

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2211034

# 基于特殊历史数据段挖掘的切换 Hammerstein 模型辨识\*

贾晓彤 王建东 邢晓彤

(山东科技大学电气与自动化工程学院 青岛 266590)

**摘要:** 本文提出了一种基于特殊历史数据段挖掘的切换 Hammerstein 模型辨识方法。特殊数据段是指处于稳定状态和稳定斜坡响应的数据段。首先,根据稳态数据采用随机抽样一致算法辨识静态非线性子系统。其次,根据稳定的斜坡响应数据利用密度峰值聚类算法辨识切换 Hammerstein 模型线性动态子系统的结构和相应的操作区间。最后,根据操作区间划分历史数据集,采用最小二乘算法辨识切换的多个线性动态子系统的模型参数。数值仿真和实验案例结果表明,与标准 Hammerstein 辨识方法相比,所提方法可以实现不同工作点切换的多个线性动态子模型的结构辨识及操作区间划分,降低了模型结构未知时切换动态子系统对模型参数辨识的影响,提高了切换 Hammerstein 模型的辨识精度。

**关键词:** Hammerstein 系统辨识;动态子系统结构辨识;参数估计

**中图分类号:** TP273 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.8010

## Identification of switching Hammerstein model based on mining special historical data segments

Jia Xiaotong Wang Jiandong Xing Xiaotong

(College of Electrical and Automation Engineering, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266590, China)

**Abstract:** This paper proposes a switched Hammerstein model identification method based on special historical data segment mining. Special data segment refers to data in stable state and stable slope response. First, a random sampling consensus algorithm is used to identify the static nonlinear subsystem based on the steady-state data. Secondly, based on the stable slope response data, the density peak clustering algorithm is used to identify the dynamic subsystem structure and the corresponding operation interval. Finally, the least squares algorithm is used to identify the model parameters of the switched dynamic subsystems based on the data sets in the operation interval. The results of numerical simulation and experimental cases show that, compared with the standard Hammerstein identification method, the proposed method can realize the structure identification and operation interval division of multiple linear dynamic submodules with different switching points, reduce the influence of switching dynamic subsystems on parameter identification when the model structure is unknown, and improve the identification accuracy of switching Hammerstein models.

**Keywords:** Hammerstein system identification; dynamic subsystem structure identification; parameter estimation

### 0 引言

系统辨识是控制研究领域的重要分支,包括模型结构辨识和参数估计。几乎所有的工业系统都具有非线性特性,为获得准确的系统模型并进行优化控制,研究者对具有特殊结构和性质的非线性系统展开研究<sup>[1-2]</sup>,其中

Hammerstein 模型具有良好反映系统的过程特征的特点,对复杂的非线性模型进行近似处理而受到广泛关注<sup>[3-4]</sup>。

目前对 Hammerstein 模型研究主要分为两方面:首先是对静态非线性子系统不同建模方法的研究,主要包括多项式<sup>[3]</sup>、分段线性化<sup>[5]</sup>及神经网络<sup>[6]</sup>等方法,但参数化方法都会涉及静态非线性与动态线性参数的耦合。其次是对

收稿日期:2022-08-10

\* 基金项目:国家自然科学基金面上项目(62273215)资助

Hammerstein 模型参数的辨识展开研究,通过采用多信号源法<sup>[7]</sup>、最小二乘法<sup>[8]</sup>及辅助模型辨识方法<sup>[9]</sup>等重构中间未知变量,实现静态非线性子系统与动态线性子系统中参数的分步辨识。然而上述研究在辨识过程中均考虑 Hammerstein 模型仅包含一个线性动态子系统,未考虑线性动态子系统参数会随着调度变量的变化而变化<sup>[10]</sup>,很难对整个操作区域使用单一的模型,因此引入的切换 Hammerstein 模型更有利于复杂系统的建模和识别。

针对切换的 Hammerstein 模型,Zhang 等<sup>[11]</sup>将模型切换规律与参数辨识转化为约束多目标优化问题。当动态系统的结构和参数发生变化时,可以引入具有已知转移概率的马尔可夫跳变系统来建模<sup>[12]</sup>。在随机切换<sup>[13]</sup>下,隐马尔可夫模型可描述 Hammerstein 系统的局部模型,并采用可变贝叶斯算法辨识。Wang 等<sup>[14]</sup>基于双识别开关的慢切换 Hammerstein 系统的切换检测,在确定模型结构后采用期望最大化算法<sup>[13]</sup>或递推算法<sup>[14]</sup>等实现参数估计。然而,现有针对切换系统的研究都已知切换机制,如切换概率或切换时间,若该系统为随机切换,则切换过程可在线观察。但在实际工业过程中,由于长期运行、磨损、老化等原因均会造成控制系统结构发生改变,因此面对的系统切换可能是连续的、随机的且无法在线观测的。

