

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2106546

# 基于模糊PID的无人自行车控制器研究与设计\*

缪文南

(广州城市理工学院 电子信息工程学院 广州 510800)

**摘要:** 针对无人自行车行驶过程中的不确定性扰动和不精确的模型带来的平衡稳定性问题,设计了一款基于串级模糊自适应PID控制器。该控制器通过飞轮惯性系统、空间状态方程和运动控制策略进行数学建模,依赖于模型预测控制技术求取当前无人自行车姿态信息,结合模糊自适应PID算法和线性二次控制方法设计系统控制器,借助惯性飞轮在改变加速度时产生的反作用惯性力矩,实现无人自行车的静态平衡控制,输入车把转角和后轮速度,实现无人自行车的运动控制。仿真测试和样机实验结果证明了无人自行车的直立控制和运动控制的合理性和有效性,使系统具备了抗干扰能力,并表现出较强的鲁棒性。

**关键词:** 无人自行车;模糊PID;平衡控制;线性二次控制方法;数学建模;运动控制

**中图分类号:** TP242.6;TP391.9 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.8050

## Research and design of unmanned bicycle controller based on fuzzy PID

Miao Wennan

(School of Electronic &amp; Information Engineering, Guangzhou City University of Technology, Guangzhou 510800, China)

**Abstract:** Aiming at the problem of balance stability caused by uncertain disturbance and imprecise model, a cascade fuzzy adaptive PID controller is designed. The controller uses the flywheel inertial system, space state equation and motion control strategy for mathematical modeling, relies on the model predictive control technology to obtain the current attitude information of the unmanned bicycle, combines the fuzzy adaptive PID algorithm and linear quadratic control method to design the system controller, and uses the reaction inertia moment generated by the inertia flywheel when changing the acceleration, realize the static balance control of the unmanned bicycle, input the handlebar angle and rear wheel speed to realize the motion control of the unmanned bicycle. The results of simulation test and prototype experiment prove the rationality and effectiveness of the upright control and motion control of the unmanned bicycle, which makes the system have the ability of anti-interference and strong robustness.

**Keywords:** unmanned bicycle; fuzzy PID; balance control; linear quadratic control method; mathematical modeling; motion control

## 0 引言

无人驾驶自行车将传统自行车机械结构与智能控制相结合,是集先进控制理论、传感器检测、机电一体化设计、路径规划、智能控制等多学科于一体的先进控制系统<sup>[1-4]</sup>。

随着智能控制的发展,无人驾驶自行车控制系统是控制领域多学科交叉融合典型研究的实验平台,针对于无人驾驶自行车的运动特性和平衡控制研究越来越受到国内外专家学者的关注和研究<sup>[5-8]</sup>。由于该系统是典型的非线性、欠驱动、非完整性、多变量的控制系统,为解决运动控制、不确定性、平衡控制等多变量非线性系统问题提供新的方法

及思路。

文献[9]建立了平衡自行车电机控制的空间状态模型,提出了一种滑膜变结构算法对自行车平衡的控制;文献[10]采用卡尔曼滤波对平衡自行车控制过程中互补滤波,降低信号噪声,同时提出了静态平衡自行车的PID控制算法;文献[11]利用模糊系统和常规线性控制系统设计了无人自行车控制器的设计,实现车速的变化进行平衡的控制,并未进行空间力学建模;文献[12]利用拉格朗日公式建立平衡车非线性系统和控制策略,提出了参数优化自抗技术和PID控制方法,提高了自平衡过程中的转向精度和抗干扰性。上述研究成果为无人自行车控制系统提供了一

收稿日期:2021-05-28

\* 基金项目:广州城市理工学院百人计划“优秀骨干教师”科研项目(CQ18YG23)资助

定的研究思路,也为无人自行车的研究奠定了良好的基础,但未就运动过程中进行运动学分析,未考虑到无人自行车行驶过程中不确定性扰动和不精确的模型带来的平衡稳定性问题。

针对上述问题,本文对飞轮惯性系统、空间状态方程和运动控制策略进行建模,采用基于串级PID控制器,加入模糊自适应控制器的线性二次型最优控制方法,有效地解决了上述问题,增强了无人自行车的静态直立平衡和运动过程中的鲁棒性,达到了控制效果,仿真测试和样机实验验证系统的运行效果。

