

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2108172

# 一种基于射向约束的预警卫星弹道估计方法

王梓屹 吕江涛

(南京电子技术研究所 南京 210039)

**摘要:** 天基预警系统是战略预警系统的重要组成部分,又分为双星探测与单星探测。传统单星探测方法基于标准弹道模板先验信息的支持,而标准弹道模板信息难以获取。针对预警卫星对弹道导弹进行弹道估计的问题,提出了一种基于射向约束的预警卫星对弹道导弹的估计模型。分别运用单星、双星探测弹道导弹的主动段数据对其弹道进行估计和预测并进行了定量计算。单星探测时,卫星位置与导弹平面夹角越小误差越大,当夹角达到 $5^\circ$ 以上,误差较小,基本可以满足远程预警雷达位置引导需求。双星探测时,预测误差进一步减少,精度进一步增加。上述仿真结果表明,该方法的弹道估计精度可为地基预警雷达提供足够的目标交接引导精度。

**关键词:** 预警卫星;弹道导弹;单星探测;双星联合探测;弹道估计与预报

**中图分类号:** TJ861 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.40

## Method for estimating missile trajectory by early warning satellite based on direction constraint

Wang Ziyi Lyu Jiangtao

(Nanjing Research Institute of Electronics Technology, Nanjing 210039, China)

**Abstract:** The early warning of satellite is a necessary process and an important part of the early warning system, which is divided into double satellite detection and single satellite detection. The traditional single satellite detection method is based on the prior information of standard trajectory template, but the standard trajectory template information is difficult to obtain. A missile trajectory estimation model by early warning satellite based on direction constraint is proposed aiming at the problem of trajectory estimation of ballistic missile by early warning satellite. The trajectory of ballistic missile is estimated and predicted by using the detection data of the missile boost phase of single satellite and double satellite detection respectively, and the quantitative calculation is carried out. During single satellite detection, the smaller the angle between the satellite position and the missile plane, the greater the error. When the angle reaches more than  $5^\circ$ , the error is small, which can basically meet the position guidance requirements of long-range early warning radar. Double double star detection, The prediction error is further reduced and the accuracy is further increased during. The above simulation results show that the trajectory estimation accuracy of this method can provide enough target guidance accuracy for ground-based early warning radar.

**Keywords:** early warning satellite; ballistic missile; single satellite detection; joint detection of two satellites; trajectory determination and prediction

## 0 引言

导弹是一种携带战斗部,依靠自身动力装置推进,由制导系统控制飞行航迹,导向目标并摧毁目标的飞行器。弹道导弹是一类除一小段有动力飞行并有制导弹道外,大部分为沿着无动力的自由弹道飞行的导弹。弹道导弹具有射程远、速度快、高度高、突防措施多等特点<sup>[1]</sup>。针对导弹的传统空中防御措施有被动防御和主动防御,主动防御指攻

击导弹对目标机发起攻击时,通过发射一枚或多枚防御导弹对来袭攻击导弹实施拦截<sup>[2]</sup>。而拦截的前提就是尽早的发现并捕获导弹目标。

弹道导弹弹道可以分为主动段、中段和再入段3部分。由于受地球曲率和部署位置影响,远程预警雷达探测范围有限,难以对导弹主动段进行有效探测<sup>[3]</sup>。而预警卫星凭借其高度优势,可搭载成像或红外载荷探测上升过程中的弹道导弹,获取目标位置参数并进行弹道估计和预测,得到

收稿日期:2021-10-24

弹道参数及发落点预测信息,为后续远程预警雷达跟踪提供目标引导信息,提高雷达捕获弹道导弹的时效性和截获概率。

预警卫星对弹道导弹主动段的探测,可为反导拦截作战提供宝贵的预警时间和目标引导信息,其难点一是在于统筹考虑战术、技术和性能指标的映射、耦合与矛盾关系<sup>[4]</sup>;二是探测站分布模型的搭建与探测能力的关系<sup>[5]</sup>;三是大气或气象环境的变化对预警卫星探测能力的影响<sup>[6]</sup>。

