

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2106612

适用于眼镜片轮廓数据的分段拟合算法*

任彦良^{1,2} 陈 鸿^{1,2} 李建鑫^{1,2} 高 彤^{1,2} 岳凤英^{1,2}

(1. 中北大学 电子测试技术国家重点实验室 太原 030051; 2. 仪器科学与动态测试教育部重点实验室 太原 030051)

摘要: 由于像素精度的限制,从图像中提取的眼镜镜片轮廓数据中存在大量的锯齿形轮廓分段,严重影响轮廓数据的光顺与精度。为了得到光滑的轮廓曲线,对原始的轮廓数据作分段拟合处理:首先根据目标点前后的曲线方向估算轮廓上每一点的曲率,然后将轮廓上曲率大致相同的轮廓段根据最小二乘原理拟合成圆,最后将剩余的轮廓段进行基于 Bézier 曲线的保形拟合。实验结果表明相较于已有的平滑处理算法,所述分段拟合算法在得到光滑轮廓曲线的同时具有更高的精度,证明了分段拟合算法可用来作眼镜片轮廓曲线的平滑处理。

关键词: 曲率估算; Bézier 曲线; 保形插值; 分段拟合

中图分类号: TP399 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 520.6030

Piecewise fitting for the contour data of the spectacle lens

Ren Yanliang^{1,2} Chen Hong^{1,2} Li Jianxin^{1,2} Gao Tong^{1,2} Yue Fengying^{1,2}

(1. State Key Laboratory of Electronic Testing Technology, North University of China, Taiyuan 030051, China;

2. Key Laboratory of Instrument Science and Dynamic Testing, Ministry of Education, Taiyuan 030051, China)

Abstract: Due to the limitation of pixel accuracy, there are a large number of sawtooth contour segments in the spectacle lens contour data extracted from the image, which seriously affects the smoothness and accuracy of the contour data. In order to obtain a smooth contour curve, performs segmental fitting processing on the original contour data: firstly, the curvature of each point on the contour is estimated according to the curve direction before and after the target point, and then the contour segments with roughly the same curvature on the contour are calculated according to the least squares. The principle is to fit a circle, and finally the remaining contour segments are conformally fitted based on the Bézier curve. The experimental results show that compared with the existing smoothing algorithm, the segmented fitting algorithm described has higher accuracy while obtaining a smooth contour curve. It is proved that the segmented fitting algorithm can be used to smooth the contour curve of the spectacle lens.

Keywords: curvature estimation; Bézier curve; shape preserving interpolation; piecewise fitting

0 引 言

在基于单目视觉的眼镜镜片轮廓提取系统中,需要从镜片图像中提取出轮廓数据^[1-2],以用于后续磨削加工眼镜镜片的过程。然而系统采集的图像像素密度较低,造成轮廓上存在大量的锯齿形的轮廓段,一方面损失了精度,另一方面破坏了轮廓数据的光滑性。后续磨削加工镜片的过程要求待加工轮廓必须为光滑的凸曲线,因此必须对镜片轮廓数据做合适的处理以得到光滑凸曲线轮廓。

为了提高轮廓数据的光顺与精度,文献[3]提出了寻找凸包点进行保形插值的算法,虽然能够得到全凸的光滑轮廓曲线,但是寻找到的凸包为包含轮廓的最小凸多边形,因

此造成处理后的轮廓向外扩,与原轮廓的吻合度较差。文献[4]逐个判断轮廓上每相邻3个点的位置关系,归类为直线、圆弧、其他自由曲线后分段拟合,虽然该算法计算简单但是鲁棒性差,对存在噪声的轮廓数据难以处理,文献[5-7]论述的角点检测算法也常作为轮廓分段依据。本文综合考量鲁棒性的需求采用了基于曲率估算的分段方法。

本文先根据目标点前后的曲线方向估算轮廓上每一点的曲率,在这一过程中,为了减少轮廓数据中噪声的干扰提高鲁棒性,需要在目标点前后分别取一段轮廓数据做直线拟合,将直线的方向作为目标点前后的曲线方向。关于取多长的轮廓段,通过设定拟合误差的阈值来自适应确定。

