

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2209099

# 基于空间二次投影的测向算法

苗峻<sup>1,2</sup> 崔宇晗<sup>3</sup> 窦修全<sup>1,2</sup> 胡孟凯<sup>1,2</sup>

(1. 中国电子科技集团公司第五十四研究所 石家庄 050081; 2. 河北省电磁频谱认知与管控重点实验室 石家庄 050081;  
3. 河北轨道交通职业技术学院 石家庄 050051)

**摘要:** 在传统波达角估计(DOA)算法中,子空间拟合类算法由于具有分辨率高、测向精度高等特点而被广泛应用。但该类算法在测向时需要预知准确的信源数量,否则将严重影响算法性能。针对在信源数量未知条件下的高精度测向问题,提出了一种基于空间二次投影的测向算法。该算法首先通过向量到空间的投影关系构造一次投影空间谱,再利用空间完备基对空间内向量描述的唯一性进行第二次投影,排除可能出现的伪方位角谱峰,完成波达角估计。计算机仿真结果表明,基于空间二次投影的测向算法无需预知信源数量即可实现对相干信源方位角的准确测算,且该算法在小孔径、少快拍条件下仍然具有较高的空间分辨率及算法稳定性。

**关键词:** 波达角估计;子空间算法;空间投影

**中图分类号:** TN911.7 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.40

## DOA algorithm based on spatial secondary projection

Miao Jun<sup>1,2</sup> Cui Yuhan<sup>3</sup> Dou Xiuquan<sup>1,2</sup> Hu Mengkai<sup>1,2</sup>

(1. The 54th Research Institute of CETC, Shijiazhuang 050081, China; 2. Hebei Key Laboratory of Electromagnetic Spectrum Cognition and Control, Shijiazhuang 050081, China;  
3. Hebei Vocational College of Rail Transportation, Shijiazhuang 050051, China)

**Abstract:** In conventional DOA methods, the subspace fitting algorithms have been widely used for its high resolution and high estimation accuracy. However, when subspace algorithm works, it needs to predict the exact number of sources, otherwise the performance of the algorithm will be seriously affected. In the view of the problem of high precision direction-finding under conditions where the number of signals is unknown, a DOA algorithm based on spatial secondary projection is proposed. Firstly, this algorithm constructs the primary-projection spatial spectrum by the relationship between vector and its spatial projection. Secondly, it takes a secondary-projection to removes the possible pseudo-peaks by taking the advantage of the uniqueness of the vector representation by complete spatial vector basis. The computer simulation results show that the spatial secondary projection algorithm can realize the accurate measurement of the coherent signals' DOA without predicting the number of signal sources, and this algorithm has high spatial resolution and algorithm stability under the conditions of small aperture and limited number of snapshots.

**Keywords:** DOA; signal subspace algorithm; space projection

## 0 引言

阵列信号处理是利用信号与阵列的空域信息处理信号的一种技术手段<sup>[1]</sup>,在现代信号处理的发展和进步中扮演着重要角色<sup>[2]</sup>。由于传统测向方法受到经典瑞利限制<sup>[3-4]</sup>,逐渐难以适应技术发展的需求。空间谱估计技术<sup>[5-6]</sup>的出现,由于成功突破了瑞利限制<sup>[7]</sup>,测向精度显著提高,具有传统测向技术无法比拟的优势<sup>[8]</sup>,在军事和民用领域都得到了广泛的应用。

目前空间谱估计主要采用的技术手段有子空间拟合法<sup>[9-10]</sup>、MUSIC算法<sup>[11]</sup>等,这些算法需要预知信号数量才能完成波达角估计。但在实际测向环境中,信源数量往往是未知的,因此信源数量估计一直是研究的热点。最小信息准则(AIC)和最小描述长度准则(MDL)的提出为信源估计提供了技术基础,但是这两种准则均要求背景噪声为白噪声。为解决相干信号存在时的信源估计问题,国内外学者开展了相关研究:褚鼎立等<sup>[12]</sup>通过将盖尔圆盘法(GDE)与AIC算法结合,改善了GDE算法由于特征值无序导致

估计错误的问题,但这种算法要求较大的快拍数。Liu 等<sup>[13]</sup>通过构造新协方差矩阵并结合 GDE 算法,提高了算法在少快拍下的稳定性,但是降低了信源估计的自由度。此外,还有一些学者将机器学习应用于信源估计:赵汇强等<sup>[14]</sup>以信号和噪声的盖尔圆半径值为特征放入 SVM 训练分类器,实现了信源识别;Pan 等<sup>[15]</sup>利用希尔伯特-黄变换提取信号特征,再通过 SVM 训练分类器完成了信源个数估计。上述算法虽然能够实现信源估计的目的,但是对训练样本的数量较为依赖,因此在工程应用中也存在一定限制。

