

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2108332

## 基于模拟退火算法的合成孔径相位误差校正\*

孟咪莎<sup>1</sup> 于 洵<sup>1</sup> 聂 亮<sup>2</sup>

(1. 西安工业大学兵器科学与技术学院 西安 710021; 2. 西安工业大学光电工程学院 西安 710021)

**摘要:** 为实现光学合成孔径成像系统的高分辨率成像,必须校正子孔径间的相位失调误差。采用单色光照明,建立双孔径成像系统模型,分析相位失调误差中平移误差和倾斜误差对光学系统的影响,以系统调制传递函数积分值作为评价函数,采用模拟退火算法对相位失调误差进行在线校正仿真,对校正完成的光学系统进行系统性能评价。仿真结果表明给定特定的相位失调误差时,模拟退火算法能够很好地校正光学系统的相位失调误差。由于算法具有随机性,采用50组随机误差进行校正仿真,结果表明校正后的系统调制传递函数积分值指标均能收敛,校正后的斯特列尔比大于0.8,波前峰谷值小于 $0.57\lambda$ ,波前均方差值小于 $0.10\lambda$ 。

**关键词:** 光学合成孔径;相位失调误差;平移误差;倾斜误差;模拟退火算法

**中图分类号:** TB133 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.20

## Synthetic aperture phase error correction based on simulated annealing algorithm

Meng Misha<sup>1</sup> Yu Xun<sup>1</sup> Nic Liang<sup>2</sup>

(1. School of Armament Science and Technology, Xi'an Technological University, Xi'an 710021, China;

2. School of Optoelectronic Engineering, Xi'an Technological University, Xi'an 710021, China)

**Abstract:** In order to realize the high-resolution imaging of the optical synthetic aperture imaging system, the phase misalignment error between the sub-apertures must be corrected. Using monochromatic light illumination, establish a dual-aperture imaging system model, analyze the influence of translation error and tilt error in the phase misalignment error on the optical system, use the integral value of the system modulation transfer function as the evaluation function, and use the simulated annealing algorithm to perform online phase misalignment error Calibration simulation, system performance evaluation of the optical system after calibration. The simulation results show that given a specific phase misalignment error, the simulated annealing algorithm can correct the phase misalignment error of the optical system well. Due to the randomness of the algorithm, 50 sets of random errors are used for calibration simulation. The results show that the integrated value indicators of the modulation transfer function of the corrected system can all converge, the corrected Strehl ratio is greater than 0.8, and the peak-to-valley value of the wave front is less than  $0.57\lambda$ , The mean square error of the wavefront is less than  $0.10\lambda$ .

**Keywords:** optical synthetic aperture; phase misalignment error; translation error; tilt error; simulated annealing algorithm

## 0 引言

传统大口径光学系统不仅加工困难,且体积重量大,难以满足目前的应用需求,因此光学合成孔径技术<sup>[1]</sup>受到更多关注,采用易于制造的小孔径系统,通过之后的机械加工与光学技术合成大孔径系统,能满足高分辨率的成像需求,适用于各种空间光学系统。但合成孔径望远镜最重要的问

题是实现所有子孔径的共相位,由于子孔径的装配问题、观测时受到的重力方向变化、风载震动、大气平移误差<sup>[2]</sup>等因素的影响会产生和波长相当的误差,因此能够实现实时的将相位误差校正是达到光学合成孔径成像望远镜观测目标的关键过程。

现有的相位校正方法通常先采用探测技术诸如相位差法、夏克-哈德曼法<sup>[3]</sup>等来对合成孔径成像系统的像差进行

收稿日期:2021-11-14

\* 基金项目:陕西省教育厅重点科学计划研究项目(20jy029)、西安市科技计划项目(2020JKRC0030)资助

探测,再进行校正,而其中需要利用如哈德曼传感器、分光镜、光栅等额外的光学元件,这势必会增加整个光学系统的复杂度和成本,且会引入另外的机械误差和其他的系统像差,影响探测的精度和准确度,增加各个子孔径共相位的难度。因此研究结构更为简单且更容易实现实时校正的相位误差校正非常有必要。

