

再入弹道目标跟踪问题方法研究

张树春 仇永斌 魏鑫

(空军哈尔滨飞行学院飞行仿真技术研究所 哈尔滨 150001)

摘要: 本文研究重返大气层阶段的弹道目标跟踪问题。针对再入弹道目标给出了一种状态方程和量测方程都具有高度非线性地数学模型,在该模型基础上有针对性地设计了三种次最优非线性滤波器,分别为扩展卡尔曼滤波器、Unscented 卡尔曼滤波器和粒子滤波器。仿真实验结果表明所设计的三种滤波器分别在精度和计算复杂性上均有良好表现。

关键词: 重入大气层;跟踪;非线性滤波;仿真

中图分类号: TN713 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 120.3030

Research of tracking a ballistic object in reentry phase

Zhang Shuchun Chou Yongbin Wei Xin

(Air Force Habin Flight Academy Flight Simulation Technology Research Institute, Harbin 150001, China)

Abstract: The problem of tracking a ballistic object in reentry phase is studied from radar observations. A model with highly nonlinear state and measurement equations is considered, according to which three suboptimal filters are designed, namely Kalman filter, Unscented Kalman filter and Particle filter. Simulation results indicate that these filters do well in good accuracy and tolerable computational complexity respectively.

Keywords: reentry; tracking; nonlinear filtering; simulation

1 引言

对于非机动的再入目标弹道估计问题,传统采用的方法一般都是应用标准或扩展卡尔曼滤波理论,通过在不同坐标系内建立再入目标状态及雷达测量方程,根据获得的雷达测量信息对再入来袭目标弹道进行估计。在这类弹道估计问题中所要解决的难点在于未知的弹道系数(质阻比)对弹道估计精度的影响。一般可以将其作为未知数增广到状态向量之中,与要估计的目标运动状态同时进行在线估计。弹道系数的变化可采用分段函数或加入状态噪声的形式予以补偿。由于现代雷达对在多目标和复杂背景下跟踪的需求,要求雷达反应时间要短,跟踪精度要好,因而对滤波算法需要更深层次的研究和探索^[1-7]。

2 基本问题描述

选定再入弹道目标的一种特例,运动方式为垂直下落,雷达距地面高度 H_0 ,距目标落地点水平距离 M_0 ,几何关系如图 1。其特点是状态方程和量测方程都包含强非线性,所要估计的目标状态包括位置、速度和弹道系数。量测数据由测距雷达在离散时刻取得。

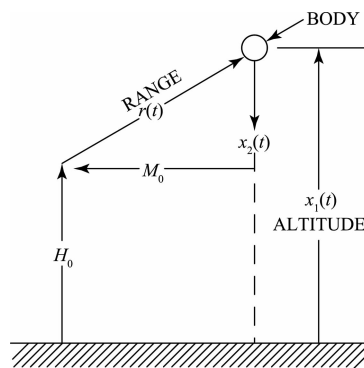


图 1 问题中描述的几何关系

图 1 中参数设置为: $x_1(t)$ 为高度; $x_2(t)$ 为速度; m 为质量(常数); C_D 为阻力系数(常数); A 为物体参考面积(常数); ρ 为大气密度; H_0 为雷达高度; M_0 为雷达和落地点水平距离; $r(t)$ 为雷达距离物体实际距离。假设重力的影响忽略不计,空气密度 $\rho = \rho_0 e^{-\gamma x_1(t)}$, $\gamma = 5 \times 10^{-5}$,定义弹道参数 $x_3 \triangleq C_D A \rho_0 / 2m$ 为常数。在这些假设下,状态方程可以表示为:

$$\left. \begin{aligned} \bar{x}_1 &= -x_2 \triangleq f_1(x) \\ \bar{x}_2 &= -e^{-\tau_1} x_2^2 x_3 \triangleq f_2(x) \\ \bar{x}_3 &= 0 \triangleq f_3(x) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

输出方程 $r(t)$ 为:

$$r(t) = \sqrt{M_0^2 + [x_1(t) - H_0]^2} \quad (2)$$

在离散时刻量测方程是:

$$z(k) = \sqrt{M_0^2 + [x_1(t) - H_0]^2} + v(k) \quad (3)$$

这里 $v(k)$ 是离散高斯噪声, 零均值, 常方差 $E\{v^2(k)\} = R$ 。显然状态方程和量测方程都具有严重的非线性。在观测时刻之间, 状态 $x_1(t), x_2(t), x_3(t)$ 由 $\omega_1(t), \omega_2(t), \omega_3(t)$ 来估计, 它直接来自于微分方程

$$\left. \begin{aligned} \dot{\omega}_1 &= -\omega_2 \\ \dot{\omega}_2 &= -e^{-\tau_1} \omega_2^2 \omega_3 \\ \dot{\omega}_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

