主要研究方向为机器学习, 图像识别等。

E-mail: 2976984325@qq.com

杨晓君(通信作者), 副教授, 主要研究方向为目标追踪, 无源定位, 机器学习, 特征提取等。

E-mail: yangxj18@gdut.edu.cn