基于上述研究,本文提出一种基于特殊数据段辨识切换 Hammerstein 模型的方法,其理论基础为建立稳态数据和稳定斜坡响应数据与模型参数间的数学关系,实现未知结构的切换 Hammerstein 模型辨识。所提方法由 3 个主要步骤组成。第 1 步是根据历史数据中的稳态数据采用随机抽样一致算法(random sample consensus, RANSAC)实现静态非线性子系统的结构与参数辨识。第 2 步是根据稳定斜坡响应数据与动态子系统参数间的数学关系获得参数估计值,并采用密度峰值聚类算法(density peaks clustering, DPC)确定线性动态子系统的模型结构,根据结构与数据样本间的映射关系,实现不同操作区间内历史数据的划分。第 3 步是根据划分的历史数据采用最小二乘法进行动态子系统的参数辨识。通过数值仿真与实验案例验证,结果表明所提方法对切换 Hammerstein 模型具有较好的辨识效果,提高了模型辨识精度。

### 1 切换 Hammerstein 模型

考虑如图 1 所示的切换 Hammerstein 系统,第一个方框为静态非线性模块  $f(\cdot)$ ,在此采用分段线性函数表示。中间不可测变量  $x(t)$  与输入  $u(t)$  的关系为:

$$x(t) = f(u(t)) = k_{n_c} u(t) + c_{n_c} \quad (1)$$

式中:  $u(t) \in (u_{n_c, \min}, u_{n_c, \max})$ ,  $u_{n_c, \min}$  与  $u_{n_c, \max}$  为第  $n_c$  段线性函数对应输入数据的最小值与最大值。 $k_{n_c}$  和  $c_{n_c}$  ( $n_c = 1, 2, \dots, N_c$ ) 为增益与常数,表示静态非线性子系统待辨识的参数。

在第  $i$  个局部工作点展开的线性动态子模型表示为一

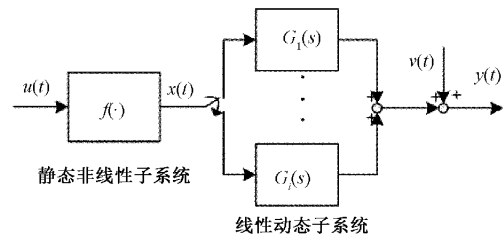


图 1 切换 Hammerstein 模型结构示意图

阶传递函数<sup>[15]</sup>的形式:

$$G_i(s) \approx \frac{k_{i,s} e^{-\tau_i s}}{T_i s + 1} \quad (2)$$

式中:  $T_i$  为时间常数、 $\tau_i$  为延迟时间,  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, I$ ) 为动态子系统的数目,  $k_{i,s}$  为增益。在 Hammerstein 系统中可通过设置  $k_{i,s} = 1$  消除增益的模糊性<sup>[16]</sup>。那么  $I, T_i$  和  $\tau_i$  为动态子系统待辨识的参数。

在零初始条件下  $p$  作为微分算子,即  $p^i x(t) = d^i x(t)/dt^i$ , 则输出  $y(t)$  为:

$$y(t) = G_i(p) \cdot x(t) + v(t) \quad (3)$$

式中:  $v(t)$  为系统噪声。

在历史数据的数据样本为  $\{u(k), y(k)\}_{k=1}^K$ , 这里  $k \in Z^+$  ( $Z^+$  是一组非负整数)是与实际采样周期  $h$  相关的采样指数。我们的目标是通过辨识式(2)中的结构数  $I$  来确定动态子系统的结构,并由不同操作区间的历史数据估计静态非线性子系统的参数  $k_{n_c}$  和  $c_{n_c}$ , 以及动态线性子系统的参数  $T_i$  和  $\tau_i$ 。

### 2 切换 Hammerstein 系统辨识

本节首先介绍了如何确定动态子系统的结构及划分相应的操作区间,其次研究了静态非线性子系统的参数辨识方法,最后描述了特殊数据段的筛选。

#### 2.1 线性动态子系统的辨识

为了实现动态子系统的辨识,可以通过寻找如图 2 所示的稳定斜坡响应数据段,实现不同工作点处动态子系统与静态非线性子系统分离。假设从  $\{u(k), y(k)\}_{k=1}^K$  中得到  $S$  段稳定斜坡响应数据段,命题 1 给出了这些特殊数据段与线性动态子系统的参数之间的数学关系。

命题 1: 当线性动态子系统结构的数量满足  $S \geq I$  时,第  $s$  段的数据点  $\{u_{is}(l), y_{is}(l)\}_{l=1}^{L_s}$  和线性动态子系统的时间常数  $T_i$  与延迟时间  $\tau_i$  满足如下关系:

$$y_{is}(l) = k_{n_c} u_{is}(l) + c_{n_c} - k_{n_c} \alpha (\tau_i + T_i) \quad (4)$$