针对信源数量未知且存在相干信号时的高分辨率测向需求,本文提出了一种基于空间二次投影的测向算法,通过向量到空间的投影关系构造一次投影空间谱,再利用空间完备基对空间内向量描述的唯一性进行伪方位角辨识,实现了信源数量未知条件下的高精度测向。此外,文中提出的伪方位角辨识方法,对空间谱估计算法具有普遍适用性,从而拓展了空间谱估计算法在工程中的适用范围。

## 1 阵列接收数据模型

对于  $M$  阵元的接收阵列,若以第一个阵元为参考阵元,当信号数量为  $k$  个时,可将第  $i$  ( $i=1,2,3,\dots,k$ ) 个信号的接收模型表示为:

$$\mathbf{X}_i(t) = s_i(t) \cdot \mathbf{a}(\theta_i) = s_i(t) \cdot [1, e^{j\phi_i(\tau_2)}, \dots, e^{j\phi_i(\tau_M)}]^\top \quad (1)$$

其中,  $\phi_i(\tau_n)$  为第  $i$  个信号到达第  $n$  个阵元时,相对于参考阵元的相位延迟:

$$\phi_i(\tau_n) = 2\pi f_i \cdot \tau_n = 2\pi f_i \cdot (n-1)d \cos\theta_i/c \quad (2)$$

$f_i$  为信号中心频率,  $d$  为阵元间距,  $\theta_i$  为第  $i$  个入射信号的方位角,  $c = 3 \times 10^8$  m/s, 为光速。阵列的接收数据为  $k$  个信源的叠加,即有:

$$\mathbf{X} = \sum_{i=1}^k \mathbf{X}_i(t) + \mathbf{N} = \mathbf{A}\mathbf{S} + \mathbf{N} \quad (3)$$

其中,  $\mathbf{A}$  为导向矢量矩阵,  $\mathbf{S}$  为信源矩阵,  $\mathbf{N}$  为阵列接收的噪声矩阵。

## 2 空间谱测向算法

空间谱类算法的特点是通过阵列接收信号的矩阵分解,将接收数据划分成信号子空间和噪声子空间,利用两个子空间的正交性构造空间谱,再通过谱峰搜索实现信号方位的估计,具有较高的空间分辨率。

为了实现接收信号的子空间划分,首先计算阵列接收数据的协方差矩阵,并将其特征分解:

$$\mathbf{R}_x = \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I} = \mathbf{U}\Sigma\mathbf{U}^H \quad (4)$$

其中,  $\mathbf{R}_s$  为信号源相关矩阵,  $\sigma^2$  为各通道的加性噪声功率,  $\mathbf{I}$  为单位阵,  $\Sigma = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M)$ 。当存在  $k$  个信号时,特征值按大到小排序后,  $\mathbf{U}$  中对应的前  $k$  个较大的特征向量  $[\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_k]$  与信号有关,可构成信号子空

间  $\mathbf{U}_s$ ; 后  $(M-k)$  个特征向量与噪声有关,构成噪声子空间  $\mathbf{U}_N$ 。下面,将对 MUSIC 和信号子空间拟合这两种典型空间谱算法进行简要介绍,并通过对子空间拟合算法全新的推导形式,进一步讨论两种算法的内在联系。

### 2.1 MUSIC 算法模型

由矩阵理论可知,由信号特征向量张成的空间与阵列导向矢量张成的空间为同一向量空间,均与噪声子空间正交,据此可构造空间谱函数  $P_{\text{MUSIC}}(\theta)$  如下:

$$P_{\text{MUSIC}}(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{U}_N\mathbf{U}_N^H\mathbf{a}(\theta)} \quad (5)$$

当  $\theta$  为信号方位角  $\theta_d$  时,  $\mathbf{a}^H(\theta_d)\mathbf{U}_N\mathbf{U}_N^H\mathbf{a}(\theta_d) = 0$ , 此时  $P_{\text{MUSIC}}(\theta)$  在  $\theta = \theta_d$  处存在极大值,从而求解出信号的方位角。

### 2.2 信号子空间拟合算法模型

在实际应用中,因为有噪声的存在,使得阵列流型张成的空间与信号子空间并不相等,因此可以通过寻找使两个空间在最小二乘意义下拟合最好时的方向角来估计波达方向。对于信号子空间拟合算法,大量文献和资料都是通过寻找一满秩转换矩阵  $\mathbf{T}$  使  $\mathbf{U}_s = \mathbf{A}\mathbf{T}$ , 仅当  $\theta = \theta_d$  时转换矩阵  $\mathbf{T}$  存在最小二乘解,最终将波达角的解算转化为求矩阵迹的最大值的问题:

$$\theta = \max_{\text{tr}} \{ \mathbf{P}_A \mathbf{U}_s \mathbf{U}_s^H \} \quad (6)$$

