

# 基于光场的联合稀疏分布式压缩感知

周颖 尹艳鹏 雷蕊 张之江

(上海大学通信与信息工程学院 上海 200072)

**摘要:** 信号的稀疏分解是压缩感知理论的关键问题,冗余字典相较于传统的正交基矩阵,可提供信号的更稀疏表示。首先根据光场相机特征-光场图像具有图像内和图像间相关性,提出光场中的联合稀疏模型,然后使用基于图像特征训练的冗余字典稀疏表示光场信号,最后通过同时分段正交匹配追踪算法(S-StOMP)重建稀疏信号,S-StOMP重建速度较快,可同时重建多个信号。最后通过实验验证了算法的准确性和可靠性。

**关键词:** 分布式压缩感知;冗余字典;联合稀疏模型;同时分段正交匹配追踪算法

**中图分类号:** TP751 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.4050

## Jointly sparse distributed compressed sensing based on light field

Zhou Ying Yin Yanpeng Lei Rui Zhang Zhijiang

(School of Communication and Information Engineering, Shanghai University, Shanghai 200072, China)

**Abstract:** Signal sparse decomposition is one of critical issues in compressed sensing. Redundant dictionary provides much more sparse decomposition than using conventional orthonormal basis function. In this paper, we propose jointly sparse model of light field based on the features of light camera array---the images with inter-signal and intra-signal correlation, and then sparse represent the signals using different linear combinations of redundant dictionary trained from original signals, and next reconstruct the sparse signals with Simultaneously stagewise Orthogonal Matching Pursuit, which runs much faster than other greedy algorithms and reconstructs images simultaneously. Finally, we give several examples showing the methods are rapid and reliable in light field images.

**Keywords:** DCS; Redundant dictionary; jointly sparse model; S-StOMP

## 1 引言

1996年,M Levoy首次提出了光场渲染概念<sup>[1]</sup>,渲染过程中不需要对场景建模,渲染效果逼真,成为基于图像渲染的研究热点。为了采集场景的全部信息,需要使用相机阵列对场景进行高密度采样,因此光场渲染数据量庞大。

压缩感知,利用信号的稀疏性,通过较少的观测量,实现信号的降维处理<sup>[2-4]</sup>,然后选用合适的重构算法高概率的恢复出原始信号。这种思想对光场渲染过程中产生的巨大数据量也提供了新的研究思路。

光场与压缩感知也有一些结合<sup>[5]</sup>。文献[6]中,Babacan S D提出新的光场相机采样模型,结合贝叶斯重建方法恢复光场图像阵列。文献[7]中,Kamal M H根据光场相机的结构特征,提出光场稀疏表示模型。

为了进一步利用多信号间的相关性,Baron D提出分布式压缩感知<sup>[8]</sup>,并给出了3种分布式压缩感知模型和重建算法。

本文结合分布式压缩感知提出光场联合稀疏模型(JSM-LF),使用冗余字典最大化的稀疏表示信号,然后提出同时分段正交匹配追踪算法,该算法可充分利用多个信号间的相关性,高概率的同时恢复多个信号。

## 2 光场联合稀疏模型

光场相机阵列属于分布式信源,针对光场相机分布特点提出光场联合稀疏模型(jointly sparse model of light field, JSM-LF),如图1所示。

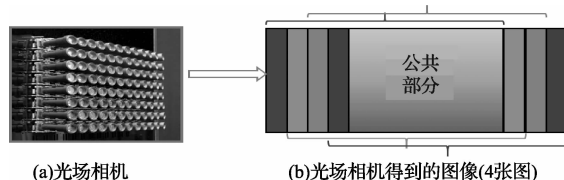


图1 光场联合稀疏模型

JSM-LF 模型解释如下:

输入:光场相机间距  $g$  像素,光场图像  $m \times n$ 。Camera $_{i,j}$  代表第  $i$  行第  $j$  列相机,Image $_{i,j}$  标记为第  $i$  行第  $j$  列光场相机所得到的图像信号。