证明: 系统的稳定斜坡响应需要输入信号  $u(t)$  的连续激励,假设输入  $u(t)$  为斜坡信号,它可以被描述为:

$$u(t) = \alpha t + \beta \quad (5)$$

式中:  $\alpha$  和  $\beta$  分别斜坡信号的斜率和截距。则中间变量  $x(t)$  可进一步得到:

$$x(t) = k_{n_c} u(t) + c_{n_c} \quad (6)$$

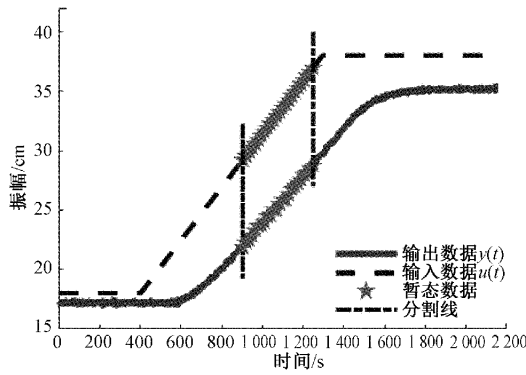


图 2 稳定斜坡响应数据段的示意图

根据动态子模型的传递函数  $G_i(s)$ , 系统输出  $y(t)$  经拉普拉斯变换可表示为:

$$Y(s) = X(s)G_i(s) = \left( \frac{k_{n_c}\alpha}{s^2} - \frac{k_{n_c}\alpha T_i}{s} + \frac{k_{n_c}\alpha T_i}{s+1/T_i} + \frac{k_{n_c}\beta + c_{n_c}}{s} - \frac{k_{n_c}\beta + c_{n_c}}{s+1/T_i} \right) e^{-\tau_i s} \quad (7)$$

那么  $y(t)$  的时域表达式为:

$$y(t) = k_{n_c}\alpha(t - \tau_i) + (k_{n_c}\beta + c_{n_c} - k_{n_c}\alpha T_i)(1 - e^{-\frac{t - \tau_i}{T_i}}) \quad (8)$$

由表 1 可知, 当时间  $t \geq 4T + \tau$  时系统趋近于稳定状态。当系统达到稳定斜坡响应时, 输出  $y(t)$  可表示为:

$$y(t) \approx k_{n_c}\alpha(t - \tau_i) + k_{n_c}\beta + c_{n_c} - k_{n_c}\alpha T_i = k_{n_c}(\alpha t + \beta - \alpha\tau_i - \alpha T_i) + c_{n_c} = k_{n_c}u(t) - k_{n_c}\alpha(\tau_i + T_i) + c_{n_c} = x(t) - k_{n_c}\alpha(\tau_i + T_i) \quad (9)$$

动态线性子系统  $G_i(s)$  的结构通过估计动态子系统的时间常数  $T_i$  与延迟时间  $\tau_i$  之和来确定, 即当参数发生改变时模型结构也发生改变。采用参数变量  $\xi_i$  表示线性系统子系统  $G_i$  中的  $T_i + \tau_i$ , 式(9)可被描述为:

$$y_{is}(t) = x_{is}(t) - k_{n_c}\alpha\xi_i \quad (10)$$

集合  $\psi_s$  包含输入  $u(t)$  与输出  $y(t)$  同时处于稳定斜坡响应时的数据样本, 即  $\psi_s = \{u_{is}[s], y_{is}[s]\}_{i=1}^s$ , 其筛选过程在第 3.3 节中展开介绍。将第 3.2 节中参数  $k_{n_c}$  和  $c_{n_c}$  的辨识结果带入式(6)获得中间变量  $\hat{x}(t)$ 。集合  $\psi_s$  可被重新描述为  $\psi_s = \{\hat{x}_{is}[s], y_{is}[s]\}_{i=1}^s$ 。以第  $s$  段内的数据点为例,  $\hat{x}_{s,rs}[s] = \{\hat{x}_{s,rs}(l)\}_{l=1}^{L_s}$ ,  $y_{s,rs}[s] = \{y_{s,rs}(l)\}_{l=1}^{L_s}$ , 参数  $\xi$  的估计值为:

$$\xi_{s,l} = \frac{y_{s,rs}(l) - \hat{x}_{s,rs}(l)}{k_{s,n_c}\alpha_s} \quad (11)$$

根据式(12), 第  $s$  段内数据点的估计结果为  $\psi_{\xi,s} = \{\xi_{s,1}, \xi_{s,2}, \dots, \xi_{s,L_s}\}$ 。 $\xi$  的下标代表了该估计值对应的第  $s$  段第  $l$  个数据点的估计值, 从而实现数据段信息和估计值  $\xi$  之间的映射, 即  $\psi_s \rightarrow \psi_{\xi,s}$ 。综上所述, 可以得到所有暂态段对应的样本集  $\psi_{\xi}$ 。

表 1  $e^{-((t-\tau_i)/T_i)}$  的典型值

$t - \tau_i$	$2T_i$	$3T_i$	$4T_i$	$5T_i$	$6T_i$
$e^{-((t-\tau_i)/T_i)}$	0.135 3	0.049 8	0.018 3	0.006 7	0.002 5

采用 DPC 算法<sup>[16]</sup>对样本集  $\psi_{\xi}$  聚类, 聚类中心  $I$  对应动态子系统结构的数量。假设数据点  $\xi_z$  的局部密度为  $\rho_z$ , 数据点  $\xi_z$  到局部密度比它大且距离最近的数据点  $\xi_j$  的距离为  $\delta_z$ , 则有如下定义:

$$\rho_z = \sum_{z \neq j} \chi(d_{zj} - d_c) \quad (12)$$

$$\delta_z = \min_{j: \rho_j > \rho_z} (d_{zj}) \quad (13)$$

式中:  $d_{zj}$  为  $\xi_z$  和  $\xi_j$  之间的距离,  $d_c$  为截断距离,  $\chi(\cdot)$  为逻辑判断函数:

$$\begin{cases} \chi(\cdot) = 1, & d_{zj} - d_c < 0 \\ \chi(\cdot) = 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (14)$$