方差由矩阵微分方程传递

$$\dot{\mathbf{P}}(t) = \mathbf{F}(\omega)\mathbf{P}(t) + \mathbf{P}(t)\mathbf{F}'(\omega) \quad (5)$$

其中 $F(\omega)$ 是状态非线性函数的雅可比矩阵。上面两个方程在 $t \in [t(k), t(k+1)]$ 同时积分, 在观测时刻 $t = t(k+1)$, 则利用卡尔曼滤波机制, 对于测量进行更新。设定弹道目标初始轨道初值 $x(0) = [3 \times 10^5 \ 2 \times 10^4 \ 10^{-3}]$, 初始估计和估计方差分别为:

$$\hat{x}(0|0) = [3 \times 10^5 \ 2 \times 10^4 \ 3 \times 10^{-5}]$$

$$\mathbf{P}(0|0) = \begin{bmatrix} 10^6 & 0 & 0 \\ 0 & 4 \times 10^6 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

雷达位于高度 H_0 (100000 ft), 离落地点水平距离 M_0 (100000 ft)。微分方程利用四阶龙格库塔方法进行数值积分, 步长 $h=1/64$ s, 每整秒时刻进行观测, 共取 50 次观测值。量测噪声方差 $R=10000 \text{ ft}^2$, 通过 50 次蒙特卡洛仿真, 能够得到滤波器的性能表现。

3 基本解决方案

关于弹道跟踪最为常用的方法是扩展卡尔曼滤波, 由于结合了较高的滤波精度和较少的计算负担, 这种滤波方法在解决再入目标跟踪问题上颇受欢迎, 特别在弹道系数已知的情况下, 它的综合性能甚至超过一些现代滤波器^[8-12]。当然在实际应用中, 弹道系数这样的信息是很难先验了解的, 这种情况下, Unscented 卡尔曼滤波和粒子滤波这样的现代方法相比经典方法到底有多大程度的改善, 是我们关心的问题。下面给出解决方案。

3.1 扩展卡尔曼滤波

1) 取得先验高斯分布的均值和协方差: $\hat{x}(0|0), \mathbf{P}(0|0)$

2) 递推计算: 其中 $k=0, 1, \dots$

(a) 一步预测状态估计:

在观测时刻之间, 为求解矩阵 Riccati 方程, 设矩阵

$\mathbf{F}(\omega)$ 在 $t \in [t, t+\delta], \delta=1/64$ 保持恒定, 这样

$$\mathbf{P}(t+\delta) = \varphi(t+\delta, t)\mathbf{P}(t)\varphi^T(t+\delta, t) \quad (6)$$

$$\varphi(t+\delta, t) \approx \mathbf{I} + \delta\mathbf{F}(\omega(t)) + \frac{\delta^2}{2}\mathbf{F}^2(\omega(t)) \quad (7)$$

$$\mathbf{F}(\omega) = e^{-\tau_1} \begin{bmatrix} 0 & -e^{\tau_1} & 0 \\ \tau\omega_2^2 & -2\tau\omega_2\omega_3 & -\tau\omega_2^2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

如此积分系统状态方程和经过处理的如上方程直到观测点时刻, 取得 $\hat{x}(k+1|k)$ 和 $\mathbf{P}(k+1|k)$ 。

(b) 测量修正:

均值和方差传递到观测时刻, 此时有

$$\hat{x}(k+1|k) = \omega(k+1) \quad (9)$$

$$\mathbf{P}(k+1|k) = \mathbf{P}(k+1) \quad (10)$$

在 $k+1$ 时刻, 需要在观测量的基础上进行修正

$$x(k+1|k+1) = x(k+1|k) + \mathbf{W}(k+1)[z(k+1) - \sqrt{M_0^2 + (x_1(k+1|k) - H_0)^2}] \quad (11)$$

$$\mathbf{P}(k+1|k+1) = (\mathbf{I} - \mathbf{W}(k+1)\mathbf{H})\mathbf{P}(k+1|k) \quad (12)$$

其中

$$\mathbf{W}(k+1) = \mathbf{P}(k+1|k)\mathbf{H}^T(\mathbf{H}\mathbf{P}(k+1|k)\mathbf{H}^T + R(k))^{-1} \quad (13)$$

$$\mathbf{H} = \frac{x_1(k+1|k) - H_0}{\sqrt{M_0^2 + (x_1(k+1|k) - H_0)^2}} \quad (14)$$