收稿日期:2021-05-07

* 基金项目:山西省面上自然科学基金(201901D111158)项目资助

求得轮廓上所有离散点的曲率后,根据曲率将轮廓分为圆弧段和自由曲线段。针对圆弧段使用基于最小二乘原理的圆弧拟合。针对自由曲线段,挑选出合适的离散点后进行基于 Bezier 曲线的插值拟合。

1 轮廓上的锯齿形轮廓段及其危害

使用基于单目视觉原理的镜片轮廓测量系统采集到的镜片图像后^[7],通过边缘提取得到镜片轮廓数据如图 1 所示。

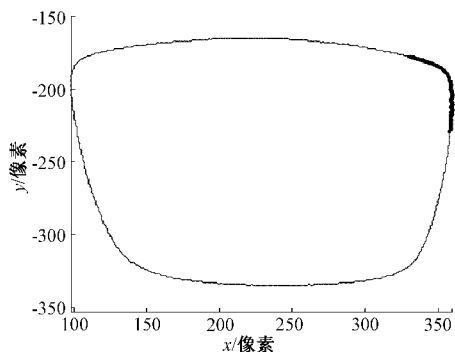


图 1 镜片轮廓图

现实中的眼镜片在设计过程中通常遵循如下两个原则:1)镜片轮廓设计为光滑的凸曲线;2)使用圆弧曲线、自由曲线拼接设计出镜片轮廓。然而图 1 中加粗部分轮廓段的放大图如图 2 所示。

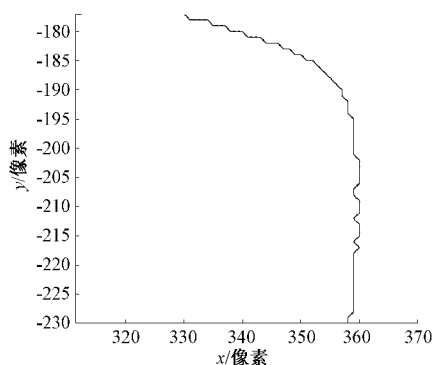


图 2 部分轮廓段放大图

从图 2 中可以观察到,镜片的轮廓数据中存在大量的锯齿形轮廓段。这是由于系统采集到的镜片图像像素较低。采集镜片轮廓数据的目的是用于后续的镜片加工过程,其采用的加工方式为逐点磨削加工,然而锯齿形的轮廓段上其位于齿根处的点在被磨削时必然会造成对其他轮廓点的损伤。因此磨削加工要求必须为光滑的曲线,本文采用分段拟合的方法求取光滑的轮廓曲线。

2 曲率估算方法

2.1 常用的轮廓离散点曲率计算方法

已知镜片轮廓在设计过程中使用圆弧曲线、自由曲线

进行拼接,因此考虑先找出轮廓上的圆弧段再分别对圆弧段和自由曲线段进行拟合。为了找出轮廓上的圆弧段,本文根据圆上的每一点曲率相等的特征,先求取镜片轮廓上每一点的曲率,再将曲率相近的连续的点划分为同一圆弧轮廓段。

为了计算轮廓离散点的曲率,文献[8]使用了三点圆拟合法,此方法使用目标点与其前后两个邻点的坐标计算目标点的曲率,其优点是编程实现简单、计算量小,因此应用十分广泛,但是缺点是抗干扰能力很差,在轮廓数据中存在噪声时,使用该方法几乎无法得到理想的曲率数据。朱延娟等^[9]提出基于 k-邻域密切圆半径的离散点曲率计算方法,此方法设目标点为 p_i ,先根据点 p_i 与其 k-邻域的两边界点 p_{i-k} 、 p_{i+k} 的位置关系确定目标点处的密切圆圆心,再根据点 p_i 的 k-邻域内各离散点与密切圆圆心的距离确定其密切圆半径,进而求得目标点处的曲率值。此方法综合考虑了目标点 k-邻域内一段轮廓的特征,拥有一定的抗干扰力,但是其邻域的大小难以确定,当邻域过小时所求曲率受噪声影响较大,当邻域过大时,又会忽略掉轮廓本身的细节信息。为了在抗噪声干扰和保留轮廓本身细节之间获得平衡,本文主要借鉴了乔宇等^[10]提出的基于自适应直线拟合的离散点曲率估算方法,该方法在目标点前后各取一段轮廓做直线拟合,用这两条直线的夹角来近似表示曲率,所取拟合窗口的大小用拟合时误差的大小自适应确定。

