

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2208862

基于终端滑模控制的移动机器人轨迹跟踪*

于华成 艾自东

(青岛科技大学自动化与电子工程学院 青岛 266061)

摘要: 针对移动机器人受到外部不规则扰动时易出现速度和位姿误差跳变的问题,提出了一种基于扰动观测器的动态终端滑模控制方法。结合运动学模型,利用李雅普诺夫法设计虚拟控制器,进一步设计非奇异动态终端滑模轨迹跟踪控制器。为减小外部扰动对系统的影响,设计非线性扰动观测器对控制器进行扰动补偿。最后,将本文所提方法与自适应滑模控制方法进行仿真比较。结果显示,在第15 s扰动发生阶跃变化时,自适应滑模控制方法的线速度和角速度分别发生1.4 m/s和1.24 rad/s的跳变,而本文所提方法速度跳变幅度小于自适应滑模控制方法的1/10。仿真结果表明,本文所提方法可有效地抑制扰动对系统的影响,减小移动机器人速度和位姿误差的跳变幅度。

关键词: 动态终端滑模;移动机器人;轨迹跟踪;扰动观测器

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.99

Trajectory tracking of mobile robot based on terminal sliding mode control

Yu Huacheng Ai Zidong

(College of Automation and Electronic Engineering, Qingdao University of Science and Technology, Qingdao 266061, China)

Abstract: A dynamic terminal sliding mode control method based on disturbance observer is presented to solve the problem of speed and position error jump when a mobile robot is subject to external irregular disturbance. Based on the kinematics model, a virtual controller is designed using Lyapunov method, and a non-singular dynamic terminal sliding mode track tracking controller is further designed. To reduce the influence of external disturbance on the system, a nonlinear disturbance observer is designed to compensate the disturbance of the controller. Finally, the method proposed in this paper is compared with the adaptive sliding mode control method by simulation. The results show that the line speed and angular speed of the adaptive sliding mode control method change by 1.4 m/s and 1.24 rad/s respectively when the 15 s disturbance changes step by step. The speed jump amplitude of the method presented in this paper is less than 1/10 of that of the adaptive sliding mode control method. The simulation results show that the proposed method can effectively suppress the influence of disturbance on the system and reduce the jump amplitude of the speed and posture errors of the mobile robot.

Keywords: dynamic terminal sliding mode; mobile robot; trajectory tracking; disturbance observer

0 引言

非完整移动机器人是一个集环境信息感知、动态决策及行为控制的复杂系统。近几十年来,非完整移动机器人的控制一直受到密切关注,其被广泛应用于工业、农业、家居、军事等多个领域。设计一个保证移动机器人快速精准的进行轨迹跟踪以及抗扰动的鲁棒性控制器具有很大的挑战性。目前移动机器人的研究大致可以分为3个方面:点镇定、路径跟踪和轨迹跟踪。轨迹跟踪比前两个更复杂,因为它需要移动机器人在特定时间到达期望位置。

利用反步法^[1-2]设计轨迹跟踪控制器,可使移动机器人

跟踪单一轨迹,但其对不同类轨迹跟踪效果并不是特别理想。Sousa等^[3]采用PID控制方法调节移动机器人的速度,同时设计前馈运动学控制器调节机器人的位姿,使移动机器人实现不同类型轨迹跟踪,但该方法系统误差收敛速度较慢。为了解决这一问题,Alouache等^[4]提出一种鲁棒模糊逻辑比例微分控制方法,加快移动机器人系统跟踪误差收敛速度,但该方法并未考虑外部扰动对系统的影响。葛媛媛等^[5]提出了一种基于光滑非线性饱和函数的自适应模糊滑模轨迹跟踪控制方法,基于该方法所设计的控制器对外部的未知扰动以及系统参数的不确定具有较强的鲁棒性。