根据自适应光学校正<sup>[4]</sup>原理,可以通过获取系统的远场图像等信息实现对合成孔径共相失调误差的校正。基于盲优化算法的相位误差校正方法无需检测失调误差的具体数值,当评价函数达到极值时,此时光学系统的相位失调误差基本得到校正,不增加望远镜系统的光路复杂度<sup>[5]</sup>,适用于多孔径合成孔径成像系统的相位失调误差的在线校正。北京理工大学的孙雪等<sup>[6]</sup>建立 7 块分块镜模型,使用盲优化算法中的随机并行梯度下降算法与遗传算法的混合算法对分块镜中存在的误差进行校正,该方法在误差较小时混合优化算法校正精度优于单独算法,但误差较大时,遗传算法并不能收敛到全局最优解附近致使校正失败;中国科学院大学的 He 等<sup>[7]</sup>基于盲优化算法中的随机并行梯度下降算法对双孔径成像系统的共相误差进行校正,但随机并行梯度下降算法由于是梯度算法容易陷入局部极值。而模拟退火算法由于是一种启发性算法,可以以概率 1 收敛到算法全局最优解附近,因此本文采用基于模拟退火(SA)算法对合成孔径成像系统的相位失调误差进行在线校正。

本文首先建立双孔径光学成像系统模型,分别分析相位失调误差中平移误差和倾斜误差对成像系统的影响;其次,根据平移误差和倾斜误差与光学系统的关系,提出一种采用 SA 算法对双孔径成像系统的相位失调误差在线校正的方法;最后,进行 SA 算法的相位失调误差的数值仿真研究。

### 1 合成孔径成像系统模型及失调误差分析

为了使光学合成孔径成像系统实现同等大口径望远镜的成像效果,最重要的是所有孔径保持同焦共相,而相位失调误差的存在使得子孔径偏离其理想位置,光学成像系统的成像质量严重下降<sup>[8]</sup>,因此,能够校正系统的相位失调误差尤为重要。其中相位失调误差主要包括子孔径间沿光轴方向上的错位造成的平移误差、分别沿理想坐标轴  $xy$  方向的倾斜误差<sup>[9]</sup>。对于合成孔径系统而言,双孔径系统是最为基本的组成单元,多孔径的合成孔径系统都是建立在双孔径系统的基础之上,因此这里建立双孔径光学成像系统模型,其中子孔径直径为 100 mm,子孔径间距为 110 mm,以双孔径成像系统进行分析,如图 1 所示。

#### 1.1 平移误差对成像系统的影响

当一个子孔径存在平移误差时,双孔径光学系统的光瞳函数如式(1)所示。

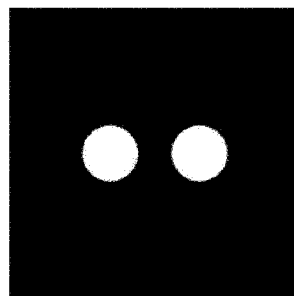


图 1 双孔径光瞳图

$$P_{\text{piston}}(\zeta, \eta) = \text{circ}\left(\frac{\sqrt{(\zeta + \frac{D-d}{2})^2 + \eta^2}}{d/2}\right) + \text{circ}\left(\frac{\sqrt{(\zeta - \frac{D-d}{2})^2 + \eta^2}}{d/2}\right) \cdot e^{i2\pi\alpha} \quad (1)$$

式中: $\alpha$  为平移误差,单位为波长。

从式(1)可以看出,平移误差搬移了子孔径光束干涉条纹,但没有使子孔径衍射像的分布方式发生变化。当倾斜误差为零,成像系统有  $0.5\lambda$  平移误差时 1 951 分辨率靶面目标的成像退化效果如图 2 所示。此时,图像条纹模糊,分辨率下降。