式中:  $\mathbf{P}_A$  为向阵列流型矩阵  $\mathbf{A}$  的投影矩阵。

下面介绍一种对子空间拟合算法全新的描述形式,首先,用信号子空间的线性变换来描述阵列流型:

$$\mathbf{a}(\theta) = \mathbf{U}_s \mathbf{T} \quad (7)$$

因  $\mathbf{A}$  与  $\mathbf{U}_s$  能够张成同一空间,且  $\mathbf{U}_s$  中的向量恰好为其空间的一组正交基,因此  $\mathbf{A}$  中的任一向量都可由  $\mathbf{U}_s$  中向量的线性组合表示。当存在噪声干扰时,需要找到转换矩阵  $\mathbf{T}$  的最小二乘解:

$$\tilde{\mathbf{T}} = (\mathbf{U}^H \mathbf{U})^{-1} \mathbf{U}^H \mathbf{a}(\theta) \quad (8)$$

此时,信号来波方向的估计可以转化为导向矢量与拟合向量间最小范数解的问题:

$$\theta \rightarrow \min \| \mathbf{a}(\theta) - \mathbf{U}_s \tilde{\mathbf{T}} \|_F^2 \quad (9)$$

将式(8)代入式(9)后,可得:

$$\theta \rightarrow \min \| \mathbf{a}(\theta) - \mathbf{U}_s (\mathbf{U}^H \mathbf{U})^{-1} \mathbf{U}^H \mathbf{a}(\theta) \|_F^2 \quad (10)$$

利用式(10)构造空间谱函数:

$$P(\theta) = \frac{1}{\| \mathbf{a}(\theta) - \mathbf{U}_s (\mathbf{U}^H \mathbf{U})^{-1} \mathbf{U}^H \mathbf{a}(\theta) \|_F^2} \quad (11)$$

已知,对于向量  $\mathbf{b}$ , 其范数可表达为:

$$\| \mathbf{b} \|_F^2 = \mathbf{b}^H \mathbf{b} \quad (12)$$

信号子空间与噪声子空间满足如下关系:

$$\mathbf{U}_s \mathbf{U}_s^H + \mathbf{U}_N \mathbf{U}_N^H = \mathbf{I}, \mathbf{U}_s^H \mathbf{U}_s = \mathbf{I}, \mathbf{U}_N^H \mathbf{U}_N = \mathbf{I} \quad (13)$$

将式(12)、(13)所示关系代入式(11)可得:

$$P(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{U}_N\mathbf{U}_N^H\mathbf{a}(\theta)} \quad (14)$$

将式(14)与(5)比较可知,未加权的 MUSIC 算法可以

看作信号子空间拟合算法一种描述形式。

### 2.3 小 结

MUSIC 和子空间拟合两种算法均是利用了信号子空间与噪声子空间的正交性实现信号方位的求解,因此都需要预知信号源的准确数量,从而准确的划分出两个正交子空间。但是在实际工程应用时,往往难以获取准确的信号数量信息,从而使上述算法的性能受到影响甚至无法计算出准确的信号方位。针对这一技术问题,文中提出了一种基于空间二次投影的测向算法,能够在无需预知信号数量的条件下,实现对信源波达方向角的精确测算。

## 3 基于空间二次投影的测向算法

### 3.1 构造一次投影空间谱

利用信源导向矢量与其在信号子空间投影向量之间的空间关系,通过第一次投影,构造一次投影空间谱。

阵列接收数据可以通过分解其协方差矩阵将整个数据空间划分为两个正交的子空间,而其中信号子空间  $U_s$  与信源导向矢量所张成的空间为同一空间,因此只有由信源特征  $(\theta_d, f_d)$  生成的导向矢量  $a(\theta_d)$  存在于信号子空间  $U_s$  中。结合投影矩阵性质,可将  $a(\theta_d)$  与  $U_s$  的空间关系用以下形式描述:

$$\begin{cases} P_{U_s} \cdot a(\theta) = \hat{a}(\theta) \\ a(\theta) = \lambda \hat{a}(\theta), \|a(\theta) - \hat{a}(\theta)\| = 0, \text{ s. t. } \theta = \theta_d \end{cases} \quad (15)$$

