

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2210466

# 基于状态约束的 PMLSM 固定时间控制策略研究<sup>\*</sup>

许孝卓 祝贺 吴中华 赵运基

(河南理工大学电气工程与自动化学院 焦作 454000)

**摘要:** 针对永磁同步直线电机(PMLSM)速度与电流双闭环控制系统,提出基于状态约束的永磁同步直线电机固定时间控制策略。构造非对称障碍 Lyapunov 函数约束系统的速度跟踪误差,不使用复杂切换项设计固定时间滤波器,克服传统反步控制中的“微分爆炸”问题;构造固定时间干扰观测器对电机的负载扰动进行观测,将扰动补偿到控制系统中增强鲁棒性。理论分析证明系统在固定时间内有界收敛,能够将速度误差约束在合理的区间。基于 Matlab 仿真实验在给定速度 0.5 m/s 突加负载时,速度跟踪精度超过 98%,相比较固定时间控制策略提高 2%;扰动观测器的跟踪范围偏差不到 1%,具有较高的观测精度。仿真和实验结果验证了本文控制策略的有效性。

**关键词:** 永磁同步直线电机;固定时间控制;约束控制;干扰观测器

**中图分类号:** TM351 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 470.4024

## Research on PMLSM fixed-time control strategy based on state constraints

Xu Xiaozhuo Zhu He Wu Zhonghua Zhao Yunji

(College of Electrical Engineering and Automation, Henan Polytechnic University, Jiaozuo 454000, China)

**Abstract:** A permanent magnet synchronous linear motor (PMLSM) fixed-time control strategy based on state constraints is proposed for the speed and current double closed-loop control system of permanent magnet synchronous linear motor (PMLSM). The velocity tracking error of the system is constrained by an asymmetric obstacle Lyapunov function, and the fixed-time filter is designed without complex switching terms to overcome the 'differential explosion' problem in traditional backstepping control. A fixed time disturbance observer is constructed to observe the load disturbance of the motor, and the disturbance is compensated to the control system to enhance robustness. Theoretical analysis proves that the system converges boundedly in a fixed time, and the velocity error can be constrained in a reasonable interval. Based on Matlab simulation experiment, when a sudden load is added at a given speed of 0.5 m/s, the speed tracking accuracy exceeds 98%, which is 2% higher than that of the fixed-time control strategy. The tracking range deviation of the disturbance observer is less than 1%, which has high observation accuracy. The simulation and experimental results verify the effectiveness of the control strategy in this paper.

**Keywords:** permanent magnet synchronous linear motor; fixed time control; constraint control; disturbance observer

## 0 引言

随着电力电子和高精度控制技术的快速发展,对电机的控制也提出了更高的要求。直线电机因其结构简单、动态响应迅速、控制精度高等优点,在制造业、机器人设计、平面驱动等方面应用越来越广泛<sup>[1]</sup>。永磁同步直线电机(permanent magnet linear synchronous motor, PMLSM)取消了机械传动机构,更易受到参数变化以及负载扰动等影响<sup>[2]</sup>。在实际工程中,既要保证系统的稳定性与快速性,还要保证设备安全以及人身安全,要求对系统的状态量约

束在可控的范围内。在电机的控制系统中,要保证速度约束在可靠的控制范围内,不能超过期望的幅值。

传统的 PI 控制方法因其结构简单,易于调试等优点,得到了广泛的应用<sup>[3]</sup>。但对 PMLSM 这样具有多变量以及耦合性强的系统,其性能在实际应用中会受到许多不确定性的影响,在具有高精度控制要求的场合,PI 控制往往达不到理想的控制目标。乔禹淇等<sup>[4]</sup>采用模型预测方法,设计速度-电流控制器取代传统 PI 控制,利用约束力更强的代价函数优化了控制系统的动静态性能。学者们也提出了更多先进的智能控制策略应用于电机控制系统中,如反步

收稿日期:2022-06-25

<sup>\*</sup> 基金项目:国家自然科学基金(52177039)、河南省科技攻关项目(222102220016,212102210145)资助

控制<sup>[5]</sup>、神经网络控制<sup>[6]</sup>、自适应控制<sup>[7]</sup>、滑模变结构控制<sup>[8]</sup>。反步控制自提出以来,因其易于设计、鲁棒性强、参数较少等优点被广泛应用于电机控制系统。但传统的反步控制往往存在因求导而导致的“计算爆炸”问题,于金鹏等<sup>[9]</sup>结合命令滤波技术克服了反步计算中的爆炸问题。孙华<sup>[10]</sup>针对一种不确定载荷的 PMLSM 双闭环控制系统提出了一种基于积分反步法的改进鲁棒非线性控制器,引入积分减少了稳态误差。针对 PMLSM 伺服系统的不确定性因素,Zhao 等<sup>[11]</sup>提出了自适应非奇异快速终端滑模控制 (ANFTSMC) 方法,削弱了抖振现象,且保证误差收敛在有限时间。苏明垢<sup>[12]</sup>提出一种速度、电流双闭环前馈-反馈控制方法,相比较传统 PI 控制方法系统响应更快,有效降低了速度超调量。以上控制方法都没有考虑状态约束问题。电机速度要求控制在安全额定范围内,若超出规定范围则对整个系统的性能产生影响。于是有学者提出一种具有状态约束的非线性系统的控制设计,引入新的积分障碍 Lyapunov 函数,输出跟踪受时间指数的约束,所有状态始终可以约束在合理空间中<sup>[13]</sup>。于慧慧<sup>[14]</sup>引入障碍 Lyapunov 函数约束永磁同步电机的状态量在预设的范围内,结合滤波技术和有限时间控制实现对电机控制系统的精确控制。Liu 等<sup>[15]</sup>利用神经网络逼近电机系统的非线性函数,结合障碍函数保证状态量限制在有界紧集内。文献[13-15]能够将状态量约束在所要求的范围内,但忽略了系统在约束条件下的固定时间收敛问题。于是有学者提出均匀精确差分法和固定时间控制控制算法,提高了收敛速度,且稳定时间独立于初始条件<sup>[16]</sup>。刘乐<sup>[17]</sup>针对 PMLSM 存在的不确定因素结合动态面控制和固定时间干扰观测器设计控制方法,保证系统能够收敛于固定时间。Wu 等<sup>[18]</sup>以固定时间收敛的方式跟踪参考信号,在两种模式下连续过度,减少初始信号对系统的影响。