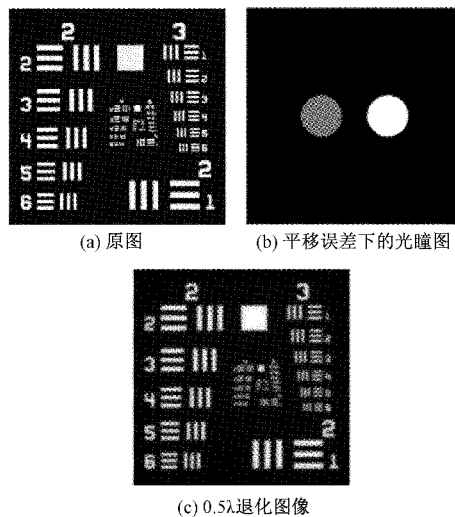


图 2 系统存在平移误差时的图像

#### 1.2 倾斜误差对成像系统的影响

当一个子孔径同时存在  $x$  轴方向和  $y$  轴方向倾斜误差时,双孔径光学系统的光瞳函数如式(2)所示。

$$P_{\text{tilt}}(\zeta, \eta) = \text{circ}\left(\frac{\sqrt{(\zeta + \frac{D-d}{2})^2 + \eta^2}}{d/2}\right) + \text{circ}\left(\frac{\sqrt{(\zeta - \frac{D-d}{2})^2 + \eta^2}}{d/2}\right) \cdot e^{-j4\pi\alpha\left\{\frac{\xi\zeta - (D-d)/2}{d} \frac{\eta - (D-d)/2}{d}\right\}} \quad (2)$$

式中: $\xi$  为  $x$  轴方向最大倾斜误差,单位为波长; $\eta$  为  $y$  轴方

向最大倾斜误差,单位为波长。

从式(2)可以看出,倾斜误差导致子孔径衍射像发生了移动,但是没有使干涉条纹发生移动。当平移误差为零,成像系统分别有  $0.5\lambda$   $x$  方向、 $y$  方向以及同时具有  $xy$  方向倾斜误差的 1 951 分辨率靶面目标的成像退化图像如图 3 所示。

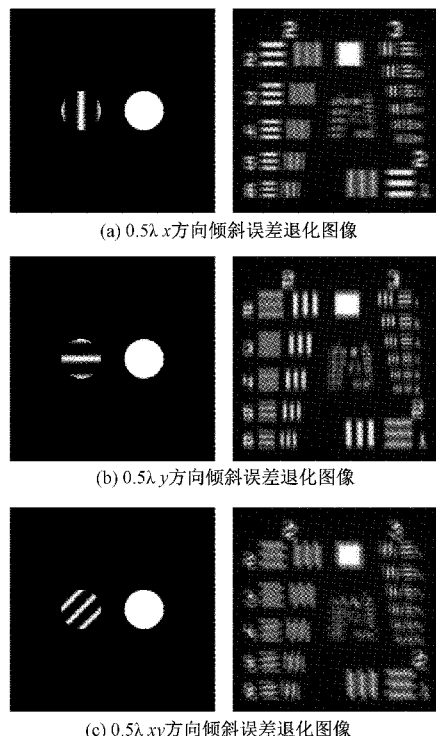


图3 系统存在倾斜误差时的退化图像

从成像结果可以看出,存在  $x$  方向倾斜误差的双孔径系统,退化图像沿  $x$  轴发生平移,存在  $y$  方向倾斜误差的双孔径系统,退化图像沿  $y$  轴发生平移,同时存在  $xy$  方向倾斜误差的双孔径系统,退化图像沿  $45^\circ$  方向平移,成像质量和图像分辨率大大降低。可通过远场图像判断误差的大小,从而来校正合成孔径成像系统的相位失调误差。

## 2 成像系统失调误差的 SA 校正

由第 2 节的分析可知,系统的远场成像图像<sup>[10]</sup>可以反映相位失调误差,相位失调误差越大,成像图像偏离越严重。因此,利用系统远场图像的成像质量作为评价指标,通过盲优化算法直接对相位失调误差进行校正<sup>[11]</sup>,其中盲优化算法主要有遗传算法、SPGD 算法<sup>[12]</sup>、爬山法、模拟退火(SA)算法等。其中模拟退火算法的收敛速度较快且不易陷入局部极值、全局收敛性强,校正效果比较理想<sup>[13]</sup>。因此,本文使用 SA 算法对合成孔径成像系统进行相位失调误差的校正并采用系统评价对校正过后的光学系统进行性能评价。SA 算法校正成像系统相位失调误差的流程<sup>[14]</sup>如图 4 所示。