2.2 自适应直线拟合

本文运用最小二乘法的基本原理进行直线拟合,设待拟合的点为 $(x_i, y_i) (i=0, 1, 2, \dots, n)$,如果按照传统的拟合思路,设直线方程为 $y=kx+b$,令拟合条件为待拟合的点在 y 轴方向上距离直线的长度最短,则在拟合轮廓上走势与 y 轴方向近似平行的轮廓段时,拟合误差会很大。因此,本文设直线方程为式(1):

$$x \sin \theta - y \cos \theta = \rho \quad (1)$$

令拟合条件为待拟合的点与直线的距离和最短,即式(2)取得极小值。

$$f(\theta, \rho) = \sum_{i=0}^n (x_i \sin \theta - y_i \cos \theta - \rho)^2 \quad (2)$$

式中: $(x_i, y_i) (i=0, 1, 2, \dots, n)$ 为待拟合的离散点。要令式(2)取得极小值,先求取式(2)的偏导得式(3)和(4):

$$\frac{\partial f(\theta, \rho)}{\partial \theta} = 2 \sum_{i=0}^n (x_i \sin \theta - y_i \cos \theta - \rho)(x_i \cos \theta + y_i \sin \theta) \quad (3)$$

$$\frac{\partial f(\theta, \rho)}{\partial \rho} = -2 \sum_{i=0}^n (x_i \sin \theta - y_i \cos \theta - \rho) \quad (4)$$

令式(4)等于 0,得:

$$\rho = \overline{x \sin \theta - y \cos \theta} \quad (5)$$

式(5)代入式(3)并令式(3)等于 0,得:

$$\theta = \frac{1}{2} \arctan \left(- \frac{\sum_{i=0}^n (x_i^2 - y_i^2) - n(\overline{x^2 - y^2})}{2(n\overline{xy} - \sum_{i=0}^n x_i y_i)} \right) \quad (6)$$

式(6)所求出的 θ 在 $(-0.25\pi, 0.25\pi)$ 的区间内,因此还需要对其进行修正,先利用待拟合离散点的首尾坐标对其 θ 进行估算,再利用估算值将式(6)所求出的 θ 修正在 $(0, 2\pi)$ 之内。需要说明的是修正 θ 时按照 0.5π 的整数倍进行加减修正。

为了确定拟合窗口的大小,给拟合误差设定阈值,取满足误差阈值的最大长度。自适应直线拟合的程序流程如图 3 所示。

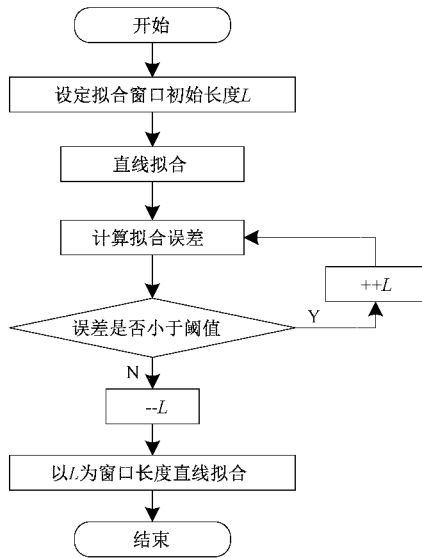


图 3 自适应直线拟合流程

2.3 曲率估算

在目标点前后分别取一段轮廓做自适应直线拟合。如图 4 所示,在目标点 O 的后方取一段轮廓拟合得到的直线方向为 θ_1 ,在 O 的前方拟合得到的直线方向为 θ_2 ,用 θ_1 与 θ_2 的夹角 $\Delta\theta$ 近似表示点 O 处的曲率。很明显点 O 处的 $\Delta\theta$ 与其精确曲率存在正比关系,其精确曲率越大 $\Delta\theta$ 越大,其精确曲率越小 $\Delta\theta$ 越小,因此用 $\Delta\theta$ 近似表示其曲率是合理的^[10]。