根据式(12)~(14), 确定具有较高  $\delta_z$  与  $\rho_z$  的样本点个数为聚类个数  $I$ , 并且该样本点为聚类中心值。算法将样本点分配到与其最近且较密集的数据点所在的簇中, 则第  $i$  簇中的样本点为  $\psi_{\xi,i} = \{\xi_{i1}, \xi_{i2}, \dots, \xi_{iL_i}\}$ , 其中  $a$  代表  $\xi$  的位置索引, 进而可实现估计值  $\xi$  与历史数据点之间的映射, 即  $\psi_{\xi,i} \rightarrow \psi_s$ 。那么第  $i$  类动态子系统结构对应的输入和输出数据的区间为  $y(t) \in [y_{i,\min}, y_{i,\max}]$ ,  $u(t) \in [u_{i,\min}, u_{i,\max}]$ , 这里  $y_{i,\min}, y_{i,\max}$  与  $u_{i,\min}, u_{i,\max}$  分别为第  $i$  个工作区间中输出数据与输入数据的最小值与最大值。

根据不同操作区间将历史数据段划分, 由式(4)可知, 该连续系统的常微分方程为:

$$\frac{d^n}{dt^n} y(t) + a_1 \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} y(t) + \dots + a_n y(t) = b_0 k_{n_c} \frac{d^m}{dt^m} u(t) + b_1 k_{n_c} \frac{d^{m-1}}{dt^{m-1}} u(t) + \dots + b_m k_{n_c} u(t) + c_{n_c} \quad (15)$$

对数据进行滤波<sup>[17]</sup>处理获得辨识数据, 则式(15)可转化为如式(16)所示的线性微分方程:

$$y^n(k) = \varphi^T(k) \theta + v(k) \quad (16)$$

式中:  $\varphi^T = [-y^{n-1}(k), \dots, -y(k), u^m(k), \dots, u(k)]^T$ ,  $\theta = [a_1, a_2, \dots, a_n, b_0 k_{n_c}, b_1 k_{n_c}, \dots, b_m k_{n_c}, c_{n_c}]^T$ 。

采用最小二乘算法, 获得参数重组化后多个线性动态子系统的模型参数:

$$\hat{\theta} = \left( \sum_{k=1}^N \varphi(k) \varphi^T(k) \right)^{-1} \sum_{k=1}^N \varphi(k) y^{(n)}(k) \quad (17)$$

式(17)中包含参数的乘积项, 根据第 3.2 节中辨识的静态子系统的参数可实现乘积项的分离, 从而实现时间常数  $T_i$  与延迟时间  $\tau_i$  的估计。

## 2.2 静态非线性子系统辨识

根据 Wang 等<sup>[18]</sup>的研究成果可知, 在系统达到稳态时, 输入与输出中的稳态数据段满足的线性关系为:

$$y_{ss}[m] = k_{n_c} u_{ss}[m] + c_{n_c} \quad (18)$$

式中:  $u_{ss}[m] \in (u_{n_c,\min}, u_{n_c,\max})$ 。集合  $\psi_s$  包含了输入  $u(t)$

与输出  $y(t)$  同时处于稳态的数据样本,其筛选过程在第 3.3 节中展开介绍。引入 RANSAC 算法<sup>[19]</sup>来估计静态非线性子系统的参数,具体步骤为:

步骤 1) 随机选择两个数据点  $(x_1, y_1)$  与  $(x_2, y_2)$ , 计算得到线性方程  $y = kx + b$ 。

步骤 2) 将所有数据点代入线性方程计算拟合误差  $D$ 。将拟合误差满足  $D < D_p$  的样本点定义为支持该线性方程的样本点,其中  $D_p$  为误差阈值。目标直线为拥有最多数据点支持的直线。

步骤 3) 将步骤 2) 中的确定的目标集合  $\psi_{n_c}$  从样本集合  $\psi_M$  中剔除。

步骤 4) 重复步骤 1)~3) 找到所有的目标直线,直到样本集中的点的数量  $N_{\psi_M} < Q$ , 算法停止。

$Q$  是样本集中剩余的最小数据点数量。根据筛选的集合  $\psi_{n_c}$  可通过线性方程求解目标参数:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} y_{ss}(1) \\ y_{ss}(2) \\ \vdots \\ y_{ss}(L_{n_c}) \end{bmatrix}}_{\mathbf{y}_{n_c}} = \underbrace{\begin{bmatrix} u_{ss}(1) & 1 \\ u_{ss}(2) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ u_{ss}(L_{n_c}) & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{U}_{n_c}} \underbrace{\begin{bmatrix} k_{n_c} \\ c_{n_c} \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\theta}_{n_c}} \quad (19)$$

通过最小二乘法可得:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{n_c} = (\mathbf{U}_{n_c}^T \mathbf{U}_{n_c})^{-1} \mathbf{U}_{n_c}^T \mathbf{Y}_{n_c} \quad (20)$$

