

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2211933

基于改进分数阶 Tikhonov 正则化的 桥梁移动载荷识别^{*}

李明强^{1,2} 王林军^{1,2} 罗城升^{1,2} 陈保家^{1,2}

(1.三峡大学水电机械设备设计与维护湖北省重点实验室 宜昌 443002; 2.三峡大学机械与动力学院 宜昌 443002)

摘要: 针对整数阶 Tikhonov 正则化方法识别桥梁移动载荷识别精度较差的问题,提出一种基于改进分数阶 Tikhonov 正则化的桥梁移动载荷识别方法。根据时域法理论建立桥梁移动载荷识别模型,模拟双轴车辆在桥梁上行驶过程,通过核函数方法将移动载荷表示为弯矩响应和加速度响应核函数的微分形式,采用离散化方法将微分方程转化为线性方程组,通过改进分数阶 Tikhonov 正则化方法进行求解。结果表明:较分数阶 Tikhonov 正则化方法和整数阶 Tikhonov 正则化方法,采用改进分数阶 Tikhonov 正则化方法的移动载荷识别结果在识别精度和抗噪性上都有一定优势,且改进分数阶 Tikhonov 正则化方法在低噪声水平下载荷识别精度较高,识别误差仅为分数阶 Tikhonov 正则化方法的 15%;识别结果受弯矩响应影响较小,且具有良好的鲁棒性,更适用于桥梁移动载荷的现场识别。

关键词: 桥梁;移动载荷;载荷识别;识别精度;改进分数阶 Tikhonov 正则化

中图分类号: UU411⁺.2 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 460.99

Bridge moving load identification based on improved fractional Tikhonov regularization

Li Mingqiang^{1,2} Wang Linjun^{1,2} Luo Chengsheng^{1,2} Chen Baojia^{1,2}(1. Hubei Key Laboratory of Hydropower Machinery Design and Maintenance, China Three Gorges University, Yichang 443002, China;
2. School of Mechanical and Power Engineering, China Three Gorges University, Yichang 443002, China)

Abstract: Aiming at the problem of poor identification accuracy of bridge moving load by integer Tikhonov regularization method (Tik), a bridge moving load identification method based on improved fractional Tikhonov regularization method (IF-Tik) is proposed. According to the theory of time domain method, the bridge moving load identification model is established to simulate the driving process of two axle vehicles on the bridge. The moving load is expressed as the differential form of moment response and acceleration response kernel function by kernel function method. The differential equation is transformed into linear equations by discretization method, which is solved by improved fractional Tikhonov regularization method. The results show that compared with F-Tik and Tik methods, IF-Tik method has certain advantages in recognition accuracy and noise resistance, and IF-Tik method has higher recognition accuracy at low noise level, and the recognition error is only 15% of F-Tik method; The identification result is less affected by the moment response, and has good robustness, which is more suitable for the field identification of bridge moving load.

Keywords: bridge; moving load; load identification; identification accuracy; improved fractional Tikhonov regularization

0 引 言

在桥梁使用过程中往往存在由移动载荷引起桥梁结构的疲劳损伤甚至破坏,为保证桥梁的安全性和可靠性,需要对桥梁进行移动载荷识别和健康监测。桥梁移动载荷识别是结构

动力学的第二类反问题,由于系统或参数矩阵存在病态性、系统条件数较大,直接利用数值法寻求准确解相对比较困难^[1]。

近年来,移动载荷识别方法有了较大的发展,并被广泛应用于现代工程设计中。载荷识别方法主要分为时域法和频域法,张礼才等^[2]介绍了频域法的基本理论,并利用连采

收稿日期:2022-11-03

^{*} 基金项目:国家自然科学基金(51975324)、三峡大学 2021 年研究生课程建设项目(SDKC202108)资助

机井下测试数据及有限元分析输出、输入识别出连采机井下采煤受到的载荷。周凤等^[4]采用逆问题正分析的方法,在时域内提出了一种基于时域正演法的载荷识别方法,利用测量的位移、速度和加速度等响应,便可较准确地识别移动载荷。移动载荷作用下的桥梁载荷识别是典型的反问题,具有不适定性和病态性^[4]。为解决移动载荷识别系统病态矩阵中奇异值的修正问题,许多学者发展出一些移动载荷识别正则化方法。陈震等^[5-6]采用截断广义奇异值分解法对桥梁移动载荷进行识别及对正则化矩阵的选取,并在截断奇异值分解方法的基础上提出分段多项式截断奇异值分解方法,用来解决桥梁移动载荷识别问题,该方法的识别精度高,受响应类型和响应组合影响小。张景等^[7]将简支梁作为研究对象,在最小判别系数法的基础上提出了一种快速算法在保证了识别精度和准确性的前提下,缩短了识别时间。罗城升等^[8]针对时域法对噪声敏感问题以及传统共轭梯度法数值表现较差的问题,提出一种基于改进共轭梯度法的桥梁移动载荷识别方法,较传统的共轭梯度法识别精度大幅度提高。常晓通等^[9]探究了基于 Green 函数和整数 Tikhonov 正则化载荷重构方法。孙兴盛等^[10]结合矩阵摄动与整数阶 Tikhonov 正则化方法对随机结构进行了动态载荷重构研究。