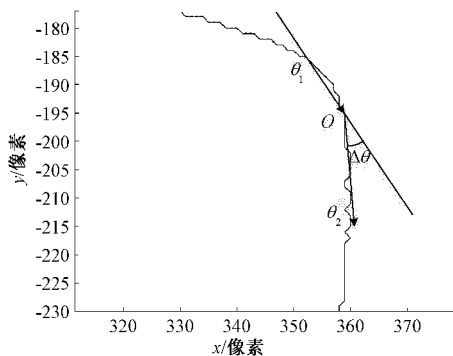


图 4 曲率估算示意图

遍历图 1 所示轮廓中的每一个轮廓离散点估算其曲率,绘制其轮廓离散点曲率图后对其做高斯平滑如图 5 所示。

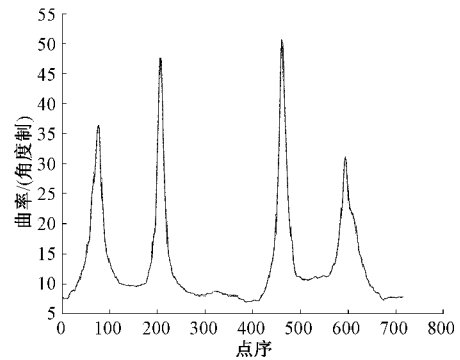


图 5 轮廓上各离散点的曲率估算

3 分段拟合

3.1 分段点的寻找

已知在眼镜片轮廓的设计过程中会大量使用圆弧曲线段进行拼接,从图 5 中也可以观察到轮廓上有很大一部分的连续离散点其曲率接近,因此可以认定在镜片轮廓上曲率接近的连续点来自同一段圆弧曲线,应当使用圆进行拟合。对于剩余的轮廓段,归类为自由曲线段,对自由曲线段的拟合采用 Bézier 曲线。

为了寻找出镜片轮廓中的圆弧曲线段,对图 5 所示的轮廓上离散点曲率做差分运算,求轮廓上的曲率变化梯度,结果如图 6 所示。

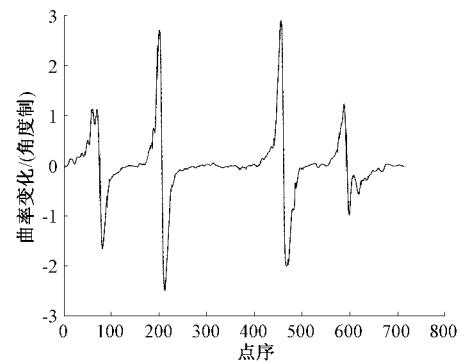


图 6 轮廓上各离散点的曲率变化

根据图 6,通过设定阈值,将轮廓上曲率梯度接近 0 的连续离散点归类为圆弧段,将剩余的轮廓段归类为自由曲线段。在图 1 中的轮廓上标记出圆弧段和自由曲线段的分段点如图 7 所示。图 7 中较粗的轮廓段为圆弧段,较细的为自由曲线段,对这两种曲线将分别采用不同的方式进行拟合。

3.2 圆弧曲线段的拟合

对圆弧段的拟合采用基于最小二乘法的圆拟合^[11 12]。设圆的参数方程为:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2 \quad (7)$$

式中: (x_0, y_0) 为拟合圆心, R 为拟合圆半径。基于最小二乘原理建立优化目标函数为:

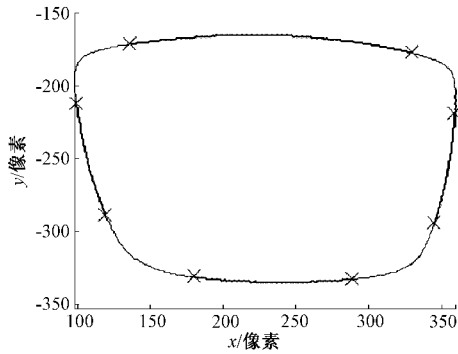


图 7 标记出分段点

$$\min \sum_{i=0}^n (\sqrt{(x_i - x_o)^2 + (y_i - y_o)^2} - R)^2 \quad (8)$$

式(8)中 (x_i, y_i) 为圆弧段上的离散点,对式(8)的求解属于非线性最小二乘问题,可以使用高斯牛顿法^[13]、LM优化算法^[14]等迭代求解的方式。但是迭代求解的最优化算法运算量较大,本文采用将非线性最小二乘问题转化为线性最小二乘求解的方式^[15],对拟合误差进行简化,即目标函数简化为:

$$\min \sum_{i=0}^n ((x_i - x_o)^2 + (y_i - y_o)^2 - R^2) \quad (9)$$

对式(9)做进一步化简,令 $a = -2x_o, b = -2y_o, c = x_o^2 + y_o^2 - R^2$,式(9)变为:

$$F(a, b, c) = \min \sum (x_i^2 + y_i^2 + ax_i + by_i + c)^2 \quad (10)$$

求式(10)最小值,需要令其偏导为 0,得:

$$\begin{cases} \frac{\partial F(a, b, c)}{\partial a} = \sum 2(x_i^2 + y_i^2 + ax_i + by_i + c)x_i = 0 \\ \frac{\partial F(a, b, c)}{\partial b} = \sum 2(x_i^2 + y_i^2 + ax_i + by_i + c)y_i = 0 \\ \frac{\partial F(a, b, c)}{\partial c} = \sum 2(x_i^2 + y_i^2 + ax_i + by_i + c) = 0 \end{cases} \quad (11)$$

求解式(11)首先消去 c :

$$\begin{aligned} N \cdot \frac{\partial K(a, b, c)}{\partial a} - \sum x_i \cdot \frac{\partial K(a, b, c)}{\partial c} = 0 \Rightarrow \\ a(N \sum x_i^2 - \sum x_i \sum x_i) + b(N \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i) + \\ (N \sum x_i^3 + N \sum x_i y_i^2 - \sum (x_i^2 + y_i^2) \sum x_i) = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} N \cdot \frac{\partial K(a, b, c)}{\partial b} - \sum y_i \cdot \frac{\partial K(a, b, c)}{\partial c} = 0 \Rightarrow \\ a(N \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i) + b(N \sum y_i^2 - \sum y_i \sum y_i) + \\ (N \sum y_i^3 + N \sum x_i^2 y_i - \sum (x_i^2 + y_i^2) \sum y_i) = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

设置变量:

$$\begin{aligned} L &= N \sum x_i^2 - \sum x_i \sum x_i \\ M &= N \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i \\ O &= N \sum x_i^3 + N \sum x_i y_i^2 - \sum (x_i^2 + y_i^2) \sum x_i \\ P &= N \sum y_i^2 - \sum y_i \sum y_i \\ Q &= N \sum y_i^3 + N \sum x_i^2 y_i - \sum (x_i^2 + y_i^2) \sum y_i \end{aligned} \quad (14)$$

将式(14)设置的变量代入式(11)和(12)中得:

$$\begin{bmatrix} L & M \\ M & P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} O \\ Q \end{bmatrix} \quad (15)$$

矩阵式(15)求解可得:

$$\begin{aligned} a &= \frac{QM - OP}{LP - M^2} \\ b &= \frac{QL - OM}{M^2 - LP} \\ c &= - \frac{\sum (x_i^2 + y_i^2) + a \sum x_i + b \sum y_i}{N} \end{aligned} \quad (16)$$

由式(15)可得由 (x_i, y_i) 拟合的圆弧曲线圆心坐标 (x_o, y_o) 和半径 R 分别为:

$$\begin{aligned} x_o &= -\frac{a}{2} \\ y_o &= -\frac{b}{2} \\ R &= \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} \end{aligned} \quad (17)$$

