

DOI:10.19651/j.cnki.emt.2005420

# 室内复杂环境处理及泰勒公式改进定位算法研究\*

白晓娟 道伟 关露 赵超

(西北师范大学 物理与电子工程学院 兰州 730070)

**摘要:** 室内环境具有复杂性和多变性等特点,为了实现室内精准定位,需要对室内环境进行建模处理,进而对目标实现定位估计。针对现有的室内定位算法精度不高等问题,根据室内环境的特点,采用对数正态分布模型,用泰勒公式改进传统最小二乘算法,实现了更加精准的室内目标定位。该算法中,首先使用均值卡尔曼滤波(KF)对室内环境建模处理,消除随机噪声的干扰。接着对最小二乘算法得到的估计坐标用泰勒公式展开,构建循环迭代,使之逐渐逼近真实目标位置。实验结果表明,改进算法更好地提高了定位精度,得到了更加准确的估计坐标位置,保证了定位偏差的稳定性。

**关键词:** 室内定位;卡尔曼滤波;最小二乘法;泰勒公式

中图分类号: TN9; TP3 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 510.4099

## Research on indoor complex environment processing and improved positioning algorithm of Taylor formula

Bai Xiaojuan Dao Wei Guan Lu Zhao Chao

(School of Physics and Electronic Engineering, Northwest Normal University, Lanzhou 730070, China)

**Abstract:** The indoor environment has the characteristics of complexity and variability. In order to achieve accurate indoor positioning, it is necessary to model the indoor environment to estimate the target's positioning. Aiming at the problem of low positioning accuracy of the existing indoor positioning algorithms, adopts the lognormal distribution model according to the characteristics of the indoor environment, and uses Taylor formula to improve the traditional least squares algorithm to achieve more accurate indoor target positioning. In this algorithm, the average Kalman filter (KF) is first used to model the indoor environment to eliminate the interference of random noise. Then the estimated coordinates obtained by the least squares algorithm are expanded with Taylor's formula to construct a loop iteration to gradually approach the real target position. The experimental results show that the improved algorithm better improves the positioning accuracy, obtains a more accurate estimated coordinate position, and ensures the stability of the positioning deviation.

**Keywords:** indoor positioning; Kalman filter; least square method; Taylor formula

## 0 引言

现阶段在基于目标定位的研究中,常见的定位系统有我们熟知的GPS和北斗卫星定位系统<sup>[1]</sup>,精确的定位性能使它们广泛用于各个领域,极大地提高了生活的便捷性。室外环境空旷无遮掩,卫星信号能及时传达,而与之相对的室内环境,卫星信号难以穿透,导致这些大型定位系统在室内定位中表现得不尽如人意。在室内环境中,结构复杂,布局不一,情况多变,加之信号在传输过程中会产生多径效应和信号干扰<sup>[2]</sup>,所以研究室内定位也成了当前研究的热点。

关于室内定位,常见的算法有基于测距和非测距的算法<sup>[3]</sup>,定位的方法有接收信号强度指示(RSSI)、到达时间(TOA)、到达时间差(TDOA)和到达角(AOA)<sup>[4]</sup>。RSSI测距方式与其他技术相比,需要设备简单<sup>[5]</sup>,具有较低的复杂度和成本<sup>[6]</sup>。因此,本文选取基于RSSI测距方式作为研究重点。

文献[7]提出了一种加权最小二乘定位算法,根据测量距离的大小构建权值矩阵,该方法忽略了环境中随机噪声的影响;文献[8]使用KF算法处理数据,然后用KNN算法估计目标位置,该算法存在定位精度不高的缺陷;文献[9]

收稿日期:2020-11-24

\*基金项目:国家自然科学基金(61861041)项目资助

利用误差项的倒数构建权值矩阵,进而对目标位置用最小二乘算法定位,此方案中,忽略了误差项本身的误差;文献[10]基于 BP 神经网络模型训练得出距离信息,进而用泰勒公式对目标进行定位估计,该方法定位误差较大;文献[11]提出了一种新的最小二乘曲线拟合室内对数正态分布模型,然后利用三边定位算法和泰勒公式迭代估计目标位置,但是此方法过于复杂。

本文工作如下:1)选取信号传输理论模型中的对数正态分布模型,针对室内环境建立状态方程和观测方程,使用均值 KF 对 RSSI 值进行减噪处理,并与传统均值滤波比较其滤波性能;2)根据对数正态分布模型得到距离信息,在传统算法最小二乘法的基础上,构建误差函数,用泰勒公式展开误差函数,循环迭代求解真实位置。

