

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2212032

基于改良天鹰优化器的单目相机标定方法*

华 杨 黄福珍

(上海电力大学自动化工程学院 上海 200090)

摘要: 为了提高相机标定精度,提出一种基于改良天鹰优化器的单目相机标定方法:通过张正友标定法计算得到单目相机的内外参数,根据所得相机参数计算标定图像中所有角点的平均重投影误差并建立目标函数,采用经过自适应分配机制、动态补偿策略以及非线性潮汐策略改良的天鹰优化器进行优化,获取最优的相机标定内部参数和畸变系数,从而提高相机非线性标定过程的寻优精度。实验结果表明,改良天鹰优化器算法在不同基准测试函数上寻优结果优越,本文提出的相机优化标定方法得到的标定结果精度更高,重投影误差为 0.006 pixels。

关键词: 相机标定;机器视觉;天鹰优化器算法;内部参数;畸变参数;重投影误差

中图分类号: TN391.41 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 520.6040

Monocular camera calibration method based on modified aquila optimizer

Hua Yang Huang Fuzhen

(College of Automation Engineering, Shanghai University of Electric Power, Shanghai 200090, China)

Abstract: To improve the camera calibration accuracy, this paper proposes a monocular camera calibration method based on the Modified Aquila Optimizer. The internal and external parameters of the monocular camera are calculated by Zhang Zheng You calibration method. Based on the obtained camera parameters, the average reprojection error of all corners in the calibration image is calculated and the objective function is established. The Aquila Optimizer which is improved by adaptive allocation mechanism, dynamic compensation strategy and nonlinear tide strategy is used for optimization to obtain the optimal internal parameters and distortion coefficient of camera calibration. Thus, the optimization accuracy of the camera nonlinear calibration process is improved. The experimental results show that the improved Aquila optimizer algorithm has superior optimization results on different benchmark test functions. The calibration results obtained by the camera optimization calibration method proposed in this paper are more accurate, and the reprojection error is 0.006 pixels.

Keywords: camera calibration; machine vision; aquila optimizer algorithm; internal parameters; distortion parameter; reprojection error

0 引 言

相机标定是求解相机成像几何模型参数的过程^[1],标定精度直接影响三维重建^[2-3]和视觉测量^[4-5]等机器视觉应用效果。相机标定技术发展至今,研究学者广泛接受并应用于实际中的标定方法^[6]主要有直接线性变换方法、Tsai 两步法和张正友平面标定法^[7-9]。直接线性变换法未考虑相机成像的畸变问题;Tsai 两步法求解过程繁琐,在初始值欠佳时,易陷入局部最优;张正友平面标定法克服了标定对高精度设备的过度依赖,但标定精度仍有局限性。

中外学者近年在相机标定技术这个方向上继续进行研究并取得进展。杨浩宇等^[10]提出自动精确提取圆形标志点中心的相机标定研究,提高了选取圆形标记点的速度和准确度,但标定精度上还有提高的空间。陈文艺等^[11]提出利用双神经网络的相机标定方法,这种方法不要求解传统相机标定中的复杂相机模型的同时保证了一定的标定精度,但其标定结果依赖于大量的像素点样本数据集。张宏峰等^[12]提出基于麻雀搜索算法的摄像机标定优化方法,标定速度快,相比传统标定方法具有更高的稳定性,但标定结果易陷入局部最优。任久斌等^[13]提出基于改进风驱动算法的摄像机标定优化方法,采用协方差矩阵自适应进化策

收稿日期:2022-11-10

* 基金项目:上海市电站自动化技术重点实验室项目(13DZ2273800)资助

略自动选择算法参数,降低了优化相机参数过程中的不确定性,但是优化过程复杂,导致优化效率低,优化耗时长。因此,采用一种合适的优化算法,在提高相机标定精度的同时确保标定的速度与标定结果的稳定性是达到理想相机标定的关键所在。

天鹰优化器(aquila optimizer, AO)是 Abualigah 等^[14]于 2021 年提出的一种元启发式优化算法,该算法与大多数算法相比,具有寻优能力突出,具有全局勘探能力强大、搜索时间短、可靠性高等优点,但也存在局部开发能力不足的缺点。徐亦凤等^[15]提出了融合差分变异和切线飞行的天鹰优化器(differential evolution mutation and tangent flight aquila optimizer, DEtanAO),利用差分进化算法和切线飞行策略加强 AO 开发和局部搜索能力。Mahajan 等^[16]将算数优化算法(arithmetic optimization algorithm, AOA)^[17]的开发策略与 AO 算法的探索策略相结合,通过基准函数验证了提出的算法优化天鹰优化器的有效性。

AO 算法提出的时间较短,目前对 AO 算法的改进研究并不充分,其性能上仍有一定的提升空间。本文采用了自适应分配机制、动态补偿策略以及非线性潮汐策略对 AO 算法的搜索效率、全局搜索能力以及局部开发能力进行改进,提出的基于改良天鹰优化器算法(modified aquila optimizer, MAO)的单目相机标定方法相比相机标定中非线性优化过程中采用的 Levenberg-Marquardt^[18]方法具有更优越的寻优能力,因此在解决相机标定优化的非线性问题时具备搜索效率高、收敛速度快、不易陷入局部最优以及标定结果精准可靠的优点。

1 相机成像模型

相机成像模型中,针孔成像模型的应用最为广泛^[19],它详细展现了理想情况下真实三维世界被拍摄成图像的过程,建立了三维空间中点 P 与其在相机成像中成像点 p 的转换关系,如图 1 所示。

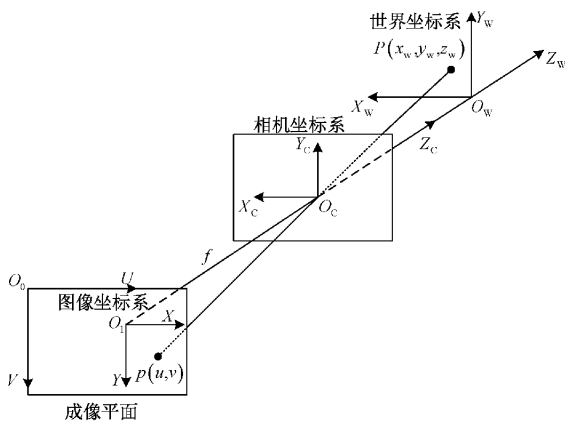


图 1 针孔成像模型图

世界坐标系到相机坐标系之间的转换关系为刚体变换, $(x_w, y_w, z_w), (x_c, y_c, z_c)$ 分别描述了目标点在三维世

界和相机坐标系的位置,转换过程中待求解的平移向量 \mathbf{T} 和旋转矩阵 \mathbf{R} 是相机外参数,如式(1)所示。

$$\begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{T} \\ \mathbf{0}^T & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

相机坐标系到图像坐标系之间的转换关系为透视投影,转换过程中待求解的参数 f_1, f_2, u_0, v_0 为相机内参数,如式(2)所示。

$$x = \frac{f \times x_c}{z_c} \Rightarrow \begin{cases} u = \frac{x}{k_x} + u_0, v = \frac{y}{k_y} + v_0 \\ \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{z_c} \times \begin{bmatrix} f_1 & 0 & u_0 & 0 \\ 0 & f_2 & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{bmatrix} \end{cases} \quad (2)$$

