

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2107533

机器人减速器负载的CORDIC计算 算法与FPGA实现*

邓 威 刘桂雄 汤少敏

(华南理工大学 机械与汽车工程学院 广州 510640)

摘要: 减速器是工业机器人的运动核心部件之一,在其实时负载计算中存在大量三角函数计算,计算量较大,使用传统方法计算复杂且延迟较高。本文提出一种机器人减速器负载的CORDIC计算算法,能有效降低负载计算延迟,重点研究该算法在FPGA中实现方法及结构改进等,最后在Quartus II及ModelSim软件中进行联合仿真,结果表明,基于CORDIC算法的机器人减速器负载计算绝对误差小于 1×10^{-3} ,计算延迟15 ns,与传统负载计算方法相比,具有准确性高、实时性好、占用FPGA内部资源少的特点。

关键词: CORDIC算法;负载计算;现场可编程门阵列;减速器

中图分类号: TP391.4 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 460

CORDIC calculation algorithm and FPGA realization of robot reducer load

Deng Wei Liu Guixiong Tang Shaomin

(School of Mechanical and Automotive Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

Abstract: The reducer is one of the core components of the motion of industrial robots. There are a large number of trigonometric function calculations in its real-time load calculation, which requires a large amount of calculation, and the calculation using traditional methods is complex and has a high delay. This paper proposes a CORDIC calculation algorithm for robot reducer load, which can effectively reduce the load calculation delay. The focus is on the implementation of the algorithm in FPGA and structural improvements. Finally, a joint simulation is carried out in Quartus II and ModelSim software. The results show that the absolute error of the load calculation of the robot reducer based on the CORDIC algorithm is less than 1×10^{-3} , and the calculation delay is 15 ns. Compared with the traditional load calculation method, it has the characteristics of high accuracy, good real-time performance, and less internal resources of the FPGA.

Keywords: CORDIC algorithm; load calculation; field programmable gate array; reducer

0 引 言

减速器是工业机器人运动核心部件^[1-2],精确地将电机转速降低到机器人各关节所需速度,并在适宜速度范围内提高输出扭矩。在实际工况中,减速器负载是动态变化的^[3],获得减速器实时负载,有助于更加准确地研究减速器的性能。机器人减速器负载获取方法有基于扭矩传感的直接检测法^[4-5]、基于特性参数的间接检测法^[6-7]。直接检测法直接通过传感器得到减速器负载值,如文献[4]和[5]均通过在轴上安装旋转式扭矩传感器,直接获取减速器负载信息,但直接检测法中,传感器占用减速器较大内部空间。

间接检测法是通过特性参数进行间接计算,求得减速器负载,如文献[6]采用基于拉格朗日-欧拉公式的解耦算法来计算减速器负载;文献[7]采用基于查表法的逆运动学方程间接获得减速器负载,能够减少传感器使用,降低成本。尽管间接检测法可以减少扭矩传感器使用,但算法复杂度较高、输出延时较大。

在基于特性参数的间接检测法基础上,本文研究一种低延迟的机器人减速器实时负载计算方法,采用坐标旋转数字计算机(coordinate rotation digital computer, CORDIC)算法实现对于三角函数的快速计算,并在现场可编程门阵列(field programmable gate array, FPGA)中实

收稿日期:2021-07-04

* 基金项目:广东省科技计划项目(2017B090914003)资助

现了机器人减速器负载的实时计算。相较于经典间接计算查表法, 具有准确度高、实时性好、占用内存少等特点。

1 机器人减速器负载 CORDIC 计算算法 FPGA 实现

1.1 机器人减速器动态负载计算

图 1 是机器人减速器负载计算整体框架图, 包括实时数据输入、机器人特性参数输入、FPGA 计算模块 3 部分。

负载计算算法所用的逆运动学方程如下^[8]:

$$L_{DY-Load} = \mathbf{M}(\theta, \dot{\theta}) \cdot \ddot{\theta} + \mathbf{C}(\theta, \dot{\theta}) \cdot \dot{\theta} + \mathbf{G}(\theta) \quad (1)$$

