

IGRF 国际地磁参考场模型的计算

杨梦雨 管雪元 李文胜

(南京理工大学瞬态物理国家重点实验室 南京 210003)

摘要: 在研究地磁场时,首先应该建立地磁场及其长期变化的分布模型,而用以描述地球地磁场和地球磁场长期变化的地磁场模型的国际地磁参考场(IGRF)是目前国际上通用的标准,国际地磁和高空大气物理学协会(IAGA)给出了每5年的IGRF和相应的球谐系数。使用球谐分析方法来表示地球的基本磁场和它长期变化的分布,通常称为地磁场的球谐模式。通过编写Java程序完成了地磁场的解算,然后用解算的地磁数据,画出地磁要素等值线图,且误差在合理范围内。因此通过此程序可以解算出任意点的地磁要素值并且绘制出其等值线图。

关键词: IGRF;地磁;等值线图;球谐模型;球谐系数

中图分类号: TN01 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 170.2050

Calculation of IGRF international geomagnetic reference field model

Yang Mengyu Guan Xueyuan Li Wensheng

(State Key Laboratory of transient physics, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210003, China)

Abstract: In the study of geomagnetic field, firstly, the distribution model of geomagnetic field and its secular variation should be established. While the international geomagnetic reference field (IGRF) is used to describe the global geomagnetic field and its secular variation of the geomagnetic field model standard, the international association of geomagnetism and aeronomy (IAGA) every five years is given a set of spherical harmonic coefficients and the international geomagnetic reference field (IGRF). The distribution of the earth's basic magnetic field and its secular variation is indicated by the spherical harmonic analysis method, which is usually called the spherical harmonic mode of the geomagnetic field. In this paper, through the preparation of the program to complete the calculation of the geomagnetic field, and then use the calculation of the geomagnetic data, draw the geomagnetic elements contour map. Therefore, this program can be calculated at any point of the geomagnetic elements of the value and draw its contour map.

Keywords: IGRF; geomagnetic; contour map

1 引言

编写设计国际地磁参考场模型的程序,可以计算出全球任意经度、纬度和高度的地磁场相关数值,是研究地磁场的空间构架以及长期变化的基础。

本文在地磁场球谐模型理论方法的基础上^[1-3],利用所设计的求解地磁场模型的软件,计算出最新的地磁场相关数据,并与美国国家地球物理中心的公布的数据进行比较,因其误差在合理范围内,所以可以用其实现不断更新绘制全球地磁场等值线图的功能。在制作地磁图时,在一些无法测量的地区和相邻国家没有站台的区域,用所编地磁场模型软件进行补充。它也可对所测量的值提供参考,提供

磁场测量的先验信息以提高数据采集的可靠性^[4]。

2 计算原理

地磁场是矢量场,任意一点的磁场强度的大小和方向都可以由7个参数来表示, T 为总磁场强度,地磁总强度在 Y 轴上的分量 y 称之为东向强度,磁场总强度在 X 轴上的分量 x ,称之为北向强度, T 在 Z 轴上的分量 z 称之为垂直强度, T 在 $O-XY$ 平面上的分量为 H 称为水平强度、 T 与水平面的夹角 I 称之为磁倾角,如图1所示,地理子午面与磁子午面之间的夹角 D 称之为磁偏角。这7个参数为地磁要素,它们之间存在相互关联,可以相互表示为:

$$\begin{cases} H = (x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}} \\ T = (z^2 + H^2)^{\frac{1}{2}} \\ I = \arctan\left(\frac{z}{H}\right) \\ D = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \end{cases} \quad (1)$$

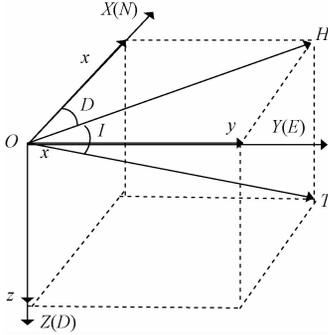


图 1 地磁要素图

利用球谐方法建立的有关地球主要磁场和它长期变化的数学模型,国际地磁参考场在地面或者上空任一点,它的主磁场磁位的球谐函数可以用式(2)表示:

$$W = a \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} (g_n^m \cos m\lambda + h_n^m \sin m\lambda) P_n^m(\cos\theta) \quad (2)$$

式中:参考球体半径的大小,取地球平均半径为 $a = 6\,371.2\text{ km}$;从球体的参考中心到球体表面以上或球体表面的计算点的距离为 $r, r = a + h$,其中 h 为距离地球球面的距离; θ 为自北极起算的余纬度,有 $\theta = 90^\circ - \varphi$, φ 为磁纬度; λ 为自格林尼治向东起算的经度; g_n^m 和 h_n^m 为经过标准化的施密特球谐系数,也可以叫做高斯系数,它的截止阶数为 n ; $P_n^m(\cos\theta)$ 为施密特准归一化 n 次 m 阶 Legendre 函数^[5-7]。