输出:同一水平光场相机所得到的图像信号间距均为  $g$  像素;同一纵轴光场相机所得到的图像信号间距均为  $g$  像素。

Image $_{1,2}$  图像大部分可由 Image $_{1,1}$  图像右移  $g$  列(简单起见,假设  $g = 1px$ ),即 Image $_{1,2}$  图像信号的前  $n-1$  列信号可看成是 Image $_{1,1}$  图像信号的第 2 列至第  $n$  列信号。所以 Image $_{1,2}$  和 Image $_{1,1}$  的公共部分记为  $x_{com}$ ,图像与公共部分残差记为  $x_{1,i_{im}}$

$$x_{com} = (x_{1,1}[2:n] + x_{1,2}[1:n-1])/2 \quad (1)$$

$$x_{1,1_{im}} = x_{1,1}[2:n] - x_{com} \quad (2)$$

$$x_{1,2_{im}} = x_{1,2}[1:n-1] - x_{com} \quad (3)$$

$x_{i,j}[p:q]$  表示图像 Image $_{i,j}$  的第  $p$  列至第  $q$  列信息,若  $p > q$ ,则  $x_{i,j}[p:q]$  表示空集。

$$x_{1,1} = x_{1,1}[1:1] + x_{com} + x_{1,1_{im}} \quad (4)$$

$$x_{1,2} = x_{1,2}[n:n] + x_{com} + x_{1,2_{im}} \quad (5)$$

推广到多个光场相机图像信号  $x_{1,N}$ ,则可由一个图像信号  $x_{1,1}$  推断出  $N-1$  个光场图像的大部分图像信号。推出的模型如下所示:

$$x_{com} = \left\{ \sum_i x_i[N-i+1:n-i+1] \right\} / N \quad (6)$$

$$x_{1,i_{im}} = x_{1,i}[n-i+1:n-i+1] - x_{com} \quad (7)$$

$$x_{1,i_{im}} = x_{1,i}[n-i] + x_{1,i}[n-i+2:n] \quad (8)$$

$$x_{1,i} = x_{1,i_{im}} + x_{com} + x_{1,i_{im}} = Z_J + Z_C + Z_D \quad (9)$$

式中: $Z_J$  表示第  $i$  个光场相机的边角部分, $Z_C$  表示公共部分, $Z_D$  表示公共部分残差。若不考虑公共部分残差,则图像信号可分解为图像公共部分和图像边角部分,符合分布式压缩感知联合稀疏模型一(JSM1)。但是对于不同位置的相机而言,虽然相机间距极小,采集光场图像较密集,但每一个相机拍照时的成像角度,亮度等细小问题都会造成微小的残差,记录每一图像残差,可更高概率地恢复出原始图像信号。基于此,将光场图像信号分解为图像边角残差、公共部分和公共部分残差 3 个部分,最终形成了光场联合稀疏模型。若光场相机间距变大,极限情况是光场公共部分为 0,则上述模型可简化为联合稀疏模型二(JSM2),即每一个光场信号看做一个整体信号,不需要对光场信号再进行分解。

### 3 光场联合稀疏分布式压缩感知

#### 3.1 光场稀疏信号

光场相机阵列属于分布式信源,图像经过冗余字典稀疏表示后,大部分系数为 0,稀疏度较高。将光场图像按照 JSM-LF 分解后可进一步提高信号的稀疏度,为后续的重建提供保证。如图 2 所示,选取  $1 \times 4$  光场图像阵列作为实例说明光场图像间具有相似性的稀疏结构。

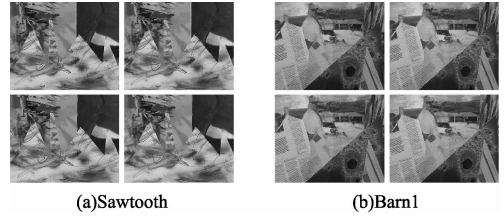


图 2 光场图像阵列

冗余字典训练原子来源有两大类:随机信号和图像特征信号<sup>[9-10]</sup>。随机信号是使用固定的正交基(如 DCT)生成冗余信号,通过 KSVD 迭代最终训练出冗余字典。而图像特征是指将图像固有的特征与随机信号相结合训练出符合要求的冗余字典,2 种方法训练出的字典分别如图 3 所示。