根据式(17)对图 1 中镜片轮廓上的圆弧曲线进行拟合处理,结果如图 8 所示。

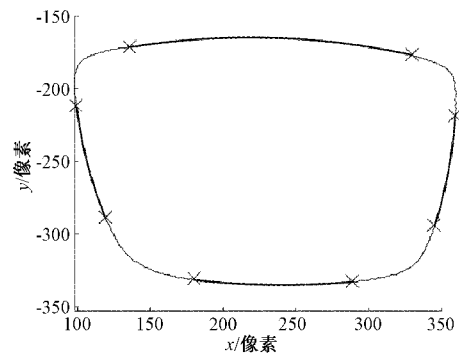


图 8 圆弧段进行拟合

3.3 自由曲线段的拟合

对轮廓上剩余的自由曲线段的拟合需要满足两个条件:1)在自由曲线段与圆弧段之间满足 G1 连续;2)整体的轮廓曲线为凸曲线。

本文对自由曲线段采用插值拟合^[16]的方式,因此首先在轮廓离散点中寻找出能够代表轮廓形状并且插值后满足上述两个条件的离散点。

寻找方法如图 9 所示,图中实线为拟合后的圆弧段,虚线为待拟合的轮廓离散点,点 A、B 为分段点,在点 A 和 B 处分别计算出拟合后的圆弧段在此点处的切线,根据切线方向将轮廓离散点划分为与镜片所在位置同侧的内侧、外侧两部分,切线外侧的离散点明显会对轮廓的保凸性产生影响,因此全部去掉。

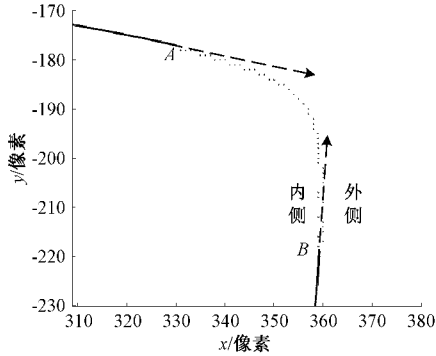


图 9 在轮廓离散点中寻找待插值的点

对切线内侧的离散点采用凸包算法^[16],找出凸包点,凸包点是包含这些离散点的最小凸多边形的顶点。因此用这些凸包点来保形插值可以得到凸曲线。寻找出来的点如图 10 中标记所示。

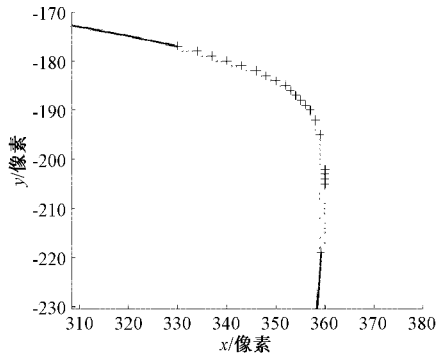


图 10 待插值拟合的离散点

对寻找出的离散点采用拼接 3 次 Bézier 曲线^[17]进行插值,3 次 Bézier 曲线的参数方程表示为:

$$P(t) = b_0(1-t)^3 + 3b_1t(1-t)^2 + 3b_2t^2(1-t) + b_3t^3, \quad t \in [0, 1] \quad (18)$$

式(18)中的 $b_i (i = 0, 1, 2, 4)$ 表示 Bézier 曲线的控制点。插值拟合方式如下:设待拟合的离散点为 $P_i (i = 0, 1, 2, \dots, n)$, 在每两个离散点之间插入两个控制点,使每两个离散点之间生成一条 Bézier 曲线。为了保证自由曲线段与圆弧段之间满足 G1 连续、相邻 Bézier 曲线之间满足 G1 连续,插入的控制点的要求如图 11 所示^[18]。

图 11 中, P_0, P_n 位于自由曲线段边界处。要在 P_i 和 P_{i-1} 之间插入控制点,作 $\angle P_{i-1}P_iP_{i+1}$ 的外角平分线与 $\angle P_iP_{i+1}P_{i+2}$ 的外角平分线交于点 O_i , 插入曲线的控制点满足式(19)。