基于上述分析,受上述启发本文提出一种基于状态约束的固定时间控制策略。本文主要有以下几点贡献:1)构造障碍 Lyapunov 函数约束速度误差来约束状态误差,保证输出的速度在合理的范围内。2)设计固定时间滤波器,克服反步控制存在的“微分爆炸”问题。3)不采用分数项构造固定时间干扰观测器观测负载扰动,误差在固定时间收敛有界;结合约束控制设计固定时间控制器,保证闭环系统在固定时间是有界稳定的。

## 1 问题描述和预备知识

### 1.1 PMLSM 的数学模型

在建立 PMLSM 数学模型时给出以下假设:

- 1) 电机始终工作在线性区域。
- 2) 次级铁心和初级铁心之间的间隙呈现均匀分布。
- 3) 永磁体的磁场为正弦波分布。

基于此假设,在旋转坐标系( $d-q$ )下建立数学模型。

$$\dot{x}_v = v$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{M} \left( \frac{3\pi}{2\tau} p_n v \phi_f i_q - F_l - Bv \right)$$

$$\frac{di_q}{dt} = -\frac{R}{L_q} i_q - \frac{L_d}{L_q} i_d + \frac{u_q}{L_q} - \frac{\pi\phi_f}{L_q\tau} v \tag{1}$$

$$\frac{di_d}{dt} = -\frac{R}{L_d} i_d + \frac{L_d\pi}{L_q\tau} v i_d + \frac{u_d}{L_d}$$

式中: $u_d, u_q$  分别为电压  $d-q$  轴分量,  $i_d, i_q$  分别为定子电流的  $d-q$  轴分量,  $L_d, L_q$  分别为直轴和交轴电感分量,  $\phi_f$  为永磁体磁链,  $M$  为动子质量,  $B$  为粘滞摩擦系数,  $p_n$  为极对数,  $\tau$  为极距。对于隐极式电机  $L_d = L_q$ , 本文基于此进行研究。

对于如下非线性系统:

$$x_i = f_i(\bar{x}_i) + g_i(\bar{x}_i) x_{i+1} + d_i(t)$$

$$x_n = f_n(x_n) + g_n(x_n) u(t) + d_n(t) \tag{2}$$

$$y = x_1$$

其中,  $i = 1, 2, \dots, n-1, \bar{x}_j = [x_1, x_2, \dots, x_j]^T, \bar{x}_j \in R^j (j = 1, 2, \dots, n)$  为状态向量;  $d_i(t)$  为外界干扰;  $f_j(\bar{x}_j)$  和  $g_j(\bar{x}_j)$  为已知函数;  $u$  为控制输入;  $y \in R$  为输出。输出  $y$  及给定信号  $y_d$  满足非对称约束:  $-k_{ay}(t) < y < k_{by}(t), -k_{ay}(t) < y_d < k_{by}(t), k_{ay}(t)$  和  $k_{by}(t)$  为已知光滑函数。设  $y$  的跟踪误差为  $e_1 = y - y_d, -k_a(t) < e_1 < k_b(t), k_a(t) = k_{ay}(t) + y_d, k_b(t) = k_{by}(t) - y_d$  为正的连续函数。

### 1.2 预备知识

假设 1 存在正数  $g_{jm}$  和  $g_{jM}$ , 满足:

$$0 < g_{jm} < g_j(x_j) \leq g_{jM} < \infty.$$

假设 2 对于干扰  $d_i(t)$ , 满足  $|d_i(t)| \leq D_{0i}, |\dot{d}_i(t)| \leq D_{1i}, D_{0i}, D_{1i}$  为未知正常数。

假设 3 系统状态量是可测的, 参考速度  $x_{1d} \in R$ , 并且其导数  $\dot{x}_{1d} \in R, \ddot{x}_{1d} \in R$  是已知并且有界的。

引理 1<sup>[19]</sup> 对于任意的  $x, y \in R$ , 存在  $q > 0, a > 1, b > 1$  且  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$ , 有  $xy \leq \frac{q^a}{a} |x|^a + \frac{1}{bq^b} |y|^b$  成立。

引理 2<sup>[20]</sup> 对所有的  $0 < c < 1$  和, 下列不等式成立。

$$\left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^c \leq \sum_{i=1}^n |x_i|^c \tag{3}$$

引理 3<sup>[20]</sup> 存在  $x_i \geq 0, i = 1, \dots, n$ , 下列不等式成立。

$$\left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2 = \left( \sum_{i=1}^n 1 * x_i \right)^2 \leq n \sum_{i=1}^n x_i^2 \tag{4}$$

引理 4<sup>[21]</sup> 对于任意的  $|m| < 1$  和任意的正整数  $r$ , 下列不等式成立。

$$\ln \frac{1}{1-m^{2r}} \leq \frac{m^{2r}}{1-m^{2r}} \tag{5}$$

引理 5<sup>[22]</sup> 对于 Lyapunov 函数  $V \geq 0$  如果下列不等式成立。

$$\dot{V}_x \leq -\mu_1 V(x)^v - \mu_2 V(x)^w + \chi \quad (6)$$

式中:  $\mu_1, \mu_2, v, w$  都是正实数,  $v \in (0, 1), \beta_1 \in (1, \infty), \chi > 0$  为一个常数。系统将会在固定时间内收敛到紧集。

$$\Omega = \left\{ x \mid V(x) \leq \min \left\{ \mu_1^{-\frac{1}{v}} \left( \frac{\chi}{1-\Delta} \right)^{\frac{1}{v}}, \mu_2^{-\frac{1}{w}} \left( \frac{\chi}{1-\Delta} \right)^{\frac{1}{w}} \right\} \right\} \quad (7)$$

收敛时间为:

$$T_s \leq \left\{ \frac{1}{\mu_1(1-\Delta)(1-v)} + \frac{1}{\mu_2(w-1)} \right\} \left\{ \frac{1}{\mu_1(1-v)} + \frac{1}{\mu_2(w-1)(1-\Delta)} \right\}$$

## 2 固定时间滤波器和干扰观测器设计

本节将设计固定时间滤波器,并与传统的一阶滤波器比较。传统的一阶低通滤波器一般设计为  $\tau_i \dot{x}_{ic} = x_{ic} - x_{id}$ 。在电机控制中,既要保证控制的精度,又要保证调节的便捷,基于此设计固定时间滤波器如下。

$$\begin{cases} \dot{x}_c = -c_1 \frac{y}{\sqrt{y^2 + \sigma/c_1}} - c_2 y^3 - c_3 y \\ y = x_c - x_d, x_c(0) = x_d(0) \end{cases} \quad (8)$$