### 1 建立无人自行车空间状态模型

针对于无人自行车动力学系统具有高度复杂性,具体表现在非线性、多变量、强耦合等方面,本文就采用Lagrange方程建立无人自行车动力学数学模型<sup>[13]</sup>。Lagrange方程是从动力学普遍方程出发推出质点系的运动微分方程。方程表示:

$$F_i = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i}, i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (1)$$

其中,  $F_i$  为系统广义力;  $q_i$  为系统广义坐标,一般为角度和位移;  $L$  为拉格朗日函数,基于拉格朗日函数分别计算各个质点的动能  $E$  与势能  $P$ , 然后求得  $L$ 。算式为:  $L = E_{\text{总}} - P_{\text{总}}$ 。于是本文就飞轮惯性系统和车身运动控制进行分析计算两者的动能和势能。

如图1和2所示,以无人自行车模型后轮触地点为中心建立直角坐标系  $O-XYZ$ , 无人自行车模型包含车架、前后轮、转向车把、平衡电机、惯性飞轮组成。无人自行车静态自平衡由飞轮控制,无人车运动由飞轮、前后轮扭转力矩维持车体平衡。于是对自行车的动力学和运动学模型进行分析,这样有助于降低运算的复杂度。假设  $G_A$  为无人自行车的重心,离地面高度为  $h_A$ ,  $G_B$  为飞轮的重心,离地面高度为  $h_B$ ; 车轮(前轮和后轮)的半径为  $r_0$ , 飞轮的半径为  $r_1$ , 无人自行车的车体左右的横滚角为  $\theta$ , 无人自行车前轮的转向角为  $\omega$ ,  $l_1$  为后轮与车体转向中心的距离;  $l_2$  为前轮与后轮中心的距离。

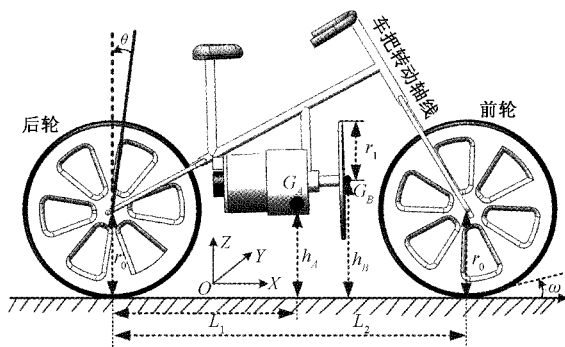


图1 无人自行车空间状态立体结构

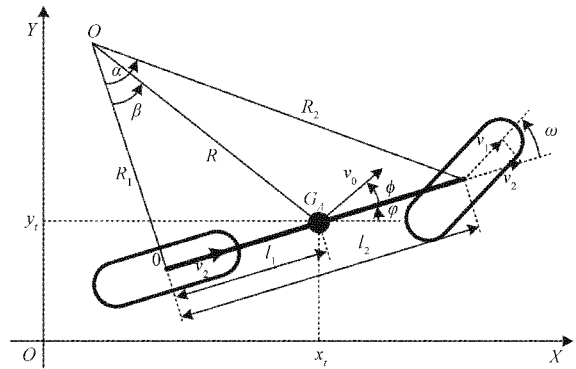


图2 无人自行车空间状态 XOY 平面图

通过图2可得  $G_A$  点转弯半径的距离为:

$$R = \sqrt{R_1^2 + l_1^2} = \sqrt{l_2^2 \cot^2 \alpha + l_1^2} \quad (2)$$

前轮的转速  $v_1$  与后轮转速  $v_2$  之间的数学关系为:

$$v_1 = v_2 \cos \omega \quad (3)$$

同理,整体车架的质心的平均速度和自行车左右横滚角的速度分别为:

$$v_0 = R * \frac{v_1}{R_2} = \sqrt{l_2^2 \cot^2 \alpha + l_1^2} * \frac{v_2 \cos \omega}{(l_2 / \sin \alpha)} \quad (4)$$