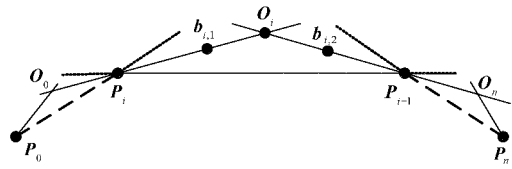


图 11 插入控制点

$$\begin{cases} b_{i,1} = \lambda_i P_i + (1 - \lambda_i) O_i \\ b_{i,2} = \mu_i P_{i+1} + (1 - \mu_i) O_i \end{cases} \quad (19)$$

P_i, P_{i+1} 和 $b_{i,1}, b_{i,2}$ 共同构成在 P_i, P_{i+1} 之间插入的 Bézier 曲线的控制点,式中 $\lambda_i \in (0, 1), \mu_i \in (0, 1)$ 可以对 Bézier 曲线作局部调节。对于边界处的点 P_0, P_n , 用相邻的圆弧曲线边界处的切线代替上述外角平分线的作用。对自由曲线段采用 Bézier 曲线拟合后结果如图 12 所示,图中标记的点为圆弧曲线和自由曲线的分段点,可见在分段点处连接光滑,整体轮廓平顺。

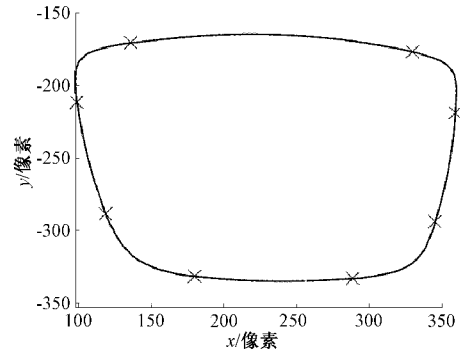


图 12 分段拟合后轮廓

4 实验结果

将本文分段拟合后得到的光滑轮廓曲线与文献[3]处理得到的轮廓曲线进行对比,结果如图 13 所示。

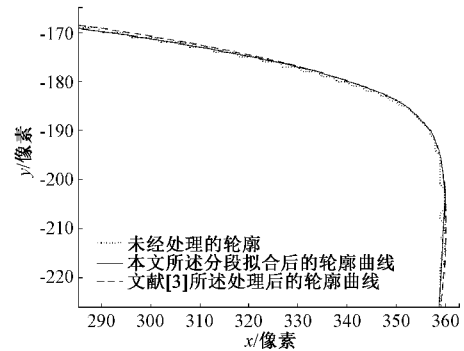


图 13 处理效果对比

从图 13 中可见,本文所述分段拟合算法和文献[3]所述算法均可处理得到光滑的轮廓曲线,但该文献是对全部轮廓离散点求凸包后进行保凸插值拟合,因此处理后的轮廓曲线整体向外扩,误差较大。误差比较如图 14 所示。

由图 14 可知,本文所述分段拟合算法处理后,误差极

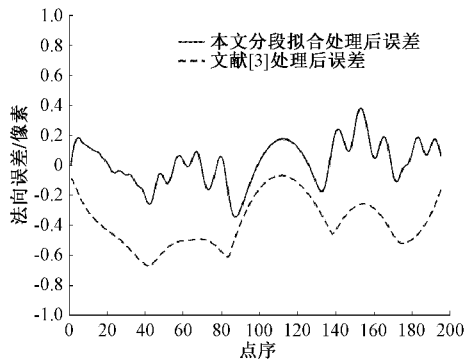


图14 误差比较

值为0.382,误差平均值为0.023。文献[3]所述算法处理后,误差极值为-0.670,误差平均值为-0.379。通过比较,经过本文所述分段拟合算法处理后误差明显较小。