式中:  $x_d$  为控制器虚拟输入,  $x_c$  滤波输出。  $c_1, c_2, c_3, \sigma$  为正常数,  $y$  是滤波误差。针对本文设计的固定时间滤波器,给出两种不同信号的验证滤波器的有效性。并与传统的一阶低通滤波器进行仿真对比如图1和2所示。第1种选取输入信号为  $x_d = 100$  其导数满足  $\dot{x}_d = 0$ ; 第2种为正弦信号:  $x_d = 100\sin t$ , 其导数  $\dot{x}_d \neq 0$ 。

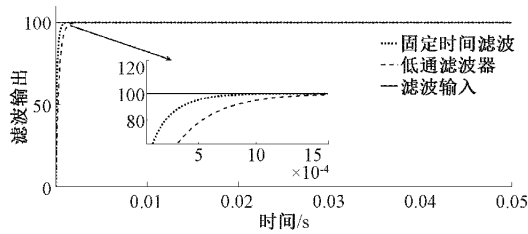


图1  $x_d = 100$  的滤波器跟踪曲线

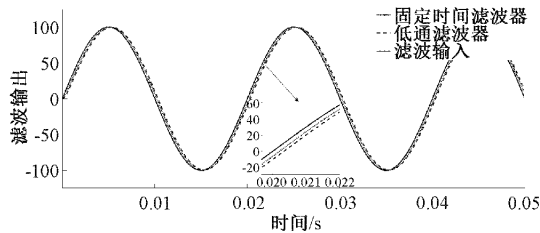


图2  $x_d = 100\sin t$  的滤波器跟踪曲线

两种信号滤波器选取的参数一样。由图可知,与传统的一阶滤波器相比,本文设计的固定时间滤波器具有更高的跟踪精度。

本节针对PMLSM的负载扰动设计干扰观测器,由假设2可知  $|d_i(t)| \leq D_{0i}, |\dot{d}_i(t)| \leq D_{1i}$ 。设计固定时间干扰观测器如下,式中  $\lambda_i, \sigma_{i1}, \sigma_{i2}, n_i$  都是正数,  $x_i$  为状态量。

$$\begin{cases} \hat{d}_i = \lambda_i(x_i - \rho_i) \\ \dot{\rho}_i = g_i x_i + f_i + \hat{d}_i + \frac{\sigma_{i1}}{n_i} \hat{d}_i + \frac{\sigma_{i2}}{n_i} \hat{d}_i^3 \end{cases} \quad (9)$$

## 3 PMLSM 的控制器设计

基于式(1)数学模型可将PMLSM的速度、电流双闭环状态方程写为如下形式:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1 + g_1 + d_1 \\ \dot{x}_2 = f_2 + g_2 u_q \\ \dot{x}_3 = f_3 + g_3 u_d \end{cases} \quad (10)$$

式中:  $x_1 = v, x_2 = i_q, x_3 = i_d, f_1 = -\frac{Bv}{M}, g_1 = \frac{3\pi\phi_f v}{2M\tau}, f_2 = -\frac{R}{L_q} i_q - \frac{L_d}{L_q} - \frac{\pi\phi_f v}{L_q \tau}, g_2 = \frac{1}{L_q} f_3 = -\frac{R}{L_d} i_q + \frac{L_d \pi v}{L_q \tau} i_d, g_3 = \frac{1}{L_d}$

基于上述状态方程设计控制器。本节采用反步法设计控制器,在第一步中采用障碍Lyapunov函数处理输出约束,并用固定时间干扰观测器估计负载扰动,利用所设计滤波器解决“微分爆炸问题”。

采用如下障碍Lyapunov函数约束输出。

$$V_e = \frac{q(e_1)}{2r} \ln \frac{k_b^{2r}(t)}{k_b^{2r}(t) - e_1^{2r}} + \frac{1-q(e_1)}{2r} \ln \frac{k_a^{2r}(t)}{k_a^{2r}(t) - e_1^{2r}} \quad (11)$$

其中,  $r$  为正整数,且  $2r \geq n, q(e_1) = \begin{cases} 1, & e_1 > 0 \\ 0, & e_1 \leq 0 \end{cases}$ ,

$$m_b = \frac{e_1}{k_b(t)}, m = q(e_1)m_a + (1-q(e_1))m_b。$$

结合上述式子可将式(11)写为:

$$V_e = \frac{1}{2r} \ln \frac{1}{1-m^{2r}} \quad (12)$$

定义速度误差  $e_1$ , 并对速度误差求导,  $x_{2d}$  为待设计的虚拟输入,  $x_{2c}$  为滤波器输出。可得出下式:

$$\begin{cases} e_1 = x_1 - x_{1d} \\ \dot{e}_1 = f_1 + g_1 x_2 + d_1 - \dot{x}_{1d} \end{cases} \quad (13)$$

$$y = x_{2c} - x_{2d}$$

定义电流误差为  $e_2 = x_2 - x_{2c}$ , 则有:

$$\dot{e}_1 = f_1 + g_1(e_2 + x_{2d} + y) + d_1 - \dot{x}_{1d} \quad (14)$$

选取Lyapunov函数  $V_1 = V_e + V_{\tilde{d}_1} + V_y$ , 式中  $V_{\tilde{d}_1} = \frac{1}{2} \tilde{d}_1^2, V_y = \frac{1}{2} y^2, \tilde{d}_1 = d_1 - \hat{d}_1$  是对  $d_1$  的估计。对  $V_1$  求导可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & \frac{q(z_1)e_1^{2r-1}}{k_b^{2r}(t)-e_1^{2r}}[f_1+g_1(e_2+y+x_{2d})+d_1-x_{1d}- \\ & \frac{\dot{k}_b}{k_b}e_1] + \frac{(1-q(e_1))e_1^{2r-1}}{k_a^{2r}(t)-e_1^{2r}}[f_1+d_1+g_1(e_2+y+x_{2d})- \\ & \dot{x}_{1d}-\frac{\dot{k}_a}{k_a}e_1] + \dot{V}_{\bar{d}_1} + \dot{V}_y \end{aligned} \quad (15)$$

结合引理 1 得出:

$$\begin{aligned} \Omega g_1 e_1^{2r-1} e_2 & \leq \Omega g_1 \left( \frac{2r-1}{2r} e_1^{2r} + \frac{1}{2r} e_2^{2r} \right) \\ \Omega g_1 e_1^{2r-1} y & \leq \frac{1}{2} \Omega^2 g_1^2 e_1^{4r-2} + \frac{1}{2} y^2 \end{aligned} \quad (16)$$

其中  $\Omega = \frac{q(e_1)}{k_b^{2r}(t)-e_1^{2r}} + \frac{(1-q(e_1))}{k_a^{2r}(t)-e_1^{2r}}$  设计虚拟控制器