国内外学者对基于单星观测的导弹弹道估计问题开展了大量深入的研究,研究方向主要分为两类:一类是不考虑先验弹道信息,基于通用运动建模方法,该方法由于没有先验弹道轮廓信息的支持,往往需要研究弹道导弹主动段的运动特性<sup>[7-11]</sup>,该方法参数较多,建模复杂计算难度大;另一类是利用弹道导弹主动段的先验轮廓信息,基于弹道模板方法,该方法事先将各个种类的弹道导弹主动段弹道模板存储在标准弹道模板库中,从而作为单星观测下弹道导弹主动段参数估计的先验信息<sup>[12-15]</sup>,该方法由于弹道模板获取难度较大,数据库的建立有一定难度。

本文基于预警卫星单星、双星探测仿真数据,建立了弹道估计模型,并进行了定量计算,最后通过仿真分析上述方法产生的误差,得出基于预警卫星的弹道导弹定轨方法可以为预警雷达提供目标引导的结论。

### 1 单星探测弹道估计方法

#### 1.1 算法模型

假设弹道导弹始终在通过地心的一个弹道平面内飞行,如果已知导弹发射点  $A$  和落点  $B$  就可以确定该弹道平面,通过预警卫星探测到的斜投影位置 and 该弹道平面能解算出导弹在弹道平面上的运动轨迹,进而确定出整条弹道。在实际军事斗争准备中,可根据国家或地区间的紧张局势,综合前期掌握的对方导弹发射基地以及实时获取的兵力行动情报,综合研判对手选择打击的城市目标,通过实时预案匹配确定导弹大致的弹道平面。

如图1所示,弧线  $AB$  为实际弹道导弹飞行轨迹,弧线  $A'B'$  部分为卫星观测到的弹道导弹飞行轨迹在地表的斜投影,弧线  $A''B''$  为弹道在地球表面的星下点投影。其中,

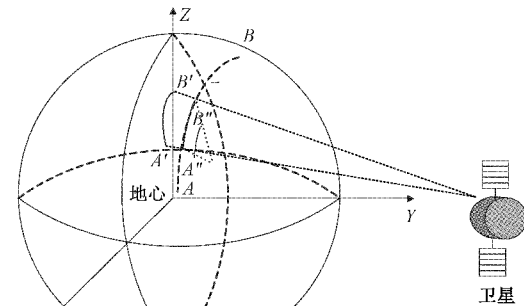


图1 单星探测导弹主动段投影示意图

实线部分为实际可探测到的轨迹部分,虚线部位为卫星探测不到的导弹飞行轨迹部分。

在惯性坐标系下,定义发射点坐标  $A:(x_1, y_1, z_1)$ , 落地点坐标  $B:(x_2, y_2, z_2)$ , 地球地心坐标  $O:(0, 0, 0)$ , 则发点落点确定的弹道平面满足平面方程:

$$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \tag{1}$$

当  $A_1 \neq 0$  时(即  $x_1, x_2$  不同为0),可令  $A_1 = 1$ , 代入坐标点  $A, B, O$ , 解得:

$$\begin{cases} A_1 = 1 \\ B_1 = \frac{x_2 \times z_1 - x_1 \times z_2}{y_1 \times z_2 - y_2 \times z_1} \\ C_1 = \frac{x_2 \times y_1 - x_1 \times y_2}{y_1 \times y_2 - y_2 \times y_1} \\ D_1 = 0 \end{cases} \tag{2}$$

当  $A_1 = 0$  时(即  $x_1 = x_2 = 0$ ),代入坐标点  $A, B, O$ , 解得:

$$\begin{cases} A_1 = 0 \\ B_1 = \frac{1}{z_1 \times y_2 - z_2 \times y_1} \\ C_1 = \frac{1}{z_2 \times y_1 - z_1 \times y_2} \\ D_1 = 0 \end{cases} \tag{3}$$

再设卫星观测到的弹道导弹飞行轨迹在地表的斜投影点坐标  $P:(x_3, y_3, z_3)$ , 已知卫星位置坐标。则空间直线  $PQ$  可以用分别平行于  $Y$  轴和  $Z$  轴的平面 2 和 3 的交线来表示,如图2所示。