## 1 信号传输模型及改进滤波算法

### 1.1 室内环境复杂性讨论及模型选取

相对于室外环境空旷的特点,室内环境呈现出如下特点:1)随处可见的障碍物。在室内的环境中,每家每户的装修风格、家庭布局都不尽相同,家具、墙体等各种不同的障碍物,导致信号传输环境异常复杂;2)不明干扰源。在每个室内,都会有一些光源、热源等,这些干扰源都会不同程度的影响传感器测量的数据;3)未知的环境。在实际的应用中,无法准确了解室内的环境,为测量数据增加了未知的难度。

RSSI 测距方式简单易行,在复杂环境中易于操作,故而选取此方式作为研究对象。在 RSSI 测距中,对数正态分布模型是一个与距离有关的函数模型,随着距离的增大,信号测量值误差逐渐增大,适合室内环境中短距离、高复杂的特点。它的模型公式如下<sup>[12]</sup>:

$$p(d) = p(d_0) - 10n \lg\left(\frac{d}{d_0}\right) + X_e \quad (1)$$

式中: $d$  表示发射点与接受点之间的距离; $d_0$  表示参考距离; $n$  表示路径损耗指数; $p$  表示信号功率; $X_e$  表示均值为 0、单位为 dBm 的高斯随机变量。在实际应用中,通常简化如下<sup>[13]</sup>:

$$\text{RSSI} = A - 10n \lg(d) \quad (2)$$

式中: $A$  表示参考距离为 1 m 时的 RSSI 值。

$n$  是与环境密切相关的参数,环境中的各种物理因素的变化都会引起取值的变化。表 1 所示为不同环境的  $n$  的取值范围。

表 1  $n$  的取值范围

实验环境	$n$ 的取值范围
房间	$1.4 < n < 2.2$
走廊	$1.9 < n < 2.2$
院子	$2.8 < n < 3.8$
阳台	$1.4 < n < 2.4$

### 1.2 KF 算法

室内环境受随机噪声的干扰,测得的 RSSI 值与真实值之间存在一定误差。因此需要通过测量掌握室内环境的情况,对 RSSI 值进行滤波处理。而 KF 是经典的线性滤波算法,它能解决线性系统问题<sup>[14]</sup>,可最大程度减少测量过程中的误差。从理论上分析,每一个观测站所采集的 RSSI 是不变的,据此建立状态方程和观测方程如下:

$$\begin{cases} X(\text{RSSI}_{k+1}) = X(\text{RSSI}_k) + W(k) \\ Y(\text{RSSI}_{k+1}) = Y(\text{RSSI}_k) + V(k) \end{cases} \quad (3)$$

式中: $X$  表示真实状态信息; $Y$  表示观测信息; $k$  表示离散时间; $W(k)$  和  $V(k)$  分别表示均值为 0、方差为  $Q$  和  $R$  的白噪声; $W(k)$  和  $V(k)$  不相关。

根据上述方程建立 KF 过程,Kalman 的滤波五大核心公式如下:

状态预测:

$$X(k+1|k) = \Phi X(k|k) \quad (4)$$

协方差预测:

$$P(k+1|k) = \Phi P(k|k) \Phi^T + Q \quad (5)$$

KF 增益:

$$K(k+1) = P(k+1|k) H^T [H P(k+1|k) H^T + R]^{-1} \quad (6)$$

状态更新:

$$\begin{aligned} X(k+1|k+1) &= X(k+1|k) + K(k+1) \cdot \\ &[Y(k+1) - H X(k+1|k)] \end{aligned} \quad (7)$$

协方差更新:

$$P(k+1|k+1) = [I - K(k+1) H] P(k+1|k) \quad (8)$$

式中: $X$  表示状态信息; $k$  表示离散时间; $P$  表示协方差矩阵; $Q$  和  $R$  表示方差; $Y$  表示观测信息; $\Phi$  表示状态转移矩阵; $H$  表示观测矩阵。