$x_{2d}$  如下:

$$\begin{aligned} x_{2d} = & -g_1^{-1} [p_{11} \Omega^{\frac{1}{2}} e_1^{r+1} + p_{12} \Omega e_1^{2r-1} + \frac{2r-1}{2r} e_1 g_1 + \\ & \frac{1}{2} \Omega g_1^2 e_1^{2r-1} + \bar{p}(t) e_1 + f_1 - \dot{x}_{1d} + \hat{d}_1] \end{aligned} \quad (17)$$

式中:  $\bar{p}(t) = \sqrt{\left[\frac{\dot{k}_b}{k_b}\right]^2 + \left[\frac{\dot{k}_a}{k_a}\right]^2 + r^*}$ ,  $p_{11} > 0, p_{12} > 0,$

$r^* > 0$  为待设计参数。可以看出  $\bar{p}(t) + q(z_1) \frac{\dot{k}_b}{k_b} + (1 - q(z_1)) \frac{\dot{k}_a}{k_a} \geq 0$ , 将式(15)代入式(14), 并结合引理 4 可得出:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & \Omega e_1^{2r-1} (f_1 + d_1 - \dot{x}_{1d} - p_{11} \Omega^{\frac{-1}{2}} e_1^{1-r} - p_{12} \Omega e_1^{2r-1} - \\ & \frac{2r-1}{2r} e_1 g_1 - \frac{1}{2} \Omega g_1^2 e_1^{2r-1} - f_1 + \dot{x}_{1d} - \hat{d}_1) - \\ & \bar{p}(t) \Omega e_1^{2r} - \frac{q(e_1)e_1^{2r}}{k_b^{2r}(t)-e_1^{2r}} \frac{\dot{k}_b}{k_b} - \frac{(1-q(e_1))}{k_a^{2r}(t)-e_1^{2r}} \frac{\dot{k}_a}{k_a} + \\ & e_d \dot{e}_d + y_1 \dot{y}_1 + \Omega g_1 e_1^{2r-1} e_2 + \Omega g_1 e_1^{2r-1} y \leq -p_{11} \left( \frac{m^{2r}}{1-m^{2r}} \right)^{\frac{1}{2}} - \\ & p_{12} \left( \frac{m^{2r}}{1-m^{2r}} \right)^2 + \frac{1}{2r} \Omega g_1 e_1^{2r} + \frac{1}{2} y^2 + \Omega e_1^{2r-1} \bar{d}_1 + \bar{d}_1 \dot{\bar{d}}_1 + y_1 \dot{y}_1 \end{aligned} \quad (18)$$

$$\dot{V}_y = -c_{11} \frac{y^2}{\sqrt{y^2 + \sigma/c_1}} - c_{12} y^4 - c_{13} y^2 - y \dot{x}_{2d} \quad (19)$$

设计干扰观测器对负载扰动  $d_1$  估计,

$$\begin{cases} \dot{\hat{d}}_1 = \lambda_1 (x_1 - \varphi_1) \\ \dot{\varphi}_1 = f_1 + g_1 x_2 + \hat{d}_1 + \frac{\sigma_1}{n_1} \hat{d}_1 + \frac{\sigma_2^2}{n_1^2} \hat{d}_1^3 \end{cases} \quad (20)$$

对  $V_{\bar{d}_1}$  求得:

$$\dot{V}_{\bar{d}_1} = \bar{d}_1 \dot{\bar{d}}_1 = \bar{d}_1 (\dot{d}_1 - \hat{\dot{d}}_1) = (\bar{d}_1 \bar{d}_1 - \frac{\sigma_1}{n_1} \hat{d}_1 \bar{d}_1 - \frac{\sigma_2^2}{n_1^2} \hat{d}_1^3 \bar{d}_1) \quad (21)$$

针对电流环状态方程选取 Lyapunov 函数  $V_2 = V_1 + \frac{1}{2} e_2^2, e_2 = x_2 - x_{2c}, V_3 = V_2 + \frac{1}{2} e_3^2, e_3 = x_3 - i_d^*$

对交轴电流跟踪误差求得:

$$\dot{e}_2 = \dot{x}_2 - \dot{x}_{2d} = f_2 + g_2 u_q - \dot{x}_{2c} \quad (22)$$

则有

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + e_2 (f_2 + g_2 u_q) - \dot{x}_{2c} \quad (23)$$

设计控制器  $u_q$  为:

$$u_q = -g_2^{-1} (p_{21} e_2 + p_{22} e_2^3 + f_2 + e_1 g_1 - \dot{x}_{2c} + \frac{1}{2r_1} \Omega_1 g_1 e_2^{2r_1-1}) \quad (24)$$

式中:  $\Omega_1 = \frac{q(e_1)}{k_b^{2r}(t)-e_1^{2r}} + \frac{(1-q(e_1))}{k_a^{2r}(t)-e_1^{2r}}$ , 将式(21)代入

式(22)得出:

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 - p_{21} e_2^2 - p_{22} e_2^4 \quad (25)$$

对直轴电流  $e_3$  跟踪误差求导:

$$\dot{e}_3 = \dot{x}_3 - i_d^* = e_3 (f_3 + g_3 u_d) - i_d^*, \text{ 则有:}$$

$$\dot{V}_3 = \dot{V}_2 + e_3 (f_3 + g_3 u_d) - i_d^* \quad (26)$$

设计

$$u_d = -g_3^{-1} (f_3 - i_d^* + p_{31} e_3^3 + p_{32} e_3^5) \quad (27)$$

将式(27)代入式(26)可得:

$$\dot{V}_3 = \dot{V}_2 - p_{31} e_3^2 - p_{32} e_3^4 \quad (28)$$

#### 4 稳定性分析

本节对 PMLSM 双闭环控制系统的稳定行进行分析, 理论验证所设计控制器使速度跟踪误差与电流跟踪误差在固定时间内收敛, 且速度输出约束在可靠范围。对于所选取的 Lyapunov 函数式(29)进行理论分析。

$$\dot{V}_3 = V_y + V_{\bar{d}_1} + V_e + \frac{1}{2} e_2^2 + \frac{1}{2} e_3^2 \quad (29)$$