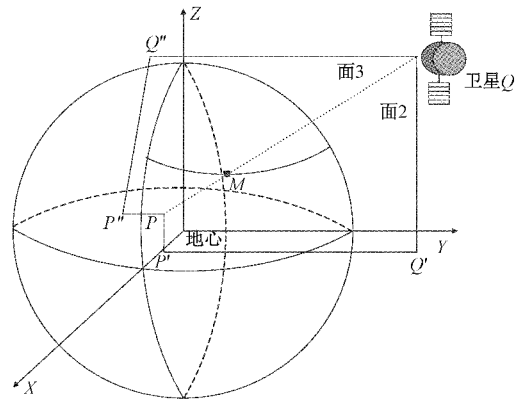


图2 通过斜投影点和卫星位置求目标所在直线

选取面2平行于  $Z$  轴(即  $C_2 = 0$ ),设其方程为:

$$A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \tag{4}$$

当  $A_2 \neq 0$  时(即  $y_3 \neq y_4$ ),令  $A_2 = 1$ , 解得:

$$\begin{cases} A_2 = 1 \\ B_2 = \frac{x_3 - x_4}{y_4 - y_3} \\ C_2 = 0 \\ D_2 = \frac{x_3 \times y_4 - x_4 \times y_3}{y_3 - y_4} \end{cases} \tag{5}$$

当  $A_2 = 0$  时(即  $y_3 = y_4$ ),令  $B_2 = 1$ , 解得:

$$\begin{cases} A_2 = 0 \\ B_2 = 1 \\ C_2 = 0 \\ D_2 = -y_3 \end{cases} \quad (6)$$

若  $x_3 = x_4$  且  $y_3 = y_4$ , 直线在  $xy$  平面投影为 1 个点, 此时选取  $x'_3 = x_3, y'_3 = y_3, x'_4 = x_4 + 1, y'_4 = y_4 + 1$  求解, 得到的平面方程依然可以交出直线。

同理, 可以解出平行于  $y$  轴平面 3 方程:

$$\begin{cases} x = \frac{(B_1 \times C_2 - B_2 \times C_1) \times (D_1 \times C_3 - D_3 \times C_1) - (B_1 \times C_3 - B_3 \times C_1) \times (D_1 \times C_2 - D_2 \times C_1)}{(B_1 \times C_3 - B_3 \times C_1) \times (A_1 \times C_2 - A_2 \times C_1) - (B_1 \times C_2 - B_2 \times C_1) \times (A_1 \times C_3 - A_3 \times C_1)} \\ y = \frac{(A_1 \times C_2 - A_2 \times C_1) \times (D_1 \times C_3 - D_3 \times C_1) - (A_1 \times C_3 - A_3 \times C_1) \times (D_1 \times C_2 - D_2 \times C_1)}{(A_1 \times C_3 - A_3 \times C_1) \times (B_1 \times C_2 - B_2 \times C_1) - (A_1 \times C_2 - A_2 \times C_1) \times (B_1 \times C_3 - B_3 \times C_1)} \\ z = \frac{(B_1 \times A_2 - B_2 \times A_1) \times (D_1 \times A_3 - D_3 \times A_1) - (B_1 \times A_3 - B_3 \times A_1) \times (D_1 \times A_2 - D_2 \times A_1)}{(B_1 \times A_3 - B_3 \times A_1) \times (C_1 \times A_2 - C_2 \times A_1) - (B_1 \times A_2 - B_2 \times A_1) \times (C_1 \times A_3 - C_3 \times A_1)} \end{cases} \quad (9)$$

1.2 处理流程

1) 将  $A, B$  两点大地坐标系  $(B, L, H)$  转换至惯性坐标系  $(X, Y, Z)$ 。

2) 将式(2)、(3)求得值  $A_1, B_1, C_1, D_1$  代入式(1), 确定弹道平面方程。

3) 将式(4)、(7)联立确定导弹轨迹斜投影点和卫星位置所在直线。

4) 确定导弹弹道轨迹坐标点。联立式(1)、(4)、(7) 3 个平面方程, 确定导弹弹道轨迹点的坐标位置。

5) 通过集合每个时刻单独计算的弹道轨迹点估计位置, 形成导弹主动段轨迹的离散点位置信息。

6) 选取主动段关机点后的目标轨迹确定目标 6 个运动状态量  $(X, Y, Z, \dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z})$ , 从而解算出弹道的 6 个轨道根数  $(a, e, i, \Omega, \omega, M_0)$