### 2.3 特殊数据段提取

本节采用分段线性表示 (PLR) 技术<sup>[20]</sup>来寻找历史数据中的稳态数据段与稳定斜坡响应数据段。以时间序列  $\{y(k)\}_{k=1}^K$  为例,该方法将其划分为  $N$  段连续不重叠的数据段,每个数据段可以表示为  $\{y(k)\}_{k=n_d}^{n_{d+1}-1}$ , 其中  $n_d$  中  $d \in [1, N]$ , 其拟合直线表示为:

$$y(k) = b + ak \quad (21)$$

根据最小二乘法求解参数  $a$  和  $b$  :

$$\begin{cases} a = \frac{\sum_{k=n_d}^{n_{d+1}-1} (y(k) - y)(k - \bar{k})}{\sum_{k=n_d}^{n_{d+1}-1} (k - \bar{k})^2} \\ b = \bar{y} - a\bar{k} \end{cases} \quad (22)$$

式中:  $y$  与  $\bar{k}$  为均值,即  $y = (1/(k_{n_{d+1}} - k_{n_d})) \sum_{k=k_{n_d}}^{k_{n_{d+1}}-1} y(k)$ ,

$k = (1/(k_{n_{d+1}} - k_{n_d})) \sum_{k=k_{n_d}}^{k_{n_{d+1}}-1} k$ 。分段数  $N$  的最佳选择取决于  $y(k)$  和  $\hat{y}(k)$  间的最小损失函数<sup>[21]</sup>。

根据 Wang 等<sup>[18]</sup>提出的数据提取方法,从历史数据  $\{u(k), y(k)\}_{k=1}^K$  中提取的  $M$  段稳态数据样本点为:

$$\boldsymbol{\psi}_M = \{\mathbf{u}_{ss}(m), \mathbf{y}_{ss}(m)\}_{m=1}^M \quad (23)$$

式中:  $\mathbf{u}_{ss}[m] = \{u(k)\}_{k=k_{sm,s}^{m,e}}$ ,  $\mathbf{y}_{ss}[m] = \{y(k)\}_{k=k_{sm,s}^{m,e}}$ ,  $k_{m,s}$

和  $k_{m,e}$  为同时处于稳定状态的开始与结束时刻。

根据数据段幅值与变化阈值的关系<sup>[21]</sup>,在历史数据  $\{u(k), y(k)\}_{k=1}^K$  中找到的  $S$  段稳定斜坡响应数据段为:

$$\boldsymbol{\psi}_s = \{\mathbf{u}_{ss}[s], \mathbf{y}_{ss}[s]\}_{s=1}^S \quad (24)$$

式中:  $\mathbf{u}_{ss}[s] = \{u(k)\}_{k=k_{s,s}^{s,e}}$ ,  $\mathbf{y}_{ss}[s] = \{y(k)\}_{k=k_{s,s}^{s,e}}$ ,  $k_{s,s}$  和  $k_{s,e}$  为同处于稳定斜坡响应段的开始与结束时刻。

## 3 案 例

本节提供了一个仿真与实验案例,通过与标准辨识方法的对比,验证了所提方法的有效性。

### 3.1 仿真案例

考虑具有两个线性动态子系统切换的 Hammerstein 模型,其对应  $G_1(s)$  和  $G_2(s)$  的表达式为:

$$\begin{cases} G_1 = \frac{e^{-15s}}{155s + 1}, & u(t) \leq 45 \\ G_2 = \frac{e^{-20s}}{105s + 1}, & u(t) > 45 \end{cases} \quad (25)$$

非线性子系统的分段函数  $f(\cdot)$  为:

$$f(u(t)) = \begin{cases} 2.9u(t) + 4.5, & u(t) \leq 35 \\ 1.4u(t) + 57, & 35 < u(t) \leq 55 \\ 2.5u(t) - 3.5, & u(t) > 55 \end{cases} \quad (26)$$

系统扰动  $v(t)$  是零均值,方差  $\sigma^2 = 0.01$  的高斯白噪声。第 1 步,在仿真数据中提取稳态数据集  $\boldsymbol{\psi}_M$ , 采用 RANSAC 算法确定静态非线性子系统的参数。为验证所提方法的真实性,通过设计不同模拟数据,在蒙特卡洛实验中获得模型参数的分布及对应  $u(t)$  的变化范围,其结果如表 2 所示。

表 2 100 次蒙特卡罗实验中参数估计范围

	参数范围	$u(t)$ 变化范围
$k_1$	[2.87, 2.92]	(4.65, 35.23)
$c_1$	[4.18, 4.81]	
$k_2$	[1.38, 1.47]	(35.23, 55.12)
$c_2$	[57.58, 57.77]	
$k_3$	[2.49, 2.53]	(55.12, 74.93)
$c_3$	[-3.98, -3.21]	