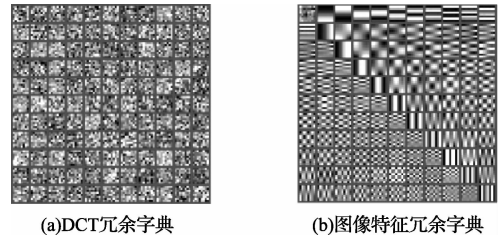


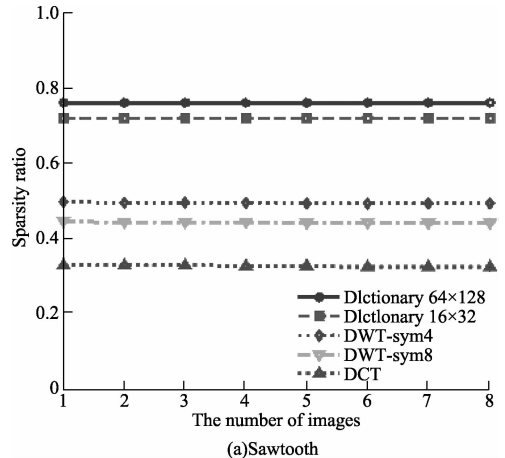
图 3 KSVD 方法训练的块  $64 \times 128$  冗余字典

从表 1,可以得出结论:使用 DCT 基训练出的冗余字典,对信号的稀疏表示不如结合图像特征训练出的冗余字典。基于此,该文中采用结合图像信号训练的冗余字典对信号进行稀疏表示。

表 1 对比  $64 \times 128$  冗余字典的稀疏度

光场图像	字典	稀疏度	字典	稀疏度
Sawtooth	DCT	0.5546	图像特征	0.7578
Barn1	DCT	0.5625	图像特征	0.7500

为了衡量图像的稀疏度,这里设计  $th$  为阈值,小于  $th$  的记为 0,大于  $th$  的个数是图像的稀疏度。将零信号与图像信号总个数的比例记为稀疏比例。用 Sawtooth 以及 Barn1 2 组光场图像阵列做实验, $th$  设为 5。实验中选取的冗余字典冗余度为 2,字典块大小分别为  $16 \times 32$ 、 $64 \times 128$ ,固定的正交基为 DCT、DWT-sym8、DWT-sym4。



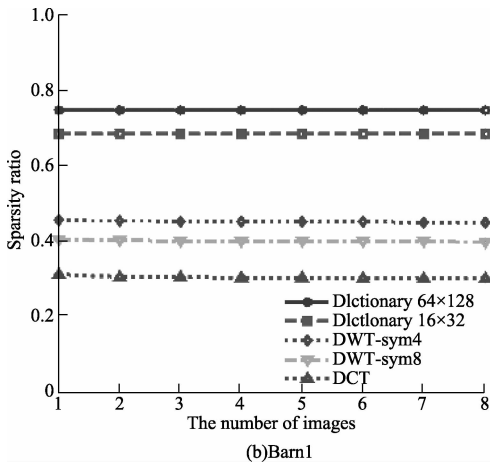


图 4 光场图像阵列在各稀疏基上的稀疏性

图 4 的数据表明:2 组光场图像在冗余字典、DWT-sym8、DWT-sym4、DCT 上的稀疏度均一致,且光场图像阵列在冗余字典  $64 \times 128$  上稀疏度最高。稀疏性越高对应重建质量越高。接下来实验中,选取  $64 \times 128$  冗余字典。