刘春生等^[11]将改进分数阶 Tikhonov 正则化技术应用到截割煤岩随机载荷重构中,验证了所提出算法的可行性。王能建等^[12]提出一种新型分数阶 Tikhonov 正则化技术,并采用超记忆梯度法求解目标函数,通过工程案例验证了其实用性和稳定性。Xiong 等^[13-14]提出了一种新型分数 Tikhonov 正则化方法,并证明其收敛性。

上述研究对桥梁移动载荷识别系统在理论、动力学仿真以及载荷识别方法的选择起到了指导作用,但在载荷识别精度、抗噪能力、正则化解平滑度等方面仍然存在一些不足。基于此,本文提出一种基于改进分数阶 Tikhonov 正则化方法的桥梁移动载荷识别方法。首先,利用时域反卷积法和模态叠加法建立移动载荷识别数学模型。其次,对现有的分数阶 Tikhonov 正则化方法进行改进,提出一种改进分数阶 Tikhonov 正则化方法。然后,对比现有的 Tikhonov 正则化以及分数阶 Tikhonov 正则化方法,发现改进分数阶 Tikhonov 正则化方法的滤波因子对桥梁移动载荷识别的病态矩阵中较小的奇异值抑制的多,较大的奇异值保留的多,因此具有更好的正则化效果。最后,利用改进分数阶 Tikhonov 正则化方法对桥梁载荷识别问题进行求解。通过模拟仿真结果分析可知,改进分数阶 Tikhonov 正则化方法在低噪声水平下有高识别精度,且具有良好的抗噪性。

1 移动载荷识别理论

1.1 移动载荷识别模型

梁长度为 L , 动载荷 p 以均匀速度 c 沿着梁面移动,如图 1 所示,图中直线为简支梁原轴线。取梁单位长度质量

为 ρ , 考虑粘性阻尼并取阻尼系数为 C , 简支梁抗弯刚度为 EI 对应的移动载荷运动方程为:

$$\ddot{q}_n(t) + 2\xi_n\omega_n\dot{q}_n(t) + \omega_n^2q_n(t) = \frac{2}{\rho L}p_n(t) \quad (n = 1, 2, \dots, \infty) \quad (1)$$

其中, $q_n(t)$ 为梁的第 n 阶模态振型 $\xi_n = \frac{C}{2\rho\omega_n}$ 为粘性阻尼; $\omega_n = \frac{n^2\pi^2}{L^2}\sqrt{\frac{EI}{\rho}}$ 为圆频率; 桥梁的模态力为^[15] $P_n(t) = p(t)\sin(n\pi ct/L)$ 。

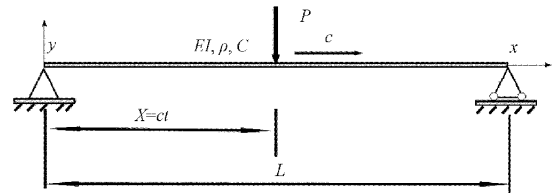


图 1 简支梁载荷识别模型

1.2 时域法

由时域法移动载荷识别理论可知,简支梁上某位置任一时刻的弯矩响应和加速度响应可以通过卷积积分得到。梁上 x 处 t 时刻的弯矩响应为:

$$M(x, t) = -EI \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x^2} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2EI\pi^2 n^2}{\rho L^3 \omega_n'} \sin \frac{\pi nct}{L} \times \int_0^t e^{-\xi_n \omega_n' (t-\tau)} \sin \omega_n' (t-\tau) \sin \frac{\pi nct}{L} P(\tau) d\tau \quad (2)$$

其中, v 为简支梁此刻在该处的位移, 且 $\omega_n' = \omega_n \sqrt{1 - \xi_n^2}$ 。

同理, 梁上 x 处 t 时刻的加速度响应为:

$$a(x, t) = \ddot{v}(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\rho L} \sin \frac{\pi nct}{L} \times \left[\dot{p}_n(t) + \int_0^t \dot{h}_n(t-\tau) p_n(\tau) d\tau \right] \quad (3)$$

其中,

$$\dot{h}_n(t) = \frac{1}{\omega_n} e^{-\xi_n \omega_n' t} \{ ((\xi_n \omega_n')^2 - \omega_n'^2) \sin \omega_n'^2 t + (-2\xi_n \omega_n \omega_n') \cos \omega_n' t \} \quad (4)$$

当测得车辆载荷作用下桥梁的弯矩响应和加速度响应后,时域法(time domain method, TDM)将移动载荷识别问题最终转化为:

$$\mathbf{A}x = \mathbf{B}_\delta \quad (5)$$

这里 \mathbf{A} 为车辆模型系统矩阵; \mathbf{B}_δ 为测得的桥梁响应; x 为待识别载荷。系统频率响应函数矩阵在共振频率附近一般呈现病态,导致载荷识别误差很大。直接采用最小二乘法或直接求逆方法是无效的,甚至无法求解。

2 改进分数阶 Tikhonov 正则化方法

对式(5)车桥系统矩阵 \mathbf{A} 进行奇异值分解可得:

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}\mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T = \sum_{i=0}^n u_i \sigma_i v_i^T \quad (6)$$

其中, \mathbf{U} 和 \mathbf{V} 均为方阵且满足 $\mathbf{U}^T \mathbf{U} = \mathbf{V}^T \mathbf{V} = \mathbf{I}_n$; $\mathbf{\Sigma}$ 为对角元素 λ_i 的对角矩阵。

分数阶 Tikhonov 正则化方法^[16] (fractional Tikhonov regularization method, F-Tik) 的思想是将桥梁移动载荷识别问题转化为无约束优化问题, 其目标函数为^[13]:

$$\min J(x) = \{ \|\mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{B}_\delta\|_2^2 + \lambda^2 \|\mathbf{L}\mathbf{B}_\delta\|_2^2 \} \quad (7)$$

式中: $\|\mathbf{B}_\delta\|_2^2 = \mathbf{B}_\delta^T \mathbf{S} \mathbf{B}_\delta$; $\mathbf{S} = (\mathbf{A}\mathbf{A}^T)^{(\alpha-1)/2}$; γ 为分数的阶次, 且 $\gamma \in \left(\frac{1}{2}, 1\right]$; μ 为正则化参数; 正则化矩阵 $\mathbf{L} = \mathbf{N}\mathbf{V}^T$ 。

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} \max\{\mu^2 - \sigma_1^2, 0\} & & & \\ & \ddots & & \\ & & \ddots & \\ & & & \max\{\mu^2 - \sigma_n^2, 0\} \end{bmatrix}$$

整数阶 Tikhonov 正则化方法 (Tikhonov regularization method, Tik) 和分数阶 Tikhonov 正则化方法的滤波因子表达式分别为:

$$\varphi_{\text{Tik}}(\sigma_n) = \frac{\sigma_n^2}{\sigma_n^2 + \mu^2} \quad (8)$$

$$\varphi_{\text{F-Tik}}(\sigma_n) = \frac{\sigma_n^{\gamma-1}}{\sigma_n^{\gamma+1} + \mu^2} \quad (9)$$

本文提出改进分数阶 Tikhonov 正则化方法 (improved fractional Tikhonov regularization method, IF-Tik), 其对应的分数阶滤波因子表达式为:

$$\varphi_{\text{IF-Tik}}(\sigma_n) = \frac{\sigma_n^{2\gamma-1}}{\sigma_n^{2\gamma} + \mu} \quad (10)$$

其中, $\sigma_n = (T^\alpha E_{\alpha, \alpha+1}(-\lambda_n T^\alpha))$ 。

式(8)、(9)滤波因子的渐进性如下:

$$\begin{cases} \varphi_{\text{Tik}}(\sigma_n) = \frac{\sigma_n^2}{\mu^2} + o(\sigma_n^4) (\sigma_n \rightarrow 0) \\ \varphi_{\text{Tik}}(\sigma_n) = 1 + o(\sigma_n^{-2}) (\sigma_n \rightarrow \infty) \\ \varphi_{\text{F-Tik}}(\sigma_n) = \frac{\sigma_n^{\gamma+1}}{\mu^2} + o(\sigma_n^{2\gamma+2}) (\sigma_n \rightarrow 0) \\ \varphi_{\text{F-Tik}}(\sigma_n) = 1 + o(\sigma_n^{-\gamma}) (\sigma_n \rightarrow \infty) \end{cases} \quad (11)$$

从滤波因子渐进性及滤波因子随奇异值变化两方面比较 3 种方法。首先, 从整数阶 Tikhonov 正则化与分数阶 Tikhonov 正则化滤波因子的渐进性可知, 整数阶 Tikhonov 正则化滤波因子比分数阶 Tikhonov 正则化滤波因子收敛得快, 意味着较小奇异值对应的分量被有效滤掉, 更快的收敛速度表明识别对象具有明显的光滑性, 所以分数阶正则化优于整数阶。

3 种方法的滤波因子随奇异值变化曲线如图 2 所示, 相比于分数阶 Tikhonov 正则化方法, 改进的分数阶 Tikhonov 正则化方法能最大程度的保留较大奇异值, 抑制较小奇异值。因此, 改进的分数阶 Tikhonov 正则化方法能更好地抑制较小奇异值对应的分量, 保留较大奇异值对应的分量。综上所述, 改进分数阶 Tikhonov 正则化方法比分数阶和整数阶 Tikhonov 正则化方法更有效。