第 2 步,根据稳定斜坡响应数据集合内的数据点及式(12)估计参数集  $\boldsymbol{\psi}_\xi$ 。采用 DPC 算法将参数集聚类,其结果如图 3 所示。图 3(a)为样本点的决策图,即  $\delta_\xi$  与  $\rho_\xi$  的二维散点图。图中有两个具有较高  $\delta_\xi$  与  $\rho_\xi$  的样本点,即红色与蓝色点,代表该样本集有两个聚类中心且对应  $\xi$  值为  $\hat{\xi}_1 = 201.17, \hat{\xi}_2 = 126.96$ 。集合  $\boldsymbol{\psi}_\xi$  为一维数据,在此将其转化为如图 3(b)所示的二维散点图展示,其中横坐标为样本数量,纵坐标为参数估计值,红色与蓝色散点代表不同簇。根据不同簇中参数  $\xi$  对应的位置索引可将历史数据划分为不同范围,即  $u_1(t) \in (19.56, 44.23), y_1(t) \in$



$(58.31, 119.12), u_2(t) \in (45.62, 70.06), y_2(t) \in (121.03, 175.83)$ 。

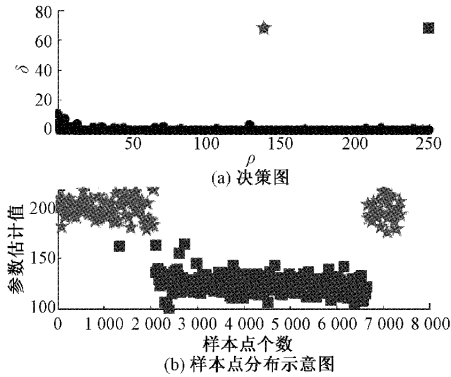


图 3 仿真案例参数聚类结果示意图

为了验证所提方法的准确性,在不同变化幅值的仿真数据下进行 100 次蒙特卡洛实验。根据每组实验数据中的稳定斜坡响应数据计算动态子系统参数之和,并采用 DPC 算法获得聚类中心。图 4 所示为蒙特卡洛实验中参数之和的分布范围,结果证明该系统有两个线性动态子系统且参数  $\xi$  的估计结果与案例设定值基本一致。

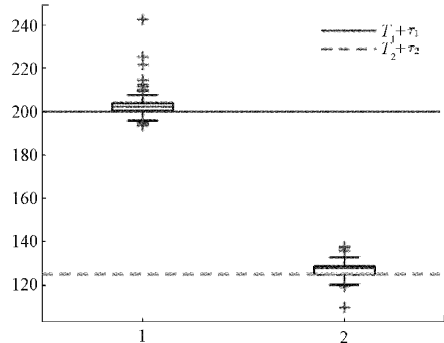


图 4 100 次蒙特卡洛实验中参数估计结果示意图

第 3 步为根据划分的历史数据段采用最小二乘算法估计  $T_i$  和  $\tau_i$ 。作为对比,系统在未给出相关切换机制时,标准辨识方法会利用全部的输入和输出数据进行参数辨识,辨识结果如表 3 所示。为验证辨识结果精度,可以根据仿真输出和真实输出数据确定模型的拟合度:

$$F = 100\% \left( 1 - \frac{\sum_{k=1}^K (y(k) - \hat{y}(k))^2}{\sum_{k=1}^K (y(k) - \bar{y})^2} \right) \quad (27)$$

式中:  $y = (1/K) \sum_{k=1}^K y(k)$ 。

表 3 标准方法估计动态参数

	$T$	$\tau$	拟合度/%	
提议方法	$G_1(s)$	153.82	42.51	99.21
	$G_2(s)$	103.24	21.03	99.01
对比方法	$G(s)$	131.57	6.91	86.12

标准方法在辨识中仅用一个线性动态模型近似表示动态过程,未考虑在不同工作点的模型随机切换问题。表 3 的估计结果表明,在切换机制未知时,所提方法首先判断动态子系统的模型结构并将切换的数据段划分,最后进行参数估计,提高了辨识结果的准确性。

### 3.2 实验案例

三容水箱是典型的非线性、时滞开环稳定系统,本次实验对象为如图 5 所示的单输入水平式三容水箱系统:

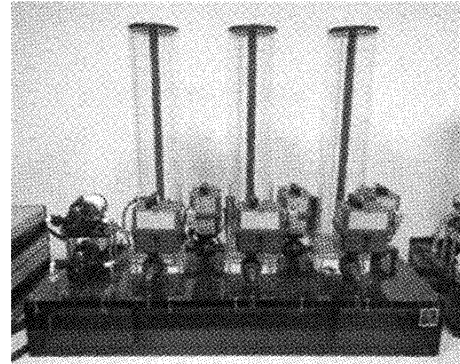


图 5 三容水箱实物示意图

三容水箱系统中每个水箱的截面积为  $A$ , 从左到右各水箱分别为  $T_1, T_2, T_3$ , 对应液位值为  $h_1, h_2, h_3$ , 连接阀的流量为  $Q_{12}, Q_{23}, Q_{30}, Q_m$  为水箱输入流量。根据动量平衡原理和流体力学,以水箱  $T_2$  为例,其液位的动力学方程为:

$$A \frac{dh_2}{dt} = Q_{12} - Q_{23} \quad (28)$$

式中:

$$\begin{cases} Q_{12} = a_{z1} S_n \sqrt{2g(h_1(t) - h_2(t))} \\ Q_{23} = a_{z2} S_n \sqrt{2g(h_2(t) - h_3(t))} \end{cases} \quad (29)$$