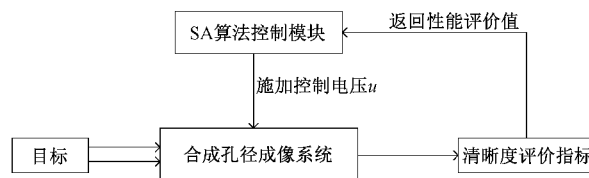


图4 SA 算法校正相位误差流程

### 2.1 SA 算法原理

为了保证算法迭代结果为校正过程中的最优解,采用有记忆的模拟退火算法<sup>[15]</sup>,算法原理如图 5 所示,具体步骤如下。

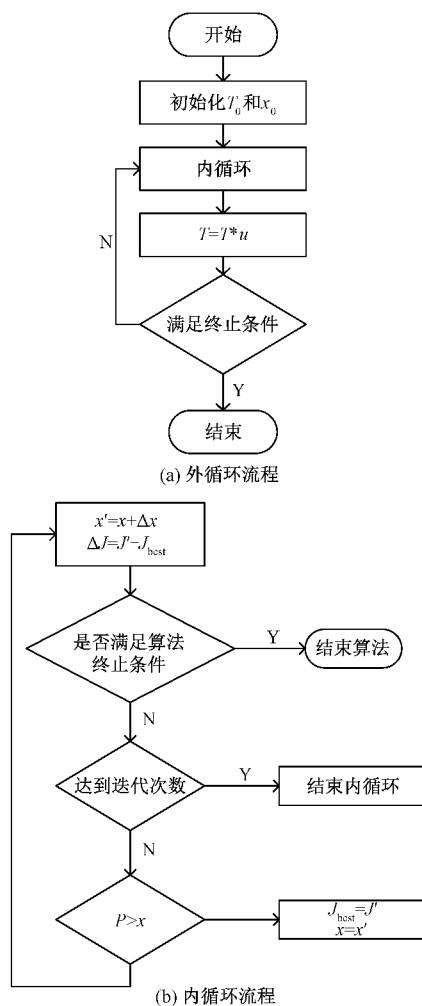


图5 模拟退火算法流程

1) 设定算法初值:初始温度  $T_0$  和迭代次数。随机产生一组解  $\alpha$  作为当前最优解  $\alpha_{best}$ , 计算此时双孔径成像系统所成图像的评价函数值  $J_{best}$ 。

2) 在温度  $t = T(n)$  控制下,按照如下步骤操作  $L$  次 ( $L$  为马氏链长度)。

(1) 产生新解:  $\alpha' = \alpha + \Delta\alpha$ , 计算新解的成像图像的评价函数值  $J'$ 。

(2) 计算评价函数增量:  $\Delta J = J' - J$ 。

(3)更新准则:根据 Metropolis 准则,当  $P > 0$  时,接受

$$P = \begin{cases} 1, & \Delta J \leq 0 \\ \exp\left(\frac{\Delta J}{T(n)}\right), & \Delta J > 0 \end{cases}$$

新解,其中  $P = \begin{cases} 1, & \Delta J \leq 0 \\ \exp\left(\frac{\Delta J}{T(n)}\right), & \Delta J > 0 \end{cases}$   
 若新解被接受,  $\alpha = \alpha', J = J'$ 。更新此时校正系统的最优解和最优的评价函数  $\alpha_{best} = \alpha', J_{best} = J'$ 。

3) 遵循温度衰减函数  $T(n+1) = T(n) + \mu, \mu$  为  $(0,1)$  之间的随机数,转至步骤 2),直至达到迭代次数。

其中,步骤 2)称为内循环,步骤 3)称为外循环。

如图 5 所示,其中  $x$  为  $0 \sim 1$  之间的随机数,在仿真模拟阶段,控制变量  $x$  为模拟的泽尼克系数,在实际实验中,控制变量  $x$  为电压控制的压电陶瓷位移控制器。