式中: (u_0, v_0) 为相机光轴与成像平面交点坐标,即 O_1 ; $(x, y), (u, v)$ 分别描述了目标点在成像平面上的图像物理坐标和图像像素坐标; k_x, k_y 为单个像素在 x 轴和 y 轴方向的实际物理尺寸; f 为相机焦距。

由于相机透镜受限于目前的生产制造水平,实际相机拍摄的图像基本存在着一定的畸变^[20-21],导致图像点实际坐标 (x_u, y_u) 与理想图像点坐标 (x, y) 间存在误差,如式(3)所示。

$$\begin{cases} x_u = x + \delta_x(x, y) \\ y_u = y + \delta_y(x, y) \end{cases} \quad (3)$$

式中: δ_x, δ_y 分别代表 x 和 y 轴方向的畸变值,其计算如式(4)所示。

$$\begin{cases} \delta_x = x\alpha + p_1(2x^2 + a) + 2p_2xy \\ \delta_y = y\alpha + p_2(2y^2 + a) + 2p_1xy \\ \alpha = k_1a + k_2a^2 + k_3a^4 \\ a = x^2 + y^2 \end{cases} \quad (4)$$

式中: k_1, k_2, k_3 为径向畸变系数, p_1, p_2 为切向畸变系数。

2 基于改良天鹰优化器算法的相机标定

2.1 天鹰优化器算法

AO 算法的基本思想来源于自然界中天鹰捕捉猎物的过程,包括以翱翔与俯冲行为选择搜索空间、以等高飞行短滑翔行为在发散的搜索空间内探索、以慢降低飞行为在收敛的搜索空间内探索以及通过行走捕捉行为探索最优搜索空间。依靠这四种寻优策略, AO 算法在复杂优化问题^[22]上展现了强大的最优求解能力和较高的适应性。

AO 的优化行为描述如下:

1) 翱翔与俯冲行为

AO 个体以高飞翱翔姿态对狩猎区域进行广泛性探索,在发现猎物后则垂直俯冲向目标区域,其数学形式如式(5)所示。

$$X_{\text{new}}(t+1) = X_{\text{best}}(t) \times (1 - \frac{t}{T_0}) + (X_M(t) - X_{\text{best}}(t) \times r) \quad (5)$$

式中: t 为当前算法的迭代次数, $X_{\text{new}}(t+1)$ 为下次迭代对应的搜索解; $X_{\text{best}}(t)$ 为 Aquila 种群的最佳解; $X_M(t)$ 为种群所有个体对应解的平均值; r 取 $0 \sim 1$ 的随机数; T_0 为最大迭代次数。

2) 等高飞行短滑翔行为

AO 个体在目标区域上空进一步探索, 当发现猎物后以短滑翔姿态逼近, 再度缩小目标区域, 其数学形式如式(6)所示。

$$X_{\text{new}}(t+1) = X_R(t) + X_{\text{best}}(t) \times G_{\text{levy}} + S(d) \times r \quad (6)$$

式中: $X_R(t)$ 为 Aquila 种群在第 t 次迭代时的随机个体解。 G_{levy} 为莱维飞行分布函数, $S(d)$ 表示 Aquila 的螺旋飞行姿态, 如式(7)所示。

$$\begin{cases} S(d) = R_d \times (\cos\theta - \sin\theta) \\ R_d = c + 0.005 \ 65 \times d \\ \theta = -0.005 \times d + \frac{3\pi}{2} \end{cases} \quad (7)$$

式中: c 为介于 $1 \sim 20$ 的任意数, 用于调节螺旋飞行步长; d 为 1 到搜索空间维度之间的随机整数。

3) 慢速下降低空飞行行为

AO 个体以慢速下降行为对收敛的搜索空间进一步进行开发, 并保持低空飞行姿态来接近猎物, 同时做好着陆与攻击猎物的准备, 其数学形式如式(8)所示。

$$X_{\text{new}}(t+1) = [X_{\text{best}}(t) - X_M(t)] \times \zeta - r + [(UB - LB) \times r + LB] \times \eta \quad (8)$$

式中: ζ 和 η 是开发调整参数, 均取为 0.1 ; UB 和 LB 代表探索范围的上下限。

4) 行走捕捉行为

AO 个体以行走行为接近猎物, 根据猎物的随机运动轨迹进行追逐并将其捕捉, 其数学形式如式(9)所示。

$$X_{\text{new}}(t+1) = Q_F \times X_{\text{best}}(t) - G_1 \times X(t) \times r - G_2 \times G_{\text{levy}} + G_1 \times r \quad (9)$$

式中: Q_F 为用于平衡搜索策略的平衡函数, 由式(10)计算。

$$\begin{cases} Q_F = t \left[\frac{G_1}{(1-r_0)^2} \right] \\ G_1 = 2 \times r - 1 \\ G_2 = 2 \times \left(1 - \frac{t}{T_0} \right) \end{cases} \quad (10)$$

2.2 改良天鹰优化器算法

AO 算法在解决实际工程中的优化问题时具有强大的最优解求解能力, 但其也存在搜索效率不高、非零解下全局探索能力弱, 局部开发能力不足等缺点^[23]。

针对以上不足, 本文在其基础上提出了 MAO 算法。

该算法采用了自适应分配机制解决 AO 优化策略无法灵活分配的问题, 提高了其全阶段的搜索效率; 采用了动态补偿策略解决 AO 翱翔俯冲行为中的轨迹偏离问题, 加强了其全局搜索能力; 采用了非线性潮汐策略对个体赋予潮汐波动的飞行特征, 加强了 AO 在等高飞行短滑翔行为中较弱的局部搜索能力。相较于 AO, MAO 在解决复杂的优化问题时的收敛速度更快, 最优解精度更高并且不易陷入局部最优陷阱。

1) 自适应分配机制

AO 算法的四种寻优策略在优化过程中是按照相同的概率进行随机分配, 较为死板, 无法做到对不同寻优策略的灵活切换。因此, 本文提出了一种自适应分配机制来灵活选用 AO 算法的寻优策略。该机制根据当前个体位置和种群全体位置所对应的目标函数值, 自适应分配当前迭代下寻优策略的被选概率。当个体无法搜索到更优位置, 分配变量取最大值, 使其加强全局探索能力; 当个体发现更优位置时, 分配变量会进行自适应调节, 使其加强局部搜索能力, 从而提高 AO 算法的搜索能力, 缩短其优化时间。该变量的计算如式(11)所示。

$$M(t) = \varphi + (\psi - \varphi) \times \frac{F(t) - F_B(t)}{F_M(t) - F_B(t)} \quad (11)$$

式中: $M(t)$ 为当前迭代下 Aquila 个体对应的分配变量; $F(t)$ 为当前个体对应的目标函数值, $F_B(t)$ 为种群内目标函数最优值; $F_M(t)$ 为种群内所有个体的目标函数均值; φ 为局部寻优调节参数, ψ 为全局寻优调节参数, 可通过两者的取值来控制算法迭代中不同寻优策略的选用概率范围, 分别取为 $0 \sim 0.5$ 和 $0.5 \sim 1$ 。本文取 0.25 、 0.75 以保证未发现更优解时对全局勘探行为的鼓励和发现更优解时对局部搜索行为的倾斜。