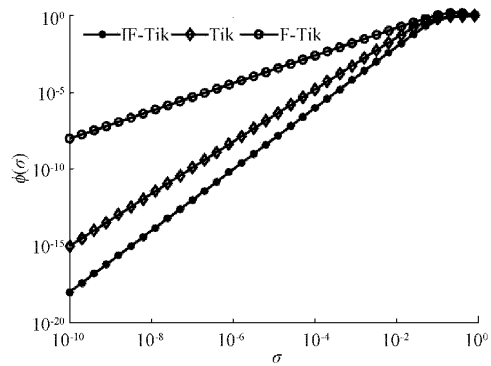


图 2 滤波因子随奇异值变化曲线

改进分数阶 Tikhonov 正则化方法在含有噪声数据和精确数据下得到的正则化解分别为:

$$f_\mu^\delta(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(T^\alpha E_{\alpha, \alpha+1}(-\lambda_n T^\alpha))^{2\gamma-1}}{(T^\alpha E_{\alpha, \alpha+1}(-\lambda_n T^\alpha))^{2\gamma} + \mu}$$

$$g_n^\delta \varphi(x), \frac{1}{2} \leq \gamma \leq 1 \quad (12)$$

$$f_\mu(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(T^\alpha E_{\alpha, \alpha+1}(-\lambda_n T^\alpha))^{2\gamma-1}}{(T^\alpha E_{\alpha, \alpha+1}(-\lambda_n T^\alpha))^{2\gamma} + \mu}$$

$$g_n \varphi(x), \frac{1}{2} \leq \gamma \leq 1 \quad (13)$$

其中, ML 函数为 $E_{\alpha, \beta}(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(\alpha k + \beta)}$, 欧拉伽马

函数为 $\Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1} e^{-t} dt$ 。当分数阶 γ 确定时, 正则参数 μ 可以通过差异性原理进行选择, 如式(14)所示。

$$\mu = \begin{cases} \left(\frac{\delta}{E}\right)^{\frac{2\gamma}{P+2}}, & 0 < P < 4\gamma \\ \left(\frac{\delta}{E}\right)^{\frac{2\gamma}{2\gamma+1}}, & P \geq 4\gamma \end{cases} \quad (14)$$

α 可由下式确定:

$$\left\| \frac{(T^\alpha E_{\alpha, \alpha+1}(-\lambda_n T^\alpha))^{2\gamma}}{(T^\alpha E_{\alpha, \alpha+1}(-\lambda_n T^\alpha))^{2\gamma} + \mu} g_n^\delta(x) - g_n^\delta(x) \right\| = \tau \delta$$

3 仿真算例

3.1 车桥仿真参数

车辆模型参考数据如下^[8]: 车辆前后轴长度为: $l_1 = 8$ m, 行驶速度为: $c = 40$ m/s。桥梁模型参数为: 梁长为 $L = 40$ m; 单位密度 $\rho = 12\ 000$ kg/m; 抗弯刚度 $EI = 1.28 \times 10^{11}$ N \times m²; 前 3 阶固有频率 $f_1 = 3.2$ Hz, $f_2 = 12.8$ Hz, $f_3 = 28.8$ Hz。分析频段为 0~40 Hz, 测量响应数据时采样频率为 200 Hz。桥面行驶车辆的前轴和后轴载荷分别为:

$$F_1(t) = 25[1 + 0.1\sin(20\pi t) + 0.05 \times \sin(50\pi t)] \text{ kN} \quad (15)$$

$$F_2(t) = 25[1 - 0.1\sin(20\pi t) + 0.05 \times \sin(50\pi t)] \text{ kN} \quad (16)$$

噪声干扰下的桥梁弯矩响应或加速度响应为:

$$M_{\text{measured}} = R_{\text{calculated}}(1 + E_p N_{\text{noise}}) \quad (17)$$

其中, E_p ($0 \leq E_p \leq 1$) 为噪声水平, 本文考虑噪声水平分别为 1%、5% 和 10%; M_{measured} 为响应实测值; $R_{\text{calculated}}$ 为响应计算值; N_{noise} 为随机高斯白噪声。

为了量化分析和评估改进分数阶 Tikhonov 正则化方法的精度和稳定性, 引入相对误差 (relative percentage error, RPE)

$$RPE = \frac{\|F_{\text{identified}} - F_{\text{true}}\|}{\|F_{\text{true}}\|} \times 100\% \quad (18)$$