$$v_{\text{roll}} = h_A \dot{\theta} \quad (5)$$

飞轮的转速可直接由电机编码器转换可得,无人自行车的动能表达式分为4大部分:飞轮的转动动能  $E_1$ ; 车架与后轮的转动动能  $E_2$ ; 车架与前轮的转动动能  $E_3$ ; 车架质心的平均动能  $E_4$ 。则表达式如下:

$$\begin{cases} E_1 = \frac{1}{2} m_B v_B^2 + \frac{1}{2} J_B \left( \dot{\theta} + \frac{\dot{v}_B}{r_1} \right)^2 \\ E_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 + \frac{1}{2} J_1 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} J_2 \left( \frac{v_0}{r_0} \right)^2 + \frac{1}{2} J_3 \omega^2 \\ E_3 = \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} J_4 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} J_5 \left( \frac{v_0}{r_0} \right)^2 \\ E_4 = \frac{1}{2} m_A v_0^2 + \frac{1}{2} m_A h_A \dot{\theta}^2 \end{cases} \quad (6)$$

其中,  $J_1 = \frac{1}{2} m r_0^2, J_2 = \frac{1}{2} m r_0^2, J_3 = m r_0^2, J_4 =$

$$\frac{1}{2} m r_0^2, J_5 = m r_0^2, V_B^2 = (h_B \dot{\theta})^2, v_0 = \sqrt{l_2^2 \cot^2 \alpha + l_1^2} *$$

$$\frac{v_2 \cos \omega}{(l_2 / \sin \alpha)}, V_2^2 = (v_2)^2, V_1^2 = (v_2 \cos \omega)^2.$$

则系统的总动能为  $E_{\text{总}} = E_1 + E_2 + E_3 + E_4$ , 假设自行车的前后轮的运动不改变车架质心的高度,则系统的势能同样由4大部分组成,其中飞轮的势能  $H_1$ ; 车架与后轮的势能  $H_2$ ; 车架与前轮的势能  $H_3$ ; 车架质心的势能  $H_4$ 。则表达式为:

$$\begin{cases} H_1 = m_B g h_B \cos \theta \\ H_2 = m g r_0 \cos \theta \\ H_3 = m g r_0 \cos \theta \\ H_4 = m_A g h_A \cos \theta \end{cases} \quad (7)$$

则系统的总势能为  $H_{\text{总}} = H_1 + H_2 + H_3 + H_4$ , 根据文献[14]将  $L = E_{\text{总}} - H_{\text{总}}$  代入 Lagrange 方程式(1)中。因此系统的力学模型为:

$$M(P)P'' + V(P, P')P' + G(P) = \lambda Q \quad (8)$$

式中:  $M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{bmatrix}, N = \begin{bmatrix} n_{11} & n_{12} & n_{13} \\ n_{21} & n_{22} & n_{23} \\ n_{31} & n_{32} & n_{33} \end{bmatrix},$

$$G = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ H_{\text{总}} \end{bmatrix}, P = \begin{bmatrix} \omega \\ q \\ \theta \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ 0 \end{bmatrix}。$$

其中,  $m_{ij} (i, j = 1, 2, 3)$  由  $\omega$  和  $\theta$  之间的相关函数组成,  $n_{ij} (i, j = 1, 2, 3)$  由  $\omega, \omega', \theta, \theta', \alpha, \dot{\alpha}$  和  $q'$  组成。系统的约束力表达式为:  $h_i(p, p', p'') = 0, i = 0, 1, 2, \dots$ , 可以看出表达式为一个二阶方程, 说明系统为二阶非完整约束的线性系统。

自行车在静止站立或者运动过程中, 根据无人自行车运动学工作原理<sup>[15]</sup>, 由图 2 可获得无人自行车在各个状态下的方程表达式(8), 实现无人自行车的运动轨迹跟踪及控制。

$$\begin{cases} x_{t+1} = x_t + v_t \cos(\varphi_t + \phi) dt \\ y_{t+1} = y_t + v_t \sin(\varphi_t + \phi) dt \\ \varphi_{t+1} = \varphi_t + \frac{v_t}{L_1} \sin\phi dt \\ v_{t+1} = \dot{v}_0 + v_t dt \end{cases} \quad (9)$$