2 双星联合探测弹道估计方法

2.1 算法模型

在双星共视探测导弹目标的场景中, 两颗卫星获取的目标角度信息形成对弹道导弹的双星交叉定位, 如图 3 所示。图 3 中  $S_1, S_2$  两个观测卫星在同一时刻分别采集到观测目标  $T$  在地球表面的斜投影的角度信息, 两条观测视线的交点即为目标所在位置。由于卫星在目标实际探测中不可避免地存在测角误差, 因此两条观测视线并不存在空间交点, 那么双星交叉定位问题则转化为求解两条空间直线的近似交点问题。可通过求解异面直线共垂线段的几何问题, 利用共垂线段的中点近似估计导弹实际位置。

设卫星 1 空间位置为  $S_1: (x_1, y_1, z_1)$ , 卫星 2 空间位置为  $S_2: (x_2, y_2, z_2)$ , 探测同一目标在地球表面的斜投影分别为  $P_1: (x_3, y_3, z_3), P_2: (x_4, y_4, z_4)$ 。

设  $S_1P_1$  所在直线为  $l_1$ , 方向向量  $\alpha_1 = (m_1, n_1, p_1)$ ,  $S_2P_2$  所在直线为  $l_2$ , 方向向量  $\alpha_2 = (m_2, n_2, p_2)$ , 则:

$$A_3x + B_3y + C_3z + D_3 = 0 \quad (7)$$

当确定出的两个平面相同无法确定直线时(即  $x_3 = x_4$ ), 此时可保留面 2, 面 3 选取与  $x$  轴平行面即可求得。

最后, 通过联立上述 3 个平面方程, 求解目标导弹位置坐标  $M: (x, y, z)$ , 即:

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \\ A_3x + B_3y + C_3z + D_3 = 0 \end{cases} \quad (8)$$

解得:

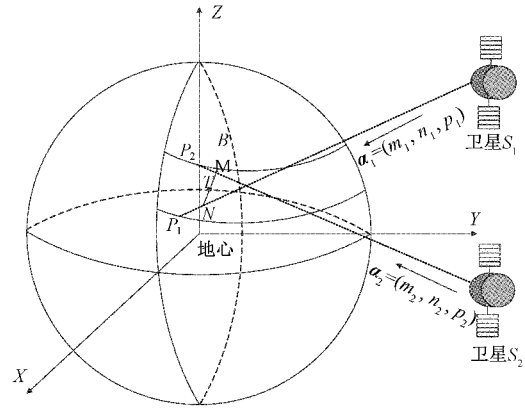


图 3 双星联合探测方法示意图

$$\begin{cases} m_1 = x_1 - x_3 \\ n_1 = y_1 - y_3 \\ p_1 = z_1 - z_3 \\ m_2 = x_2 - x_4 \\ n_2 = y_2 - y_4 \\ p_2 = z_2 - z_4 \end{cases} \quad (10)$$

设异面直线  $l_1, l_2$  方程分别为:

$$\begin{aligned} \frac{x - x_1}{m_1} &= \frac{y - y_1}{n_1} = \frac{z - z_1}{p_1} \\ \frac{x - x_2}{m_2} &= \frac{y - y_2}{n_2} = \frac{z - z_2}{p_2} \end{aligned} \quad (11)$$

则共垂线与  $l_1, l_2$  交点  $M, N$  坐标分别为<sup>[7]</sup>:

$$\begin{aligned} M: &(x_1 + m_1t_1, y_1 + n_1t_1, z_1 + p_1t_1) \\ N: &(x_2 + m_2t_2, y_2 + n_2t_2, z_2 + p_2t_2) \end{aligned} \quad (12)$$

则用共垂线段  $MN$  中点  $T$  估计导弹位置坐标为:

$$T: \left( \frac{x_1 + m_1t_1 + x_2 + m_2t_2}{2}, \frac{y_1 + n_1t_1 + y_2 + n_2t_2}{2}, \frac{z_1 + p_1t_1 + z_2 + p_2t_2}{2} \right) \quad (13)$$