### 2.2 系统性能评价指标

系统的性能评价价值可以反映光学系统成像质量的好坏,常用的有波前峰谷值(peak valley, PV)、波前均方根值(root mean square, RMS)和斯特列尔比(strehl ratio, SR)。波前 PV 值和波前 RMS 值也常作为光学面型或波前的评价指标,如式(3)~(5)所示。

$$PV = W_{\max} - W_{\min} \tag{3}$$

$$RMS = \sqrt{\sum_j \sum_i W(i, j)^2 / i \times j} \tag{4}$$

$$SR = \frac{I'_0}{I_0} \tag{5}$$

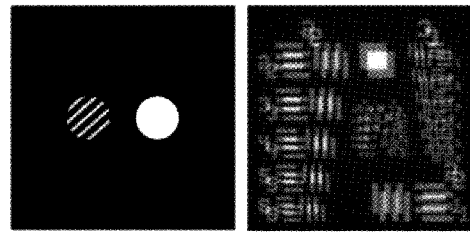
其中,  $W_{\max}$  和  $W_{\min}$  分别代表波前相位矩阵中的最大值和最小值;  $W(i, j)$  为波前相位矩阵,  $(i, j)$  为像素坐标;  $I'_0$  代表实际系统中心点亮度,  $I_0$  代表无像差时远场光斑系统中心点亮度。斯特列尔比准则认为当  $SR > 0.8$  时光学系统能成完善像。

SA 算法的精度和收敛速度与评价函数的选取有关,在比较了五种常用评价函数之后,本研究选取系统 MTF 积分值,即  $J = \iint M_{ij}(x, y) dx dy$ , 当合成孔径成像系统中不存在相位失调误差时,性能评价函数  $J$  可以达到极大值,因此可对合成孔径成像系统的相位失调误差进行校正。

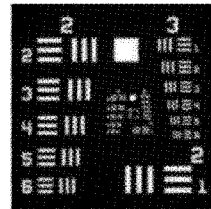
### 3 仿真数值分析

在使用 SA 算法进行相位误差校正时,为了验证算法的全局收敛性,使用系统 MTF 积分值的性能评价函数  $J$  对第 2 节建立的双孔径成像系统进行成像,依据系统成像图计算 MTF 指标值,以此值作为迭代终止条件,通过 SA 算法,实现相位失调误差的校正。算法的初始温度为  $T_0 = 100$ , 马氏链长度为 300。在双孔径系统中以一个孔径为基准,在另一个孔径中引入  $0.2\lambda$  的平移误差,  $0.9\lambda$  的  $x$  方向倾斜误差,  $0.8\lambda$  的  $y$  方向倾斜误差,退化光瞳图像、退化成像图像、校正图像以及校正过程中优化指标曲线如图 6 所示。

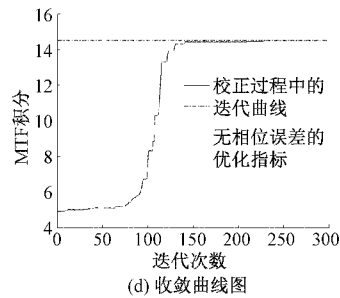
如图 6(c)为经过 SA 算法校正过的双孔径光学系统成像图,可以看出光学系统的相位失调误差基本被校正,双孔



(a) 退化光瞳函数 (b) 退化成像图像



(c) 校正图像



(d) 收敛曲线图

图 6 模拟退火算法的校正过程图像

径成像图像没有分离,完整成像,细节基本可分辨,图像清晰度有很大的提高,图 6(d)中虚线代表理想情况下系统 MTF 积分值,实线代表 SA 算法迭代过程中 MTF 积分变化,在前 150 次迭代时算法达到全局最优解的邻域,评价指标变化较快,直到最后算法找到最优解并停止迭代,指标变化较为缓慢。SA 算法校正前后系统的波前 RMS、斯特列尔比 SR 和波前 PV 值如表 1 所示。

表 1 模拟退火算法校正前后成像系统性能

校正前后	波前 RMS	波前 PV	斯特列尔比 SR
校正前	0.862 9λ	4.800 6λ	0.336 9
校正后	0.095 4λ	0.243 1λ	0.853 7

由表 1 可知,SA 算法校正后双孔径成像系统的波前  $RMS < 0.1\lambda$ , 波前 PV 值  $< 0.25\lambda$ , 斯特列尔比  $SR > 0.8$ , 此时光学系统可以完整成像。