EKF 将非线性状态方程和量测方程进行线性化, 保留泰勒展开的一阶项, 通常说来, 当滤波问题是一个高度非线性的问题时, 局部线性化假设不能成立, 就会引入很大的估计误差, 甚至滤波器发散。

3.2 Unscented 卡尔曼滤波

Unscented 卡尔曼滤波的思想和扩展卡尔曼滤波的思想有很大的差别。对于图 1 的具体问题, $n=3$, 且有 $n+k=3$, 因而取 $k=0$ 。同样在观测时刻之间, 同时求解系统状态微分方程和矩阵 Riccati 方程, 在 EKF 中, 每一步 δ 都要对雅各比矩阵进行估值, 而在整个观测间隙时段, 并行的对 7 个 sigma 点的轨迹进行计算, 只在观测时刻才需要计算它们的均值和方差。

1) 初始化, 按照仿真初始化设定, 得到

$$\bar{x} = E[x(0)]; \mathbf{P}(0) = E[(x(0) - \bar{x})(x(0) - \bar{x})^T]$$

在此基础上, 按照如下规则选取采样点和它们的权重

$$\chi_0 = \bar{x} \quad \omega_0 = 0 \quad i = 0$$

$$\chi_i = \bar{x} + (\sqrt{3\mathbf{P}(0)})_i \quad ; \omega_i = 1/6 \quad ; \quad i = 1, \dots, 3$$

$$\chi_i = \bar{x} - (\sqrt{3\mathbf{P}(0)})_i \quad ; \omega_i = 1/6 \quad ; \quad i = 4, \dots, 6$$

2) 递推过程

(a) 将各个采样点分别通过非线性系统模型

$$\xi_i(k+1|k) = f(\chi_i)$$

此处的 $f(\cdot)$ 是微分方程(1), 本例中 $i=0, \dots, 6$ 。

(b) 在观测点时刻, 计算预测状态均值和方差

$$\hat{x}(k+1|k) = \sum_{i=0}^6 \omega_i \xi_i(k+1|k)$$

$$P(k+1|k) = Q(k) + \sum_{i=0}^6 \omega_i (\xi_i(k+1|k) - \hat{x}(k+1|k)) \times [\xi_i(k+1|k) - \hat{x}(k+1|k)]^T \quad (15)$$

(c) 预测量测量采样点

$$\sigma_i(k+1|k) = z(k) =$$

$$\sqrt{M_0^2 + [\xi_{i,1}(k+1|k) - H_0]^2} \quad (16)$$

(d) 预测量测量、方差和其与状态的互协方差

$$\hat{z}(k+1|k) = \sum_{i=0}^6 \omega_i \zeta_i(k+1|k)$$

$$P_{zz} = R(k+1) + \sum_{i=0}^6 \omega_i [\zeta_i(k+1|k) - \hat{z}(k+1|k)] \cdot [\zeta_i(k+1|k) - \hat{z}(k+1|k)]^T$$

$$P_{xz} = \sum_{i=0}^6 \omega_i [\xi_i(k+1|k) - \hat{x}(k+1|k)] \cdot [\zeta_i(k+1|k) - \hat{z}(k+1|k)]^T \quad (17)$$

(e) 计算 UKF 增益,更新状态和方差

$$W(k+1) = P_{xz} P_{zz}^{-1}$$

$$x(k+1|k+1) = x(k+1|k) +$$

$$W(k+1)[z(k+1) - z(k+1|k)]$$

$$P(k+1|k+1) = P(k+1|k) -$$

$$W(k+1)P_{zz}W(k+1)^T \quad (18)$$

3.3 粒子滤波

MMSE 意义上最优递归贝叶斯滤波器实际是后验概率 $p(x(k)|z(1:k))$ 的均值,粒子滤波是利用 Monte-Carlo 仿真基于计算机方法来实现最优递归贝叶斯滤波。它不是对给定非线性(或非高斯性)解析解的数值逼近,而是运用了大量计算来逼近后验概率密度,其中心思想是用大量的随机采样(粒子)来表征所求的 pdf ,随着粒子数的增加,代表的 pdf 变得更为精确。