收稿日期:2022-01-17

* 基金项目:国家自然科学基金(61903213)、山东省自然科学基金(ZR2019BF039)项目资助

上述研究的重点是移动机器人轨迹跟踪误差的渐近收敛问题。此外,很多专家学者为使系统误差收敛速度更快,研究有限时间轨迹跟踪控制问题。终端滑模控制方法^[6-9], 邵冬林等^[10]提出一种使非完整轮式移动机器人可在预定时间跟踪上期望轨迹的算法,加快了系统误差收敛速度,但该方法在跟踪角速度为零的目标时,系统可能会出现奇异问题。Wu等^[11]提出了一种基于非奇异终端滑模方法的路径跟踪控制策略,消除了机器人在跟踪时可能出现的奇异问题,但该方法的控制器输出会出现抖振现象。

结合上述文献,为了进一步加快移动机器人跟踪误差收敛速度,提高系统抗扰动能力,本文提出一种能够使移动机器人跟踪多种轨迹的动态终端滑模控制方法。本文将终端滑模控制与动态滑模控制方法相结合,设计了基于扰动观测器的非奇异动态终端滑模控制器,在保证系统快速跟踪的同时可有效减少抖振现象。同时由于设计的控制器是非奇异的,该方法可以使移动机器人从任意初始点开始跟踪期望轨迹。通过扰动观测器所估计的外部扰动对控制器进行扰动补偿,进一步增强了系统的鲁棒性。

1 运动学与动力学模型

如图1所示,本文研究对象为三轮移动机器人。移动机器人的后两轮是独立的驱动轮,控制机器人的前进、后退和旋转等动作,前轮是支撑轮。

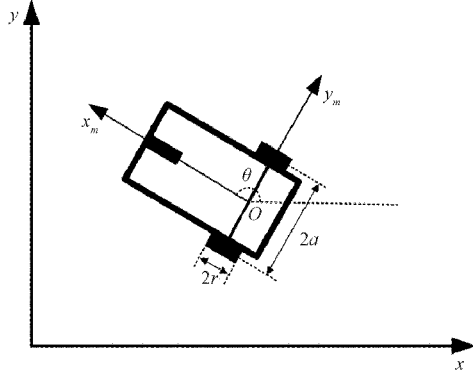


图1 移动机器人示意图

图1中 r 是机器人的车轮半径, $2a$ 是两个车轮之间中心点的距离, m 为机器人的质量, I 为转动惯量, θ 为机器人的转向角度。为方便起见,令 O 代表机器人的质心,以 O 为原点建立移动机器人附体坐标系。

1.1 运动学模型

令 $q = (x, y, \theta)$ 表示移动机器人的位姿, v 和 w 分别表示其速度和角速度。移动机器人的运动学模型可表示为:

$$\dot{q} = S(q)X \quad (1)$$

其中,

$$q = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{bmatrix}, \quad S(q) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 \\ \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix},$$

O 点是移动机器人实际的位置点, O_r 为机器人参考的位置点其坐标为 $q_r = (x_r, y_r, \theta_r)$ 。由于参考机器人与实际机器人具有相同的运动学关系,因此参考机器人的运动学方程可描述为:

$$\dot{q}_r = S(q_r)X_r \quad (2)$$

其中,

$$q_r = \begin{bmatrix} x_r \\ y_r \\ \theta_r \end{bmatrix}, \quad S(q_r) = \begin{bmatrix} \cos\theta_r & 0 \\ \sin\theta_r & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad X_r = \begin{bmatrix} v_r \\ w_r \end{bmatrix},$$

v_r, w_r 为移动机器人的线速度和角速度。

通过式(1)、(2),机器人的实际位置与期望位置的差值表示为:

$$q_e = \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ \theta_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r - x \\ y_r - y \\ \theta_r - \theta \end{bmatrix} \quad (3)$$

对式(3)关于时间 t 求导,整理可得到移动机器人的误差微分方程:

$$\dot{q}_e = \begin{bmatrix} \dot{x}_e \\ \dot{y}_e \\ \dot{\theta}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_e w - v + v_r \cos\theta_e \\ -x_e w + v_r \sin\theta_e \\ w_r - w \end{bmatrix} \quad (4)$$