由于 SA 算法具有一定的随机性,为了进一步验证算法的收敛性,以及相位失调误差的校正效果,以一个孔径为基准,另一个孔径随机生成了 50 组相位失调误差,其迭代图如图 7 所示。

如图 7 所示,虚线代表理想状况下系统的性能评价价值,实线分别代表 50 次 SA 优化迭代曲线,可以看出 SA 算法可以较好地校正相位失调误差,最终基本可以收敛到性能

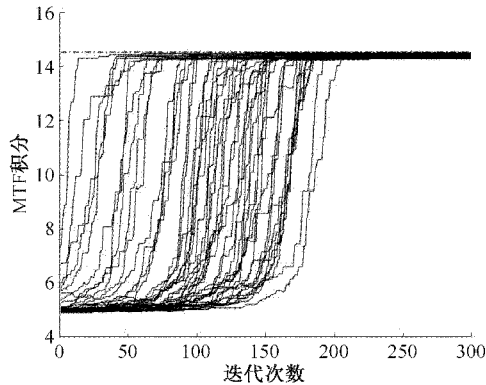


图7 50组相位误差的模拟退火算法迭代优化曲线

评价函数的极值,能避免算法陷入局部极值。当相位失调误差较小时,SA算法可以通过少量迭代次数迅速达到当前校正的局部最优解,而相位失调误差较大时,算法具有一定的随机性,收敛速度较慢,但最多迭代200次算法基本可达到收敛效果,50组相位失调误差校正的平均迭代次数为100次。

对50组相位失调误差校正前后光学系统的RMS、PV和SR数值进行统计,结果如图8与表2所示。由图8和表2可知,采用SA算法可以较好的校正相位失调误差,避免算法陷入局部极值,基本都可以达到收敛,极大地提高了系统的分辨率。校正之后的系统波前PV值明显下降,波前RMS基本小于 $0.16\lambda$ ,随机生成的50组随机误差校正后大部分波前RMS分布在 $0.10\lambda$ 以下,校正后的斯特列尔

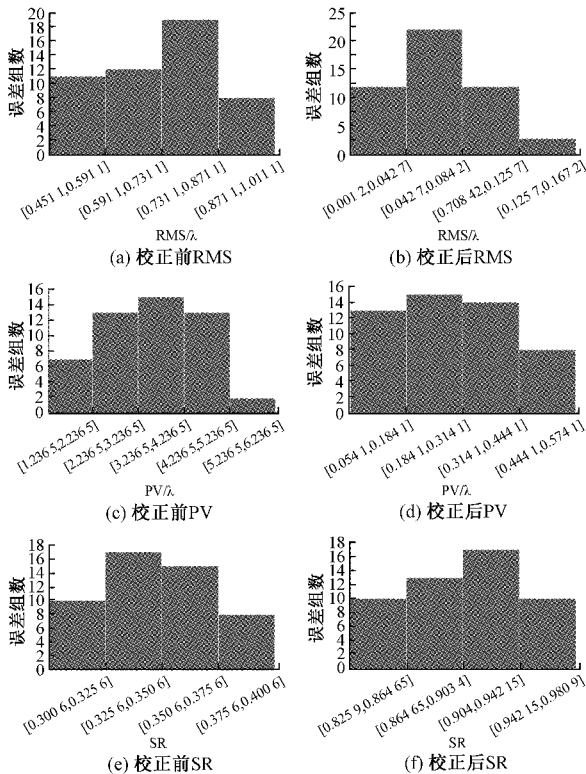


图8 模拟退火算法校正前后成像系统性能统计直方图

表2 模拟退火算法校正前后成像系统性能

校正前后	波前 RMS	波前 PV	斯特列尔比 SR
校正前	$0.45\sim 1\lambda$	$1.23\sim 6.23\lambda$	$0.30\sim 0.40$
校正后	$0.01\sim 0.16\lambda$	$0.05\sim 0.57\lambda$	$0.82\sim 0.98$

比SR基本大于0.8,因此SA算法可以稳定的校正相位失调误差。

大量数据仿真表明模拟退火算法可以校正合成孔径成像系统相位失调误差,该算法具备跳出局部极值,寻找全局最优解的能力。因此,在对实际的光学合成孔径成像系统进行装调时,可选取SA算法对合成孔径成像系统进行校正,使光学系统达到光学等效大口径成像分辨率。