式中: θ 、 $\dot{\theta}$ 、 $\ddot{\theta}$ 分别为各关节角位移、角速度、角加速度; $\mathbf{M}(\theta)$ 、 $\mathbf{C}(\theta, \dot{\theta})$ 、 $\mathbf{G}(\theta)$ 分别为惯性矩阵、离心力和哥氏力矩阵、重力向量。以三关节机器人的第 3 个关节减速器负载

$L_{DY-Load-3}$ 计算为例, 对应矩阵 $\mathbf{M}(\theta)$ 、 $\mathbf{C}(\theta, \dot{\theta})$ 、 $\mathbf{G}(\theta)$ 分别为:

$$\mathbf{M}(\theta) = \begin{bmatrix} M_{11}(\theta) & M_{12}(\theta) & M_{13}(\theta) \\ M_{21}(\theta) & M_{22}(\theta) & M_{23}(\theta) \\ M_{31}(\theta) & M_{32}(\theta) & M_{33}(\theta) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} = \begin{bmatrix} C_1(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta}_1 \\ C_2(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta}_2 \\ C_3(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta}_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}(\theta) = \begin{bmatrix} G_1(\theta) \\ G_2(\theta) \\ G_3(\theta) \end{bmatrix} \quad (2)$$

根据式(1)、(2)得到 $L_{DY-Load-3}$ 计算公式:

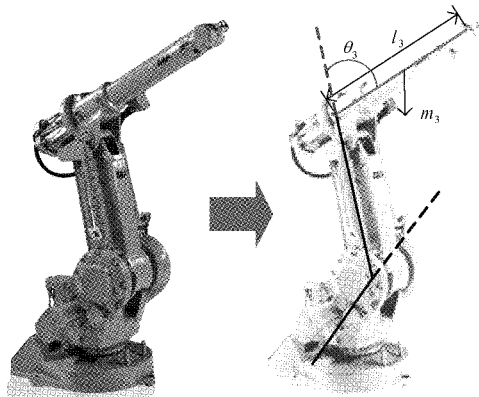


图 1 机器人减速器负载计算整体框架图

1.2 机器人减速器负载 CORDIC 算法 FPGA 结构

CORDIC 算法由 Volder 于 1959 年提出^[9], 常用于三角函数计算, 实质是采用一系列特定角度旋转逼近目标角度实现三角函数计算, 系列旋转角度转化到数学计算上即为加法、移位操作^[10]。对于计算机来说, 加法器、移位器是最简单处理单元, 故应用 CORDIC 算法可极大降低计算机资源消耗。

图 2 是圆周坐标系 CORDIC 算法旋转模型。初始向

$$L_{DY-Load-3} = M_{31}(\theta)\ddot{\theta}_1 + M_{32}(\theta)\ddot{\theta}_2 + M_{33}(\theta)\ddot{\theta}_3 + C_3(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta}_3 + G_3(\theta) \quad (3)$$

代入具体参数, 其中, θ_i 、 $\dot{\theta}_i$ 、 $\ddot{\theta}_i$ 分别为机器人第 i 个关节角位移、角速度、角加速度; m_i 为机器人第 i 个机械臂质量; l_i 为机器人第 i 个机械臂长度; g 为重力加速度。

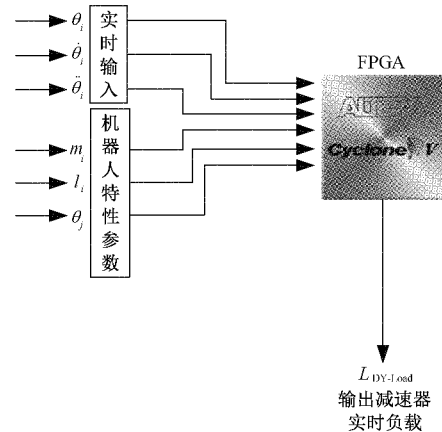
$$\begin{cases} M_{31}(\theta) = m_3 l_3^2 + m_3 l_1 l_3 \cos(\theta_2 + \theta_3) + m_3 l_2 l_3 \cos\theta_3 \\ M_{32}(\theta) = m_3 l_3^2 + 2m_3 l_2 l_3 \cos\theta_3 \\ M_{33}(\theta) = m_3 l_3^2 \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} C_3(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta}_3 &= m_3 l_2 l_3 \dot{\theta}_2 \sin\theta_3 (2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) + \\ &[m_3 l_2 l_3 \sin\theta_3 + m_3 l_1 l_3 \sin(\theta_2 + \theta_3)]\dot{\theta}_1^2 \\ G_3(\theta) &= m_3 g l_3 \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \end{aligned} \quad (5)$$