1.2 动力学模型

动力学方程描述机器人的外力与速度、位姿等变量之间的关系。通过动力学方程设计的控制器可通过移动机器人车轮的转矩来控制机器人的位置、位姿和速度。

移动机器人的动力学模型可描述为^[12]:

$$\bar{M}\dot{X} + \bar{C}X + \bar{F} - \delta = \bar{E}\tau \quad (5)$$

其中, $\bar{M} = \text{diag}(m, I)$ 是系统的惯性矩阵, \bar{F} 表示的是地面与车轮之间的摩擦力, \bar{C} 表示的是向心力和科氏力, $\delta = [\delta_1, \delta_2]^T$ 是外部的不确定扰动, $\tau = [\tau_1, \tau_2]^T$ 是两个车轮的转矩, \bar{E} 为输入转换矩阵其表示为:

$$\bar{E} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2a & -2a \end{bmatrix}$$

为了简化分析和设计,本文未考虑移动机器人的向心力和科氏力,移动机器人的动力学模型可进一步表示为:

$$\dot{X} = M^{-1}u + d \quad (6)$$

其中, $u = [u_1, u_2]^T$, $M = \text{diag}(1/mr, 2a/Ir)$, $X = [v, w]^T$, $d = [d_1, d_2]^T$, $u_1 = \tau_1 + \tau_2$, $u_2 = \tau_1 - \tau_2$, $d_1 = \delta_1/m$, $d_2 = \delta_2/I$ 。

2 轨迹跟踪控制器设计

轨迹跟踪控制系统结构如图2所示,图中 $\hat{\delta} = [\hat{\delta}_1, \hat{\delta}_2]^T$ 为干扰观测器估计的扰动。

2.1 运动学模型的虚拟控制器设计

考虑到移动机器人存在运动学和动力学模型两部分,先针对运动学模型采用Lyapunov稳定性理论设计基于运

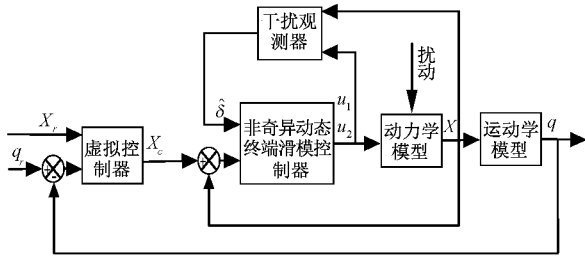


图 2 轨迹跟踪控制系统结构图

动力学模型的虚拟控制律。选取 Lyapunov 函数为：

$$V_1 = \frac{1}{2}(x_e^2 + y_e^2) + \frac{1}{k_2}(1 - \cos\theta_e) \quad (7)$$

设计虚拟速度和角速度控制律为：

$$\begin{cases} v_c = v_r \cos\theta_e + k_1 v_r x_e \\ \omega_c = \omega_r + k_2 v_r y_e + k_3 v_r \sin\theta_e \end{cases} \quad (8)$$

其中， k_1, k_2, k_3 均为正常数，由此设计的虚拟控制律能够满足 $\dot{V}_1 < 0$ 的条件，可使得移动机器人的轨迹跟踪误差渐近收敛。

2.2 基于扰动观测器的动态终端滑模控制器设计

设虚拟速度与实际速度的误差积分为：

$$e = \int X_c - X dt \quad (9)$$

其中， $e = [e_1, e_2]^T$ 。

设计线性滑模面为：

$$s = \dot{e} + \alpha e \quad (10)$$

其中， $s = [s_1, s_2]^T$ ， $\alpha = \text{diag}(\alpha_1, \alpha_2)$ 是正定矩阵。

为了进一步加快系统收敛速度，采用非奇异动态终端滑模面^[13]：

$$\sigma = \dot{s} + \eta_1 s + \eta_2 \lambda(s) \quad (11)$$

$\eta_i = \text{diag}(\eta_{i1}, \dots, \eta_{in}), i = 1, 2$ 是正定矩阵， $\lambda(s) = [\lambda(s_1), \lambda(s_2)]^T$ 表示如下：

$$\lambda(s_i) = \begin{cases} s_i^{q/p}, & \bar{\sigma}_i = 0 \text{ or } \bar{\sigma}_i \neq 0, |s_i| \geq \mu \\ \gamma_1 s_i + \gamma_2 \text{sign}(s_i) s_i^2, & \bar{\sigma}_i \neq 0, |s_i| < \mu \end{cases} \quad (12)$$