设计粒子滤波器需要了解:初始状态 pdf 、似然函数 $p(z(k)|x(k))$ 、过程噪声的统计特性。

对于本文的问题,初始状态已给出,似然函数认为是高斯的,过程噪声也认为是符合高斯分布的。选择粒子数在设计粒子滤波器中十分重要,不同的粒子滤波方法对粒子数要求不同,本问题中我们采用了标准粒子滤波方法。由于此算法效率不高,所需的粒子数比较大,本例中选取的粒子数是 10 000。一些改进的算法可以在使用较少的粒子数的情况下,滤波精度不受太大影响^[2]。[3]中甚至在预测阶段采用了 UT 思想,使滤波效率又有较大提升。具体的算法如下:

1) 初始化:从先验分布 $p(x(0))$ 获取一组 i. i. d 样本 $\{x_j(0); j = 1, 2, \dots, N\}$, 并设定权值

$$\omega_j(0) = \frac{1}{N}, j = 1, 2, \dots, N.$$

2) 递推过程:

(a) 预测:每一个采样通过状态方程获取 $k+1$ 步状态

的先验概率密度,其中 $k = 1, 2, \dots$ 。需要注意的是需要叠加工程噪声;

(b) 更新:

• 对每个采样点计算似然函数

$$p(z(k+1|x_j(k+1))) = N(z(k); h(x_j(k+1)), R) \quad (19)$$

• 计算每个采样点的标准化权值;

$$q_i(k+1) = \frac{p(z(k+1|x_i(k+1)))}{\sum_{j=1}^N p(z(k+1|x_j(k+1)))} \quad (20)$$

• 从上面的离散分布中进行 N 次重采样 $\{x_i(k+1); i = 1, \dots, N\}$, 采样的结果使 $\Pr\{x_{j^*}(k+1) = x_i(k+1) = q_i(k+1)\}$;

• 最终获得的 MMSE 估计为粒子的均值

$$\hat{x}(k+1|k+1) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i(k+1) \quad (21)$$

4 仿真结果

以上 3 种滤波方法包括一种经典的方法和两种现代滤波方法,这是在近期目标跟踪领域最受欢迎的滤波方法。一般说来,扩展卡尔曼滤波是最先被考虑的方法,它具有计算量小和易于实现的特点;粒子滤波用巨大的计算代价换来较为精良的滤波性能,但是由于其对计算量的要求大大超过了目前的主流运算设备,因此很难被应用在现实用途中;Unscented 卡尔曼滤波器和扩展卡尔曼滤波的计算需求基本是同阶的,但是由于其精巧的构建滤波器思想,使得它具有更高的滤波精度。

仿真的设置和上文相同,我们引入的过程噪声是这样设置的,在两次观测时刻之间的积累过程噪声为:

$$Q = \begin{bmatrix} 900 & 0 & 0 \\ 0 & 400 & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-8} \end{bmatrix}$$