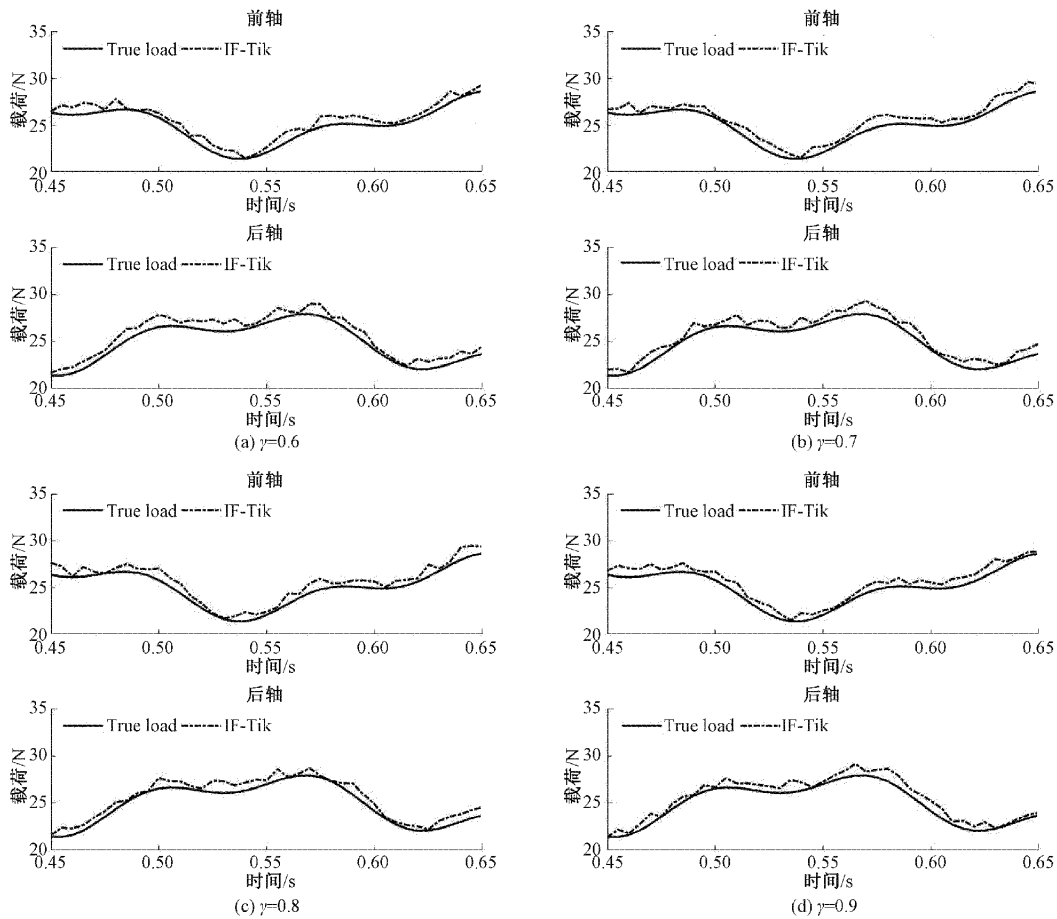


图 3 不同分数阶的重构曲线

为了进一步地定量评价不同分数阶对重构效果的影响^[11], 给出其评价指标: 均方根误差 (root mean square error, RMSE)。

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (F_{\text{identified}} - F_{\text{true}})^2} \quad (19)$$

RMSE 数随分数阶的变化值, 见表 1, 可以看出随着分数阶的增大, RMSE 呈先减小后增大的趋势。并结合识别效果分析发现: 当 $\gamma = 0.8$ 时, 本文方法的整体识别效果最好, 故后续仿真中选择最优分数阶 $\gamma = 0.8$ 。

2) 正则化方法的比较

在桥梁不同位置分别设置应变片和加速度计传感器,

其中, RPE 为相对百分误差; $\|\cdot\|$ 为向量范数, F_{true} 为真实载荷; $F_{\text{identified}}$ 为识别载荷。

3.2 仿真结果分析

1) 分数阶次 γ 的影响

为了深入探究分数阶对载荷识别结果的影响, 从而确定最优阶次值和最优阶次区间。其参数设定如下: $\mu = 1 \times 10^{-3}$, $T = 1$, $\tau = 1$, 而阶次 $1/2 < \gamma < 1$ 分别给定 0.6、0.7、0.8 和 0.9, 载荷识别结果如图 3(a)~(d) 所示。随着分数阶的增大, 载荷虽然都能被识别出来, 但识别效果却不尽相同。

表 1 分数阶对载荷识别的影响

γ	0.6	0.7	0.8	0.9
RMSE	0.162 4	0.163 7	0.161 5	0.174 0

即可测得相应位置的弯矩响应和加速度响应。通过选取不同位置的弯矩响应和加速度响应组合, 即可确定响应数量和响应类型不同时各识别方法的识别精度。

为验证改进分数阶 Tikhonov 正则化方法 (IF-Tik) 的优越性, 采用 IF-Tik 方法进行车桥移动载荷识别, 并将其计算的结果与整数阶 Tikhonov 正则化方法 (Tik) 和分数阶 Tikhonov 正则化方法 (F-Tik) 进行对比, 3 种方法的载

荷识别误差对比如表 2。由表 2 可知, F-Tik 和 Tik 的识别精度比较接近, 但 IF-Tik 的 RPE 值在 8 种响应组合和 3 种噪声水平下都小于 F-Tik 和 Tik 的 RPE, 说明 IF-Tik 方法的识别精度优于 F-Tik 方法和 Tik 方法。当噪声水平为 1% 时, IF-Tik 的 RPE 值仅为 F-Tik 和 Tik 的 50%; 说

明在低噪声水平时, IF-Tik 方法识别精度受噪声干扰影响小; 并且随着噪声水平从 1% 增加到 10%, IF-Tik 方法仍保持良好的识别精度。综上所述, IF-Tik 相较于 F-Tik 和 Tik 稳定性更强, 鲁棒性好, 更适宜于噪声干扰情况下桥梁结构移动载荷。