其中， μ 是一个充分小的正常数， $\frac{1}{2} < p/q < 1, \gamma_1, \gamma_2$ 是正常数。 $\bar{\sigma}_i = \dot{s}_i + \eta_{1i} s_i + \eta_{2i} s_i^{p/q}, i = 1, 2$ 。

为了对外部扰动进行补偿，设计干扰观测器对外部的不确定扰动进行观测。本文考虑频率已知、但振幅和相位未知且不恒定的干扰，其由下列外源系统产生：

$$\begin{cases} \dot{\kappa} = A\kappa \\ d = C\kappa \end{cases} \quad (13)$$

非线性扰动观测器设计为：

$$\begin{cases} \dot{z} = [A - LM^{-1}C]z + ALX - L(M^{-1}CLX + M^{-1}u) \\ \hat{\kappa} = z + LX \\ \hat{d} = C\hat{\kappa} \end{cases} \quad (14)$$

其中， $C = \text{diag}(1, 1), L = \text{diag}(L_1, L_2)$ 为扰动观测器的增益， $\hat{d} = [\hat{d}_1, \hat{d}_2]^T$ 为扰动的估计值。

引理 1^[14]：考虑系统(式(6))受到的干扰由外部系统(式(13))产生，若存在一个增益 K 使得：

$$H(s) = C(SI - \bar{A})^{-1}K \quad (15)$$

渐近稳定，则干扰观测器的估计值 \hat{d} 以指数形式趋近于扰动 d ，其中 $\bar{A} = A - K_s C, s_0 > 0$ 为常数。

结合上述的扰动观测器设计轨迹跟踪控制器为：

$$\begin{cases} \dot{u}_1 = -\xi_1 \sigma_1 - \alpha_{11} u_1 + mr(\hat{d}_1 + \dot{v}_c + \alpha_{11} \hat{d}_1 + \alpha_{11} \dot{v}_c - \eta_{11} \dot{s}_1 - \eta_{12} \lambda(s_1, \dot{s}_1)) \\ \dot{u}_2 = -\xi_2 \sigma_2 - \alpha_{21} u_2 + \frac{I_r}{2a}(\hat{d}_2 + \dot{\omega}_c + \alpha_{21} \hat{d}_2 + \alpha_{21} \dot{\omega}_c - \eta_{21} \dot{s}_2 - \eta_{22} \lambda(s_2, \dot{s}_2)) \end{cases} \quad (16)$$

定理 1：考虑存在外部干扰的移动机器人系统(式(6))，利用所设计的控制器和扰动观测器，并选取合适的控制参数，可以保证移动机器人轨迹跟踪误差系统全局渐近稳定。

证明：设计 Lyapunov 函数为：

$$V_2 = \frac{1}{2}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) + \frac{1}{2}e_x^T P e_x \quad (17)$$

设扰动估值与实际扰动的误差为：

$$e_x = \hat{\kappa} - \kappa \quad (18)$$

对上式求导进一步整理可得^[14]：

$$\dot{e}_x = (A - LM^{-1}C)e_x = [A - K[s_0 + s_1(X)]]e_x \quad (19)$$

其中， $s_1(X) > 0$ 。

对式(17)求导将式(9)、(10)带入，利用严格正实定理整理得：

$$\dot{V}_2 \leq -\xi_1 \sigma_1^2 - \xi_2 \sigma_2^2 - \gamma e_x^T e_x \leq 0 \quad (20)$$