同理, 可获得无人自行车质心转角与自行车前轮转角之间关系为:

$$\varphi = \tan^{-1}(L_1/L_2 \tan\omega) \quad (10)$$

那么基于上述运动学和动力学模型, 当给定某个时刻时, 将表 1 的数据代入上述方程可获取无人自行车姿态平衡和运动轨迹跟踪的状态, 依赖于模型预测控制技术, 那么可以求得当前无人自行车静态直立或运动过程中的状态信息(轨迹测算、坐标、偏航角和速度), 实现自行车的轨迹跟踪。

表 1 无人自行车结构参数

参数	参数定义	参数值
$m$	前后轮质量	80 g
$m_A$	车架质量	770 g
$r_0$	车轮半径	35 mm
$m_B$	惯性电机质量	165.6 g
$r_1$	惯性飞轮半径	35 mm
$h_B$	惯性飞轮质心到地面垂直距离	64 mm
$h_A$	车架质心到地面垂直距离	61 cm
$l_1$	车架质心到后轮接触地面距离	72 cm
$l_2$	前轮到后轮接触地面的距离	165 cm

## 2 无人自行车控制器研究

### 2.1 系统控制器设计

根据上述建立的无人自行车的动力学和运动学模型, 设计了无人自行车控制系统控制器的设计图如图 3 所示, 实现无人自行车的直立静态平衡和运动控制。由图 3 可知, 无人自行车控制器包含控制、执行、反馈 3 个单元, 控制单元功能主要采集传感器信息, 实现控制算法以及指令输出给执行器。为防止编码器采集过程中噪声被放大并消除系统的静差, 控制单元算法使用模糊自适应控制 PID 算法, 按照模糊规则不断调整参数实现系统的最优化控制, 提高控制效果, 增强系统的鲁棒性。该控制器使用了两个串级模糊 PID 控制器, 其中模糊 PID 控制器 1 实现直立控制, 实现车体自平衡控制。模糊 PID 控制器 2 实现飞轮速度闭环控制。两个串级控制器将输出 PWM 值, 两者之间的变量通过运动转化使得输出的力矩和飞轮的转动惯量保持在理想的值, 促进自行车欠驱动控制系统在行驶或者静止过程中逐渐收敛保持自行车的直立平衡。执行单元利用控制器输出的信号驱动转把角度和后轮速度, 实现无人自行车的直立平衡和轨迹跟踪, 其中输入的转把角度  $\omega/\dot{\omega}$  与后轮驱动  $v_B/\dot{v}_B$  遵循自行车运动学方程, 在行驶过程中保持合适的值, 实现运动控制和轨迹跟踪。反馈单元包含 MCU6050 角度传感器和编码器, 主要采集横滚角、飞轮转速的数据。

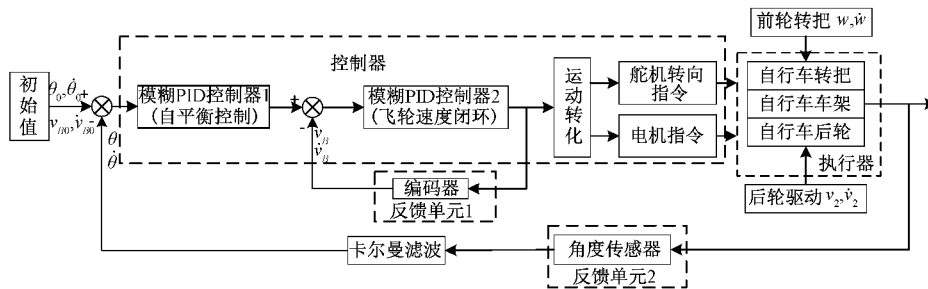


图 3 无人自行车系统控制器设计图

### 2.2 模糊 PID 控制器设计

模糊 PID 控制算法是将模糊系统的思想与 PID 算法相结合, 按照模糊规则在线不断修改参数, 实现最佳控

制<sup>[16]</sup>。如图 4 所示, 模糊 PID 控制器 1 利用加速度传感器不断检测无人自行车左右横滚角  $\theta$  的误差  $e_1$  和横滚角角速度  $\dot{\theta}$  的误差变化率  $e_{c1}$  作为输入, 模糊 PID 控制器 2 利