表 2 IF-Tik、F-Tik 和 Tik 方法载荷识别误差对比

测点分布	识别方法	1% 噪声		5% 噪声		10% 噪声	
		前轴	后轴	前轴	后轴	前轴	后轴
HH14&GG34	IF-Tik	3.81	2.38	5.76	6.30	9.76	9.01
	F-Tik	7.35	7.14	8.63	8.74	11.74	11.38
	Tik	6.24	7.11	7.80	8.74	11.08	11.35
HH14&HH12&GG34	IF-Tik	3.70	2.63	6.13	5.28	10.63	9.33
	F-Tik	7.34	7.14	8.88	8.54	12.61	11.76
	Tik	5.40	7.19	7.34	8.74	11.59	11.78
HH14&HH34&GG34	IF-Tik	3.78	1.56	5.92	5.29	9.64	10.15
	F-Tik	7.35	7.13	8.72	8.68	11.81	12.32
	Tik	8.38	7.11	9.58	8.70	12.46	12.31
HH14&HH12&HH34&GG34	IF-Tik	3.73	3.65	5.90	5.51	10.35	10.21
	F-Tik	7.36	7.14	8.90	8.83	12.53	12.22
	Tik	9.22	7.37	10.50	8.77	13.70	12.16
HH12&HH34&GG12&GG34	IF-Tik	1.41	1.00	5.58	5.17	10.99	9.74
	F-Tik	7.35	7.11	9.19	8.72	13.26	12.01
	Tik	6.23	7.06	8.00	8.67	12.75	11.99
HH14&HH12&HH34&GG12&GG34	IF-Tik	1.46	1.00	4.97	5.17	10.25	10.20
	F-Tik	7.36	7.11	8.81	8.74	12.54	12.35
	Tik	6.59	7.12	8.06	8.75	12.10	12.36
HH12&HH34&GG14&GG12&GG34	IF-Tik	1.18	1.03	4.67	4.77	10.37	9.91
	F-Tik	7.35	7.11	8.63	8.51	12.66	12.12
	Tik	6.07	7.11	7.57	8.51	11.85	12.12
HH14&HH12&HH34&GG14&GG12&GG34	IF-Tik	1.16	1.04	5.11	4.72	9.65	9.94
	F-Tik	7.35	7.12	8.89	8.47	12.06	12.15
	Tik	6.51	7.12	8.10	8.47	11.57	12.15

注: HH14, HH12, HH34 分别为桥梁 1/4, 1/2, 3/4 位置处的加速度响应; GG14, GG12, GG34 分别为桥梁 1/4, 1/2, 3/4 位置处的弯矩响应。

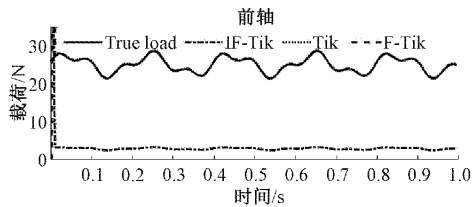
3) 响应类型和数量对载荷识别的影响

为探究加速度响应和弯矩响应分别对载荷识别精度的影响程度, 采用了不同的加速度响应和弯矩响应组合进行数值仿真实验对比, IF-Tik、F-Tik 和 Tik 方法识别结果如表 3。当选择 HH14&HH12&HH34 加速度响应时, IF-Tik 方法对前轴和后轴载荷的识别误差均超过 90%, 不能正确识别载荷。引入一个弯矩响应时 HH14&HH12&GG12, 前轴载荷能被正确识别, 后轴载荷不能被正确识别, 但识别误差从 90% 减少到 45%。当 3 个响应中存在两个弯矩响应时, 改变加速度响应跨长的位置, 即 HH14&GG14&GG12 和 HH12&GG14&GG12, IF-Tik 方法、F-Tik 方法和 Tik

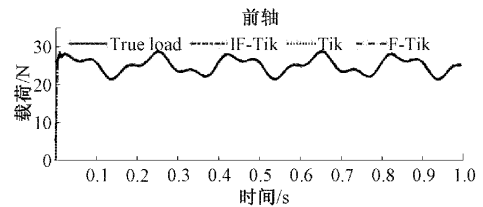
方法均能正确识别载荷, 且 IF-Tik 方法识别精度高于 F-Tik 方法和 Tik 方法, 说明 IF-Tik 方法鲁棒性好。当响应组合为 GG14&GG12&GG34 时, IF-Tik 方法、F-Tik 方法和 Tik 方法在各种噪声干扰下, 均能正确识别载荷, IF-Tik 方法识别精度小幅提升, F-Tik 方法和 Tik 方法识别精度无明显提升。在 1% 噪声水平下, 响应数量为 3 的 5 种响应组合的识别结果如图 4(a)~(e) 所示。在 HH14&GG14&GG12、HH12&GG14&GG12 以及 GG14&GG12&GG34 响应组合下, IF-Tik 方法能正确识别载荷, 拟合效果较好。说明响应数量一定时, IF-Tik 方法识别精度受弯矩响应影响较小, 拟合效果更好。