结合式(17)~(21)与式(23)及(24)可得:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -p_{11} (2r)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{1}{2r} \ln \frac{1}{1-m^{2r}} \right)^{\frac{1}{2}} - \\ & \sum_{i=2}^3 (p_{i1} - \frac{1}{2} g_{im}^2) \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} e_i^2 \right)^{\frac{1}{2}} - \\ & p_{12} (2r)^2 \left( \frac{1}{2r} \ln \frac{1}{1-m^{2r}} \right)^2 + g_1 e_2 y - \\ & \sum_{i=2}^3 (p_{i2} - \frac{1}{2} g_{im}^2) 2^2 \frac{1}{2} e_i^2 + e_1 \bar{d}_1 - c_{11} \frac{y^3}{\sqrt{y^2 + \left(\frac{\sigma_{e1}}{c_1}\right)}} - \\ & c_{12} y^4 - c_{13} y^2 - y \dot{x}_{2d} - \lambda_1 (\bar{d}_1 \bar{d}_1 - \frac{\sigma_1}{n_1} \hat{d}_1 \bar{d}_1 - \frac{\sigma_2^2}{n_1^2} \hat{d}_1^3 \bar{d}_1) \end{aligned} \quad (30)$$

其中,

$$\begin{aligned} \dot{x}_{2d} = & g_1^{-1} [p_{11} (A_1 e_1^{\frac{1}{2}r+1} + \Omega^{\frac{1}{4}} B_1) + \frac{1}{2} \Omega g_1^2 (2r - \\ & 1) e_1^{2r-2} + p_{11} (A_2 e_1^{r+1} + \Omega B_2) + \frac{2r-1}{2r} g_1 \dot{e}_1 + \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2} \frac{2r(e_1^{2r-1})^2}{k_b^{2r}(t) - e_1^{2r}} g_1^2 + \tilde{p} \dot{e}_1 + \dot{f}_1 - \dot{x}_{1d} + \dot{\tilde{d}}_1]$$

式中:

$$A_1 = \frac{d\Omega^{\frac{1}{2}}}{dt} = \frac{1}{2} \Omega^{-\frac{1}{2}} \frac{2re_1^{2r-1}}{k_b^{2r}(t) - e_1^{2r}}, B_1 = \frac{de_1^{r(\frac{1}{2}-1)+1}}{dt} = (-\frac{1}{2}r+1)\dot{e}_1, A_2 = \frac{d\Omega}{dt} = \frac{2re_1^{2r-1}}{k_b^{2r}(t) - e_1^{2r}}, B_2 = \frac{de_1^{r+1}}{dt} = (r+1)e_1^r \dot{e}_1,$$

从式(13)和(15)可以得出,  $\dot{e}_1$  是关于  $(e_1, e_2, \tilde{d}_1, y)$  的函数, 则  $\dot{x}_{2d}$  是关于  $(e_1, e_2, \tilde{d}_1, y, \hat{d}_1, x_{1d}, \dot{x}_{1d}, \ddot{x}_{1d})$  的连续函数, 因为  $x_{1d}, \dot{x}_{1d}, \ddot{x}_{1d}$  是有界的, 则  $\dot{x}_{2d}$  是有界的。则存在最大值  $D_1$  使得  $|\dot{x}_{2d}| \leq D_1$ , 有下列不等式成立。

$$y\dot{x}_{2d} \leq \tau y^2 + \frac{0.25D_1^2}{\tau} \quad (31)$$

针对式(29)证明  $V_3$  能够在固定时间内收敛。对式  $\dot{V}_{\tilde{d}_1}$  中的项  $\frac{\sigma_1}{n_1} \hat{d}_1 \tilde{d}_1$  和  $\frac{\sigma_2}{n_1} \hat{d}_1^3 \tilde{d}_1$ , 结合式(21)有下列不等式成立:

$$\frac{\sigma_1}{n_1} \hat{d}_1 \tilde{d}_1 \leq -\frac{\sigma_1}{2n_1} \tilde{d}_1^2 + \frac{\sigma_1}{2n_1} \hat{d}_1^2 = -\frac{\sigma_1}{2n_1} \tilde{d}_1^2 - \frac{\kappa}{\sqrt{4n_1}} |\tilde{d}_1| + \frac{\sigma_1}{2n_1} \hat{d}_1^2 + |\tilde{d}_1| \quad (32)$$

$$\frac{\sigma_2}{n_1} \hat{d}_1^3 \tilde{d}_1 = (-\tilde{d}_1^4 - 3\tilde{d}_1^2 \hat{d}_1^2 + \tilde{d}_1 \hat{d}_1^3 + 3\tilde{d}_1^3 \hat{d}_1) \quad (33)$$

式中:  $\kappa$  是一个正数, 根据杨氏不等式原则可以得出:

$$\begin{aligned} \frac{\kappa}{\sqrt{4n_1}} |\tilde{d}_1| &\leq \frac{\sigma_1}{4n_1} \tilde{d}_1^2 + \frac{\kappa^2}{4\sigma_1} \tilde{d}_1 \hat{d}_1^3 \leq 2\tilde{d}_1^2 + \frac{1}{8} \hat{d}_1^4 \\ -\tilde{d}_1^2 \hat{d}_1^2 &\leq -\hat{d}_1^2 (2|\tilde{d}_1| - 1) = -2\tilde{d}_1^2 |\tilde{d}_1| + \hat{d}_1^2 \\ 3\tilde{d}_1^3 \hat{d}_1 &\leq 3\tilde{d}_1^3 \hat{d}_1 \leq \frac{9}{4} \kappa_2^{\frac{4}{3}} (|\tilde{d}_1|^3)^{\frac{4}{3}} + \frac{3}{4\kappa_2^{\frac{4}{3}}} |\hat{d}_1|^4 \\ e_1 \tilde{d}_1 &\leq 0.5e_1^2 + 0.5\tilde{d}_1^2 \\ g_1 e_2 y &\leq 0.5g_1^2 e_2^2 + 0.5y^2 \end{aligned} \quad (34)$$

经以上分析可将  $\frac{\sigma_2}{n_1} \hat{d}_1^3 \tilde{d}_1$  描述为以下形式:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_2}{n_1} \hat{d}_1^3 \tilde{d}_1 &\leq -\frac{\sigma_2}{n_2} \tilde{d}_1^3 (1 - \frac{9}{4} \kappa_2^{\frac{4}{3}}) \tilde{d}_1^4 - \frac{\sigma_2}{n_2} \tilde{d}_1^2 \hat{d}_1^2 + \\ &3 \frac{\sigma_2}{n_2} \hat{d}_1^2 + \frac{\sigma_2}{n_2} \hat{d}_1^4 (\frac{1}{8} + \frac{3}{4\kappa_2^4}) - 6 \frac{\sigma_2}{n_2} \tilde{d}_1^2 |\tilde{d}_1| \end{aligned} \quad (35)$$