联立式(3)~(5), 得到 $L_{DY-Load-3}$ 表达式:

$$\begin{aligned} L_{DY-Load-3} &= m_3 l_1 l_3 \ddot{\theta}_1 \cos(\theta_2 + \theta_3) + [m_3 l_2 l_3 \ddot{\theta}_1 + \\ &2m_3 l_2 l_3 \ddot{\theta}_2] \cos\theta_3 + m_3 l_1 l_3 \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_2 + \theta_3) + m_3 g l_3 \sin(\theta_1 + \\ &\theta_2 + \theta_3) + m_3 l_2 l_3 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \sin\theta_3 + m_3 l_3^2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3) \end{aligned} \quad (6)$$

式(6)计算中存在 2 个余弦、3 个正弦函数运算, 若按传统计算方法会消耗较多存储资源, 且计算延迟较高。本文考虑采用在 FPGA 中构建机器人减速器负载计算网络, 使用 CORDIC 算法加快负载计算三角函数, 实时输出减速器的负载。



量 $\mathbf{V}_0[1, 0]$ 分多次旋转至目标向量 \mathbf{V}_n (与 x 轴夹角为 θ), 每次旋转角度为 α_i , 则第 i 次旋转后向量 $\mathbf{V}_{i+1}[x_{i+1}, y_{i+1}]$ 与旋转之前向量 $\mathbf{V}_i[x_i, y_i]$ 有如下关系:

$$\begin{bmatrix} x_{i+1} \\ y_{i+1} \end{bmatrix} = \cos\alpha_i \begin{bmatrix} 1 & -\tan\alpha_i \\ \tan\alpha_i & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} \quad (7)$$

用变量 z 记录当前向量与目标向量之间角度差, $z_{i-1} = z_i - \alpha_i$, 初始输入 $z_0 = \theta$, 且对每次旋转角度 α_i 加以限制 $\alpha_i = \tan^{-1}(2^{-i})$, 得到 CORDIC 算法迭代公式^[11]:

$$\begin{cases} x_{i+1} = x_i - \sigma_i(2^{-i}y_i), & y_{i+1} = y_i + \sigma_i(2^{-i}x_i) \\ z_{i+1} = z_i - \sigma_i\alpha_i = z_i - \sigma_i \cdot \tan^{-1}(2^{-i}) \end{cases} \quad (8)$$