表 3 不同响应组合的载荷识别结果对比

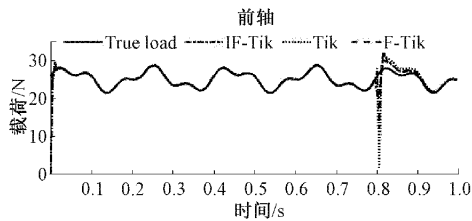
测点分布	识别方法	1%噪声		5%噪声		10%噪声	
		前轴	后轴	前轴	后轴	前轴	后轴
HH14&HH12&HH34	IF-Tik	90.41	90.87	90.47	90.85	90.58	90.85
	F-Tik	1.00	1.02	5.20	4.64	11.08	9.26
	Tik	127.75	1.02	148.53	4.64	185.89	9.26
HH14&HH12&GG12	IF-Tik	3.47	45.94	5.85	46.03	10.22	46.60
	F-Tik	10.39	45.24	11.72	45.42	13.79	46.49
	Tik	8.55	27.49	10.00	27.78	12.59	29.77
HH14&GG14&GG12	IF-Tik	1.21	1.03	5.28	4.97	10.71	10.00
	F-Tik	7.35	7.11	8.98	8.60	12.88	12.22
	Tik	5.94	7.11	7.86	8.60	12.23	12.21
HH12&GG14&GG12	IF-Tik	1.23	1.00	5.30	4.88	10.06	9.93
	F-Tik	7.37	7.11	9.00	8.55	12.43	12.17
	Tik	9.07	7.12	10.45	8.56	13.07	12.18
GG14&GG12&GG34	IF-Tik	1.06	1.10	4.71	5.08	10.54	9.93
	F-Tik	7.34	7.12	8.65	8.65	11.11	9.75
	Tik	7.34	7.12	8.65	8.65	11.01	9.37



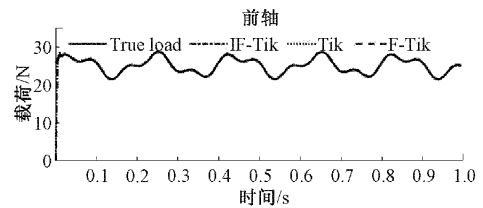
(a) 1%噪声 HH14&HH12&HH34



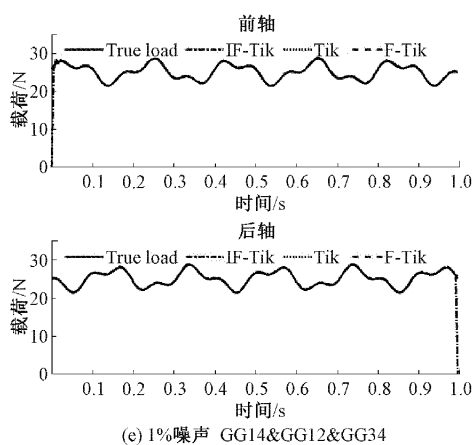
(c) 1%噪声 HH14&GG14&GG12



(b) 1%噪声 HH14&HH12&GG12



(d) 1%噪声 HH12&GG14&GG12

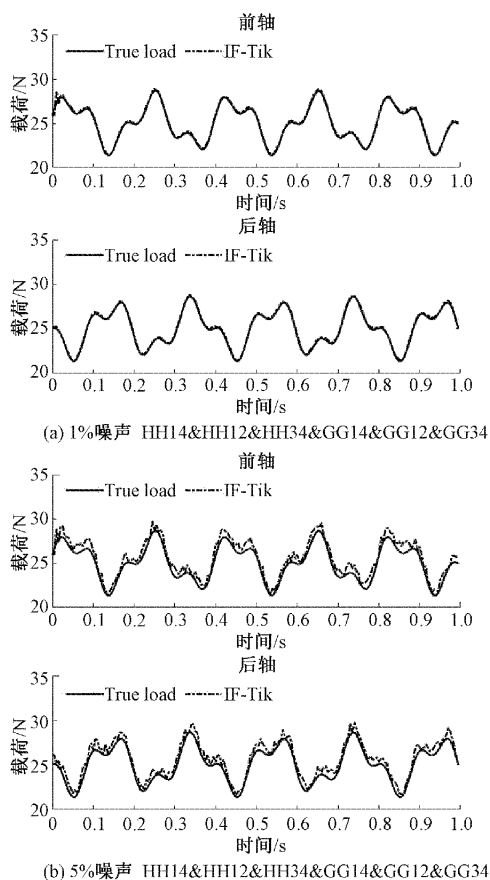


(c) 1%噪声 GG14&GG12&GG34

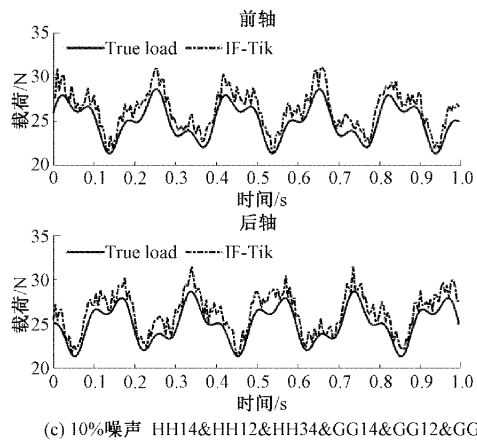
图 4 1%噪声时 5 种响应组合下的 IF-Tik、F-Tik 和 Tik 方法的识别结果