其中， $e_x^T C^T C e_x \geq 0$ 。

因此，本文所设计的轨迹跟踪控制器可以保证误差系统的渐近稳定。

3 仿真结果

通过上述设计的控制算法，采用 Simulink 进行仿真分析，移动机器人的各项参数为 $m=4 \text{ kg}, I=5 \text{ kg/m}^2, a=0.2 \text{ m}, r=0.02 \text{ m}$ 。控制器参数 $k_1 = 2, k_2 = k_3 = 1.5, \alpha_1 = 80, \alpha_2 = 75, \gamma_1 = 0.2, \gamma_2 = 0.3, q = 3, p = 5, \xi_1 = 10, \xi_2 = 20, \mu = 0.005, \eta_{11} = \eta_{21} = 1.2, \eta_{12} = \eta_{22} = 2$ 。

选取参考轨迹为一个圆，设期望速度及角速度 $v_r = 2 \text{ m/s}, \omega_r = 1 \text{ rad/s}$ ，期望轨迹的初始位姿为 $(0, 0, 0)$ ，实际轨迹的初始位姿为 $(-3, -0.4, -0.4)$ 。系统的外部扰动为：

$$\begin{cases} \delta_1 = 3\sin(t/4), \delta_2 = \sin t, & t \leq 10 \\ \delta_1 = 3\cos(t/4), \delta_2 = \cos t, & 10 < t \leq 15 \\ \delta_1 = 3, \delta_2 = 1, & 15 < t \leq 20 \end{cases}$$

将本文所提出的控制方法与文献[15]中的自适应滑模控制方法进行比较,系统及扰动等相关参数保持一致。由图3可知,与文献[15]的方法相比,本文所提方法使得系统跟踪上期望轨迹所需路径更短,跟踪速度更快。

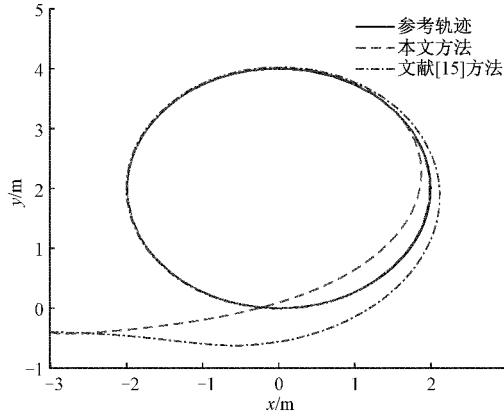


图3 轨迹跟踪图

如图4和表1可知,本文所提出的方法使速度达到2 m/s所用的时间约为3.18 s,文献[15]的方法所用的时间为约6.22 s,耗时多出3.04 s。在第10 s和第15 s扰动发生变化时,文献[15]方法的速度跳变幅度要高于本文所提方法10倍以上。

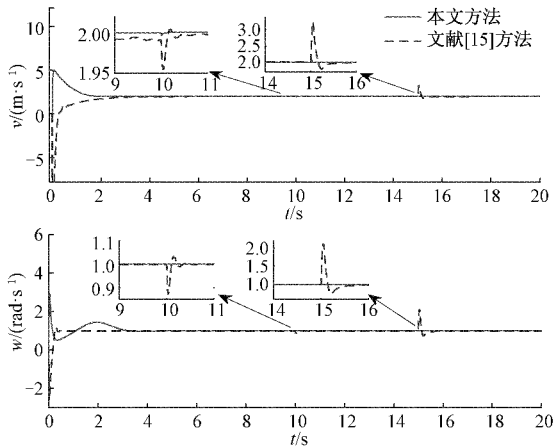


图4 速度曲线

表1 第10 s和第15 s速度变化量对比

速度	时间/s	文献[15]方法	本文方法
$v/(m \cdot s^{-1})$	10	0.04	0.005
	15	1.40	0.090
$w/(rad \cdot s^{-1})$	10	0.14	0.010
	15	1.24	0.023

如图5所示。在第15 s文献[15]所提方法的 y_e 会发生0.045 m的跳变, x_e 发生0.05 m的跳变,转向角度误差发生了0.085 rad的跳变,而本文所提方法的位姿误差跳变几乎为零。综合来看,由于扰动的影响,文献[15]所提方法