本例中得出的仿真结果如图 2、图 3 和图 4 所示。

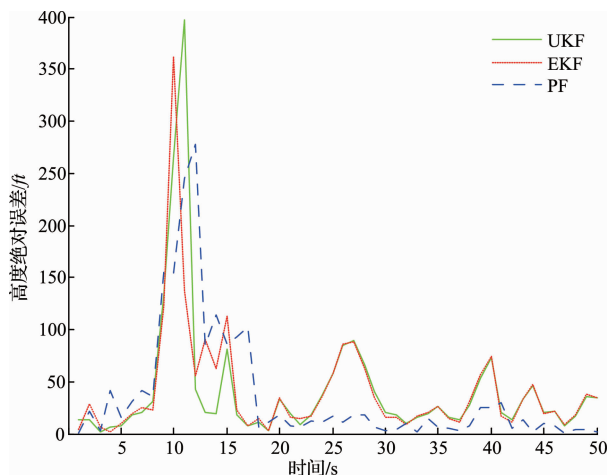


图 2 3 种基本滤波方法高度误差比较

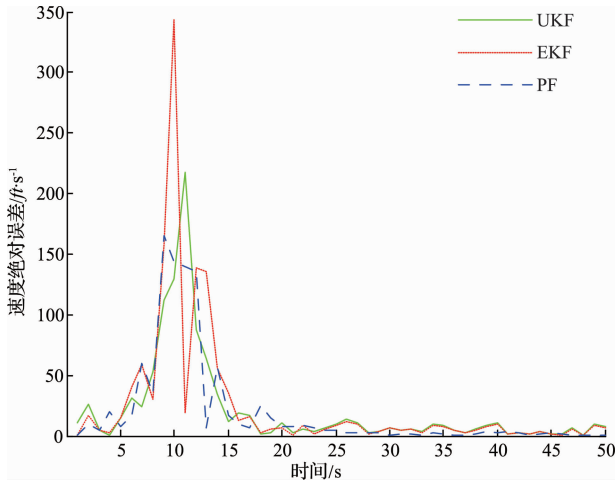


图3 3种基本滤波方法速度误差比较

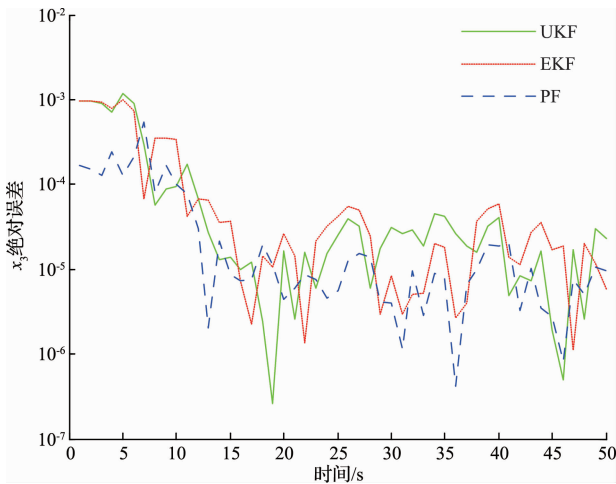


图4 3种基本滤波方法弹道系数比较

5 结 论

从仿真结果可看出,输出非线性最严重表现在10 s左右的时刻上,在此处系统几乎是不可观的,因此在此时刻附近所有滤波器估计误差都非常大。可以看到,整个估计过程中,EKF比UKF表现略差,但是差别并不特别明显,这是由于过程噪声掩盖了线性化误差的缘故,粒子滤波的精度表现最好,但是考虑到三者的计算负担(UKF是EKF的3.62倍,粒子滤波是EKF的230倍),UKF是较好选择。

参考文献

- [1] 刘晓东, 蒋睿. 分数阶 Kalman 滤波算法回溯长度选择方法研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2015, 29(1): 132-138.
- [2] 任航. 基于拟蒙特卡罗滤波的改进式粒子滤波目标跟踪算法[J]. 电子测量与仪器学报, 2015, 28(2): 289-295.

- [3] 韩萍, 桑威林, 石庆研. 一种新型非线性卡尔曼滤波方法[J]. 仪器仪表学报, 2015, 36(3): 632-638.
- [4] 王宏健, 李村, 么洪飞, 等. 基于高斯混合容积卡尔曼滤波的UUV自主导航定位算法[J]. 仪器仪表学报, 2015, 36(2): 254-261.
- [5] 蒋鹏, 宋华华, 王兴民. 基于动态生成树和改进不敏卡尔曼滤波的传感器网络目标跟踪算法研究[J]. 仪器仪表学报, 2015, 36(2): 415-421.
- [6] 孙超, 张美君. 基于 Kalman 滤波的头盔运动姿态的预测方法[J]. 国外电子测量技术, 2015, 34(2): 82-86.
- [7] 徐梓皓, 周召发, 孙立江. 基于卡尔曼滤波器的姿态角测量系统设计[J]. 电子测量技术, 2014, 37(1): 1-4.
- [8] KIM J, VADDI S S, MENON P K, et al. Comparison between nonlinear filtering techniques for spiraling ballistic missile state estimation[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2012, 48(1): 313-328.
- [9] DAS K, PURLUPADY C, PADHI R, et al. Optimal nonlinear control and estimation for a reusable launch vehicle during reentry phase [C]//2008 16th Mediterranean Conference on Control and Automation. IEEE, 2008: 47-52.
- [10] FARINA A, RISTIC B, BENVENUTI D. Tracking a ballistic target: comparison of several nonlinear filters[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2002, 38(3): 854-867.
- [11] ARULAMPALAM M S, MASKELL S, GORDON N, et al. A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2002, 50(2): 174-188.
- [12] PAYNE O, MARRS A. An unscented particle filter for GMTI tracking [C]//Aerospace Conference, 2004. Proceedings, 2004, 3: 1869-1875.

作者简介

张树春, 工学博士, 高级工程师, 总工, 主要研究方向为非线性滤波, 飞行仿真, 飞行仿真器设计等。

E-mail: zsc8939@hit.edu.cn

仇永斌(通讯作者), 工学博士, 工程师, 主要研究方向为雷达信号处理, 雷达性能仿真等。

E-mail: chouyongbin@126.com

魏鑫, 工学硕士, 工程师, 主要研究方向为非线性滤波、飞行仿真、空空导弹弹道仿真等。

E-mail: weixin19880626@sina.com