下式定义了施密特准归一化 n 次 m 阶勒让德函数:

$$\begin{cases} P_n^m(\cos\theta) = \frac{1}{2^n n!} \sqrt{\frac{C_m (n-m)! (1-\cos^2\theta)^m}{(n+m)!}} \frac{d^{m+1}(\cos^2\theta - 1)^n}{d\cos\theta^{m+1}} \\ C_m = \begin{cases} 1 (m=0) \\ 2 (m \leq 1) \end{cases} \end{cases} \quad (3)$$

通过位场转换原理,可以将地磁场 3 个轴上的分量表达式表示为下式:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial \theta} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r}\right)^{n+2} (g_n^m \cos m\lambda + h_n^m \sin m\lambda) \frac{d}{d\theta} P_n^m(\cos\theta) \\ y = \frac{1}{r \sin\theta} \frac{\partial W}{\partial \theta} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r}\right)^{n+2} \left(\frac{m}{\sin\theta}\right) (g_n^m \sin m\lambda - h_n^m \cos m\lambda) P_n^m(\cos\theta) \\ z = \frac{\partial W}{\partial r} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r}\right)^{n+2} (-n-1) (g_n^m \cos m\lambda + h_n^m \sin m\lambda) P_n^m(\cos\theta) \end{cases} \quad (4)$$

当知道某个位置信息后,利用式(3)、(4)和国际地磁参考场给出的当前时间的施密特标准化球谐系数,即可算出此位置下的磁场的 3 个分量值,再根据地磁七要素间的关系即可求出地磁七要素的值。

3 软件算法

一般情况下我们是在地理坐标系下得到计算点的位置信息的,得到的是地理精度和地理纬度但是地磁参考场是在地心坐标系下建立的模型,所以通过地磁模型所得到的结果是地磁场在地心坐标系下的分量。所以,当得到地理坐标系下的位置,先将其转换为地心坐标系,然后由球谐模型计算出地磁分量后再转换的地理坐标系,因此编写计算地理磁场分量的程序时会在两个坐标系间转换。

实际上地球为一个椭球体,假设地球表面上任一点地理坐标为 (θ', λ, h) , θ' 为地理的余纬, λ 为东经, h 为海拔高度,地理坐标系转换为地心坐标系可用下式表示:

$$r = [h(h + 2p) + (a^4 \sin^2\theta' + b^4 \cos^2\theta')/p^2]^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

式中:

$$\begin{aligned} p &= (a^2 \sin^2\theta' + b^2 \cos^2\theta')^{1/2} \\ \cos\delta &= (h + p)/r \\ \sin\delta &= (a^2 - b^2) \cos\theta' \sin\theta' / pr \\ \cos\theta &= \cos\theta' \cos\delta - \sin\theta' \sin\delta \\ \sin\theta &= \sin\theta' \cos\delta + \cos\theta' \sin\delta \end{aligned}$$

a, b 为椭球的赤道半径和极半径, $a = 6\,378.16\text{ km}$, $b = 6\,356.77\text{ km}$, $\delta = \theta - \theta'$

利用以上公式,就可以使得地理坐标系下的坐标 (θ', λ, h) 转换为地心坐标系下的坐标 (θ, λ, r) ,然后利用式(3)即可算出地磁场在地心坐标系下的分量 (x, y, z) ,最后再把地心坐标系下的地磁分量转换到地理坐标系下。其转换公式为:

$$\begin{cases} X = x \cos\delta + z \sin\delta \\ Y = y \\ Z = z \cos\delta - x \sin\delta \end{cases} \quad (6)$$

下式(7)为施密特准归一化的缔合 Legendre 函数

$P_n^m(\theta)$ 和它的一阶导数 $\frac{d}{d\theta} P_n^m(\theta)$ 的递推公式^[8-10]:

$$P_n^m(\theta) = 0, \quad n < m \quad (7)$$

$$P_n^m(\theta) = 1, \quad n = m = 0 \quad (8)$$

$$P_n^m(\theta) = \cos\theta, \quad n = 1 \text{ 且 } m = 0 \quad (9)$$

$$P_n^m(\theta) = \sin\theta, \quad n = m = 1 \quad (10)$$

$$n = m \text{ 且 } n > 1 P_n^m(\theta) = \left(\frac{2m-1}{2m}\right)^{1/2} \sin\theta P_n^m(n-1, m-1, \theta) \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \text{其他} \\ P_n^m(\theta) = \frac{(2n-1) \cos\theta P_n^m(n-1, m, \theta) - [(n-1)^2 - m^2]^{1/2} P_n^m(n-2, m, \theta)}{(n^2 - m^2)^{1/2}} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\frac{d}{d\theta}P_n^m(\theta) = 0, \quad n < m \text{ 或 } n = m = 0 \quad (13)$$

$$\frac{d}{d\theta}P_n^m(\theta) = \cos\theta, \quad n = m = 1 \quad (14)$$

其他

$$\frac{d}{d\theta}P_n^m(\theta) = \frac{n \cos\theta P_n^m(n, m, \theta) - (n^2 - m^2)^+ P_n^m(n-1, m, \theta)}{\sin\theta} \quad (15)$$