式中:  $a_{zi} (i = 1, 2, 3)$  为管道流出系数,  $S_n$  为管道横截面积。以  $h_3(t)$  为例,液位处于稳态  $h_{30}$  时的泰勒展开式为:

$$\sqrt{2gh_3(t)} = \sqrt{2gh_{30}} + \frac{g}{\sqrt{2gh_{30}}} (h_3(t) - h_{30}) \quad (30)$$

将上述方程联立并进行拉普拉斯变换,可以得到系统的传递函数模型为三阶模型,因此使用降阶公式,则传递函数可以表述为:

$$\frac{H_3(s)}{Q_m(s)} = \frac{k_h e^{-\tau s}}{T_s s + 1} \quad (31)$$

式中:  $k_h = \sqrt{2gh_{30}} / (a_{z3} S_n g)$ 。在此,将三容水箱模型近似为 Hammerstein 模型并在不同液位处进行实验,进而获得实验数据。由于模型参数  $k_h, T$  和  $\tau$  均与液位相关,采用单一结构的 Hammerstein 模型近似误差较大,因此需考虑采用切换的线性动态模型进行系统辨识,但在近似过程中,近似模型对应的液位区间未知。

首先根据实验数据中筛选出的稳态数据采用 RANSAC 算法的估计静态部分参数及工作范围,即:  $k_1 =$

$0.68, c_1 = -10.54, Q_{in,1} = (30, 32.95); k_2 = 0.86, c_2 = -16.91, Q_{in,2} = (40.29, 42.31); k_3 = 1.03, c_3 = -23.88, Q_{in,3} = (46.26, 47.19)$ 。

其次根据筛选的稳定斜坡响应数据段估计的参数  $\xi$ , 采用 DPC 算法对样本集  $\psi_\xi$  聚类, 聚类结果如图 6 所示。

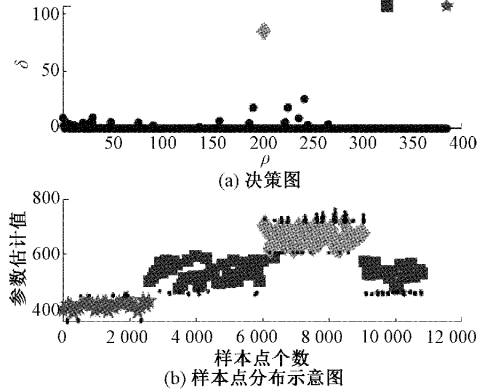


图 6 三容水箱参数聚类结果示意图

图 6(a) 的决策图中有 3 个具有较高  $\delta_\epsilon$  与  $\rho_\epsilon$  的样本点, 因此聚类结果表明近似三容水箱的 Hammerstein 模型中具有的 3 个不同的切换动态线性子系统, 同时 DPC 算法获得的聚类中心对应的估计值分别为  $\hat{\xi}_1 = 445.21, \hat{\xi}_2 = 531.86$  和  $\hat{\xi}_3 = 635.19$ 。图 6(b) 所示为样本集的分布及样本点的簇分类, 同时根据样本点位置索引返回实验数据, 确定不同结构下对应的工作区间, 其工作区间与  $Q_{in}$  的变化范围一致。

最后根据划分的不同工作区间的实验数据, 采用最小二乘算法进行模型参数辨识。由于切换机制未知, 标准辨识方法认为近似 Hammerstein 模型仅包含一个动态子系统。因此辨识结果如表 4 所示。

表 4 提议方法和标准方法估计动态参数

	$T$	$\tau$	拟合度/%	
提议方法	$G_1(s)$	327.12	114.57	98.32
	$G_2(s)$	386.03	146.62	98.53
	$G_3(s)$	418.06	219.31	98.62
对比方法	$G(s)$	379.23	152.32	90.33

为了验证辨识结果, 通过多次实验获得在不同液位的实验数据, 将实验数据与辨识模型的输出数据进行对比, 其辨识结果的拟合度均在 95% 左右, 而标准辨识方法的拟合度在 91% 左右。图 7 所示为不同液位处根据标准辨识方法与所提方法获得的部分拟合输出数据与实际数据的对比示意图, 由示意图可以看出根据所提方法划分 3 个动态子模块可以更好地描述三容水箱的动态变化。这也说明本文所提方法可以在切换机制未知时, 准确辨识切换 Hammerstein 模型的目的。