用飞轮的速度  $v_B$  的速度控制偏差误差  $e_2$  和飞轮角速度  $\dot{v}_B$  误差变化率  $ec_2$  作为输入。则两者的输出如式(11)所示。两者都对PID控制器相应的参数  $\Delta K_{p0}, \Delta K_{i0}, \Delta K_{d0}$  作为输出对参数  $P, I, D$  进行实时调整,运用模糊推理查询模糊子集{NB, NM, NS, ZO, PS, PM, PB}获取PID控制参数  $K_p, K_i, K_d$  的值并去模糊化,在不同时刻不断检测和调整误差  $e$  和误差变化率  $ec$ ,满足PID参数自整定的要求,输出模糊输出量<sup>[17]</sup>。

$$\begin{cases} u_1 = k_{p1} * e_1 + k_{d2} ec_1 \\ u_2 = k_{p2} * e_2 + k_{i1} ec_2 \end{cases} \quad (11)$$

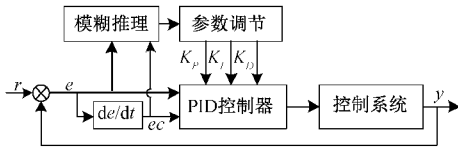


图4 模糊PID控制器

由式(11)可得,无人自行车保持直立且速度给定值的模糊PID算法中由1个负反馈的直立PD算法和1个正反馈的速度PI算法组成。针对模糊PID控制器分为5个模糊子空间集合,整定参数较多,过程较为复杂,根据文献[18-19]可得,系统的模糊PID控制器设计成线性状态反馈控制器,以此提高系统的最优控制和鲁棒性。于是本文将表1参数和设定的PID参数代入线性方程,获取无人自行车直立平衡状态和运动状态的空间模型,首先定义系统状态变量  $x$ ,输入量为  $u$ ,如式(12)所示。

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \quad (12)$$

上式中,通过动力学状态方程、运动学方程和表1可获得:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 13.21 & 0 & 0.37 & 0 \\ 0 & -190.32 & -0.15 & 5.78 \\ 0 & 0 & -24.33 & -4987.5 \end{bmatrix},$$

$$Q = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 7 \ 988 \end{bmatrix}, C = [1 \ 0 \ 0 \ 0], D = [0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

针对上述模糊PID设计的线性状态控制器状态模型,利用MATLAB控制系统计算系统能控矩阵能观矩阵,证明该系统可控可观测。

### 3 系统测试

#### 3.1 仿真测试与分析

无人自行车控制系统主要包含两大部分:无人自行车的自立静态平衡和运动控制,自立静态平衡主要由飞轮控制,让无人自行车保持车架平衡状态;运动控制是在自立平衡基础上,输入转把和后轮驱动速度。自立平衡目标是

让车架横滚角趋向0 rad。本文根据控制器的设计思路,首先设置左右横滚角初始状态为0.2 rad,模糊PID自调节控制参数分别为  $K_{p0} = 113, K_{i0} = 20, K_{d0} = 15.5$ ,同时在10 s时,输入一个脉冲干扰信号,观察车体的自立平衡控制,横滚角角度变化和角速度变化率效果仿真结果如图5和表2所示。从图和表数据看出,模糊PID控制器相比传统PID控制,无论是调节时间还是超调量,在启动时或者干扰下,优化后的控制器响应时间更快、超调量更小,抗干扰性更强,更快达到稳定状态,鲁棒性更好。

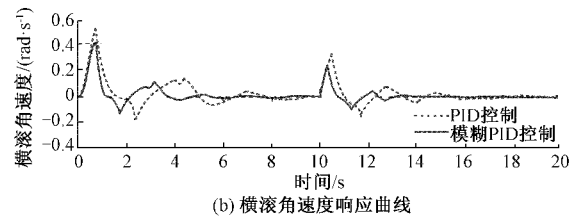
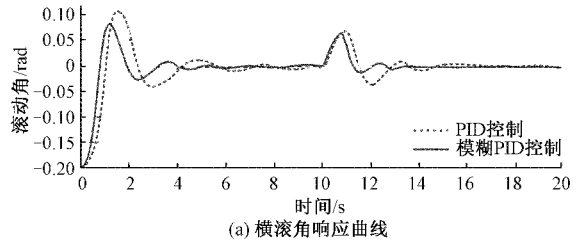