2) 动态补偿策略

Aquila 的翱翔俯冲行为为过于依赖最佳解, 当其权重随着迭代不断减小, $X_{\text{new}}(t+1)$ 的轨迹也被迫持续下移, 直至完全偏离目标函数解集范围, 当目标函数最佳解不在零值时, 该现象更加严重, 直接影响到了翱翔俯冲行为的优化能力。针对以上情况, 本文提出了一种动态补偿策略来解决轨迹偏离问题。根据当前种群的迭代次数对所有个体的平均位置赋予权重, 其大小随个体迭代动态变化, $X_{\text{new}}(t+1)$ 的更新如式(12)所示, 动态补偿变量 $C(t)$ 的计算如式(13)所示。

$$X_{\text{new}}(t+1) = X_{\text{best}}(t) \times (1 - \frac{t}{T_0}) + C(t) \times (1 - e^{-\frac{2t}{T_0-1}}) + [X_M(t) - X_{\text{best}}(t) \times r] \quad (12)$$

$$C(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\frac{F_M(t) - F_B(t)}{|F_i(t) - F_B(t)|} \times X_i(t) \right] \quad (13)$$

式中: $X_i(t)$ 当前迭代下种群中第 i 个解; $F_i(t)$ 为其对应的目标函数值; N 为种群个体数量。在 AO 算法对目标函数进行迭代优化时, 当翱翔俯冲策略下的 Aquila 随着迭代

发生偏离动作而大幅偏离目标位置向零值靠近时,动态补偿变量 $C(t)$ 根据当前迭代次数以及所有个体的目标函数权重,对偏离的飞行轨迹进行动态纠正。

3) 非线性潮汐策略

等高飞行短滑翔策略下,Aquila 螺旋飞行行为中的 $S(d)$ 函数在搜索空间维度低于 10 时,曲线振幅过小且随迭代变化微弱,限制了螺旋飞行的步长变化,导致该寻优行为在维度较小时起不到优化的作用,即便维度变大,步长变化依然不大,且过于随机。针对以上问题,本文受到潮汐现象启发^[24],提出了一种非线性潮汐策略,该策略使 Aquila 的飞行具有潮汐波动的特征。在迭代初期,潮汐函数生成的潮汐波动为个体赋予较大的随机搜索步长,加强其全局搜索能力,从而更快发现猎物区域;在迭代中后期,AO 个体的飞行幅度随潮汐波动慢慢减弱,从而更专注于局部搜索,同时潮汐波动具有的非线性效应,也能帮助个体跳出局部最优陷阱, $X_{new}(t+1)$ 的更新如式(14)所示,潮汐波动变量 $W(t)$ 的计算如式(15)所示。

$$X_{new}(t+1) = X_R(t) + X_{best}(t) \times G_{levy} + W(t) \times r \tag{14}$$

$$\begin{cases} W(t) = \epsilon_0 \times \left(1 - \frac{t}{T_0}\right) \times \rho \\ \rho = (\cos^2(p - \theta_{T_0}(t)) - \sin^2(p + \theta_{T_0}(t))) \\ \theta_{T_0}(t) = \frac{\pi}{2} \times (T_0 - t) \\ p = \frac{\pi}{2} \times r \end{cases} \tag{15}$$

式中: ϵ_0 为波长常数,调节潮汐波动的幅度大小,本文取为 1.5。

MAO 算法的优化流程如下:

(1) 设定种群数量 N 、最大迭代次数 T_0 ,随机生成初始种群,更新算法参数,计算当前个体的自适应分配变量 $M(t)$;

(2) 当迭代次数 $t < \frac{2}{3} \times T_0$ 时,MAO 进入扩大搜索阶段,根据自适应分配机制选择经过动态补偿变量 $C(t)$ 纠正的翱翔俯冲策略或引入潮汐波动变量 $W(t)$ 的等高飞行短滑翔策略进行探索,根据贪心策略来更新个体;

(3) 当迭代次数 $t > \frac{2}{3} \times T_0$ 时,MAO 进入缩小开发阶段,根据自适应分配机制选择慢降低飞策略或行走捕捉策略继续开发,再次更新个体;

(4) 经过不断的迭代寻优,当满足终止条件后,算法输出最优解并结束。

2.3 基于改良天鹰优化器算法的相机标定方法

基于 MAO 的相机标定方法首先通过相机采集一定数量的标定板图像,之后对图像进行角点检测,通过张正友标定法计算相机参数,并将其作为 MAO 算法优化相机参数的个体初始值。根据算法优化后的相机内部参数和畸变系

数对所有角点进行重投影并将重投影角点坐标与实际角点坐标之间的平均重投影误差作为目标函数,继续迭代优化。

基于 MAO 的相机标定方法的流程图如图 2 所示。

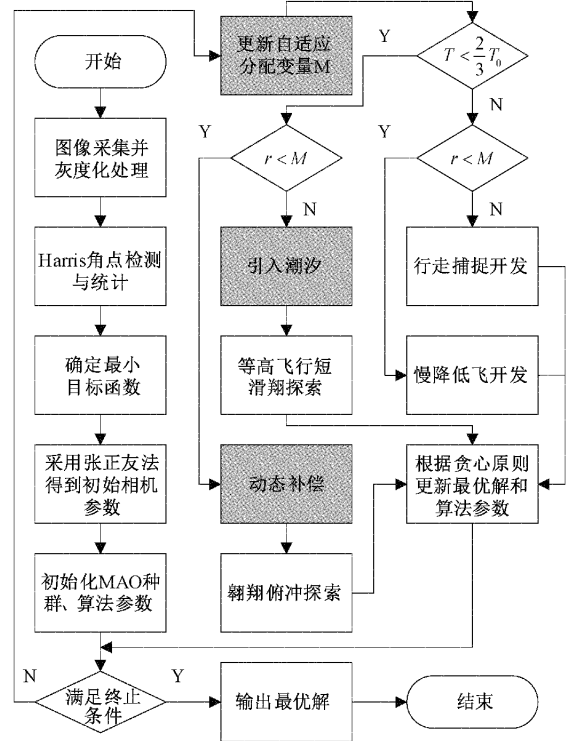


图 2 基于 MAO 算法的相机标定流程

具体步骤如下:

1) 对拍摄的标定板图片进行角点检测,统计标定板上的角点总数,计算角点的三维世界坐标以及在不同图片上的实际图像像素坐标。

2) 根据角点的图像像素坐标和三维世界坐标,采用张正友标定法得到 4 个相机内部初始参数: f_1, f_2, u_0, v_0 以及 5 个畸变初始系数: k_1, k_2, k_3, p_1, p_2 ,将这 9 个参数作为初始值来确定 MAO 算法寻优的区间。本文选取相机内部参数的寻优区间为 $(f_1, f_2, u_0, v_0) \pm 80$,选取畸变系数的寻优区间为 $(k_1, k_2, k_3, p_1, p_2) \pm 10$ 。以经过算法优化后的相机内部参数和畸变系数得到角点重投影的像素坐标与其对应的实际角点像素坐标之间的重投影误差,并作为算法的目标函数 E ,其计算如式(16)所示。

$$E = \frac{1}{s \times h} \sum_{j=1}^s \sum_{i=1}^h \left\| p_{ij} - p'_{ij} \left(f_1, f_2, u_0, v_0, k_1, k_2, k_3, p_1, p_2, \mathbf{R}_j, \mathbf{T}_j \right) \right\|^2 \tag{16}$$

式(16)中, s 为采样图片数, h 为标定板上的角点总数, p_{ij} 为第 j 幅图片上第 i 个角点的实际像素坐标, p'_{ij} 为对应的重投影像素坐标, $\mathbf{R}_j, \mathbf{T}_j$ 分别为第 j 幅图像的旋转矩阵和平移矩阵。