### 1.3 均值 KF 算法

KF 算法是对每一次采集的数据与上次估计数据进行处理,初始值条件的选取会影响 KF 算法滤波效果,而室内环境的初始值条件是未知的。传统的均值滤波算法广泛应用于各个领域,它的核心思想是用均值替代整体。在室内环境中测取若干数据,用样本数据均值作为 KF 算法初始值。将均值滤波的思想和 KF 算法结合起来,可以有效解决 KF 算法的不足之处。均值滤波的公式如下<sup>[15]</sup>:

$$\bar{y}(n) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m y(i) \quad (9)$$

式中: $y(i)$  是测量数据; $m$  是滤波窗口; $n$  是测量次数; $\bar{y}(n)$  是均值滤波值。

均值 KF 算法流程如图 1 所示。

## 2 最小二乘算法定位原理及改进

### 2.1 最小二乘算法定位

在经典算法中,非测距的算法误差往往比较大,测距的

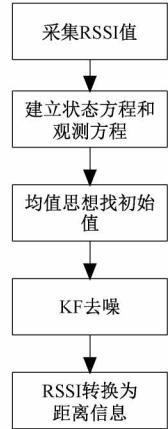


图1 均值KF算法流程

算法有三边测量法、三角估计法和极大似然法<sup>[16-17]</sup>,它们都是基于最小二乘法原理实现的。所以,选取最小二乘法原理对目标进行定位。

一个传感器就测距而言,是无法对目标定位的。结合最小二乘法的原理,至少需要3个以上传感器对目标进行观测。假设目标的坐标为 $(x, y)$ ,观测站的坐标为 $(x_i, y_i), i = 1, 2, 3, \dots, n$ 。目标到传感器的距离 $d_i, i = 1, 2, 3, \dots, n$ 。则得到欧氏距离公式如下:

$$\left\{ \begin{array}{l} (x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 = d_1^2 \\ (x_2 - x)^2 + (y_2 - y)^2 = d_2^2 \\ \dots \\ (x_n - x)^2 + (y_n - y)^2 = d_n^2 \end{array} \right. \quad (10)$$

要估计 $(x, y)$ 的位置,对式(10)化简并转换矩阵形式得如下:

$$\begin{bmatrix} 2x_1 - 2x & 2y_1 - 2y \\ 2x_2 - 2x & 2y_2 - 2y \\ \dots & \dots \\ 2x_n - 2x & 2y_n - 2y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1^2 - d_1^2 - x_1^2 + x_1^2 - y_1^2 + y_1^2 \\ d_2^2 - d_1^2 - x_2^2 + x_1^2 - y_2^2 + y_1^2 \\ \dots \\ d_n^2 - d_1^2 - x_n^2 + x_1^2 - y_n^2 + y_1^2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

利用最小二乘算法的原理,对目标进行基于测距的最小二乘算法估计,得到如下:

$$\boldsymbol{\theta} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{b} \quad (12)$$

$$\text{式中: } \mathbf{H} = 2 \begin{bmatrix} x_1 - x & y_1 - y \\ x_2 - x & y_2 - y \\ \dots & \dots \\ x_n - x & y_n - y \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} d_1^2 - d_1^2 - x_1^2 + x_1^2 - y_1^2 + y_1^2 \\ d_2^2 - d_1^2 - x_2^2 + x_1^2 - y_2^2 + y_1^2 \\ \dots \\ d_n^2 - d_1^2 - x_n^2 + x_1^2 - y_n^2 + y_1^2 \end{bmatrix}; \boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}.$$

由于至少需要3个传感器,故对于矩阵 $\mathbf{H}$ 需 $\geq 2$ ,使其具有唯一解。同时在实际测量中, $d$ 是测量距离,就避免不了由于外部因素带来的测量噪声。为了模拟真实环境,故而在仿真中,对于测量距离 $d$ ,应该包括真实距离和测量噪声两部分。

## 2.2 泰勒公式改进最小二乘算法

在最小二乘算法估计中,根据误差平方和最小原则估计目标位置,这样的估计存在一定缺陷和误差。由最小二乘算法定位得到了目标估计点 $(\bar{x}, \bar{y})$ ,对于目标估计点坐标,构建如下误差函数:

$$f_i(\bar{x}, \bar{y}) = d_i^2 - [(x_i^2 - \bar{x}^2) + (y_i^2 - \bar{y}^2)], i = 1, 2, \dots, n \quad (13)$$

式中: $(x_i, y_i)$ 是观测站坐标, $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ; $d_i$ 是目标位置到观测站的距离, $i = 1, 2, 3, \dots, n$ 。