其中,  $P_{U_s}$  为任一向量到信号子空间  $U_s$  的投影矩阵:

$$P_{U_s} = U_s (U_s^H U_s)^{-1} U_s^H \quad (16)$$

因此,可通过式(15)构造空间谱函数,使其在  $\theta = \theta_d$  时产生谱峰:

$$\begin{cases} P(\theta) = f(a(\theta), \hat{a}(\theta)) \\ P_{peak}(\theta) = P(\theta_d) \end{cases} \quad (17)$$

在理想情况下,  $U_s$  与  $U_N$  严格正交,此时即使无法预知信源个数,只要  $U_s$  满足式(18)所示条件,仅通过寻找空间谱函数  $P(\theta)$  的谱峰即可得到信源方位角:

$$\hat{U}_s = [u_1, u_2, \dots, u_k, u_{n_1}, \dots, u_{n_p}] = [U_s, \hat{U}_N] \quad (18)$$

式中:  $u_1, u_2, \dots, u_k$  为全部  $k$  个信号对应的特征向量,  $u_{n_1}, \dots, u_{n_p}$  为噪声特征向量中的任意  $p$  个。

然而,由于采样点数有限,且当阵列接收数据中包含相干信源时,信号特征空间与噪声特征空间将存在互相渗透的现象,两个子空间不再严格正交,此时在空间谱函数  $P(\theta)$  中将出现伪峰,同时这也是 MUSIC、子空间拟合等空间谱测向算法的共性问题。鉴于以上原因,本文提出了一种基于空间完备基对向量表示唯一性的去除伪峰的技术方法,通过构造辨识空间,令信号特征向量向辨识空间进行第二次投影,达到辨识空间函数  $P(\theta)$  中伪峰的目的。此种方法不仅适用于本文提出的一次投影模型,而且对于

MUSIC、子空间拟合等空间谱算法具有普遍适用性,从而拓展了上述空间谱测向算法在工程中的适用范围。

### 3.2 二次投影辨识伪信源谱峰

利用一次投影空间谱得到的  $n$  个谱峰所对应的导向矢量构建辨识空间  $Ar$ :

$$Ar = [a(\theta_1), a(\theta_2), \dots, a(\theta_n)] \quad (19)$$

式中:  $a(\theta_i)$  形式同式(1),在  $Ar$  中,其中有  $k$  个为实际信源信号,  $(n-k)$  个为  $P(\theta)$  中伪峰对应角度的导向矢量。为方便描述,令  $Ar$  中前  $k$  个为实际信源的导向矢量,后  $(n-k)$  个为伪信源导向矢量。

取  $u_{s_i}$  为协方差矩阵特征分解后信号子空间中任一信号对应的特征向量,当信号信噪比较高时,可取:

$$u_{s_i} = \max(u_{s_1}, u_{s_2}, \dots, u_{s_i}) \quad (20)$$

当  $Ar$  中仅包含  $k$  个信号对应的导向矢量  $a(\theta_1) \sim a(\theta_k)$  时,  $Ar$  为所在空间的一组完备基。当  $\hat{u}_{s_i}$  为  $u_{s_i}$  在  $Ar$  所在空间投影时,  $\hat{u}_{s_i}$  可由  $a(\theta_1) \sim a(\theta_k)$  的线性组合唯一表示:

$$\hat{u}_{s_i} = \sum_{i=1}^k a(\theta_i) \cdot \beta_i \quad (21)$$

式中:  $\beta_i$  为系数。将式(21)写成矩阵表达形式:

$$\hat{u}_{s_i} = Ar \cdot B \quad (22)$$

式中:  $B = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k]^T$ , 为系数矩阵。对于投影向量,满足如下关系:

$$\langle Ar \cdot B, a(\theta_i) \rangle = \langle u_{s_i}, a(\theta_i) \rangle \quad (23)$$

即  $u_{s_i}$  在  $Ar$  空间的投影向量  $\hat{u}_{s_i}$  与  $Ar$  空间任一空间基  $a(\theta_i)$  的内积,等于  $u_{s_i}$  与该空间基  $a(\theta_i)$  的内积。

已知  $Ar$  空间的完备基有  $k$  个,因此式(23)有  $k$  组等式,将其表示为矩阵形式为:

$$Ar^H \cdot Ar \cdot B = Ar^H \cdot u_{s_i} \quad (24)$$

由上式可推导出系数矩阵:

$$B = (Ar^H \cdot Ar)^{-1} \cdot Ar^H \cdot u_{s_i} \quad (25)$$

也即,系数  $\beta_i$  满足:

$$\beta_i = (a(\theta_i)^H \cdot a(\theta_i))^{-1} \cdot a(\theta_i)^H \cdot u_{s_i} \quad (26)$$