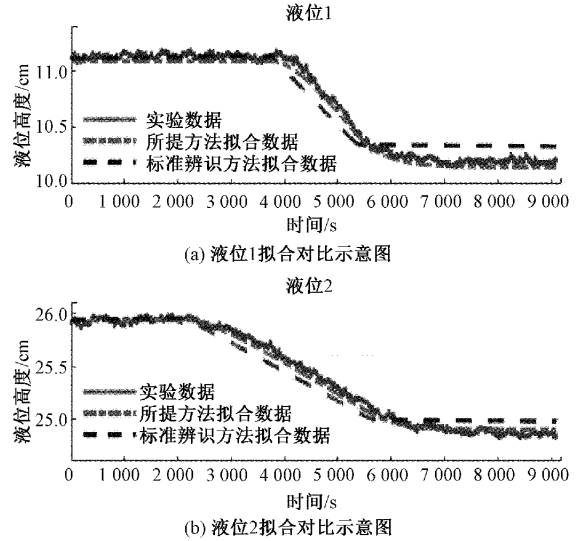


图 7 输出数据对比示意图

### 4 结 论

本文提出了一种基于特殊数据段挖掘的切换 Hammerstein 模型的辨识方法。所提方法考虑了线性动态子模型在不同操作区间内发生切换的情况, 并基于稳定斜坡响应数据确定了切换动态子系统结构数目及对应的操作区间。与 Hammerstein 模型的标准辨识方法相比, 数值仿真与实验案例均证明了考虑 Hammerstein 模型中动态线性子系统切换可以提高参数辨识结果的准确性。

### 参考文献

- [1] 杨姝. 非线性系统的一种分布式状态估计算法及其稳定性分析[J]. 电子测量与仪器学报, 2019, 33(3): 184-191.
- [2] LIU Q L, CHEN F Y, DING F, et al. Recursive least squares estimation methods for a class of nonlinear systems based on non-uniform sampling [J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2021, 35(8):1612-1632.
- [3] 李蓓蕾, 毕雪芹, 陈超波. 基于 Hammerstein 模型的非线性系统参数辨识算法研究[J]. 电子测量技术, 2020, 43(21):65-70.
- [4] 白晶, 毛志忠, 浦铁成. 多输入多输出 Hammerstein-Wiener 交流电弧炉电极系统模型[J]. 仪器仪表学报, 2017, 38(4):1024-1030.
- [5] ZHANG J, CHIN K S, LAWRYNCZUK M. Nonlinear model predictive control based on piecewise linear Hammerstein models[J]. Nonlinear Dynamics, 2018, 92(3):1001-1021.
- [6] 刘华卿, 李峰, 李诚豪, 等. 基于神经网络的 Hammerstein 非线性动态系统辨识[J]. 江苏理工学院学报, 2021, 27(2):9-15.

- [7] 李峰, 谢良旭, 李博, 等. 基于组合式信号的 Hammerstein OE 模型辨识[J]. 江苏理工学院学报, 2019, 25(6): 66-72.
- [8] JIN X, HUANG B. Identification of switched Markov autoregressive eXogenous systems with hidden switching state [J]. Automatica, 2012, 48(2): 436-441.
- [9] 王宏伟, 陈瑜潇. 含饱和特性的双采样率数据 Hammerstein 系统辨识[J]. 科学技术与工程, 2020, 20(28):11639-11646.
- [10] TEHRANI E S, KEARNEY R E. A non-parametric approach for identification of parameter varying Hammerstein systems[J]. IEEE Access, 2022, DOI: 10.1109/ACCESS.2022.3141704.
- [11] ZHANG Q, WANG Q J, LI G L. Switched system identification based on the constrained multi-objective optimization problem with application to the servo turntable [J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2016, 14(5):1153-1159.
- [12] MA Y C, JIA X R, ZHANG Q L. Robust finite-time non-fragile memory  $H_{\infty}$  control for discrete-time singular Markovian jumping systems subject to actuator saturation [J]. Journal of the Franklin Institute, 2017, 354(18):8256-8282.
- [13] MA J, HUANG B, DING F. Parameter estimation of Markov-switching Hammerstein systems using the variational Bayesian approach[J]. IET Control Theory & Applications, 2019, 13(11): 1646-1655.
- [14] WANG Z, AN H, LUO X. Switch detection and robust parameter estimation for slowly switched Hammerstein systems[J]. Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, 2019, DOI: 10.1016/j.nahs.2018.12.002.
- [15] BURN K, COX C. A hands-on approach to teaching system identification using first-order plus dead time modelling of step response data[J]. The International Journal of Electrical Engineering & Education, 2020, 57(1):24-40.
- [16] 方甜莲, 贾立. 含有色噪声的神经模糊 Hammerstein 模型分离辨识[J]. 控制理论与应用, 2016, 33(1): 23-31.
- [17] RODRIGUEZ A, LAIO A. Clustering by fast search and find of density peaks [J]. Science, 2014, 344(6191):1492-1496.
- [18] WANG J D, WEI M Y, XING X T. Static gain estimation for nonlinear dynamic systems from steady-state values hidden in historical data [J]. ISA Transactions, 2022, DOI: 10.1016/j.isatra.2021.03.007.
- [19] ZHANG S, LI S, ZHANG B, et al. Integration of optimal spatial distributed tie-points in RANSAC-based image registration [J]. European Journal of Remote Sensing, 2020, 53(1):67-80.
- [20] WANG J D, YU Y, CHEN K. Determining the number of segments for piece-wise linear representation of discrete-time signals[J]. Computers & Chemical Engineering, 2019, DOI: 10.1016/j.compchemeng.2018.08.034.
- [21] WANG J D, YANG Z J, WEI M Y, et al. Static gain estimation for automatic generation control systems from historical ramp responses[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2020, 29(4): 1831-1838.

#### 作者简介

贾晓彤, 硕士, 主要研究方向为控制理论及应用。

E-mail: jiaxiao0310@163.com