的 x 轴和 y 轴误差在轨迹跟踪过程中均存在0.02 m左右的误差波动。因此,本文所提方法系统的鲁棒性要优于文献[15]方法。

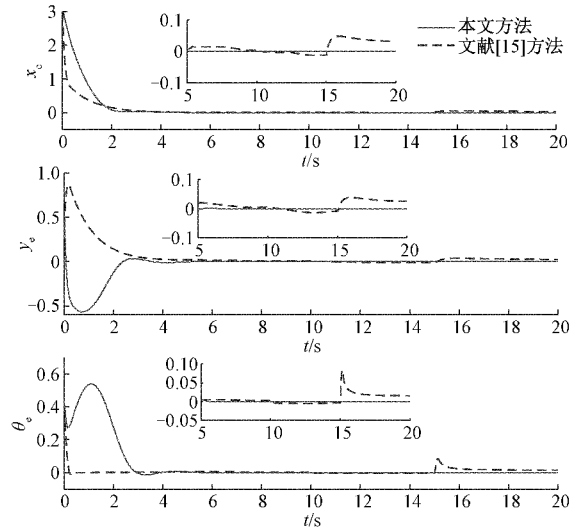


图5 位姿偏差曲线

如图6所示,本文所设计的扰动观测器可以对外部扰动进行快速响应,可以准确地观测出外部扰动。

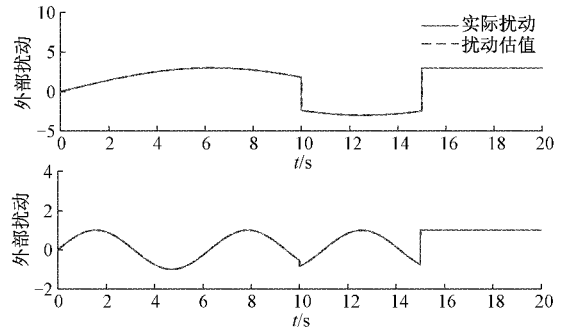


图6 扰动估计曲线

为了进一步验证本文所提出方法的有效性,令移动机器人跟踪一条S形轨迹,并分别令其速度为4、6、11 m/s,观察其运动轨迹以及跟踪精度。由图7可以看出,速度越慢,移

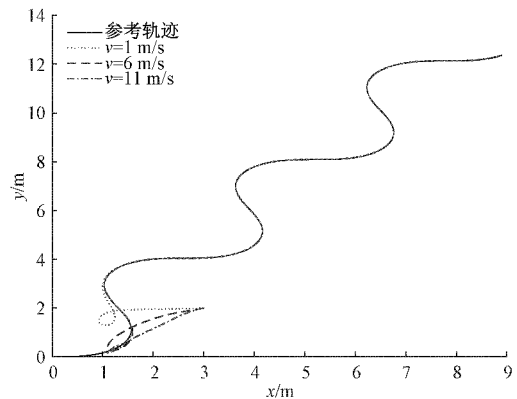


图7 不同速度下轨迹跟踪曲线

动机器人在跟踪上期望轨迹时所经过的路径越长。结合图 8 来看, 移动机器人的高速运动会使位姿误差的收敛速度加快, 但随着速度的加快, 移动机器人在跟踪过程中位姿误差的最大值也会增加。在 6 s 之前不同速度的移动机器人均可跟踪上期望轨迹。