3) 初始化算法种群规模、最大迭代次数以及其他参数并将其目标函数的最优值设为无穷大,根据 9 个参数的寻

优范围随机生成初始种群。

4) 根据当前的自适应分配机制选择寻优行为,并进行动态补偿,引入潮汐波动,得到个体最新位置 X_{new} , 计算其对应的目标函数值 F_{new} 。

5) 若新得到的 F_{new} 小于原先个体的目标函数值,则更新个体位置并判断 F_{new} 是否小于目标函数最优值 F_{best} , 是则同时更新 F_{best} 和最优解 X_{best} , 否则直接返回步骤 3), 继续迭代优化。

6) 满足结束条件时输出 MAO 种群的最佳解 X_{best} 。

3 实验验证

3.1 算法性能对比实验

为验证本文算法的寻优性能,本文选取 AO 算法、鲸鱼优化算法 (whale optimization algorithm, WOA)^[25]、野

狗优化算法 (dingo optimization algorithm, DOA)^[26] 以及非洲秃鹫优化算法 (African vultures optimization algorithm, AVOA)^[27] 与本文算法进行对比。统一所有对比算法的最大种群规模为 30, 最大迭代次数为 1 000, 统一选取 8 种基准测试函数, 进行算法优化能力对比实验, 其中 (F1~F4) 为单峰基准测试函数、(F5~F7) 为多峰基准测试函数。基准测试函数具体信息如表 1 所示。不同对比算法对 8 种基准测试函数的寻优结果如表 2 所示。

从表 2 中各个算法寻优得到的最优值、平均值以及标准差可以看出, 相比于其他算法, MAO 在每个函数上均保持了相当优越的寻优能力, 寻优结果最接近测试函数最优值。8 种基准测试函数图像和对应的算法收敛曲线依次如图 3(a)~(h) 所示。

表 1 基准测试函数

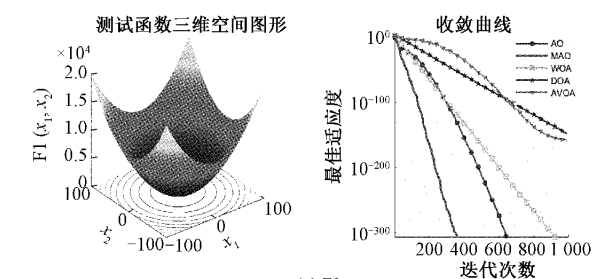
编号	函数	维数	范围	最优值
F1	Sphere	30	$[-100, 100]$	0
F2	Schwefel 2. 22	30	$[-10, 10]$	0
F3	Schwefel 1. 2	30	$[-100, 100]$	0
F4	Schwefel 2. 21	30	$[-100, 100]$	0
F5	Schwefel 2. 26	30	$[-500, 500]$	-12 569
F6	Rastrigin	30	$[-5. 12, 5. 12]$	0
F7	Ackley	30	$[-32, 32]$	0
F8	Foxholes	2	$[-65, 65]$	1

表 2 不同算法对基准测试函数 (F1~F8) 的寻优结果

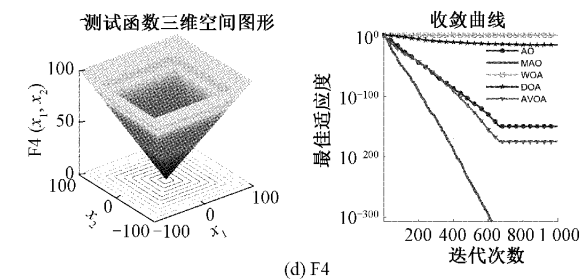
函数	算法	最优值	均值	标准差
F1	AO	0	$2. 9 \times 10^{-3}$	$9. 1 \times 10^{-2}$
	MAO	0	$1. 4 \times 10^2$	$2. 7 \times 10^3$
	WOA	0	$2. 6 \times 10^1$	$6. 7 \times 10^2$
	DOA	$7. 2 \times 10^{-150}$	$6. 1 \times 10^1$	$9. 4 \times 10^2$
	AVOA	$1. 6 \times 10^{-158}$	$3. 7 \times 10^2$	$4. 3 \times 10^3$
F2	AO	$1. 8 \times 10^{-316}$	$2. 6 \times 10^{10}$	$8. 4 \times 10^{11}$
	MAO	0	$2. 9 \times 10^{-1}$	$6. 7 \times 10^0$
	WOA	$2. 5 \times 10^{-151}$	$3. 4 \times 10^{-1}$	$5. 5 \times 10^0$
	DOA	$6. 0 \times 10^{-145}$	$2. 6 \times 10^{10}$	$8. 4 \times 10^{11}$
	AVOA	$3. 8 \times 10^{-197}$	$1. 2 \times 10^{-2}$	$2. 8 \times 10^{-1}$
F3	AO	$8. 0 \times 10^{-308}$	$5. 5 \times 10^0$	$9. 1 \times 10^1$
	MAO	0	$2. 2 \times 10^2$	$4. 1 \times 10^3$
	WOA	$3. 1 \times 10^{134}$	$8. 3 \times 10^{-2}$	$1. 8 \times 10^0$
	DOA	0	$1. 1 \times 10^1$	$3. 0 \times 10^2$
	AVOA	$6. 7 \times 10^{281}$	$1. 7 \times 10^2$	$3. 5 \times 10^3$
F4	AO	$3. 8 \times 10^{150}$	$1. 1 \times 10^{-1}$	$2. 9 \times 10^0$
	MAO	0	$2. 4 \times 10^{-1}$	$4. 0 \times 10^0$
	WOA	$9. 2 \times 10^1$	$9. 2 \times 10^1$	$1. 8 \times 10^{-12}$
	DOA	$4. 5 \times 10^{-15}$	$1. 9 \times 10^0$	$9. 9 \times 10^0$
	AVOA	$7. 9 \times 10^{-176}$	$3. 3 \times 10^{-3}$	$6. 1 \times 10^{-2}$

续表 2

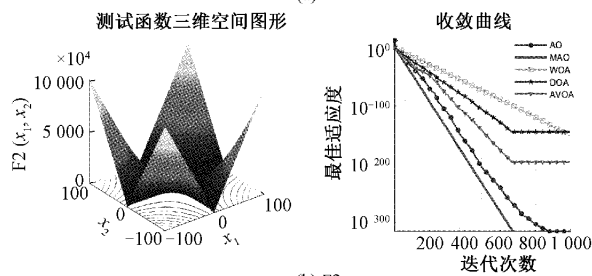
函数	算法	最优值	均值	标准差
F5	AO	-7.2×10^3	-4.3×10^3	1.7×10^3
	MAO	-1.3×10^4	-1.2×10^4	8.9×10^2
	WOA	-9.3×10^3	-9.2×10^3	3.9×10^2
	DOA	-2.4×10^3	-2.4×10^3	1.6×10^{-11}
	AVOA	-3.6×10^3	-3.6×10^3	9.4×10^1
F6	AO	7.2×10^{-154}	1.8×10^{-1}	2.8×10^0
	MAO	0	2.4×10^0	2.8×10^1
	WOA	0	6.0×10^0	3.4×10^1
	DOA	1.9×10^{-232}	1.1×10^{-1}	3.2×10^0
	AVOA	1.0×10^0	1.6×10^1	4.9×10^1
F7	AO	1.5×10^{-14}	1.1×10^{-3}	2.3×10^{-2}
	MAO	0	5.6×10^0	8.8×10^0
	WOA	4.4×10^{15}	2.4×10^{-1}	1.5×10^0
	DOA	8.0×10^{-15}	1.8×10^{-1}	1.4×10^0
	AVOA	8.9×10^{16}	7.1×10^{-2}	1.0×10^0
F8	AO	3.0×10^0	1.0×10^1	1.4×10^1
	MAO	1.0×10^0	1.8×10^0	1.4×10^1
	WOA	1.1×10^1	1.1×10^1	1.4×10^1
	DOA	1.3×10^1	1.6×10^1	2.2×10^0
	AVOA	1.1×10^1	1.1×10^1	1.4×10^1