由式(26)可得到式(21)中对应的  $k$  个系数。当  $Ar$  同式(19)既包括前  $k$  个信源导向矢量、又包含后  $(n-k)$  个伪信源导向矢量时,式(21)可以写成:

$$\hat{u}_{s_i} = \sum_{i=1}^n a(\theta_i) \cdot \beta_i \quad (27)$$

又因为信号导向矢量张成的空间与信号子空间为同一空间,可知  $\hat{u}_{s_i} = u_{s_i}$ , 因此可将式(27)改写为:

$$u_{s_i} = \sum_{i=1}^n a(\theta_i) \cdot \beta_i \quad (28)$$

因为空间完备基对空间内向量表示具有唯一性,因此完备基之外的向量对应的系数为 0,在式(28)中,有:

$$\beta_{k+1} = \beta_{k+2} = \dots = \beta_n = 0 \quad (29)$$

由上述推导可知,若  $Ar$  中包含伪信号导向矢量,可由  $\beta_i$  间的数值关系进行判别。定义导向矢量  $a(\theta_i)$  对应系数

的模值  $|\beta_i|$  为该信源的判别值,当某一导向矢量  $\mathbf{a}(\theta_{\text{fake}})$  的判别值为 0 时有:

$$|\beta_{\text{fake}}| = 0 \quad (30)$$

即可将该导向矢量  $\mathbf{a}(\theta_{\text{fake}})$  在  $P(\theta)$  中的谱峰辨识为伪峰,从而完成  $\theta_{\text{fake}}$  处伪信源的判断和排除。

#### 4 算法仿真与结果分析

##### 4.1 小孔径少快拍时的空间分辨率

当阵列空间有限且目标信号突发性较强时,算法在小孔径、少快拍条件下的性能至关重要,因此本小节将在这一条件下对不同算法进行仿真和分析。

采用 5 元均匀线阵,信号频率均为 800 MHz,快拍数为 128,当来波方向分别为  $70^\circ$ 、 $101^\circ$  和  $128^\circ$  时,基于空间二次投影的测向算法分别与 CBF 算法和 MUSIC 算法的空间谱函数如图 1、2 所示。

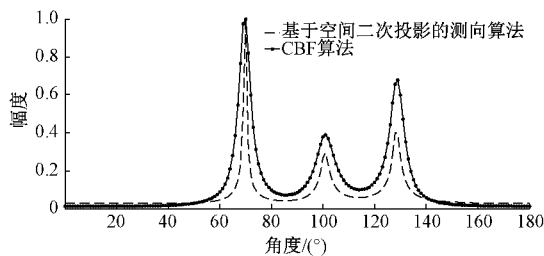


图 1 来波方向分别为  $70^\circ$ 、 $101^\circ$  和  $128^\circ$  时二次投影算法与 CBF 算法对比

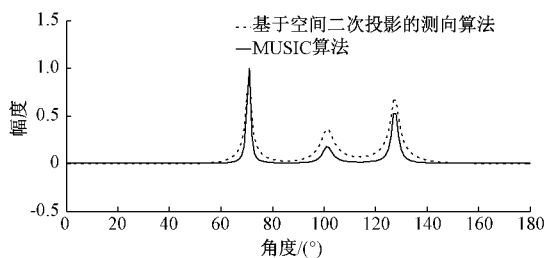


图 2 来波方向分别为  $70^\circ$ 、 $101^\circ$  和  $128^\circ$  时二次投影算法与 MUSIC 算法对比

阵列与信号条件相同,快拍数为 128,当来波方向分别为  $64^\circ$ 、 $81^\circ$  和  $128^\circ$  时,基于空间二次投影的测向算法分别与 CBF 算法和 MUSIC 算法的空间谱函数如图 3、4 所示。