式中： $\sigma_i = \text{sgn}z_i$ ，用于控制向量旋转方向。

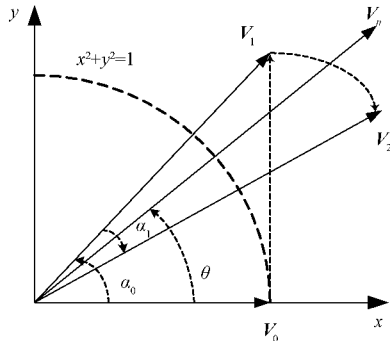


图 2 圆周坐标系 CORDIC 算法旋转模型

n 次迭代后得到 x_n, y_n ，再乘上伸缩因子 K ，即为目标角度 θ 的三角函数值：

$$\cos\theta = K \cdot x_n, \quad \sin\theta = K \cdot y_n \quad (9)$$

图 3 是机器人减速器负载 CORDIC 计算算法的 FPGA 结构图，整个计算在 FPGA 中完成，实现对机器人减速器负载的实时计算。

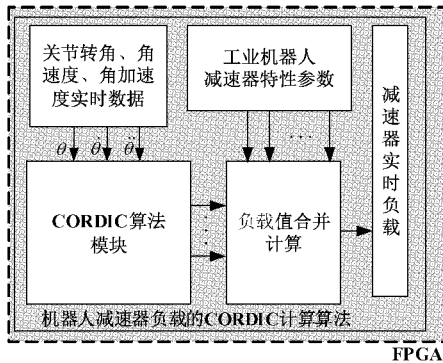


图 3 减速器负载计算算法的 FPGA 结构图

根据迭代操作可重复性，在 FPGA 中可采用流水线结构^[12-15]来减少工作量，图 4 是单级 CORDIC 流水线结构。

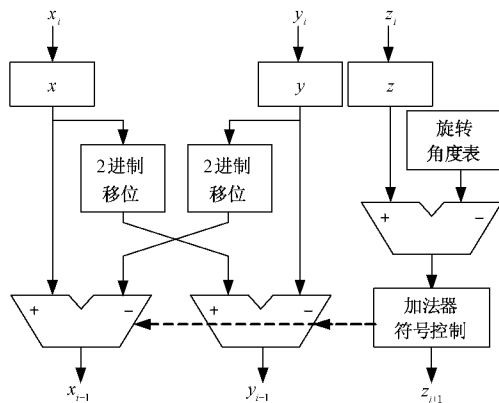


图 4 单级 CORDIC 流水线结构

由于迭代旋转角度存在 $\alpha_i = \tan^{-1}(2^{-i})$ 的限制，可知旋转角度的范围是 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ ，所以在数据输入 FPGA 时

需对 $[\frac{\pi}{2}, 2\pi]$ 范围内角度进行处理，该过程可分为前处理、后处理，前处理是将目标角度 θ 转换到 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ ，使角度满足 CORDIC 算法适用范围过程，设转换后角度为 θ_m ，对应操作如下：

$$\theta_m = \begin{cases} \theta - \frac{3}{2}\pi, & \frac{3}{2}\pi \leq \theta \leq 2\pi \\ \theta - \pi, & \pi \leq \theta \leq \frac{3}{2}\pi \\ \theta - \frac{\pi}{2}, & \frac{1}{2}\pi \leq \theta \leq \pi \\ \theta, & 0 \leq \theta \leq \frac{1}{2}\pi \end{cases} \quad (10)$$

后处理是根据输入角度编码值前两位（设此变量为角度状态值 α ），将迭代输出值 x_n, y_n 转换为三角函数值的过程，对应操作如下：

$$\begin{aligned} \text{if } \alpha = 00 &\Rightarrow \begin{cases} \cos\theta = K \cdot x_n \\ \sin\theta = K \cdot y_n \end{cases} \\ \text{if } \alpha = 01 &\Rightarrow \begin{cases} \cos\theta = K \cdot [\sim(y_n) + 1] \\ \sin\theta = K \cdot x_n \end{cases} \\ \text{if } \alpha = 10 &\Rightarrow \begin{cases} \cos\theta = K \cdot [\sim(x_n) + 1] \\ \sin\theta = K \cdot [\sim(y_n) + 1] \end{cases} \\ \text{if } \alpha = 11 &\Rightarrow \begin{cases} \cos\theta = K \cdot y_n \\ \sin\theta = K \cdot [\sim(x_n) + 1] \end{cases} \end{aligned} \quad (11)$$

虽然通过前后处理可得到三角函数值，但存在一个问题，假设流水线级数为 n ，单级流水线处理时间为 t ，则在计算时状态值需要保持 nt 时间直到最后一级流水线结束才能进行下一步处理，如图 5 所示，因为新角度数据输入会改变当前计算角度状态值，故在 nt 时间内计算网络不能接受新角度输入，此时计算实时性较差，为此提出如下改进方法。

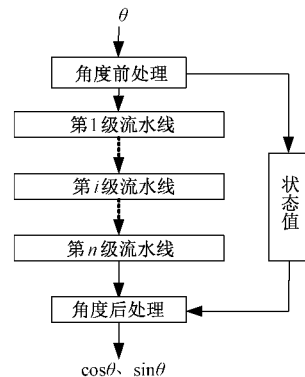


图 5 改进前的流水线结构

对每一级流水线，都设置一个寄存器（下文称为伴随寄存器），用于保存角度状态值 α 。由于伴随寄存器设置，

状态值 α 会随着流水线进行流动, 后处理不需要等待所有流水线执行完毕再进行判断, 图 6 是改进之后的流水线结构, 当迭代值、状态值数据流向下一级流水线之后, 级数较低流水线即可接受新数据输入, 实时性得到很好地提升。