4) 噪声水平对载荷识别的影响

由表 2 可知,随着响应数量的增加,F-Tik 方法和 Tik 方法识别精度提升有限,但 IF-Tik 方法识别精度提高了 69%。为了探究噪声水平对 IF-Tik 方法的影响,在响应组合为 HH14&HH12&HH34&GG14&GG12&GG34 的情况下,改变噪声水平(1%,5%,10%),IF-Tik 方法识别结果如图 5 所示。如图 5(a)~(c)所示,在 1%噪声水平下,IF-Tik 方法的识别精度高,拟合效果最好;在 5%噪声水平



(b) 5%噪声 HH14&HH12&HH34&GG14&GG12&GG34



(c) 10%噪声 HH14&HH12&HH34&GG14&GG12&GG34

图 5 HH14&HH12&HH34&GG14&GG12&GG34 工况下 1%、5%和 10%噪声水平下识别结果比较

下,IF-Tik 方法能准确的识别出载荷;在 10%噪声水平下,IF-Tik 方法识别误差虽然增大但依旧能够识别出载荷,拟合效果良好,在工程上是可接受的。说明 IF-Tik 方法的抗噪性好,稳定性好。

4 结 论

针对桥梁载荷识别问题中存在矩阵病态性和对噪声敏感不足等问题,提出一种基于改进分数阶 Tikhonov 正则化方法的桥梁移动载荷识别方法,并将本文所提出算法的识别结果与 Tik 和 F-Tik 方法的识别结果进行对比。工程算例结果验证了 IF-Tik 方法具有较高的识别精度。

1) 随着响应数量从 2 个增加到 6 个,对 Tik 方法和 F-Tik 方法的识别精度影响很小,但能提高 IF-Tik 方法的识别精度。在 1%噪声水平下,IF-Tik 与 F-Tik 方法的识别误差从 51.8%降低到 15.7%,即在低噪声水平下,随着响应数量的增加,IF-Tik 方法较于 Tik 和 F-Tik 方法识别精度提升很大。

2) 在 1%噪声水平下,IF-Tik 方法的识别误差只有 F-Tik 方法的 15.7%,即在低噪声水平下 IF-Tik 方法的识别精度较于 F-Tik 方法具有明显优势。

参考文献

- [1] 邱飞丽,张利敏,张伟华. Tikhonov 方法在不适应模型修正中的应用[J]. 振动与冲击, 2015, 34(12): 121-126.
- [2] 张礼才,张宏,张晓鸥. 基于频域法的连续采煤机载荷识别及其特性研究[J]. 煤矿机械, 2011, 32(6): 77-79.
- [3] 周凤,缪炳荣,王明月,等. 基于时域正演法的载荷识别[J]. 机械制造与自动化, 2018, 47(4): 152-155, 192.
- [4] 段红俊. 桥梁荷载识别方法文献综述[J]. 建筑工程技术与设计, 2015(16): 731.
- [5] 陈震,余岭. 基于 TGSVD 的桥梁移动荷载识别及正则化矩阵选取[J]. 振动. 测试与诊断, 2015(1): 24-

- 29,184.
- [6] 陈震,魏文杰,余岭,等. 基于 PPTSVD 的桥梁移动荷载识别[J]. 振动. 测试与诊断, 2018, 38(4): 727-732,871.
- [7] 张景,张方,姜金辉,等. 梁结构上动荷载位置识别的快速算法[J]. 国外电子测量技术, 2016, 35(3):42-46.
- [8] 罗城升,王林军,陈保家,等. 基于改进共轭梯度算法的桥梁移动荷载识别[J]. 国外电子测量技术, 2022, 41(6):159-164.
- [9] 常晓通,闫云聚,刘懿,等. 基于 Green 函数和正则化的动态荷载识别方法[J]. 振动. 测试与诊断, 2014, 34(1):124-129,194.
- [10] 孙兴盛,刘杰,丁飞,等. 基于矩阵摄动的随机结构动态荷载识别技术[J]. 机械工程学报, 2014, 50(13): 148-156.
- [11] 刘春生,任春平. 改进分数阶 Tikhonov 正则化的截割煤岩荷载识别方法[J]. 煤炭学报, 2019, 44(1):332-339.
- [12] 王能建,任春平,刘春生. 一种新型分数阶 Tikhonov 正则化荷载重构技术及应用[J]. 振动与冲击, 2019, 38(6):121-126,158.
- [13] XIONG X, XUE X. A fractional Tikhonov regularization method for identifying a spacedependent source in the time-fractional diffusion equation[J]. Applied Mathematics & Computation, 2019, 349: 292-303.
- [14] XUE X, XIONG X. A posteriori fractional Tikhonov regularization method for the problem of analytic continuation[J]. Mathematics, 2021, 9(18):2255.
- [15] 姜鑫,张方,姜金辉. 基于模态坐标变换梁分布动荷载识别技术[J]. 国外电子测量技术, 2016, 35(2):90-93.
- [16] GAO J, WANG D, PENG J. A Tikhonov-type regularization method for identifying the unknown source in the modified helmholtz equation [J]. Mathematical Problems in Engineering, (2012-12-24), 2012, 20: 939-955.

作者简介

李明强, 硕士研究生, 主要研究方向为反问题理论与方法。

E-mail: 745140676@qq.com

王林军(通信作者), 副教授, 主要研究方向为反问题理论与方法。

E-mail: ljwang2006@126.com