假设真实目标坐标为 $(x, y)$ ,则可得出如下结论:

$$f_i(x, y) = 0, i = 1, 2, \dots, n \quad (14)$$

$$f_i(x, y) = f_i(\bar{x} + \alpha, \bar{y} + \beta), i = 1, 2, \dots, n \quad (15)$$

式中: $\alpha$ 表示真实坐标与估计坐标之间横坐标的误差量; $\beta$ 表示真实坐标与估计坐标之间纵坐标的误差量。

用泰勒公式将式(15)在点 $(\bar{x}, \bar{y})$ 展开,并忽略二阶以上项,可得下式:

$$f_i(x, y) = f_i(\bar{x} + \alpha, \bar{y} + \beta) = f_i(\bar{x}, \bar{y}) + \frac{\partial f_i}{\partial x} \alpha + \frac{\partial f_i}{\partial y} \beta \quad (16)$$

将式(16)化为矩阵形式,得:

$$\left( \frac{\partial f_i}{\partial x} \quad \frac{\partial f_i}{\partial y} \right) \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = (-f_i(\bar{x}, \bar{y})) \quad (17)$$

$$\text{式中: } \frac{\partial f_i}{\partial x} = 2(x_i - \bar{x}); \frac{\partial f_i}{\partial y} = 2(y_i - \bar{y})。$$

求解式(17)得到 $\alpha$ 和 $\beta$ 。令: $\bar{x} = \bar{x} + \alpha, \bar{y} = \bar{y} + \beta$ ,将其代入式(17)中继续循环求解,直到 $\alpha$ 和 $\beta$ 足够小,达到一定阈值,此时的 $(\bar{x}, \bar{y})$ 是得到的最终结果。

## 3 仿真结果分析与评价

### 3.1 均值KF算法与均值滤波对比分析

本次实验选择5个观测站,对于每一个观测站进行KF去噪,验证KF滤波效果。选取其中一个观测站进行实验,观测次数为50次。设置如下参数: $Q = 0.000\ 01, R = 5, A = -30, n = 2$ 。实验结果如图2所示。

图2表明,在测量过程中,测量值会受到随机噪声的干扰,且这种干扰是未知的。而均值KF算法有效地去掉了随机噪声的干扰,很好地跟踪了真实值,使真实值和滤波值趋于一致,验证了均值KF算法的滤波性能。

将均值KF算法的滤波性能与传统均值滤波算法相比较。选取10次滤波结果得到的RSSI值。结果如表2所示。

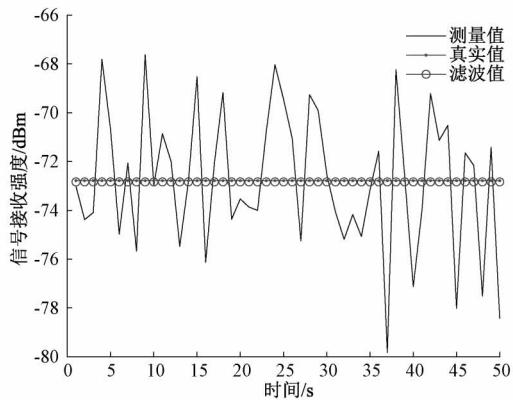


图 2 均值卡尔曼接收信号强度值

表 2 滤波算法接收信号值比较

真实值	卡尔曼滤波值	均值滤波值
-75.7864	-75.7969	-76.7465
-81.0040	-80.7697	-82.7163
-75.0644	-75.4728	-76.4229
-77.8105	-77.6873	-77.6359
-78.7543	-78.8239	-79.7717
-75.9956	-75.5334	-74.4836
-75.6527	-76.3254	-77.2751
-68.0661	-68.7054	-69.6000
-71.4601	-71.2670	-70.2200
-72.7424	-73.0805	-74.0322