其中,

$$t_1 = \begin{pmatrix} n_1 p_2 - n_2 p_1 & x_2 - x_1 & m_2 \\ p_1 m_2 - p_2 m_1 & y_2 - y_1 & n_2 \\ m_1 n_2 - m_2 n_1 & z_2 - z_1 & p_2 \end{pmatrix}$$

$$t_2 = \begin{pmatrix} n_1 p_2 - n_2 p_1 & m_1 & m_2 \\ p_1 m_2 - p_2 m_1 & n_1 & n_2 \\ m_1 n_2 - m_2 n_1 & p_1 & p_2 \end{pmatrix}$$

$$t_3 = \begin{pmatrix} n_1 p_2 - n_2 p_1 & m_1 & x_2 - x_1 \\ p_1 m_2 - p_2 m_1 & n_1 & y_2 - y_1 \\ m_1 n_2 - m_2 n_1 & p_1 & z_2 - z_1 \end{pmatrix}$$
(14)

### 2.2 处理流程

- 1) 将式(10)代入式(11),可求得异面直线所在方程。
- 2) 根据式(12)求异面直线与共垂线交点坐标点  $M, N$ 。
- 3) 根据式(13)、(14)求共垂线中点坐标  $T$ 。
- 4) 集合每个时刻单独计算估计位置,形成导弹主动段轨迹的离散点位置信息。
- 5) 选取主动段关机点后的目标轨迹确定目标6个运动状态量  $(X, Y, Z, \dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z})$ ,从而解算出弹道的6个轨道根数  $(a, e, i, \Omega, \omega, M_0)$ 。

### 3 仿真实验

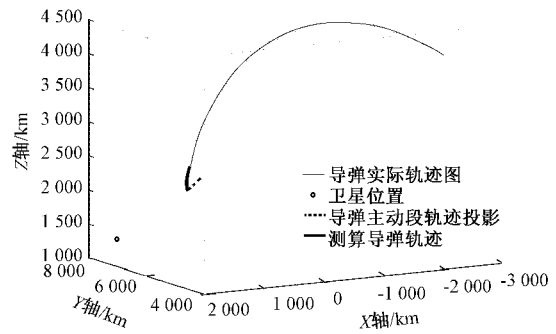
以地球惯性坐标系为参照系,假设某型弹道导弹发射点为(76.364 17°E, 20.726 109 97°N),落点为(116.407 949°E, 39.904 654 39°N),主动段持续时间为178 s,卫星在HEO轨道上运行,卫星的角度测量误差为±1.16°,卫星轨道平面与导弹弹道平面的夹角为30°。仿真实验步骤如下:

- 1) 通过软件仿真模拟出弹道导弹飞行弹道。
- 2) 编写程序读取卫星实时位置坐标数据和导弹位置三维坐标,叠加角度测量误差,生成卫星探测导弹目标在地表的斜投影位置坐标。
- 3) 通过读取卫星实时位置和目标在地表斜投影的位置,结合射向信息估算导弹弹道。
- 4) 比对仿真弹道与弹道估计结果,统计分析弹道估计位置一次差变化情况。

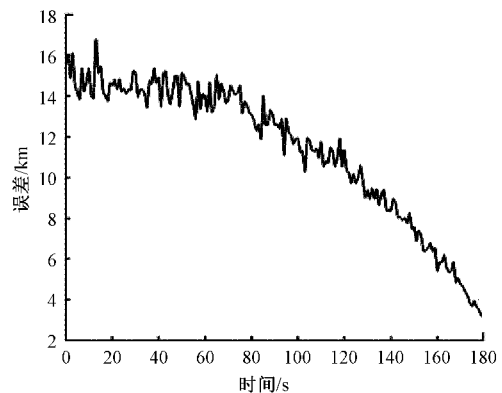
#### 3.1 单星探测弹道估计仿真分析

1) 当预警卫星位置直角坐标系坐标分别为(7 807, 2 707, 3 187.4) km, (1 854, 7 975.2, 3 375.7) km时,两个位置与弹道面夹角分别为1°和60°,基于单个预警卫星的弹道导弹预测轨道仿真结果如图4、5所示。