图5 无人自行车自平衡仿真响应曲线(含干扰下)

表2 两种算法的仿真测试结果

参数	控制器	$t_m$ (启动)	$m_p$ (启动)	$t_m$ (干扰下)	$m_p$ (干扰下)
$\theta$	PID	7.6	0.11	4.8	0.70
	模糊PID	5.2	0.08	3.3	0.69
$\dot{\theta}$	PID	6.5	0.54	4.7	0.32
	模糊PID	4.6	0.41	3.3	0.22

#### 3.2 样机测试与分析

根据系统方案设计思路,按照表1无人自行车结构参数,搭建无人自行车系统实验平台,控制系统采用STM32为主控制器,采用MPU6050传感器采集车架左右横滚角的角度和角速度;惯性飞轮和车架后轮的驱动电机包含编码器,用于车轮的驱动和转速的测量;车把前安装舵机用于转向控制。实物如图6所示,该实验平台通过传感器和编码器信息的采集和处理,主控制器输出相应PWM,从而实现惯性飞轮控制,实现自立静态平衡,再通过后轮电机控制和车把舵机的控制,实现无人自行车的运动控制。本次样机实验从无人自行车的静态控制、直线行驶、曲线行驶和行驶过程中受外力干扰验证系统的有效性和稳定性。

无人自行车静止状态测试。首先把传感器采集的数据通过无线模块上传到PC机上,通过数据分析和处理后,获得横滚角和横滚角速度与时间之间的关系如图7所示。

如图7(a)所示,实验中,无人车启动时,由于车体的横

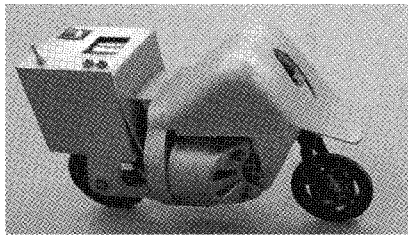


图 6 样机实物

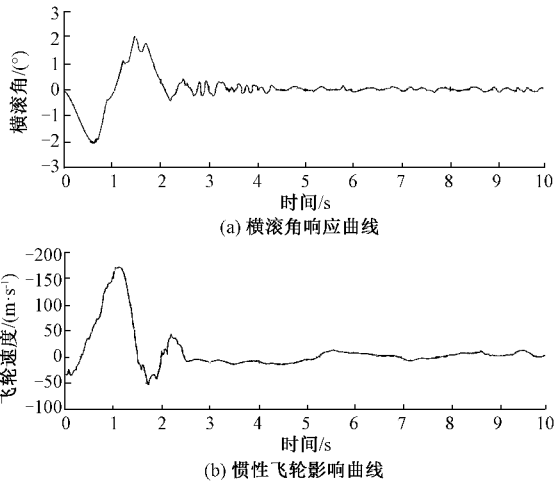


图 7 无人自行车自平衡状态下响应曲线

滚角无法达到理想  $0^\circ$ ，在惯性飞轮的作用力与反作用力下，车体的横滚角渐进收敛于静止状态，并在 4 s 之后趋于稳定。横滚角在  $[-0.2^\circ, 0.2^\circ]$  范围内呈周期性变化。图 7(b) 的编码器读取的惯性飞轮的线速度，无人车启动时，惯性飞轮开始加速旋转，经过正反方向的加速和减速下，速度逐渐减少，无人自行车趋势稳定，在稳定的区间内惯性飞轮正反转维持系统临界平衡。

无人自行车运动测试。输入一定的转角角度和后轮驱动速度，对无人自行车的直线行驶和 S 曲线行驶进行测试，直线运动测试如图 8 所示。S 曲线行驶运动测试如图 9 所示。