软件实现流程如图2所示。

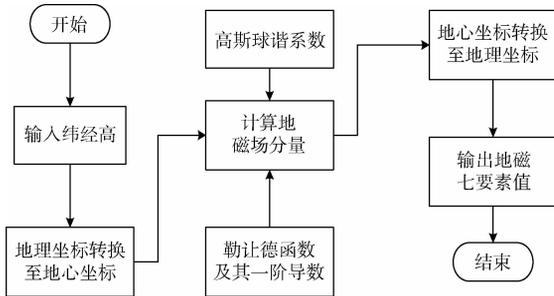


图2 软件实现流程

4 结果对比

本文以纬度范围 $-80^\circ \sim 80^\circ$ (北纬为正,南纬为负),经度范围 $-180^\circ \sim 180^\circ$ (东经为正,西经为负),高为0为例运行程序,得出2015年地磁场七要素的值,并以美国地球物理数据中心提供的数据为标准值,如表1所示。通过对比计算值与标准值发现地磁分量计算精度和总量计算精度均在合理范围内,因此将解算出的数值画出其等值线图。计算值如表2所示。

通过与美国国家地球物理中心给出的数据对比,可以看出:北向分量和东向分量的误差较小,一般没有超过 $\pm 3 \text{ nT}$,而垂直方向的误差较大,最大在 6 nT 左右,水平方向地磁分量和地磁总量误差在 2 nT 附近,磁倾角和磁偏角的误差均未超过一度。由于篇幅有限,本文只列出部分对比数据,但实际进行了大量数据的计算与对比,各个地磁分量、磁场总强度以及磁倾角和磁偏角的误差都与上述误差水平相近,平均误差在 3 nT 左右如图5~8所示。考虑到实际磁场资料的误差水平,此软件计算程序的误差能够满足一般应用的要求。

表1 地磁数据标准值

Date	Height/km	Lat/(°)	Lon/(°)	X/nT	Y/nT	Z/nT	H/nT	F/nT	I/(°)	D/(°)
2015	0	80	0	6 627.1	-445.9	54 432.3	6 642.1	54 836.0	83.04	-3.85
2015	0	0	120	39 518.2	392.9	-11 252.4	39 520.2	41 090.9	-15.89	0.57
2015	100	80	0	6 314.3	-471.6	52 269.8	6 331.9	52 652.0	83.09	-4.27
2015	100	0	120	37 535.6	364.4	-10 773.4	37 537.3	39 052.7	-16.01	0.56
2017.5	0	80	0	6 599.4	-317.1	54 459.2	6 607.0	54 858.5	83.08	-2.75
2017.5	0	0	120	39 571.4	222.5	-11 030.1	39 572.0	41 080.5	-15.57	0.32
2017.5	100	80	0	6 290.5	-348.5	52 292.7	6 300.1	52 670.9	83.13	-3.17
2017.5	100	0	120	37 585.5	209.5	-10 564.2	37 586.1	39 042.5	-15.70	0.32
2017.5	100	-80	240	5 683.5	14 808.8	-50 163.0	15 862.0	52 611.1	-72.45	69.00

表2 地磁数据计算值

Date	Height/km	Lat/(°)	Lon/(°)	X/nT	Y/nT	Z/nT	H/nT	F/nT	I/(°)	D/(°)
2015	0	80	0	6 629.8	-447.2	54 434.4	6 644.8	54 838.4	83.03	-3.85
2015	0	0	120	39 519.3	390.5	-11 251.7	39 521.2	41 091.7	-15.89	0.56
2015	100	80	0	6 317.2	-472.5	52 272.0	6 334.8	52 654.5	83.08	-4.27
2015	100	0	120	37 536.8	362.2	-10 773.1	37 538.6	39 053.8	-16.01	0.55
2017.5	0	80	0	6 602.0	-319.4	54 454.0	6 609.7	54 853.8	83.07	-2.82
2017.5	0	0	120	39 568.7	225.2	-11 035.8	39 569.3	41 079.4	-15.61	0.34
2017.5	100	80	0	6 293.4	-350.8	52 288.6	6 303.1	52 667.1	83.12	-3.32
2017.5	100	0	120	37 582.8	211.5	-10 568.7	37 583.4	39 041.1	-15.73	0.33
2017.5	100	-80	240	5 686.5	14 806	-50 165.9	15 860.4	52 613.4	-72.46	68.94

利用此程序画出地磁等值线图以便于研究相关地磁场分布,从图中可以看出:等强度地磁图大致是沿着纬度的方向排列的线,它在赤道附近为0,在两极处是最大。等水平强度地磁图也是大致沿着地理纬度方向排的曲线族,

在赤道附近值最大,在两磁极处为0。等倾角地磁图也是大致沿纬度方向排列的曲线族,只是它的等值线更加匀称。等偏角地磁图它是从一点出发汇总于另外一点的曲线族,磁偏角分为正负两个区域,负的等偏角线表示磁针向