### 3.2 光场信号重建

压缩感知理论本质是求解一个欠定方程:  $Y = \Phi X = \Phi \Psi \Theta$ 。Candes、Tao 等人给出了存在确定解的充要条件——有限等距特性 RIP。若想信号完全重构,必须保证  $\Phi \times \Psi$  不会把 2 个稀疏度为  $K$  的不同信号映射到同一个采样集合中,这就要求从  $\Phi \times \Psi$  中抽取的每  $M$  个列向量构成的矩阵是非奇异的。然而判断  $\Phi \times \Psi$  是否具有 RIP 性质是一个组合复杂问题。为了降低问题的时间复杂度,Candes 等人指出如果观测矩阵  $\Phi$  和稀疏基  $\Psi$  不相干,则  $\Phi \times \Psi$  在很大概率上满足 RIP 性质。RIP 准则适用于标准坐标基或一些其他正交基下的稀疏信号,然而实际例子中很多信号在固定正交基下的稀疏度不够,而在冗余字典上稀疏度较高。基于此采用冗余字典代替稀疏基,即  $Y = \Phi X = \Phi D \Theta$ 。但该方法违背了压缩感知的 RIP 准则,因为冗余字典的列数远远大于行数,失去正交性,观测矩阵  $\Phi$  与冗余字典  $D$  必是相干的。面对此问题,可将压缩感知中的 RIP 准则扩升为 D-RIP 准则,理论证明若观测矩阵  $\Phi$  满足 D-RIP 特性时,则不用考虑  $\Phi$  与冗余字典  $D$  的相关性也可以得到原始信号的近似精确重构。

D-RIP: 设  $\sum_k$  是由字典  $D$  的  $k$  列的子集所张开的所有子空间的集合,如果存在常量  $\delta_k$ ,使任意  $v \in \sum_k$  等式成立,则称具有有限等距特性的观测矩阵  $\Phi$  满足 D-RIP。

$$(1 - \delta_k) \|v\|_2^2 \leq \|\Phi v\|_2^2 \leq (1 + \delta_k) \|v\|_2^2 \quad (10)$$

由此,可以得出结论,在应用冗余字典  $D$  对信号进行稀疏表示时,若观测矩阵  $\Phi$  满足 D-RIP,只要使用适当的重构算法,仍然可以恢复出原始的信号。

目前基于压缩感知理论的重建方法有 3 大类:凸优化算法、组合算法和贪婪追踪算法。该文选取重建速度较快的贪婪追踪算法。它通常可抽象为求解数学问题:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^k} \|x_0\| \text{ st. } \|\Phi x - y\|_2 \leq \epsilon \quad (11)$$

常用的贪婪追踪算法是 OMP 算法<sup>[11-13]</sup>,该方法的思想是寻求  $X$  信号的支撑集。把测量矩阵的每一列作为原子,每次迭代过程中选择一个与观测信号相关性最大的原子作为  $x$  信号的支撑集候选,并在每一次迭代时保持残差的正交性,从而改进算法的收敛性。

考虑到收敛速度,一次迭代选择多个原子的思想被应用到贪婪算法中,StOMP 就是这种思想的典型代表<sup>[14]</sup>。StOMP 每次选择一个或多个原子作为候选,多次迭代后即可收敛求解,适合大维数的阵列信号稀疏恢复。

### 3.3 同时分段正交匹配追踪算法(S-StOMP)

S-StOMP 算法属于贪婪算法的一种,思想为寻找信号  $X$  的支撑集,每次迭代时选择与多个输入信号相关性大的多个原子作为候选,同时更新支撑集和残差,直至达到收敛条件。

输入:输入信号  $Y$ ,维数为  $M \times K$ ,观测矩阵  $\Phi$ ,维数为  $M \times L$ 。

输出:重建信号  $X$ ,维数为  $N \times K$ 。

算法步骤:

1) 初始解矩阵  $X_0 = 0$ ,初始残差  $R_0 = Y$ ,初始行支撑集  $I_0 = \Phi$  以及初始阶段数  $S = 1$ ;