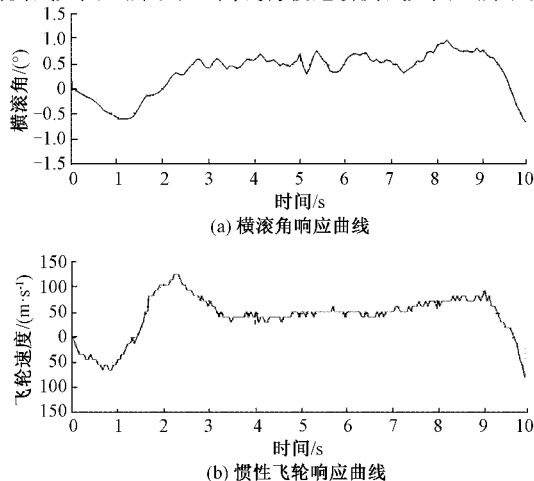


图 8 无人自行车直线行驶响应曲线

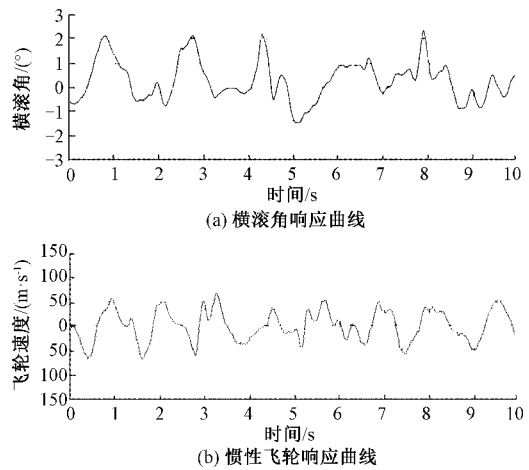


图 9 无人自行车曲线行驶响应曲线

图 8(a) 中，无人自行车按照直线行驶，车体在车架、转把和惯性飞轮的作用力下，横滚角始终在  $[-1.2^\circ, 1.9^\circ]$  之间自动调节，符合预期结果。与之相对应的图 8(b) 中，编码器电机的反馈速度值在  $[-50, 95]$  区间范围内进行自动调节，在行驶过程中保持直立稳定。图 9(a) 中，无人自行车按照 S 曲线行驶，在车架、车把、惯性飞轮的数学模型下，根据车把的转向角速度，调节横滚角，横滚角的角度在  $[-1^\circ, 2^\circ]$  区间内自动调节，与之相对应的图 9(b) 中，相对应的编码器电机的反馈速度值在  $[-55, 55]$  区间范围，在自行车行驶过程中保持稳定的行驶。

在现实当中，无人自行车在行驶过程容易受到环境、执行机构的干扰，导致车体的横滚角发生变化，如果横滚角超出一定的界限，则无人自行车就会倾倒。本实验测试自行车在行驶过程施加左右两侧外界干扰力，如图 10(a) 和 (b) 所示，车体左右两边在受到干扰力下，车体的惯性飞轮转速和横滚角角度急剧加大，经过自行车控制器的动态调整，其横滚角角度的变化曲线和惯性飞轮转速在 1.2 s 内逐渐收敛，恢复到自平衡的状态，保持车体在行驶过程中的动态平衡。

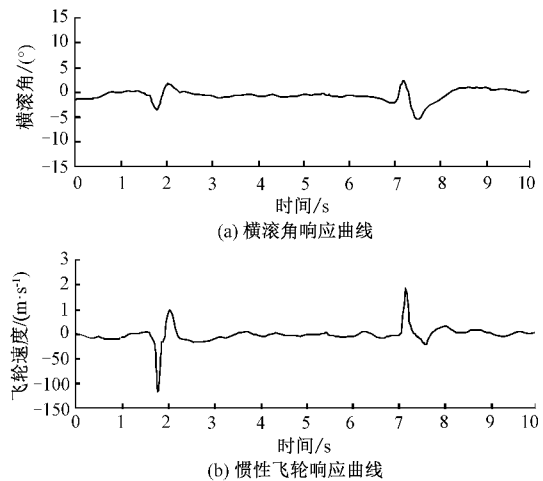


图 10 无人自行车行驶响应曲线(干扰下)