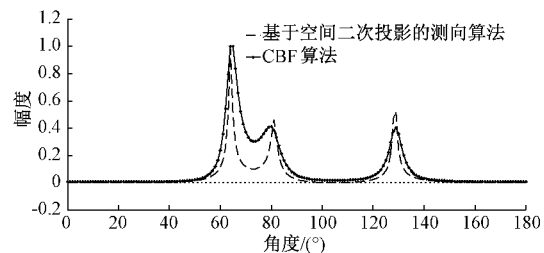


图 3 来波方向分别为  $64^\circ$ 、 $81^\circ$  和  $128^\circ$  时二次投影算法与 CBF 算法对比

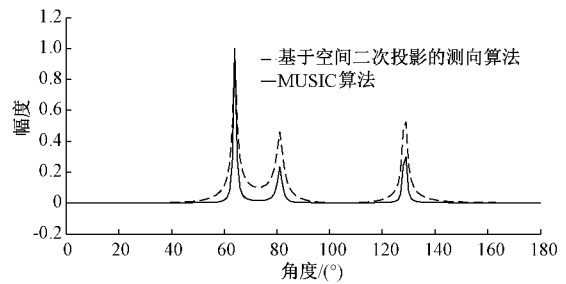


图 4 来波方向分别为  $64^\circ$ 、 $81^\circ$  和  $128^\circ$  时二次投影算法与 MUSIC 算法对比

阵列与信号条件相同,快拍数为 128,当来波方向分别为  $64^\circ$ 、 $78^\circ$  和  $128^\circ$  时,基于空间二次投影的测向算法分别与 CBF 算法和 MUSIC 算法的空间谱函数如图 5、6 所示。

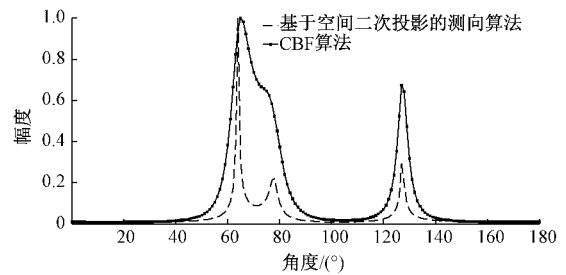


图 5 来波方向分别为  $64^\circ$ 、 $78^\circ$  和  $128^\circ$  时二次投影算法与 CBF 算法对比

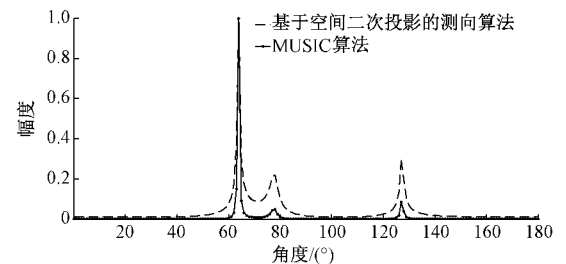


图 6 来波方向分别为  $64^\circ$ 、 $78^\circ$  和  $128^\circ$  时二次投影算法与 MUSIC 算法对比

通过对图 1~6 的分析和对比,可得到以下结论:文中提出的基于空间二次投影的测向算法与 CBF 算法相比,具有更高的空间分辨率,若两信源方位相互靠近,在 CBF 算法中,临近谱峰逐渐合二为一,当信源的方位间隔小于 CBF 的波束宽度时,将无法正确描述出信源的空间分布关系,而基于空间二次投影的测向算法由于空间分辨率更高,谱峰尖锐,依然能够准确解算出 3 个信源的方位角;基于空间二次投影的测向算法与 MUSIC 算法相比,虽然二者空间分辨率相当,但二次投影算法对信号的处理增益优于 MUSIC 算法。

##### 4.2 信源数量未知条件下的测向性能

为了验证算法的工程适用性,本小节将对不同算法在信源数量未知条件下的性能进行仿真和分析。同时,为了

验证二次投影测向算法辨识伪峰的能力,在子空间划分时,均默认信源数量等于阵列测向目标自由度,即  $M-1$  ( $M$  为阵列的阵元数量),以增加其辨识难度。

采用 8 元均匀线阵,信号频率均为 800 MHz,快拍数为 256,3 个信号的来波方向分别为  $65^\circ$ 、 $93^\circ$  和  $131^\circ$ 。此时模拟信源数量未知条件下的应用场景,在计算信号子空间和噪声子空间时,利用协方差矩阵分解后的前 7 个特征向量(已按对应特征值从大到小的顺序排列)张成信号子空间,由最后一个特征向量张成噪声子空间,此时利用导向矢量与其向信号空间投影关系构造的一次投影空间谱(文中 3.1 节理论模型)与 MUSIC 算法的空间谱如图 7 所示。

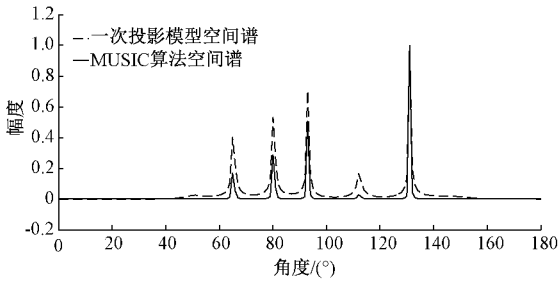


图 7 未知信源数量(3 信源)条件下一次投影模型空间谱与 MUSIC 空间谱存在伪峰

由图 7 中可以看出,由于信号子空间包含噪声空间向量,两个子空间不满足正交条件,一次投影空间谱和 MUSIC 空间谱均在  $81^\circ$  和  $113^\circ$  处出现了伪峰。由于伪峰的出现,将无法获得信源的真实分布情况。因此下面将通过第二次投影,对空间谱中的伪峰进行辨识。