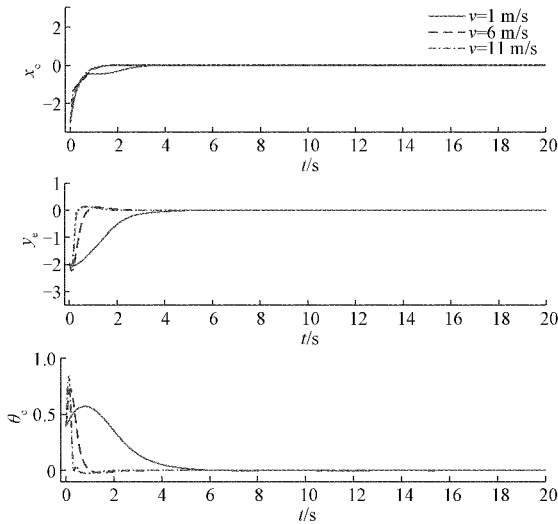


图 8 不同速度下位姿偏差曲线

由此可见, 本文所提出的方法可以使移动机器人以不同速度跟踪多种轨迹且跟踪精度良好。

4 结 论

本文针对存在外部不确定扰动情况下的非完整移动机器人的轨迹跟踪控制问题, 提出了一种非奇异动态终端滑模控制方法, 解决了传统轨迹跟踪滑模控制器存在非奇点和控制器高频抖振问题。即使外部扰动存在较大跳变, 设计的扰动观测器仍然可以有效跟踪外部扰动, 保证较好的跟踪性能。仿真结果验证了控制方法的可行性。

参考文献

- [1] 李卫兵, 吴琼. 基于反步法的轮式移动机器人轨迹跟踪控制算法[J]. 电子测量技术, 2018, 303(19): 54-58.
- [2] 储开斌, 郭俊俊. 智能车运动轨迹跟踪算法的研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2020, 34(6): 131-137.
- [3] SOUSA R, FORTE M, NOGUEIRA F G, et al. Trajectory tracking control of a nonholonomic mobile robot with differential drive [C]. IEEE Biennial Congress of Argentina (ARGENCON), 2016: 1-6.
- [4] ALOUACHE A, WU Q. Fuzzy logic PD controller for trajectory tracking of an autonomous differential drive mobile robot [J]. Industrial Robot: An International Journal, 2018, 45(1): 23-33.
- [5] 葛媛媛, 张宏基. 基于自适应模糊滑模控制的机器人轨迹跟踪算法[J]. 电子测量与仪器学报, 2017, 31(5): 746-755.
- [6] MOBAYEN S, JAVADI S. Disturbance observer and finite-time tracker design of disturbed third order nonholonomic systems using terminal sliding mode[J]. Journal of Vibration and Control, 2017, 23(2): 181-189.
- [7] GUO X, LIANG Z, LI C. Finite time tracking control of mobile robot based on non-singular fast terminal sliding mode [J]. Systems Science and Control Engineering, 2018, 6(1): 492-500.
- [8] 曹志斌, 杨卫, 邵星灵, 等. 基于快速终端滑模的机器人轨迹跟踪避障方法(英文)[J]. 测试科学与仪器, 2020, 11(1): 78-86.
- [9] ARAMI H, GHASEMI R. Fixed time terminal sliding mode trajectory tracking design for a class of nonlinear dynamical model of air cushion vehicle[J]. SN Applied Sciences, 2020, 2(1): 1-9.
- [10] 郜冬林, 裴以建, 朱久德, 等. 轮式移动机器人预定时间轨迹跟踪控制[J]. 云南大学学报(自然科学版), 2021, 43(1): 33-38.
- [11] WU Y, WANG L, ZHANG J, et al. Path following control of autonomous ground vehicle based on nonsingular terminal sliding mode and active disturbance rejection control[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2019, 68(7): 6379-6390.
- [12] 沈智鹏, 张晓玲. 带扰动补偿的移动机器人轨迹跟踪反演控制[J]. 控制工程, 2019, 26(3): 398-404.
- [13] YI S, ZHAI J. Adaptive second-order fast nonsingular terminal sliding mode control for robotic manipulators[J]. ISA Transactions, 2019, 90: 41-51.
- [14] YANG X, WEI P, ZHANG Y, et al. Disturbance observer based on biologically inspired integral sliding mode control for trajectory tracking of mobile robots[J]. IEEE Access, 2019, 7: 48382-48391.
- [15] ZHAI J, SONG Z. Adaptive sliding mode trajectory tracking control for wheeled mobile robots [J]. International Journal of Control, 2019, 92(10): 2255-2262.

作者简介

于华成, 硕士研究生, 主要方向为非线性系统控制。

E-mail: yuhuachengx@163.com

艾自东(通信作者), 博士, 副教授, 主要研究方向为切换控制、非线性系统控制。

E-mail: aizidong@amss.ac.cn