从上述样机实验结果表明,无人自行车在静态和运动行驶过程中平衡控制和运动轨迹跟踪具有良好的动态特性,即使在行驶过程中受到干扰,也能在较快的时间内恢复到平衡的控制状态。

#### 4 结 论

针对无人自行车系统的非线性、欠驱动、非完整性、多变量等特点,本文通过研究无人自行车动力学和运动学模型,提出了一种基于串级模糊PID控制器的二次线性最优控制方法,实现无人自行车平衡状态和运动状态的控制。通过仿真测试与分析,相比PID控制器,改进的串级模糊PID控制器具有超调量低,响应快,精度较高,并具有一定的抗干扰性;实验结果表明,系统的自立平衡状态运动状态验证控制器的正确性和有效性。因此本文的研究理论和方法对无人驾驶、欠驱动系统控制、人工智能等方面有一定实际的参考意义。

#### 参考文献

[1] 李永丹,马天力,陈超波,等.无人驾驶车辆路径规划算法综述[J].国外电子测量技术,2019,38(6):72-79.

[2] 朱林峰,杨家富,施杨洋,等.无人驾驶车辆横向控制策略研究进展[J].世界科技研究与发展,2018,40(5):506-518.

[3] 陈小宇,刘晓君.无人驾驶多传感器集成及定位算法加速平台[J].电子测量技术,2020,43(16):6-11.

[4] 西岸.无人驾驶自行车诞生了[J].世界科学,2019(9):34.

[5] 余永超,赵明国.自动驾驶自行车的改进路径跟踪算法[J].华中科技大学学报(自然科学版),2015,43(S1):345-350.

[6] 沈凯,刘庭欣,左思琪,等.复杂城市环境下GNSS/INS组合导航可观测度分析及鲁棒滤波方法[J].仪器仪表学报,2020,41(9):252-261.

[7] SU S H, CHEN G. Lateral robust iterative learning control for unmanned driving robot vehicle [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, 2020, 234(7): 792-808.

[8] OWCZARKOWSKI A, HORLA D, ZIETKIEWICZ J.

Introduction of feedback linearization to robust LQR and LQI control-analysis of results from an unmanned bicycle robot with reaction wheel[J]. Asian Journal of Control, 2019, 21(2): 1028-1040.

[9] 蔡志端,余庆辉,张文莉,等.基于滑模变结构算法的两轮自平衡电动车控制[J].电机与控制应用,2016,43(5):28-32.

[10] 王志龙,党新安.无速度平衡自行车的积分分离PID控制算法仿真[J].计算机仿真,2019,36(4):99-102.

[11] 柯志全,王阳恩,李家松.模拟电动自行车的速度测量与控制研究[J].电子测量技术,2013,36(2):77-80.

[12] 何军虎,鞠剑平.自平衡车控制方法研究及仿真分析[J].机械设计与制造,2019(7):144-146,152.

[13] 艾红,童璐,李成荣.无机械辅助结构自行车机器人控制仿真及实现[J].信息与控制,2019,48(2):187-193,201.

[14] 李静.前轮驱动自行车机器人建模与自适应控制策略研究[D].北京:北京邮电大学,2017.

[15] DONIKIAN V, BELL J, WASHINGTON G. Scenario analysis and control comparison for a high speed autonomous vehicle[J]. SAE International Journal of Advances and Current Practices in Mobility, 2020, 2(5), DOI:10.4271/2020-01-0710.

[16] ZHENG Y H, DAI R S, ZHOU Z J. Design of torque system for electric bicycle based on fuzzy PID[J]. The Journal of Engineering, 2019, 2019(23): 8710-8714.

[17] 刘洋,行鸿彦,侯天浩.四旋翼无人机串级变论域模糊PID姿态控制研究[J].电子测量与仪器学报,2019,33(10):46-52.

[18] 缪文南,周政,旋极一,等.基于模糊PID的球平衡机器人控制器设计与仿真[J].传感器与微系统,2021,40(1):66-70.

[19] 史智慧,刘枫,祁虔.基于视觉检测板球系统的变论域模糊控制研究[J].西南师范大学学报(自然科学版),2017,42(2):148-152.

#### 作者简介

缪文南,实验师,主要研究方向为机器人控制。  
E-mail: miaown@gcu.edu.cn