令  $65^\circ$ 、 $81^\circ$ 、 $93^\circ$ 、 $113^\circ$  和  $131^\circ$  对应的导向矢量张成辨识空间  $\mathbf{Ar}$ , 并利用式(25)求解出系数矩阵  $\mathbf{B}$ , 通过计算矩阵  $\mathbf{B}$  中各元素的模值,得到 5 个导向矢量对应的信源方位角判别值,如表 1 所示。

表 1 各谱峰角度导向矢量对应判别值(3 信源)

导向矢量序号	1	2	3	4	5
信源判别值	0.175 7	0.003 6	0.182 3	0.004 0	0.214 7

由表 1 可以看出,第 2( $81^\circ$ )、4( $113^\circ$ )个导向矢量的信源判别值远低于其他谱峰,即由第 1、3、5 个导向矢量组成的向量基即可唯一表示信号空间中的矢量,从而可将  $81^\circ$  和  $113^\circ$  处的谱峰辨识为伪峰,得到准确的信源分布状态。辨识去除伪峰后空间谱如图 8 所示。

接下来进一步减少信源数量,增加辨识难度,对二次投影辨识伪峰能力进行验证。同样采用 8 元均匀线阵,信号频率均为 800 MHz,快拍数为 256,仅有一个信源,方位为  $65^\circ$ 。考虑信源数量未知条件下的应用场景,在计算信号子空间和噪声子空间时,利用协方差矩阵分解后的前 7 个特征向量(已按对应特征值从大到小的顺序排列)张成信号子空间,由最后一个特征向量张成噪声子空间,此时利用导向

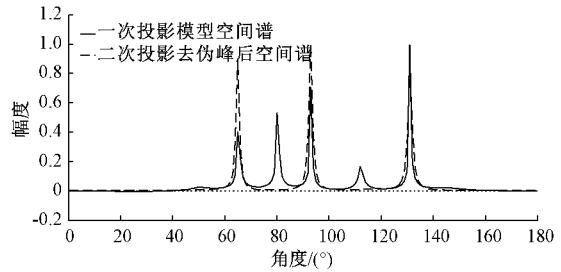


图 8 未知信源数量条件下辨识伪峰前后的空间谱

矢量与其向信号空间投影关系构造的一次投影空间谱与 MUSIC 算法的空间谱如图 9 所示。

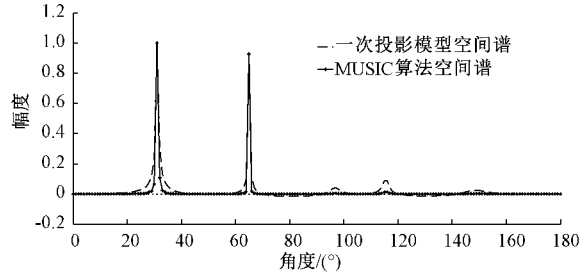


图 9 未知信源数量(1 信源)条件下一次投影模型空间谱与 MUSIC 空间谱存在伪峰

由图 9 可以看出,由于信号子空间和噪声空间不满足正交条件,一次投影空间谱和 MUSIC 空间谱均在  $31^\circ$  和  $116^\circ$  处出现了伪峰,且在  $31^\circ$  处伪峰强度高于信源方位处谱峰,若不针对谱峰进行判别,将产生错误的方位角估计。

令  $31^\circ$ 、 $65^\circ$  和  $116^\circ$  对应的导向矢量张成辨识空间  $\mathbf{Ar}$ , 并利用式(25)求解出系数矩阵  $\mathbf{B}$ , 通过计算矩阵  $\mathbf{B}$  中各元素的模值,得到 3 个导向矢量对应的信源方位角判别值,如表 2 所示。

表 2 各谱峰角度导向矢量对判别值(1 信源)

导向矢量序号	1	2	3
信源判别值	0.004 7	0.353 7	0.005 2

由表 2 可以看出,第 1( $31^\circ$ )、3( $116^\circ$ )个导向矢量的信源判别值远低于第 2 个谱峰( $65^\circ$ )的判别值,即信号子空间仅存在  $65^\circ$  所对应的导向矢量,从而可将  $31^\circ$  和  $116^\circ$  处的谱峰辨识为伪峰,得到准确的信源分布状态。辨识去除伪峰后空间谱如图 10 所示。