结合式子(31)~(35)和引理4, 式(30)可写为:

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -p_{11}(2r)^{\frac{1}{2}} (\frac{1}{2r} \ln \frac{1}{1-m^{2r}})^{\frac{1}{2}} - \sum_{i=2}^3 (p_{i1} - \frac{1}{2} g_{im}^2) \\ &\frac{1}{2} (\frac{1}{2} e_i^2)^{\frac{1}{2}} - p_{11} e_1^2 - p_{21} e_2^2 - p_{12} (2r)^2 (\frac{1}{2r} \ln \frac{1}{1-m^{2r}})^2 + \\ &0.5g_1^2 e_2^2 + 0.5y^2 + 0.5e_1^2 + 0.5\tilde{d}_1^2 - \sum_{i=2}^3 (p_{i2} - \\ &\frac{1}{2} g_{im}^2) 2^2 (\frac{1}{2} e_i^2)^2 - c_{12} y^4 - c_{11} |y| - (c_{13} - \tau - 0.5c_{11}) y^2 - \end{aligned}$$

$$(\frac{\kappa}{\sqrt{4n_1}} |\tilde{d}_1| - (\frac{\sigma_1}{4n_1} + \lambda_1 + \frac{\sigma_2}{n_2} \hat{d}_1^2) \tilde{d}_1^2 - \frac{\sigma_2}{n_1} (1 - \frac{9}{4} \kappa_2^{\frac{4}{3}}) \tilde{d}_1^4) + \chi \quad (36)$$

式中:

$$\chi = \frac{\sigma_1}{2n_1} \hat{d}_1^2 + \frac{\kappa^2}{4\sigma_1} + 3 \frac{\sigma_2}{n_2} \hat{d}_1^2 + \frac{\sigma_2}{n_2} \hat{d}_1^4 (\frac{1}{8} + \frac{3}{4\kappa_2^4}) + \frac{0.25D_1^2}{\tau} \quad (37)$$

若有  $c_{13} - \tau - 0.5c_{11} > 0, 0.5g_1^2 - p_{21} > 0, 0.5 - p_{11} > 0, \lambda_1 - 0.5 > 0, 1 - \frac{9}{4} \kappa_2^{\frac{4}{3}} > 0$  基于引理1, 引理2, 引理3, 引理5, 可将式子写为:

$$\dot{V} \leq -\mu_1 V^{\frac{1}{2}} - \mu_2 V^2 + \delta \quad (38)$$

式中:

$$\mu_1 = \min\{ [p_{11}(2r)^{\frac{1}{2}}]^{\frac{1}{2}}, [\frac{1}{2}(p_{i1} - \frac{1}{2} g_{im}^2)]^{\frac{1}{2}}, \sqrt{2}c_{11}, \frac{\kappa}{\sqrt{4n_1}} \}$$

$$\mu_2 = \min\{ p_{12}(2r)^2, (p_{i2} - \frac{1}{2} g_{im}^2) 2^2, (p_{i2} - \frac{1}{2} g_{im}^2) 2^2, c_{12}, \frac{\sigma_2}{n_1} (1 - \frac{9}{4} \kappa_2^{\frac{4}{3}}) \}$$

结合引理5, 可知系统将会在固定时间  $T_s$  内收敛。

$$T_s \leq \min(\frac{2}{\mu_1(1-\Delta)} + \frac{1}{2\mu_2}, \frac{2}{\mu_1} + \frac{1}{2\mu_2(1-\Delta)}) \quad (39)$$

式中:  $0 < \Delta < 1$ 。

## 5 仿真实验与分析

本节利用 Matlab/Simulink 仿真实验验证所提控制方法的有效性, 并与固定时间控制策略进行对比。

PMLSM 控制系统参数为:  $L_d = 0.0267$  H,  $L_q = 0.0267$  H,  $M = 10$  kg,  $\tau = 0.018$ ,  $\phi_f = 0.24$  Wb,  $B = 0.01$  控制器参数选择为:  $p_{11} = 500, p_{12} = 5, p_{21} = 300, p_{22} = 2.5, p_{31} = 400, p_{32} = 3, r^* = 80$ 。在 0.3 s 时加 300 N 的负载, 初始速度为 0.5 m/s, 仿真结果如图 3~10 所示。

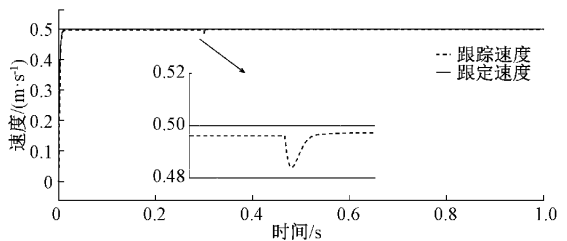


图3 本文控制方法的速度跟踪曲线

图3和4分别为本文控制策略和固定时间控制策略下的速度跟踪曲线。由图可知, 基于状态约束控制下的速度初始波动范围更小, 跟踪精度提高了2%, 在有扰动情况下的速度偏移范围更小, 对速度的输出有合理的约束。图5为给定速度为正弦信号下的跟踪曲线, 可以看出, 在正弦信