对比均值 KF 算法与传统均值算法坐标图。选取 10 组数据,结果如图 3 所示。

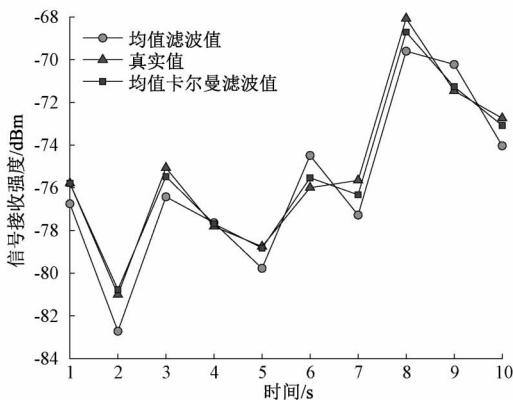


图 3 均值卡尔曼与均值滤波接收信号强度值对比

表 2 和图 3 表明,相比较于均值滤波,均值 KF 算法在每次测量的数据中,所测值都接近于真实 RSSI 值。

### 3.2 最小二乘算法与泰勒公式改进算法分析与评价

根据测量的 RSSI 值得到距离信息之后,先用最小二乘算法对目标进行定位估计,再用泰勒公式迭代修正估计位置。两种算法对目标定位平面如图 4 所示。

在每次测量之中,目标位置与真实位置之间都会存在

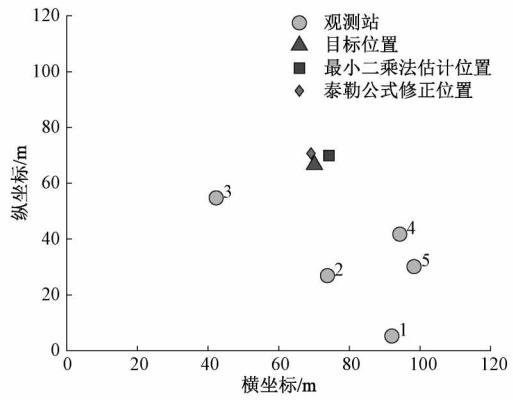


图 4 各位置平面示意图

偏差。通过偏差来判断两种算法定位精度的优劣。偏差定义如下:

$$dev(t) = \sqrt{(x - \bar{x})^2 + (y - \bar{y})^2} \quad (18)$$

式中:  $(x, y)$  表示目标真实位置;  $(\bar{x}, \bar{y})$  表示估计位置;  $t$  表示测量次数。

实验中,选取 10 组坐标数据,利用最小二乘算法和泰勒公式修正最小二乘算法得到的估计位置和修正位置如表 3 所示。

表 3 算法定位位置比较

估计位置	修正位置
(26.2863, 79.9987)	(25.397, 78.0797)
(60.4297, 34.4061)	(58.7991, 32.6053)
(74.6056, 69.2783)	(73.4259, 68.1627)
(37.279, 2.2124)	(35.3618, 9.7999)
(59.9865, 66.8305)	(59.5687, 66.6571)
(58.8689, 94.8312)	(54.3273, 95.486)
(99.8102, 97.2053)	(86.0025, 104.5536)
(86.1715, 50.0608)	(85.4138, 50.964)
(77.5655, 88.7691)	(78.0359, 84.7717)
(22.4127, 94.6517)	(14.8548, 93.0091)

选取 10 组坐标数据,估计位置与修正位置的偏差如图 5 所示。

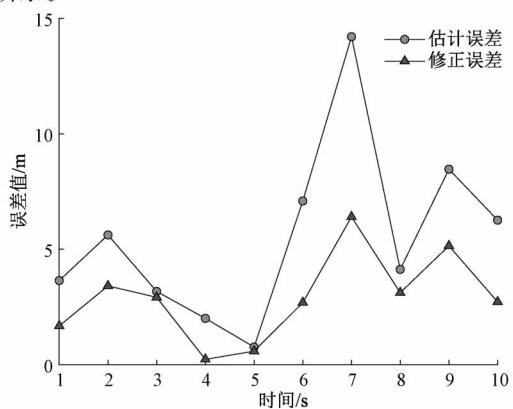


图 5 算法误差比较

从表3可以看出泰勒公式改进算法得到的坐标更接近于真实坐标。从图5中可以看出改进算法偏差值明显小于传统最小二乘算法,体现了改进算法的性能。本文采用RSSI值测距方式,室内环境中的干扰会影响定位精度,即使经过滤波处理,也会出现偶然误差影响定位精度。如图5所示,最小二乘定位算法会出现偏差高峰,而泰勒公式构建的迭代算法会在不断循环中减少偏差,能使偏差曲线接近于平稳,表现出较好的稳定性。