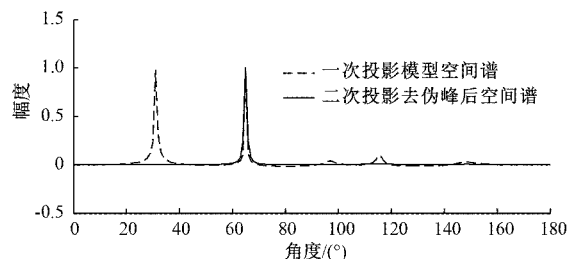


图 10 未知信源数量条件下辨识伪峰前后的空间谱

通过图 7~10 可以看出,基于空间二次投影的测向算法在未知信源数量条件下具有较高的测向精度与算法稳定性,而且辨识能力不受伪峰强度的影响,即使在伪峰强度较大时也能够准确的辨识出信号空间,得到正确的信源分布状态。

## 5 结 论

文中提出了一种基于空间二次投影的测向算法,利用矩阵空间的正交性以及空间完备基对空间内向量表达的唯一性进行了两次投影,通过第一次投影完成空间谱的构造,通过第二次投影实现了空间谱内伪信源谱峰的辨识。经计算机仿真验证,该算法在小阵列孔径、少快拍条件下依然具有较高的测向精度,并且能够在未知信源数量的条件下得到准确的信源分布状态,在工程应用中,具有更高的稳定性。同时,文中提出的辨识伪信源谱峰的方法,对空间谱算法具有较为普遍的适应性,能够作为 MUSIC、子空间拟合等算法在信源数量未知条件下的后处理手段,拓展上述算法在工程应用中的适用范围。

课题组对文中所提算法的研究尚属起步阶段,将在后续项目中不断验证和优化,并探索在算法模型中引入对阵元耦合等误差的修正,进一步提升算法鲁棒性。

## 参考文献

- [1] 张小卫. 基于稀疏重构的 DOA 估计方法研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工程大学, 2020.
- [2] 王华飞. 基于稀疏贝叶斯学习的稳健 DOA 估计算法研究[D]. 海南:海南大学, 2020.
- [3] SCHMIDT R. Multiple emitter location and signal parameter estimation [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2019, 34(3): 276-280.
- [4] 杨青丽,成志强,张佳芬,等. 基于空间频率估计的阵列测向方法[J]. 电光与控制, 2021, 28(6): 68-71.
- [5] DOGAN M C, MENDEL J M. Applications of cumulants to array processing I aperture extension and array calibration [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2017, 43(5): 1200-1216.
- [6] 陆小霞. 基于 GPU 的 MUSIC 算法的高效实现[D]. 江苏:扬州大学, 2019.
- [7] 刘伟平. 基于压缩感知的阵列信号 DOA 估计研究[D]. 青岛:青岛理工大学, 2019.
- [8] 沈凯. 基于稀疏阵列的空间谱估计技术研究[D]. 南京:南京理工大学, 2018.
- [9] GAO Y M, JIANG H L I, BAI Y C, et al. An improved subspace weighting method using random matrix theory[J]. Frontiers of Information Technology & Electronic Engineering, 2020, 21(9): 1302-1307.
- [10] 王威. 基于多维子空间拟合的 DOA 跟踪算法研究[D]. 成都:电子科技大学, 2019.
- [11] 张杰,张良. 陈伟华. MUSIC 算法的性能分析与改进[J]. 电子测量技术, 2017, 10(40): 109-112.
- [12] 褚鼎立,陈红,蔡晓霞. 基于盖尔圆准则的信源数目估计改进算法[J]. 探测与控制学报, 2018, 40(4): 109-115.
- [13] LIU Z, LU Z, HUANG Z, et al. Improved gerschgorin disk estimator for source enumeration with robustness against spatially non-uniform noise [J]. IET Radar, Sonar & Navigation, 2011, 5(9): 952-957.
- [14] 赵汇强,张玉萍,赵波. 基于支撑矢量机的信源数估计[J]. 河北科技大学学报, 2011, (4): 42-46.
- [15] PAN Q, MEI C, TIAN N, et al. Source enumeration based on a uniform circular array in a determined case[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2019, 68(1): 700-712.

## 作者简介

苗峻, 硕士, 工程师, 主要研究方向为阵列信号处理。

E-mail: icecoffee\_1989@hotmail.com

崔宇晗, 硕士, 讲师, 主要研究方向为阵列结构设计。

E-mail: 262901532@qq.com

窦修全, 硕士, 高级工程师, 主要研究方向为阵列信号处理、无源定位与跟踪。

E-mail: xiaodou6664@sina.com

胡孟凯, 硕士, 工程师, 主要研究方向为阵列信号处理。

E-mail: mkhu2020@163.com