从图4、5单独可以看出,随着时间推移,轨道预测误差逐渐减小,原因是导弹在主动推升阶段,高度不断增加,与卫星的距离减小;对比图4、5可以发现,卫星处在不同位置,弹道预测误差不同,原因可能是卫星与弹道夹角不同引起的,夹角越大,误差越小;基于合理位置的单颗卫星

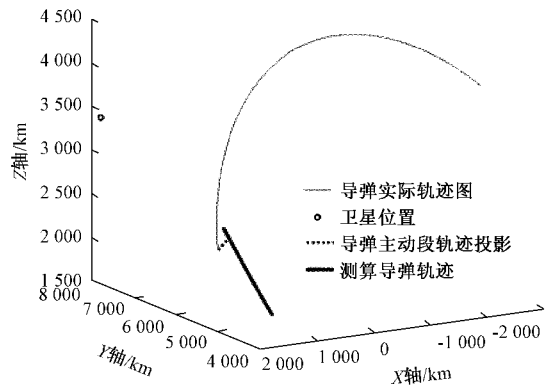


(a) 预测轨道三维图

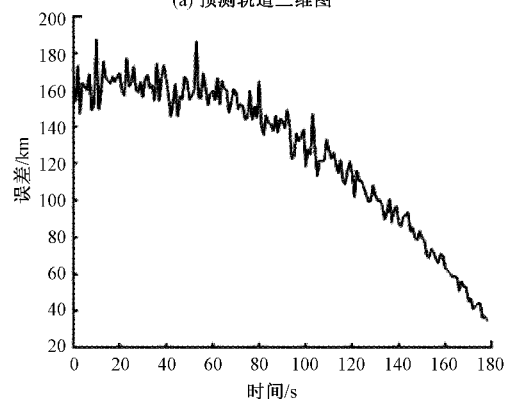


(b) 轨道预测误差

图4 卫星1对主动段弹道的估算精度



(a) 预测轨道三维图



(b) 轨道预测误差

图5 卫星2对主动段弹道的估算精度

的最小误差在几公里以下,可以满足远程预警雷达位置引导需求。

2)分别取卫星与地心连线与弹道导弹平面夹角为 $1^\circ$ 、 $3^\circ$ 、 $5^\circ$ 、 $10^\circ$ 、 $60^\circ$ 时,主动段预测轨道与实际轨道距离误差图如图 6 所示。

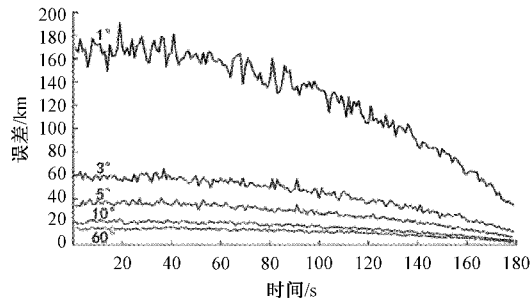
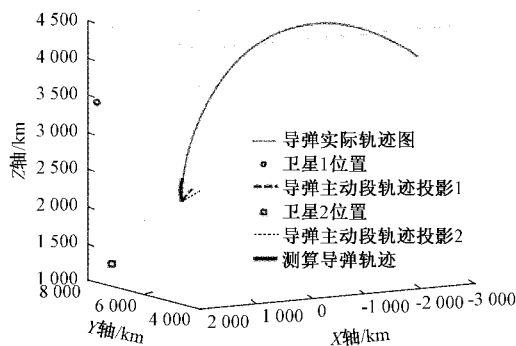


图 6 预警卫星处于不同位置时轨道预测误差

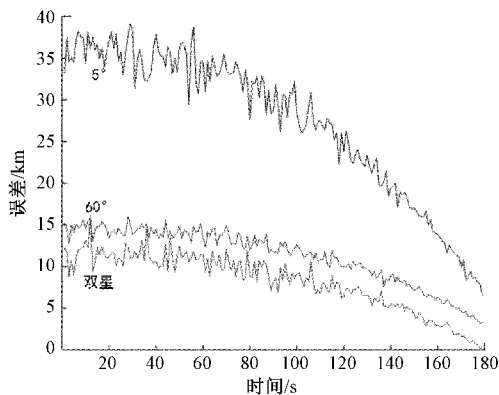
上述仿真结果表明,单星探测时,误差取决于卫星位置与导弹平面夹角,夹角越小误差越大,因此要避免在导弹平面正上方卫星预测的数据,当夹角达到 $5^\circ$ 以上,误差较小,基本可以满足远程预警雷达位置引导需求。