2) 通过当前信号残差  $R_{s-1}$  与观测矩阵  $\Phi$  中的基做内积得到的剩余相关矩阵:  $C_s = \Phi^T R_{s-1}$ ,再对其每一行向量的元取绝对值后相加得到一个列向量,称为剩余相关向量( $j = 1, 2, \dots, L$ ):

$$C_s(j) = \|C_s(j, :)\|_1 = \sum_{k=1}^L |C_s(j, k)| \quad (12)$$

3) 通过设置阈值  $t_s$ ,根据下式计算出参与表示信号的基对应子集  $J_s$ :

$$J_s = \{j: \|C_s(j, :)\|_1 = \sum_{p=1}^L |C_s(j, p)| > t_s\} \quad (13)$$

4) 令  $I_s = I_{s-1} \cup J_s$ ,生成索引集合

5) 将矩阵  $Y$  正交投影到观测矩阵  $\Phi$  中与  $I_s$  中指标对应的基生成的空间。令  $\Phi_{I_s}$  表示为  $m \times |I_s|$  的矩阵,是  $\Phi$  中对应行支撑集  $I_s$  的各列向量所组成,则第  $S$  阶段的行支撑集是  $I_s$  的近似解  $X_s$ ,它具有非零元的行向量为:

$$(X_s)_{I_s} = (\Phi_{I_s}^T \Phi_{I_s})^{-1} \Phi_{I_s}^T Y \quad (14)$$

6) 修正残差矩阵:

$$R_s = Y - \Phi X_s \quad (15)$$

7)  $S = S + 1$ ,如果不满足收敛条件,则返回算法第 2 步;否则迭代结束。

注意: $K = 1$  时,以上过程退化为标准的分段式正交匹配追踪算法。

## 4 实验结果与分析

本文对比 4 种方法重建含噪以及未含噪的图像信号:采样矩阵  $\Phi$  为高斯随机矩阵:

1) 联合稀疏模型采用 JSM2,稀疏矩阵为 DCT,重建方法采用 OMP;(DCT-OMP-JSM2)

2)联合稀疏模型采样 JSM4,稀疏矩阵为 DCT,重建方法采样 OMP;(DCT-OMP-JSM4)

3)联合稀疏模型采样 JSM4,稀疏矩阵采用 KSVD 训练的冗余字典,重建方法采样 OMP;(Dictionary-OMP-JSM4)

4)联合稀疏模型采样 JSM4,稀疏矩阵采用 KSVD 训练的冗余字典,重建方法采用 S-StOMP,本文提出的方法;(Dictionary-S-StOMP-JSM4)

冗余字典大小为  $64 \times 128$ ,光场图像大小为  $400 \times 320$ ,稀疏速率为 0.25,单次同时重建 4 幅图像。将重建过程分为 2 大类:未含噪声图像和含有加性白噪声图像(均值为 0,方差为 10)。

#### 4.1 未含噪声图像重建

图 5 (a)、(e)采用 DCT-OMP-JSM2,PSNR 分别为 23.55 dB 和 23.47 dB;(b)、(f)采用 DCT-OMP-JSM4,PSNR 分别为 25.56 dB 和 26.48 dB;(c)、(g)采用 Dictionary-OMP-JSM4,PSNR 分别为 38.37 dB 和 37.74 dB;(c)、(g)采用 Dictionary-S-StOMP-JSM4,PSNR 分别为 38.99 dB 和 38.32 dB;

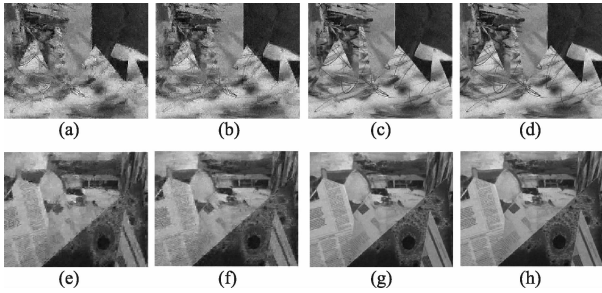
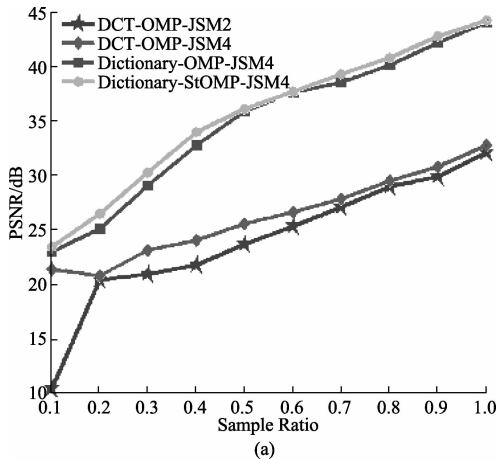