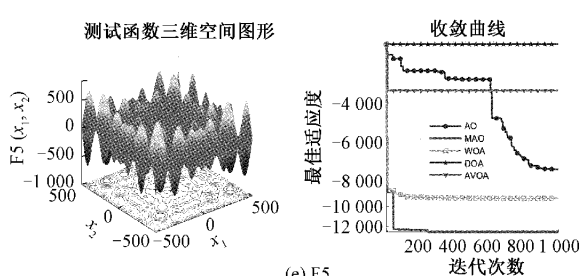
(a) F1



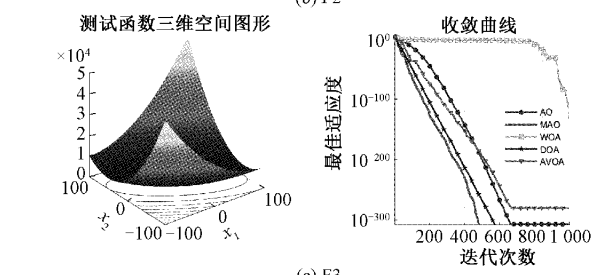
(d) F4



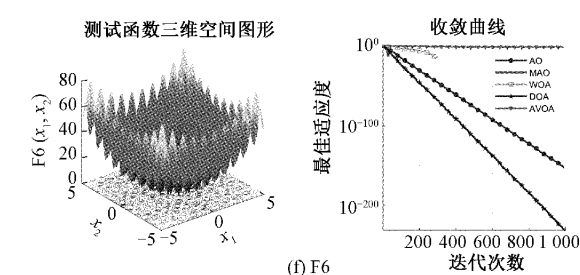
(b) F2



(e) F5



(c) F3



(f) F6

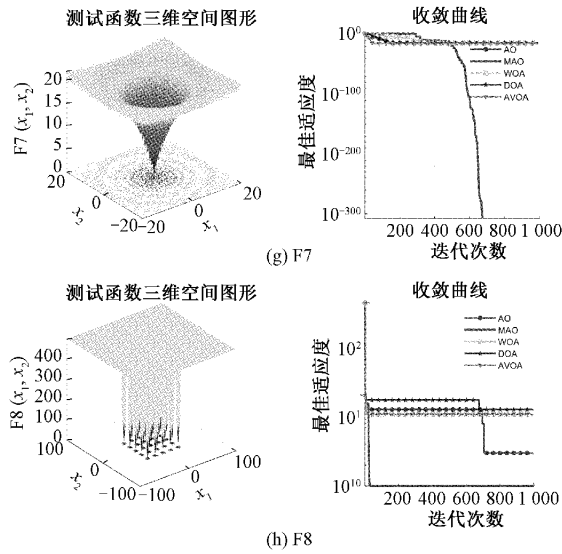


图 3 基准函数图像和对比算法收敛曲线

从图 3 中可以看出,在函数 F1、F3、F6 和 F8 上,MAO 和部分对比算法获得了函数最优值,而在函数 F2、F4、F5 和 F7 上,只有 MAO 算法最大程度地接近了函数最优值。观察所有算法的收敛曲线,可以看出 MAO 的收敛速度领先于其他 4 种算法,寻优结果精度也是算法中最好的,这说明 MAO 全局探索能力领先于其他算法,并且局部搜索能力同样突出,在函数 F7 上,只有 MAO 跳出了局部最优陷阱,综上所述,MAO 的寻优性能更为优越,寻优质量较高,全局探索能力和局部开发能力较为平衡。

3.2 相机标定性能对比实验

为了验证本文提出的基于 MAO 的相机标定方法的性能,将本文方法与基于 AO、粒子群算法 (particle swarm optimization, PSO)^[28]、混合粒子群优化方法 (hybrid particle swarm optimization, HPSO)^[29] 以及天牛须搜索算法 (beetle antennae search, BAS)^[30] 的相机优化标定算法进行对比实验。实验采用罗技高清摄像头拍摄图像,标定板为 9 行 12 列的棋盘格,每格尺寸为 25 mm × 25 mm,以棋盘格角点作为标定点,每幅图像共有 88 个角点,共拍摄 16 幅图像,相机标定板如图 4 所示。

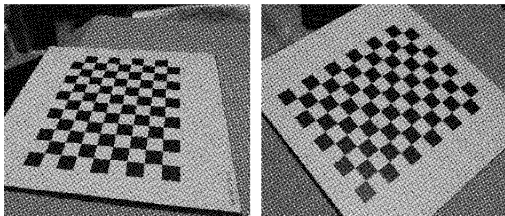


图 4 相机标定板图片

为了保证对比的可靠性,实验对 5 种方法统一设置种群规模 50 和迭代次数 100。5 种相机标定算法收敛曲线如图 5 所示。

基于 MAO、AO、PSO、HPSO 以及 BAS 的相机标定

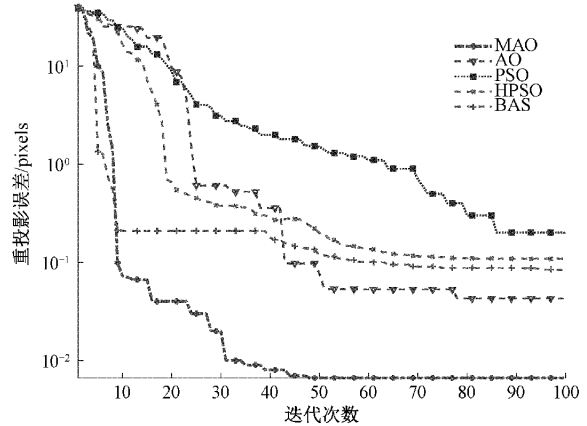
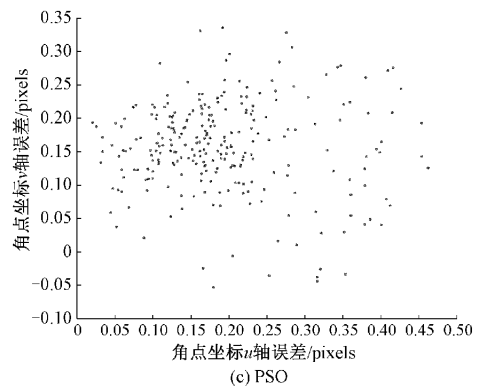
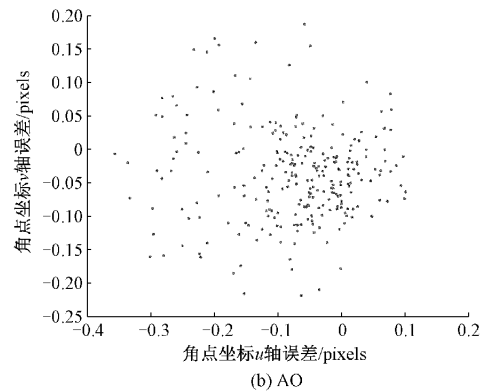
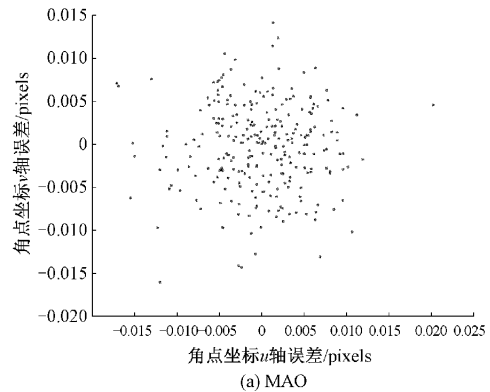