### 3.2 双星探测弹道估计仿真分析

基于上述轨道的卫星选取(7 807,2 707,3 187.4)km,(2 470.5,7 701.1,3 609.1)km位置的两颗卫星联合探测,两颗卫星与弹道面夹角分别为 $5^\circ$ 和 $60^\circ$ ,其轨道预测仿真图如图 7 所示。



(a) 预测轨道三维图



(b) 轨道预测误差

图 7 基于双星探测的主动段弹道预测仿真

上述仿真结果表明,相较单星,基于双星的预测方法的弹道导弹预测误差进一步减少,精度进一步增加,但增加一颗星也就增加了有一定的建设成本。

## 4 结 论

本文针对预警卫星对弹道导弹进行弹道估计的问题,对单、双星探测模式进行了弹道估计方法建模和仿真验证,结果表明基于预警卫星的弹道估计方法可用于为预警雷达提供很好的目标位置指引,是一个可行有效的实施方法。本文的难点在于单星不完备观测的情况下进行弹道估计,提出了在射向约束条件下的单星探测定轨方法。本文中仅仅考虑较为理想情况,后续需对预警卫星站的布局、天气变化、以及预警雷达交接等问题进一步的探究,提高卫星预警信息的准确性。

### 参考文献

- [1] 潘越,周树德.弹道导弹弹道建模与仿真技术研究[J].计算机仿真,2014,31(9):71-74,97.
- [2] 刘博,王小平,常怡鹏,等.二对一主动防御的最优协同制导算法研究[J].电子测量与仪器学报,2020,34(9):40-46.
- [3] 潘越,郭继光.预警卫星与地基雷达协同引导计算及效能分析[J].中国电子科学研究院学报,2018,13(4):421-426.
- [4] 钟宇,吴晓燕,黄树彩,等.红外预警卫星弹道导弹主动段探测能力[J].红外与激光工程,2015,44(11):3276-3281.
- [5] ZHANG J, FAN R, ZHAO N, et al. Electro-optic system detection ability to space-object in strong background [J]. Infrared and Laser Engineering, 2014, 43(1): 212-216.
- [6] SCHWEITZER C, STEIN K, WENDELESTEIN N. Evaluation of appropriate sensor specifications for space based ballistic missile detection[C]. Proceedings of SPIE, 2012.
- [7] 陈映,文树梁,程臻.一种适用于助推段弹道导弹的跟踪方法研究[J].系统仿真学报,2012,24(5):1063-1067.
- [8] 杨锐.单星观测下弹道导弹主动段参数估计技术研究[D].南京:南京航空航天大学,2020.
- [9] 彭一洋.基于天基红外预警系统的弹道式目标跟踪方法研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2018.
- [10] 武立华,盛卫东,安玮.一种基于单站仅测角观测的弹道射向估计算法[J].航天电子对抗,2012(5):46-48.
- [11] 黄源.弹道模板的构建与匹配技术研究[D].长沙:国防科学技术大学,2015.
- [12] 王栋.基于先验信息融合的单星预警算法及误差分析[D].长沙:国防科学技术大学,2015.
- [13] 曾番,李晓军.天基预警卫星弹道预报能力仿真分析[J].火力与指挥控制,2013,38(4):162,164.
- [14] 刘尊洋,李修和. SBIRS-GEO 预警卫星工作机理与探测参数分析[J].激光与红外,2018,48(3):363,367.
- [15] 李晓宇,田康生,郑玉军,等.单星观测下弹道导弹状态估计与预测误差分析[J].火力与指挥控制,2015,40(8):5-8,13.

### 作者简介

王梓屹,工学硕士,主要研究方向为导弹预警信息处理。  
E-mail:wzzyy1997\_@126.com  
吕江涛,硕士生导师,工学博士,研究员级高级工程师,主要研究方向为预警信息系统总体技术。  
E-mail:heron\_cn@126.com