5 结 论

本文针对图像中提取的眼镜镜片轮廓数据进行平滑处理,采用了分段拟合的方式。其中分段的方式为:先对目标点前后轮廓段分别进行自适应直线拟合,根据拟合后直线的夹角,估算出目标点处的曲率,计算出所有轮廓离散点的曲率后,将曲率接近的相邻离散点视为圆弧段,剩余的轮廓段视为自由曲线段。拟合的方式为:对圆弧段采用基于最小二乘原理的圆拟合,对自由曲线段寻找能代表轮廓形状的特征点后使用3次 Bézier 曲线插值拟合。实验结果表明,与求出凸包后进行B样条插值拟合的平滑算法相比,本文所提出的算法在保证得到光滑的凸曲线的同时误差较小,与原始轮廓数据的吻合度明显更高。

参考文献

- [1] 崔凌燕. 基于机器视觉的眼镜镜片轮廓提取系统[D]. 太原:中北大学,2018.
- [2] 管栋. 基于结构光的眼镜镜框轮廓测量系统的研究[D]. 杭州:浙江大学,2017.
- [3] 李建鑫,陈鸿,王晋祺. 基于机器视觉轮廓提取的平滑处理算法[J]. 电子技术应用,2021,47(4):116-120,131.
- [4] 陈博,李骁健,李春芳,等. 基于STL切片数据截面轮廓的高质量分段拟合算法[J]. 机械制造与自动化,2017,46(5):149-151.
- [5] FENG Z B, YOU F C, HE J W. Research on application of corner detection in thread vision measurement [J]. Journal of Physics: Conference Series,2021,1812(1):012020.
- [6] 周伟,巢渊,李龔,等. 基于改进 Harris 角点检测的芯片图像快速校正[J]. 电子测量与仪器学报,2020,34(10):74-81.
- [7] ALAK D, DIBYENDU G. Extraction of eye region of human face based on corner detection and dilation operation [J]. Ethics and Information Technology, 2020,2(2):16-19.
- [8] 范武,常勇. 基于凸轮轮廓方程的计算曲率半径新方法——离散数值法[J]. 机械传动,2017,41(4):15-18.
- [9] 朱延娟,倪周松. 基于离散点曲率的细胞图像形状特征表述[J]. 计算机应用,2015,35(S2):267-270,304.
- [10] 乔宇,黄席樾,柴毅,等. 基于自适应直线拟合的角点检测[J]. 重庆大学学报(自然科学版),2003(2):29-31.
- [11] 刘小燕,吴鑫,孙炜,等. 基于形态学重建和GMM的球团颗粒图像分割[J]. 仪器仪表学报,2019,40(3):230-238.
- [12] 徐宙,杨会民,刘连照,等. 基于图像处理的指针式温湿度计读数识别方法[J]. 国外电子测量技术,2019,38(7):32-36.
- [13] SUBHA P M, DASH S, MALLIK M, et al. An empirical approach towards photovoltaic parameter extraction and optimization[J]. Solar Energy, 2017, 153:360-365.
- [14] 高彤,陈鸿,王晋祺,等. 基于LM算法的接触式轮廓扫描系统参数标定[J]. 电子测量技术,2021,44(1):65-69.
- [15] 邵晋伟,孟立新,李小明,等. 基于最小二乘圆拟合法的三轴转台垂直度误差测试[J]. 中国测试,2020,46(4):123-129.
- [16] 张勇,杨傲雷. 基于凸包及最小面积外接矩形的QR码定位[J]. 电子测量技术,2017,40(4):152-156.
- [17] JENA M K. A Hermite interpolatory subdivision scheme constructed from quadratic rational Bernstein-Bezier spline [J]. Mathematics and Computers in Simulation,2021,187:433-448.
- [18] 章仁江,阚敦芝. 利用点列折线的保凸插值[J]. 计算机辅助设计与图形学学报,2015,27(7):1167-1171.

作者简介

任彦良,硕士研究生,主要研究方向为图像处理、边缘检测、平滑处理。

E-mail:15735152422@163.com

陈鸿(通信作者),博士,教授,主要研究方向为电路设计、自动化测试与控制技术、图像处理等。

E-mail:chenhong631@qq.com