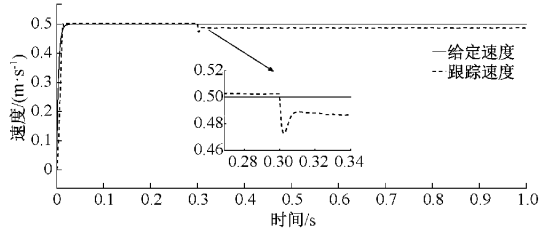


图 4 固定时间控制方法的速度跟踪曲线

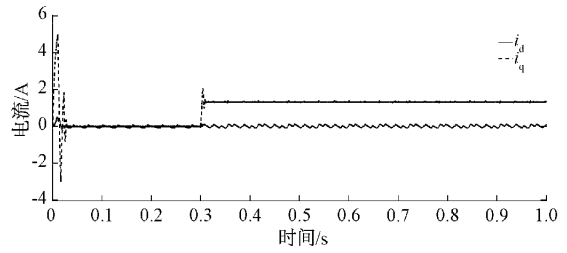


图 9 本文控制方法下的  $i_d, i_q$  输出曲线

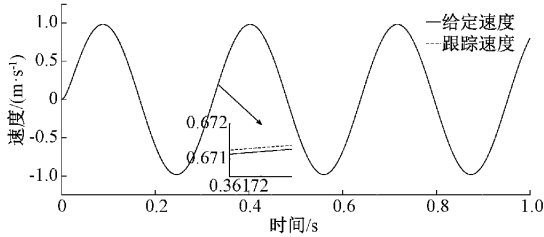


图 5 正弦信号速度跟踪曲线

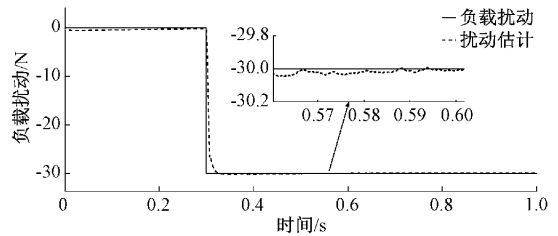


图 10 扰动跟踪曲线

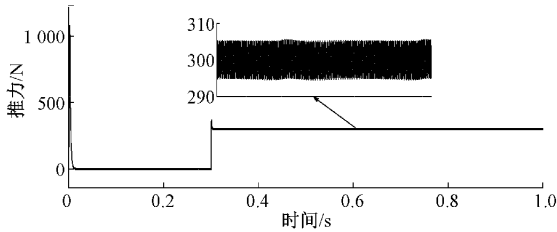


图 6 本文控制方法下的推力输出

以看出在基于状态约束的固定时间控制方法下  $i_d$  电流更加稳定,  $i_q$  电流初始响应时间更快, 加负载时对超调量的调节效果更好。

图 10 为本文设计控制器下对负载扰动的跟踪曲线, 可以看出干扰观测器能够对负载扰动有效的估计, 在突加负载时对扰动跟踪有一些小范围的偏差, 跟踪范围偏差不到 1%, 可以实现准确的跟踪。

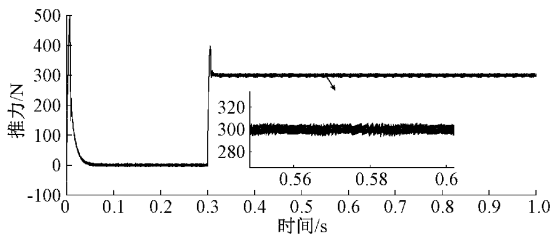


图 7 固定时间控制方法下的推力输出

### 6 实验结果

为了进一步验证本文控制策略的有效性, 建立 Speedgoat 电机测试平台进行测试。电机测试平台如图 11 所示。

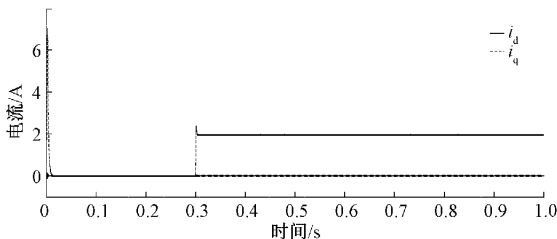


图 8 固定时间控制方法下的  $i_d, i_q$  输出曲线

号下, 速度依然能够准确的跟踪给定信号。

图 6 和 7 为基于状态约束固定时间控制策略和固定时间控制策略的推力输出曲线, 由图可知, 本文所提可知方法下, 推力的波动输出更加平稳, 抖振范围更小, 调节速度更快, 超调量更小。

图 8 和 9 为两种可知方法下的  $i_d, i_q$  电流输出曲线, 可

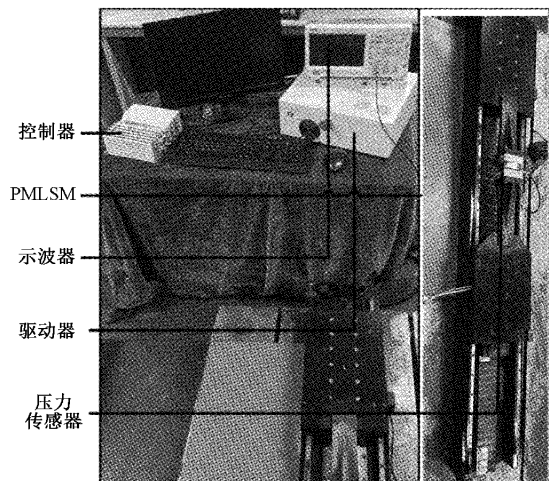


图 11 电机实验平台

基于 Speedgoat 的 PMLSM 系统控制结构如图 12 所示。Speedgoat 实时模拟器提供了一个基于 Simulink 的实时仿真环境。PMLSM 实验平台的工作原理是在上位机中

建立被控对象模型、相应的信号交互模型和板卡相应的驱动模型。然后编写被控对象模型,并将相应代码下载到Speedgoat实时仿真器中。Speedgoat运行相应的代码来模拟被控对象的运行状态。

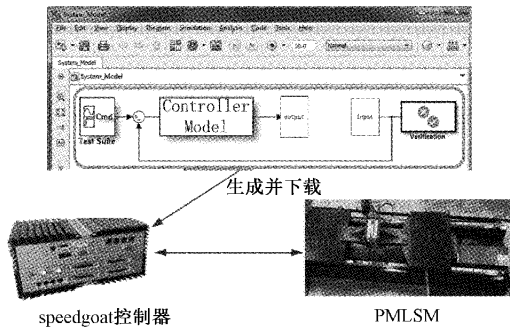


图 12 系统结构图

结合 Matlab/Simulink 和 Speedgoat 给出了系统的半物理模型,实验参数与仿真相同。实验结果如图 13~15 所示。实验结果中,1 s 内输出 10 000 个数据。为了便于观察和分析数据 1 s 内输出 10 000 个数据,对每 100 个区间选取的数据进行观察和分析,选取一段时间的输出数据,验证控制器的有效性。

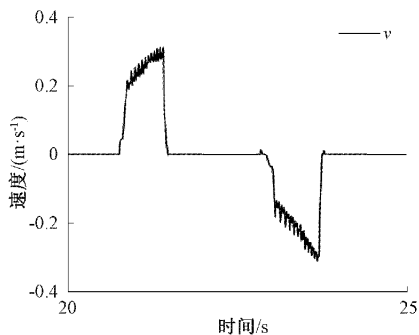


图 13 速度曲线

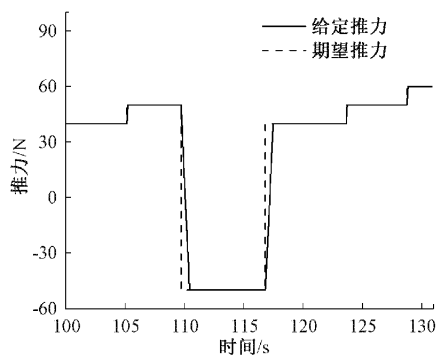


图 14 推力曲线

首先在空载情况下给定速度 0.2 m/s 后上升到 0.30 m/s 然后降为 0,再同样给定反方向速度,结果如图 13 所示,由图可知,速度曲线都在合理的范围内,满足期望要求,响应比较迅速。