图 5 5 种相机标定算法收敛曲线图

优化方法的重投影角点坐标误差分布依次如图 6(a)~(e) 所示。



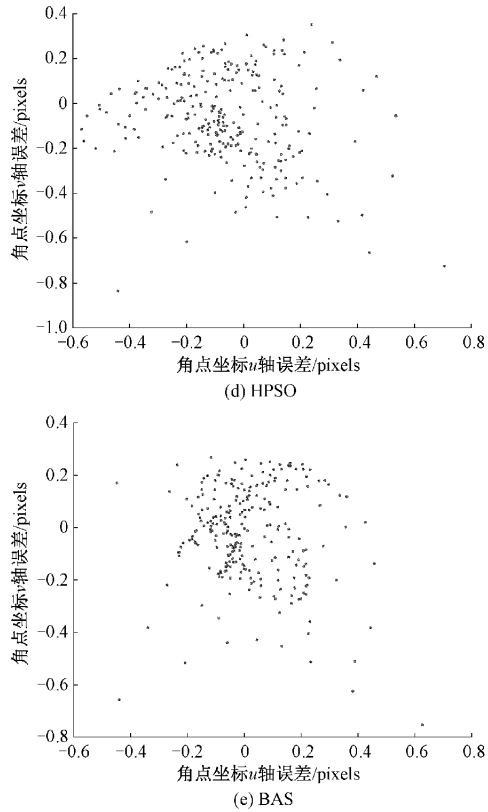


图 6 重投影误差分布图

基于 MAO、AO、PSO、HPSO 以及 BAS 的相机标定优化方法在迭代过程中得到的相机内部参数以及目标函数值如表 3 所示,畸变系数如表 4 所示。

从图 5 中可以看出,基于 MAO 的相机标定方法的个体利用寻优策略的多样性,在广泛性探索上能力强于其他算法,目标函数值的收敛速度明显较快,当算法迭代 30 次后最优值已经远低于其他算法,凭借突出的局部搜索能力跳出局部最优陷阱,目标函数值持续收敛,到迭代 45 次后趋于稳定。从图 6 和表 3 中可以看出,基于 PSO 的相机标定方法目标函数寻优周期长,最终得到最优值为 0.201 pixels,而基于 HPSO 的相机标定方法最终收敛于 0.109 pixels,这两种算法的粒子分布都较为分散,局部搜索能力有所不足。基于 BAS 的相机优化标定方法迭代初期收敛速度突出,个体分布比较集中,缺乏跳出局部最优的能力,最终得到的最优值为 0.08 pixels。基于 AO 的相机标定方法的目标函数在迭代初期收敛速度较慢,在第 15 次迭代后,收敛速度加快,持续寻优到第 75 次迭代后趋于稳定,最终收敛于 0.043 pixels。基于 MAO 的相机标定方法由于寻优策略的选择更为灵活,平衡了算法的全局勘探和局部寻优能力,个体突出的全局搜索能力,使其收敛速度明显快于其他算法,同时个体分布均匀,在最优值附近的搜索范围更为全面,寻优精度更高,最优值最终收敛于 0.006 pixels。

根据 5 种相机优化标定方法的最终解,可以得到标定

表 3 相机内部参数与目标函数值的标定结果

标定方法	次数	f_1	f_2	u_0 /pixels	v_0 /pixels	E /pixels
MAO	5	1 456.31	1 447.86	956.18	546.24	10.093
	10	1 456.92	1 448.88	955.87	544.84	0.073
	20	1 456.91	1 448.86	955.88	544.87	0.042
	50	1 456.91	1 448.86	955.88	544.87	0.007
	100	1 456.91	1 448.86	955.88	544.87	0.006
AO	5	1 457.37	1 447.75	955.53	544.49	32.888
	10	1 456.99	1 448.64	955.78	544.82	25.273
	20	1 456.93	1 448.80	955.85	544.85	9.572
	50	1 456.93	1 448.81	955.85	544.86	0.077
	100	1 456.93	1 448.81	955.85	544.86	0.043
PSO	5	1 445.87	1 435.45	959.01	560.87	35.135
	10	1 444.01	1 437.86	954.68	553.40	24.515
	20	1 451.72	1 437.70	956.87	550.52	8.827
	50	1 454.01	1 441.28	955.97	546.77	1.521
	100	1 455.89	1 439.41	954.74	546.58	0.201
HPSO	5	1 446.11	1 480.65	965.85	548.03	30.416
	10	1 447.42	1 474.77	960.89	547.56	16.603
	20	1 444.06	1 452.09	955.52	545.26	0.654
	50	1 456.12	1 449.47	955.85	544.93	0.199
	100	1 456.73	1 449.21	955.86	544.90	0.109
BAS	5	1 457.39	1 447.46	955.32	544.80	1.352
	10	1 456.89	1 448.94	955.91	544.87	0.209
	20	1 456.91	1 448.87	955.88	544.87	0.209
	50	1 456.88	1 448.91	955.87	544.88	0.118
	100	1 456.83	1 448.91	955.90	544.87	0.084

表 4 相机畸变系数的标定结果

标定方法	次数	k_1	k_2	k_3	$p_1 / \%$	$p_2 / \%$
MAO	5	0.04	-0.13	0.56	-0.22	-0.16
	10	0.04	-0.12	0.55	-0.05	0.02
	20	0.04	-0.12	0.55	-0.06	0.01
	50	0.04	-0.12	0.55	-0.06	0.01
	100	0.04	-0.12	0.55	-0.06	0.01
AO	5	-0.04	0.07	0.39	-1.61	-0.96
	10	0.00	-0.03	0.47	-0.87	-0.54
	20	0.03	-0.11	0.54	-0.13	0.02
	50	0.04	-0.12	0.55	0.03	0.05
	100	0.04	-0.12	0.55	0.03	0.05
PSO	5	0.24	-0.18	0.62	-1.89	-1.99
	10	0.31	-0.08	0.38	-2.24	-1.05
	20	0.17	-0.01	0.53	-0.97	-2.09
	50	0.06	-0.22	0.75	-0.44	-0.76
	100	0.03	-0.26	0.57	-1.08	-0.31
HPSO	5	0.02	-0.34	0.60	-0.079	-0.27
	10	0.01	-0.21	0.58	-0.36	0.11
	20	0.02	-0.16	0.57	-0.21	-0.28
	50	0.03	-0.13	0.55	-0.01	-0.11
	100	0.03	-0.12	0.55	0.01	-0.10
BAS	5	0.03	-0.12	0.54	-0.38	-0.38
	10	0.04	-0.12	0.55	-0.02	0.01
	20	0.04	-0.12	0.55	-0.04	-0.01
	50	0.04	-0.12	0.55	-0.05	-0.02
	100	0.04	-0.12	0.55	-0.05	-0.02