#### 4 结 论

本文基于对数正态分布模型和泰勒公式迭代的思想,提出了泰勒公式改进最小二乘法的室内定位算法。通过数值仿真分析,在RSSI测距模式中,均值KF算法有效去掉了随机噪声的干扰,且与传统的均值滤波相比较,均值KF算法不仅保留了每次数据,而且提高了滤波精度。实验仿真中,本文提出的泰勒公式改进算法,在相同的条件下,与传统算法相比,提高了定位精度,保持定位偏差平滑稳定,降低了偶然因素引起的峰值现象。

#### 参考文献

- [1] 李亚茹. 室内移动目标定位与跟踪方法研究[D]. 吉林: 东北电力大学, 2019.
- [2] 郑自兴, 姚金杰. 基于信号强度的指纹定位匹配算法研究[J]. 国外电子测量技术, 2020, 39(9): 31-35.
- [3] 王宇鹏, 代玉, 王乐宁. 基于稀疏傅里叶变换和RSSI测距的低复杂度RSSI定位算法[J]. 沈阳航空航天大学学报, 2020, 37(3): 55-61.
- [4] 黄仁, 秦占明. 基于人工鱼群算法的无线室内定位优化[J]. 计算机应用, 2015, (35): 14-17.
- [5] RAJIK K, KHAIR A, NGHI H, et al. An improved hybrid RSS/TDOA wireless sensors localization technique utilizing Wi-Fi networks [J]. Mobile Networks and Applications, 2016, 21 (2), DOI: 10.1007/s11036-015-0622-3.
- [6] 李洪雷, 冷文, 王安国, 等. 基于信号强度的改进室内定位算法[J]. 电子测量技术, 2016, 39(3): 136-140, 150.
- [7] 杨晓倩, 童浩, 王彬. 一种基于测距信息的加权最小二乘定位算法[A]. 中国卫星导航系统管理办公室学术交流中心. 第十一届中国卫星导航年会论文集——S09 用户终端技术[C]. 中国卫星导航系统管理办公室学术交流中心: 中科北斗汇(北京)科技有限公司, 2020(6): 81-86.
- [8] 唐士凯, 高学, 左鹏, 等. 基于卡尔曼滤波的室内移动目标算法[J]. 中国科技论文, 2017, 12(20): 2301-2304.
- [9] XIONG H, PENG M, GONG S, et al. A novel hybrid RSS and TOA positioning algorithm for multi-objective cooperative wireless sensor networks [J]. IEEE Sensors Journal, 2018, 18(22): 9343-9351.
- [10] 石晓伟, 张会清, 邓贵华. 基于BP神经网络的距离损耗模型室内定位算法研究[J]. 计算机测量与控制, 2012, 20(7): 1944-1947.
- [11] YANG B, GUO L, GUO R, et al. A novel trilateration algorithm for RSSI-based indoor localization [J]. IEEE Sensors Journal, 2020, 20(14): 8164-8172.
- [12] WANG P, LUO Y. Research on WiFi indoor location algorithm based on RSSI ranging [J]. International Conference on Information Science and Control Engineering(ICISCE), 2017, (16): 1694-1698.
- [13] 赵大龙, 白凤山, 董思宇, 等. 一种基于卡尔曼和线性插值滤波的改进三角质心定位算法[J]. 传感技术学报, 2015, 28(7): 1086-1090.
- [14] 余志鹏, 熊剑, 裴卫声, 等. 基于秩卡尔曼滤波的室内行人航位推算算法[J]. 仪器仪表学报, 2020, 41(5): 214-220.
- [15] 涂巧玲, 邓英, 余成波. 改进卡尔曼滤波在多传感器室内定位中的应用[J]. 重庆理工大学学报(自然科学), 2020(1): 1-9.
- [16] 杜士怀. 基于RSSI测距优化的WSN定位算法研究[D]. 合肥: 安徽大学, 2016.
- [17] 宋浩兵. 基于信号强度的室内定位算法研究[D]. 秦皇岛: 燕山大学, 2015.

#### 作者简介

**白晓娟**,工学博士,副教授,主要研究方向为信号与信息处理。

E-mail: baixiaojuan@nwnu.edu.cn

**道伟**,硕士研究生,主要研究方向为智能目标定位追踪及信息处理。

E-mail: 2260145748@qq.com

**关露**,硕士研究生,主要研究方向为信道估计及优化算法。

E-mail: 1172006445@qq.com

**赵超**,硕士研究生,主要研究方向为基于博弈论的无线电功率控制算法。

E-mail: 757291737@qq.com