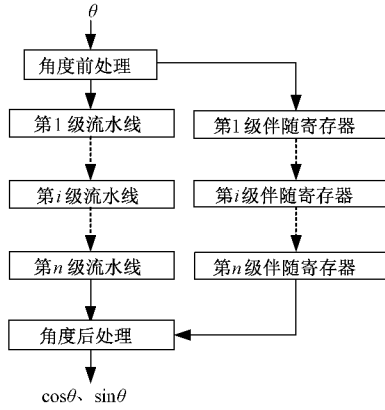


图 6 改进后的流水线结构

此外, CORDIC 算法的精度与迭代次数存在很大关系。通常情况下, 迭代次数超过 10 次以后, CORDIC 算法的绝对误差将变得可以忽略, 本文计算网络流水线级数设置为 10。

2 仿真实验

本文实验采用 Quartus II、ModelSim、机器人仿真软件实现。根据汇川 IRB-300 机器人的特性参数在机器人仿真软件中创建模型, IRB-300 模型按其工作轨迹运动时, 提取其第 3 个关节对应的关节转角、角速度、角加速度数据, 通过 Quartus II 将提取到的数据作为 FPGA 的实时输入, 特性参数则写入内存, 供 FPGA 按需读取, 计算动态输入下机器人减速器的实时负载。如图 7 所示的 ModelSim 仿真结果可知, 机器人减速器负载 CORDIC 计算算法延迟为 15 ns。随机抽取 10 个 FPGA 的计算负载值与机器人仿真软件的计算负载值进行对比, 如表 1 所示, 最大误差小于 1×10^{-3} 。

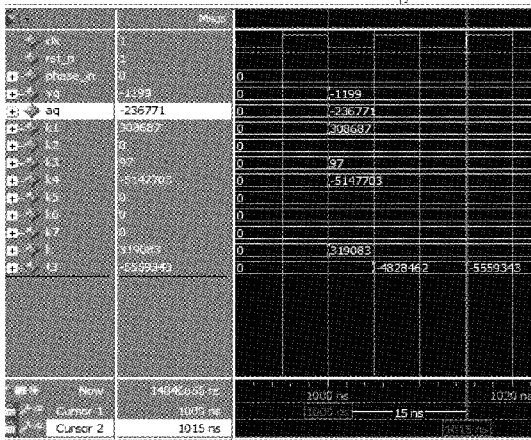


图 7 ModelSim 仿真结果

表 1 负载值对比

数据抽样	FPGA 的计算负载值	机器人仿真软件的计算负载值	误差
1	-53.072 4	-53.073 0	0.000 6
2	-55.595 0	-55.595 4	0.000 4
3	-57.923 5	-57.923 8	0.000 3
4	-60.063 0	-60.063 7	0.000 7
5	-62.018 6	-62.019 2	0.000 6
6	-63.795 2	-63.795 7	0.000 5
7	-65.398 1	-65.397 5	0.000 6
8	-66.832 2	-66.831 7	0.000 5
9	-68.103 0	-68.102 2	0.000 8
10	-69.215 8	-69.216 4	0.000 6

实验结果表明, 采用 CORDIC 算法的机器人减速器负载计算网络能够满足实时性与精确性的要求。

表 2 是负载计算的 FPGA 内部资源消耗情况, 该计算网络使用的芯片为 Cyclone IV EP4CE30F29C6, 所用逻辑单元数占该芯片总逻辑单元数的 15%。

表 2 FPGA 内部资源消耗

资源消耗摘要	
消耗逻辑门总数	4 330(15%)
消耗组合逻辑资源总数	4 276(15%)
消耗专用逻辑寄存器总数	321(1%)

相较于传统计算方法, CORDIC 算法的使用有效降低 FPGA 内部资源消耗, 表 3 是 CORDIC 算法与经典查表算法的内存消耗对比, 若采用传统算法实现本文中的减速器负载计算, 达到相同精度需要多消耗大量存储资源。

表 3 CORDIC 算法、查表算法对比

精度提高位数 L	CORDIC 算法增加内存数/bit	查表算法增加内存数/bit
1	100	10
2	200	100
3	299	1 000
4	399	100 000
5	499	1 000 000