板图像中角点的实际像素坐标 (u, v) 对应的重投影像素坐标 (u', v') , 计算重投影坐标误差绝对值 $(|u - u'|, |v - v'|)$ 进行对比, 从而进一步验证本文提出的标定方法的可靠性, 部分角点坐标如表 5 所示, 重投影坐标及误差如表 6 所示。

表 5 检测角点像素坐标

检测角点	像素坐标 (u, v) / pixels
1	(1 157.592, 676.907)
2	(952.551, 750.461)
3	(1 216.043, 550.064)
4	(1 018.729, 620.164)
5	(819.001, 691.218)
6	(1 080.098, 498.941)
7	(887.748, 566.801)
8	(1 137.776, 385.423)
9	(951.867, 450.648)
10	(763.964, 516.259)

从表 6 中可以看出, 对于随机分布的 10 个标定, 基于 MAO 的相机标定方法得到的平均误差为 0.04 pixels, 精度明显高于其他标定方法。基于 MAO 的相机优化标定方法得到的最优解, 计算得到所有重投影角点像素坐标与实际角点像素坐标, 将坐标分别标记到其所对应的标定板拍摄图片上, 重投影角点与实际角点重合的局部放大如图 7(a) 所示, 标定板所有角点的对比如图 7(b) 所示。

从图 7 中可以看出, 基于 MAO 的相机标定方法得到的重投影角点与标定板上所有角点基本重合, 通过角点的局部放大, 可以看到重合度较高。任意选取三张标定板图片, 对比不同相机标定方法在不同图片上得到的重投影误差值, 如图 8 所示。

从图 8 中可以看出, 基于 AO 的相机标定方法得到的参数最佳解在不同图片上的重投影误差值在 0.05 像素附近, 基于 MAO 的相机标定方法得到重投影误差值在 0.006 pixels 左右, 精确度和稳定性明显强于其他算法。

表 6 不同标定算法的重投影坐标及对应误差(单位:pixel)

标定方法	角点	重投影坐标	误差绝对值/%	均值
MAO	1	(1 157.591,676.909)	(0.14,0.2)	0.004 3
	2	(952.561,750.465)	(1.15,0.34)	
	3	(1 216.045,550.06)	(0.18,0.37)	
	4	(1 018.722,620.169)	(0.64,0.55)	
	5	(818.998,691.228)	(0.25,1.03)	
	6	(1 080.106,498.936)	(0.79,0.33)	
	7	(887.749,566.801)	(0.15,0.07)	
	8	(1 137.772,385.428)	(0.4,0.55)	
	9	(951.872,450.642)	(0.48,0.63)	
	10	(763.965,516.262)	(0.12,0.27)	
AO	1	(1 157.569,676.912)	(2.31,0.52)	0.042
	2	(952.657,750.491)	(10.74,2.95)	
	3	(1 216.043,550.011)	(0.02,5.28)	
	4	(1 018.648,620.212)	(8.08,4.82)	
	5	(818.965,691.324)	(3.58,10.59)	
	6	(1 080.152,498.901)	(5.37,3.98)	
	7	(887.743,566.796)	(0.54,0.47)	
	8	(1 137.703,385.473)	(7.29,5.03)	
	9	(951.886,450.589)	(1.95,5.94)	
	10	(763.956,516.299)	(0.72,4.02)	
PSO	1	(1 157.575,676.575)	(1.73,33.18)	0.202 6
	2	(952.7,750.546)	(15.03,8.51)	
	3	(1 215.903,549.491)	(13.97,57.27)	
	4	(1 018.797,619.984)	(6.81,17.98)	
	5	(819.184,691.452)	(18.32,23.39)	
	6	(1 080.126,498.447)	(2.79,49.29)	
	7	(887.807,566.734)	(5.91,6.68)	
	8	(1 137.59,384.837)	(18.64,58.54)	
	9	(951.872,450.286)	(0.55,36.21)	
	10	(764.127,516.401)	(16.38,14.2)	
HPSO	1	(1 157.596,676.779)	(0.39,12.84)	0.105 1
	2	(952.63,750.568)	(8.09,10.67)	
	3	(1 216.048,549.746)	(0.48,31.76)	
	4	(1 018.668,620.149)	(6.02,1.43)	
	5	(819.028,691.454)	(2.75,23.61)	
	6	(1 080.074,498.731)	(2.38,20.87)	
	7	(887.721,566.86)	(2.7,5.86)	
	8	(1 137.671,385.094)	(10.53,32.9)	
	9	(951.801,450.538)	(6.55,11.07)	
	10	(763.958,516.445)	(0.52,18.63)	
BAS	1	(1 157.743,677.061)	(15.09,15.39)	0.113 7
	2	(952.606,750.5)	(5.66,3.83)	
	3	(1 216.275,550.201)	(23.18,13.74)	
	4	(1 018.845,620.191)	(11.62,2.71)	
	5	(819.074,691.15)	(7.28,6.81)	
	6	(1 080.284,498.966)	(18.64,2.66)	
	7	(887.87,566.736)	(12.23,6.53)	
	8	(1 138.041,385.456)	(26.5,3.36)	
	9	(952.047,450.595)	(18.06,5.35)	
	10	(764.124,516.13)	(16.01,12.88)	

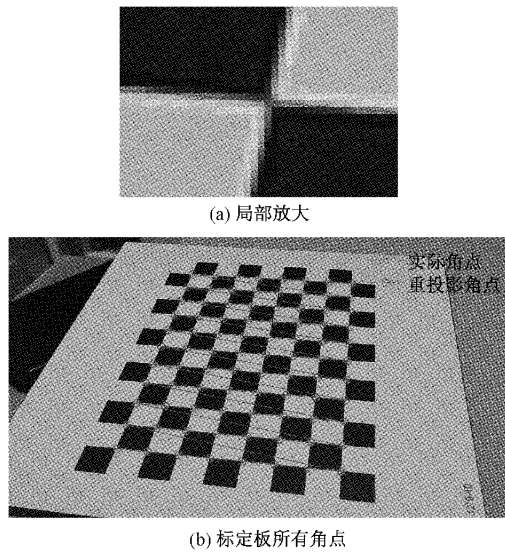


图 7 重投影角点与实际角点对比图

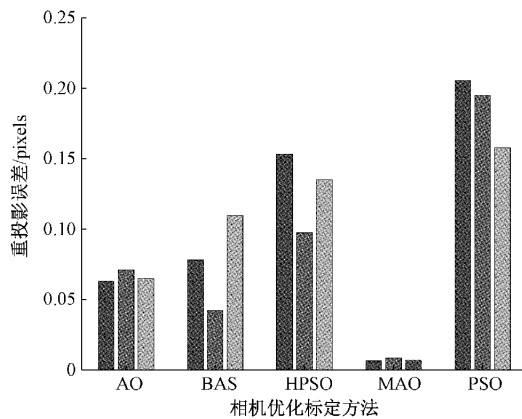


图 8 不同图片上的重投影误差均值

4 结 论

本文提出了一种基于改良天鹰优化器算法的相机标定方法,建立考虑畸变的相机成像模型,再通过张正友标定法确定优化算法中各个相机参数的初始值,以全部角点的重投影误差均值建立目标函数;建立了自适应分配机制来灵活选择寻优策略,从整体上对寻优效率进行提高;在具体的寻优策略上,针对性地设计了动态补偿策略和非线性潮汐策略,改良了 AO 个体寻优轨迹偏离和局部搜索能力差的缺陷,从而保证以较短的时间进行优化,并得到精度高、适应性强的标定结果。研究表明,本文提出 MAO 算法在 8 种基准测试函数上寻优表现优越,基于 MAO 的相机优化标定方法标定结果精确,平均重投影误差最终为 0.006 pixels,在不同图片上的误差结果不超过 0.002 pixels,有效地提高了相机标定的精度和标定结果的稳定性。在今后的研究中,将探索如何将本文中的方法应用到更复杂的相机标定环境中,同时与更多的方法进行比较。