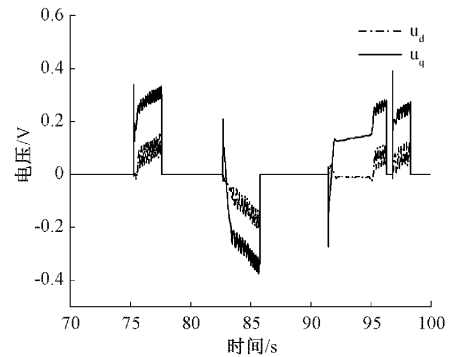


图 15 电压输出曲线

如图 14 所示,在实验中加入负载推力分别设定为 30 N 和 -50 N, +60 N, 选取部分数据输出结果。图 14 显示了所选推力曲线数据从 10~13 s, 输出能够准确跟踪期望值。

图 15 为在本文设计控制方法下,选取一段时间内在突然加减负载变化时的  $d-q$  轴电压输出曲线,负载变化时能够迅速响应,超调量较小,满足实验期望。

## 7 结 论

本文针对 PMLSM 双闭环系统提出基于状态约束的固定时间控制策略。采用障碍 Lyapunov 函数对电机速度进行约束。不采用分数项设计固定时间滤波器和固定时间干扰观测器,克服了反步控制中的“微分爆炸”问题,增强了系统抗干扰性能。通过理论分析,验证了在本文设计控制策略下闭环系统能够在固定时间内收敛。仿真结果验证了所提控制策略的有效性,且与固定时间控制策略相比更具有优越性,通过实验验证了所提控制策略的实用效果,进一步验证了本文所提控制策略的有效性。

## 参考文献

- [1] YANG R, WANG M Y, LI L Y, et al. Robust predictive current control with variable-gain adaptive disturbance observer for PMLSM[J]. IEEE Access, 2018(6):13158-13169.
- [2] 周华伟,于晓东,刘国海,等.基于内模的圆筒永磁直线电机滑模速度控制[J].中国电机工程学报,2019,39(11):3382-3391.
- [3] 江旭东,夏涛,许孝卓,等.永磁同步直线电机的粒子群PID空间矢量控制[J].电子测量与仪器学报,2015,29(5):655-661.
- [4] 乔禹淇,杨瑞峰,郭晨霞.永磁同步电机速度-电流预测的直接速度控制[J].电子测量技术,2021,44(6):1-5.
- [5] KIM S, LEE J, LEE K. Offset-free robust adaptive back-stepping speed control for uncertain permanent magnet synchronous motor[J]. IEEE Transactions on Power Electronics,2016,31(10):7065-7076.
- [6] EL-SOUSY F F M, EL-NAGGAR M F, AMIN M, et al.

- Robust adaptive neural-network back-stepping control design for high-speed permanent-magnet synchronous motor drives[J]. *Theory and Experiments*, 2019(7): 99327-99348.
- [7] 赵希梅,刘超,朱国昕. 永磁直线同步电机自适应非线性滑模控制[J]. *电机与控制学报*, 2020, 24(7): 39-47.
- [8] 李宏玉,丁善峰,余超,等. 基于滑模变结构的永磁同步电机控制研究[J]. *国外电子测量技术*, 2019, 38(9): 112-116.
- [9] 于金鹏,于海生,林崇. 考虑铁损的异步电动机模糊自适应命令滤波反步控制[J]. *控制与决策*, 2016, 31(12): 2189-2194.
- [10] 孙华,戴跃洪,唐传胜. 基于积分反步控制的永磁直线同步电动机滑模速度控制[J]. *组合机床与自动化加工技术*, 2015(3): 101-104.
- [11] ZHAO X, FU D. Adaptive neural network nonsingular fast terminal sliding mode control for permanent magnet linear synchronous motor[J]. *IEEE Access*, 2019(99): 1-1.
- [12] 苏明圻,纪科辉. 基于二阶滑模观测器的永磁直线同步电机速度控制[J]. *浙江理工大学学报(自然科学版)*, 2020, 43(1): 71-78.
- [13] LIU C, LIU X, WANG H, et al. Finite-time adaptive tracking control for unknown nonlinear systems with a novel barrier Lyapunov function [J]. *Information Sciences*, 2020(528): 231-245.
- [14] 于慧慧,于金鹏,刘加朋,等. 基于指令滤波的 PMSMs 全状态约束有限时间控制[J/OL]. *控制工程*, 2022, 7(24): 1-9.
- [15] LIU Y, YU J, YU H, et al. Barrier Lyapunov functions-based adaptive neural control for permanent magnet synchronous motors with full-state constraints [J]. *IEEE Access*, 2017(5): 1-1.
- [16] LI J, YANG Y, HUA C, et al. Fixed-time back-stepping control design for high-order strict-feedback non-linear systems via terminal sliding mode[J]. *IET Control Theory & Applications*, 2017, 11(8): 1184-1193.
- [17] 刘乐,邵暖,高杰,等. 基于固定时间干扰观测器的永磁直线同步电机位移跟踪动态面反步控制[J]. *高技术通讯*, 2021, 31(6): 671-679.
- [18] WU Y, LI G, ZUO Z, et al. Practical fixed-time position tracking control of permanent magnet DC torque motor systems[J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2020(99): 1-1.
- [19] 王芳,吕紫青,单锐,等. 输出受限的不确定非线性系统的自适应固定时间控制[J/OL]. *控制与决策*, 2022, 7(25): 1-8, DOI: 10. 13195/j. kzyjc. 2021. 0310.
- [20] XU J. Adaptive fixed-time control for MIMO nonlinear systems with asymmetric output constraints using universal barrier functions[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2019, 64(7): 3046-3053.
- [21] TEE K P, REN B B, GE S S. Control of nonlinear systems with time-varying output constraints [J]. *Automatica*, 2011, 47(11): 2511-2516.
- [22] CHEN M, WANG H, LIU X. Adaptive fuzzy practical fixed-time tracking control of nonlinear systems [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2019(99): 1-1.

### 作者简介

许孝卓, 博士, 副教授, 主要研究方向为电机电器及其控制。

祝贺, 硕士研究生, 主要研究方向为电机电器及其控制。

吴中华, 博士, 副教授, 主要研究方向为飞行器控制, 智能装备伺服控制。

E-mail: 1005452050@qq.com