图 5 70%的采样率重建光场图像。

图 6 表示不同采样率下的光场图像重建的 PSNR, X 轴表示观测矩阵的采样率, Y 轴表示重建图像与原图的 PSNR。一般来说,PSNR 越高,重建效果越好。图六分析可得,1)JSM4 重建效果优于 JSM2;2)冗余字典作为稀疏矩阵重建效果明显优越于 DCT;3)采用 S-StOMP 同时重建光场图像优于传统的 OMP 方法。



(a)

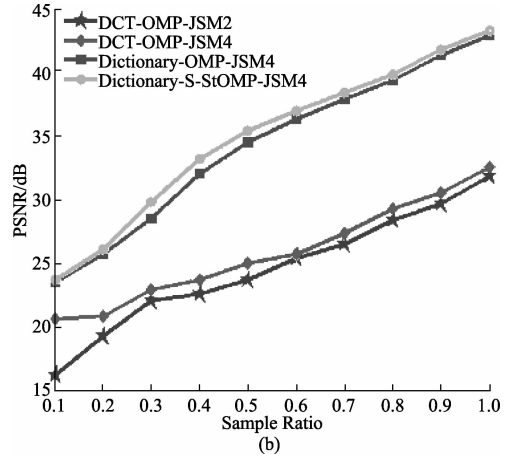


图 6 未含噪声图像重建的 PSNR

#### 4.2 包含噪声图像重建

图 7(a)、(e)采用 DCT-OMP-JSM2,PSNR 分别为 21.46 dB 和 21.36 dB;(b)、(f)采用 DCT-OMP-JSM4,PSNR 分别为 22.10 dB 和 22.30 dB;(c)、(g)采用 Dictionary-OMP-JSM4,PSNR 分别为 27.63 dB 和 28.32 dB;(c)、(g)采用 Dictionary-S-StOMP-JSM4,PSNR 分别为 27.90 dB 和 28.46 dB。

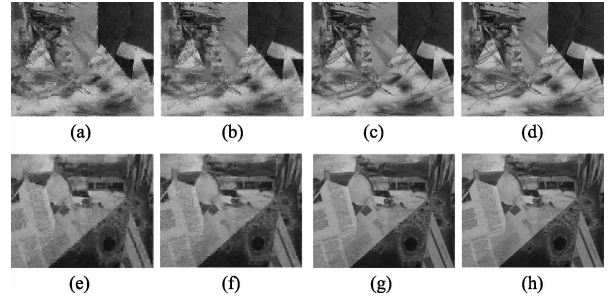
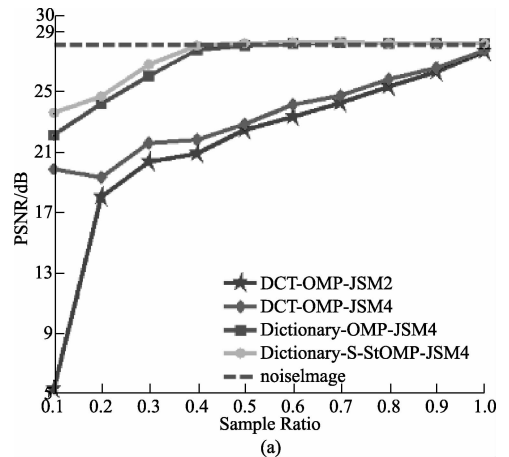