参考文献

- [1] 汤明, 达飞鹏, 盖绍彦. 基于光栅投影的多摄像机标定方法[J]. 仪器仪表学报, 2016, 37(9): 2149-2155, DOI:10.19650/j.cnki.cjsi.2016.09.028.
- [2] 雷禧生, 肖昌炎, 蒋仕龙. 基于 TOF 相机的喷涂工件在线三维重建[J]. 电子测量与仪器学报, 2017, 31(12): 1991-1998, DOI: 10.13382/j.jemi.2017.12.016.
- [3] 周茂, 胡立锦, 欧开鸿, 等. 改进稠密双目匹配算法在输电线路基础三维重建的应用研究[J]. 电子测量技术, 2022, 45(7): 1-7, DOI: 10.19651/j.cnki.emt.2108070.
- [4] 宋帅帅, 黄锋, 江燕斌. 基于机器视觉几何量测量技术研究进展分析[J]. 电子测量技术, 2021, 44(3): 22-26, DOI:10.19651/j.cnki.emt.2005587.
- [5] 江涛, 李媛, 贺晨龙. 基于轮廓角点检测的螺纹关键参数视觉测量方法[J]. 电子测量与仪器学报, 2022, 36(7): 54-61, DOI: 10.13382/j.jemi.B2205246.
- [6] 陈为, 李泽辰, 张婧, 等. 基于 HALCON 的工业机器人视觉系统标定方法研究[J]. 电子测量技术, 2020, 43(21): 137-141, DOI:10.19651/j.cnki.emt.2004852.
- [7] WANG Q Y, WANG Z Y, SHANG Z D. Parameter calibration of a vision sensor with a geometric similarity constraint[J]. Measurement Science and Technology, 2019, 31(3): 035012.
- [8] 姚隆兴, 韩江涛, 张志毅. Tsai 氏相机平面标定算法的一种解析改进[J]. 计算机工程与科学, 2022, 44(11): 1976-1984.
- [9] 王谭, 王磊磊, 张卫国, 等. 基于张正友标定法的红外靶标系统[J]. 光学精密工程, 2019, 27(8): 1828-1835.
- [10] 杨浩宇, 张尚盈, 肖莉, 等. 自动精确提取圆形标志点中心的相机标定研究[J]. 电子测量技术, 2021, 44(19): 155-160, DOI: 10.19651/j.cnki.emt.2107637.
- [11] 陈文艺, 许洁, 杨辉. 利用双神经网络的相机标定方法[J]. 红外与激光工程, 2021, 50(11): 294-302.
- [12] 张宏峰, 倪受东, 赵亮, 等. 基于麻雀搜索算法的摄像机标定优化方法[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(22): 2215004.
- [13] 任久斌, 曹中清. 基于改进风驱动算法的摄像机标定优化方法[J]. 计算机工程与设计, 2021, 42(4): 942-948.
- [14] ABUALIGAH L, YOUSRI D, ABD E M, et al. Aquila optimizer: A novel meta-heuristic optimization algorithm[J]. Computers & Industrial Engineering, 2021, 157: 107250.
- [15] 徐亦凤, 刘升, 刘宇瀚, 等. 融合差分变异和切线飞行的天鹰优化器[J]. 计算机应用研究, 2022, 39(10): 2996-3002.
- [16] MAHAJAN S, ABUALIGAH L, PANDIT A K, et al.

- Hybrid Aquila optimizer with arithmetic optimization algorithm for global optimization tasks [J]. *Soft Computing*, 2022, 26(10).
- [17] ABUALIGAH L, DIABAT A, MIRJALILI S, et al. The arithmetic optimization algorithm[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2021, 376:113609.
- [18] 杨晓冬, 马光, 刘倩, 等. 一种改进的 Levenberg-Marquardt 辨识算法[J]. *电子测量与仪器学报*, 2016, 30(8): 1263-1268, DOI: 10.13382/j. jemi. 2016. 08. 017.
- [19] 郑冬, 冯鹏, 龙邹荣, 等. 面向多因素工况下的相机标定精度综述[J]. *国外电子测量技术*, 2020, 39(8): 109-116, DOI: 10.19652/j. cnki. femt. 2002099.
- [20] 傅思勇, 吴禄慎, 陈华伟, 等. 综合多畸变因素的摄像机标定[J]. *仪器仪表学报*, 2018, 39(2): 248-256, DOI: 10.19650/j. cnki. cjsi. j1702856.
- [21] 柴世豪, 郭晨霞, 李建鑫. 轮廓测量系统中摄像机的光学畸变校正方法[J]. *电子测量技术*, 2021, 44(21): 158-162, DOI: 10.19651/j. cnki. emt. 2107306.
- [22] GAO B, SHI Y, XU F Q, et al. An improved aquila optimizer based on search control factor and mutations[J]. *Processes*, 2022, 10(8): 1451.
- [23] EWEES A A, ALGAMAL Z Y, ABUALIGAH L, et al. A cox proportional-hazards model based on an improved aquila optimizer with whale optimization algorithm operators [J]. *Mathematics*, 2022, 10(8): 1273.
- [24] 彭腾腾, 纪棋严, 刘宇, 等. 甬舟航道潮汐潮流的数值模拟及特征分析[J]. *海洋预报*, 2022, 39(3): 94-106.
- [25] MIRJALILI S, LEWIS A. The whale optimization algorithm [J]. *Advances in Engineering Software*, 2016, 95.
- [26] HERNAN P V, ADRIAN P D, GUSTAVO E C, et al. A bio-inspired method for engineering design optimization inspired by dingoes hunting strategies[J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2021, 2021.
- [27] BENYAMIN A, SPLEOMANIAN G F, SEYEDALI M. African vultures optimization algorithm: A new nature-inspired metaheuristic algorithm for global optimization problems [J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2021, 158.
- [28] 徐呈艺, 刘英, 肖轶, 等. 基于改进粒子群算法的相机内参优化方法 [J]. *激光与光电子学进展*, 2020, 57(4): 346-352.
- [29] 雷阳, 张宏立, 王聪. 准确标定摄像机的混合粒子群优化方法 [J]. *激光与光电子学进展*, 2019, 56(21): 171-179.
- [30] 王道累, 孙昊, 胡松, 等. 基于天牛须搜索算法的单目相机标定方法 [J]. *济南大学学报(自然科学版)*, 2020, 34(6): 568-574, DOI: 10.13349/j. cnki. jdxbn. 20200603. 003.

作者简介

华杨(通信作者), 硕士研究生, 主要研究方向为图像处理 and 智能算法。

E-mail: huayang9632@163.com

黄福珍, 博士后, 副教授, 主要研究方向为计算机视觉、模式识别、智能信息处理等。

E-mail: huangfzh@shiep.edu.cn