## 4 结 论

针对合成孔径成像系统的相位失调误差在线校正,建立了双孔径组成的成像系统模型,采用SA算法可以实现失调误差的在线校正。该方法不会增加系统结构与光路复杂度,可适用于合成孔径成像系统的装调。为了验证SA算法的性能,选取系统调制传递函数积分值作为评价函数,验证该方法的收敛速度和精度,50组随机误差的仿真结果表明,经过SA算法校正后的系统斯特列尔比大于0.8,波前峰谷值小于 $0.57\lambda$ ,波前均方差值小于 $0.10\lambda$ 。仿真结果表明SA算法能稳定的校正合成孔径成像系统的相位失调误差,实现合成孔径的高分辨率成像。仿真结果目前针对双孔径成像系统的相位失调误差校正,由于双孔径是合成孔径最基本的成像单元,因此后续需要研究模拟退火算法对多孔径成像系统的相位失调误差校正能力并将算法运用到合成孔径成像系统实际装调中。

## 参考文献

- [1] 孙宝申. 合成孔径成像的应用及发展[J]. 应用声学, 2018, 37(5): 787-793.
- [2] 周程灏, 王治乐, 朱峰. 大口径光学合成孔径成像技术发展现状[J]. 中国光学, 2017, 10(1): 25-38.
- [3] 张龙, 王孝坤, 程强, 等. 拼接式望远镜光学共相探测技术[J]. 激光与光电子学进展, 2020, 57(23): 87-99.
- [4] ANZUOLA E, SEGEL M, GLADYSZ S, et al. Performance of wavefront-sensorless adaptive optics using modal and zonal correction[J]. Remote Sensing, 2016, DOI: 10.1117/12.2241067.
- [5] 李斌, 刘燕德, 谢锋云. 拼接镜新型共相检测方法[J]. 光学精密工程, 2018, 26(11): 2647-2653.
- [6] 孙雪, 董冰. 基于混合优化算法的分块镜共相位误差校正[J]. 光学学报, 2015, 35(11): 112-118.
- [7] HE X, MA H, LUO C. Simulation of co-phase error correction of optical multi-aperture imaging system based on stochastic parallel gradient decent algorithm [J].

- International Symposium on Advanced Optical Manufacturing and Testing Technologies(AOMATT), 2016, DOI: 10.1117/12.2243250.
- [8] 陈靖, 田爱玲. 光学合成孔径成像系统的杂散光分析与抑制[J]. 西安工业大学学报, 2021, 41(4): 432-437.
- [9] 王金, 鲜浩, 王胜千, 等. 拼接式望远镜子镜间平移、倾斜误差及子镜间隙对成像质量的影响[J]. 光电工程, 2014, 41(10): 55-62.
- [10] 刘政, 王胜千, 饶长辉. 一种基于远场图像的稀疏光学合成孔径系统共相探测新方法的仿真研究[J]. 物理学报, 2012, 61(3): 569-577.
- [11] 姚平, 余华. 多孔径相干成像系统中的共相算法研究[J]. 光电技术应用, 2016, 31(5): 42-45.
- [12] 赵璐佳, 朱里程, 文良华, 等. 基于随机并行梯度下降算法的大口径薄膜拼接镜失调误差校正[J]. 激光与光电子学进展, 2020, 57(19): 302-310.
- [13] LIU J L, LI H Z, LI X, et al. Error analysis and threshold selection in model-based wavefront sensorless adaptive optics system[J]. Optoelectronics Letters, 2020, 16(5): 327-332.
- [14] 龙柏君, 欧龙, 向汝建, 等. 利用模拟退火优化快速反射镜控制策略[J]. 光学精密工程, 2016, 24(9): 2232-2239.
- [15] 张立峰, 张梦涵. 基于自适应模拟退火及 LM 联合反演算法的 ECT 图像重建[J]. 仪器仪表学报, 2021, 42(12): 228-235.

### 作者简介

孟咪莎, 硕士研究生, 主要研究方向为合成孔径成像。

E-mail: 854620723@qq.com