3 结 论

机器人减速器负载计算是机器人设计、性能测试重要环节, 目前一般采用直接检测法, 通过加装应该扭矩传感器得到减速器负载值, 但传感器占用减速器较大内部空间, 并且改装麻烦。基于特性参数的间接检测法则可以不用扭矩传感器, 但算法复杂度较高、输出延时较大。

基于特性参数的间接检测法研究一种低延迟的机器人减速器实时负载计算方法,针对间接检测法计算中存在 2 个余弦、3 个正弦函数运算,提出采用对三角函数函数特别擅长的 CORDIC 算法,并基于 FPGA 实现,提出采用流水线伴随寄存器改进方式,实现对输入数据的实时接收,又防止实时数据的丢失,提高负载计算速度与质量。

采用汇川 IRB-300 机器人、Quartus II、ModelSim、机器人仿真软件进行实验,验证采用在 FPGA 中构建机器人减速器负载计算网络,可实时输出减速器的负载。相较于经典间接计算查表法,具有准确度高、实时性好、占用内存少等特点。

下一步可考虑在机器人减速器负载计算中使用改进的 CORDIC 算法,例如基-4 CORDIC 算法以及角度重编码 CORDIC 算法,进一步简化负载计算算法的网络结构,减少迭代次数,降低输出延时。

参考文献

- [1] 唐尧,张恩政,陈本永,等.基于运动学分析的工业机器人轨迹精度补偿方法[J].仪器仪表学报,2020,41(3):175-183.
- [2] 刘华春,张方,蒋祺,等.一种提高机器人末端轨迹精度的方法[J].国外电子测量技术,2019,38(10):13-17.
- [3] 赵昊宁,许家忠,张海滨,等.基于卡尔曼滤波信号细分的减速器测试研究[J].电子测量与仪器学报,2019,33(8):8-15.
- [4] 陈李果,彭鹏,汪久根,等.RV 减速器试验装置研制及测试分析[J].机械传动,2017,41(11):92-96.
- [5] 张越,张临涛,谈伟.精密减速器传动误差测量精度分析[J].机械传动,2020,44(6):121-125.
- [6] MARTIN A, EMAMI M R. Dynamic load emulation in hardware-in-the-loop simulation of robot manipulators[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2011, 58(7):2980-2987.
- [7] 王辉,石照耀,林家春,等.机器人用 RV 减速器多齿啮合特性研究[J].哈尔滨工程大学学报,2020,41(2):227-234.
- [8] 杨妍,潘松峰.三自由度工业机器人动力学分析[J].制造业自动化,2018,40(9):51-53,65.
- [9] 宋定昆,刘桂雄,唐文明.基于 CORDIC 算法的动态 FIR 数字滤波器 FPGA 实现与应用[J].中国测试,2017,43(7):97-102.
- [10] 李春娟,李沙.基于自适应旋转角度的 CORDIC 算法的设计与仿真[J].数字技术与应用,2021,39(4):113-115.
- [11] 唐文明,刘桂雄.指数函数 CORDIC 算法的 FPGA 定点化技术[J].华南理工大学学报(自然科学版),2016,44(7):9-14.
- [12] LEE J Y. Arca-optimized RVDT/LVDT signal conditioner based-on CORDIC [J]. Journal of Semiconductor Technology and Science, 2020, 20(2): 204-213.
- [13] 林若波,刘桂雄,唐文明.应用补码的通项式正余弦 CORDIC 算法 FPGA 实现[J].中国测试,2014,40(4):102-106.
- [14] 刘小宁,谢宜壮,陈禾,等.CORDIC 算法的优化及实现[J].北京理工大学学报,2015,35(11):1164-1170.
- [15] CHANGELA A, ZAVERI M, VERMA D. FPGA implementation of high-performance, resource-efficient Radix-16 CORDIC rotator based FFT algorithm[J]. Integration, 2020, 73: 89-100.

作者简介

邓威,硕士研究生,主要研究方向为智能传感技术与网络化测控。

E-mail:790390411@qq.com

刘桂雄,教授,主要研究方向为先进传感与仪器研究。

E-mail:megxliu@scut.edu.cn

汤少敏,博士在读,主要研究方向为智能传感技术与网络化测控。

E-mail:tang_scut@qq.com