图 7 70%的采样率重建光场图像

图 8 中的虚横线表示噪声图像与原图的 PSNR,图 6 中得出的结论同样适合图 8。此外,包含噪声的情况下,我们发现得出一个结论,采样率在 0.4 左右时,即可较高质量重建出光场图像,对于含噪图像,最多只需要采样一半的数据即可恢复出光场图像。



(a)

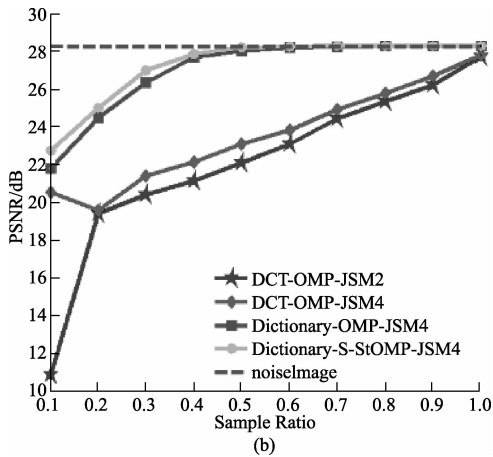


图8 包含噪声图像重建的PSNR

## 5 结 论

结合分布式压缩感知,提出光场联合稀疏模型,采用KSVD算法利用图像自身特征训练冗余字典,稀疏化的表示多个信号,为信号的精确重建提供保障。此外,提出一种可同时观测并恢复多个信号的分段正交匹配追踪算法(S-StOMP)。由实验结果可知,冗余字典,JSM4,S-StOMP对重建联合稀疏信号具有较好的效果,适合光场图像的压缩感知。

## 参考文献

- [1] LEVOY M, HANRAHAN P. Light field rendering [C]. Proceedings of the 23rd annual conference on Computer graphics and interactive techniques. ACM, 1996: 31-42.
- [2] 秦乙,卫纲,胡旭,等. 宽带跳频信号的压缩采样与重构[J]. 国外电子测量技术, 2013,32(9): 25-28.
- [3] 孙林慧,杨震,季云云,等. 基于过完备线性预测字典的压缩感知语音重构[J]. 仪器仪表学报, 2012, 33(4): 743-749.
- [4] 薛会祥,赵拥军. 基于CS阵列的DOA估计[J]. 电子测量与仪器学报, 2012, 26(3): 208-214.
- [5] 张金远,王红梅,岳贤军,等. 基于压缩感知的光场获取与重建[J]. 电子测量技术, 2013, 36(2): 51-54.
- [6] BABACAN S D, ANSORGE R, LUESSI M, et al. Compressive sensing of light fields [C]. Image Processing (ICIP), 2009 16th IEEE International Conference on. IEEE, 2009: 2337-2340.
- [7] KAMAL M H, GOLBABAEE M, VANDERGHEYNST P. Light field compressive sensing in camera arrays[C]. Acoustics, Speech and Signal Processing

(ICASSP), 2012 IEEE International Conference on. IEEE, 2012: 5413-5416.

- [8] DUARTE M, SARVOTHAM S, BARON D, et al. Distributed compressed sensing of jointly sparse signals[C]. Asilomar Conf. Signals, Sys. Comput. 2005: 1537-1541.
- [9] RAUHUT H, SCHNASS K, VANDERGHEYNST P. Compressed sensing and redundant dictionaries [J]. Information Theory, IEEE Transactions on, 2008, 54(5): 2210-2219.
- [10] CANDES E. J, ELDAR Y. C, NEEDLELL D. Compressed sensing with coherent and redundant dictionaries [J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2011, 31(1): 59-73.
- [11] MALLAT S G, ZHANG Z. Matching pursuits with time-frequency dictionaries [J]. Signal Processing, IEEE Transactions on, 1993, 41(12): 3397-3415.
- [12] SUNDMAN D, CHATTERJEE S, Skoglund M. A greedy pursuit algorithm for distributed compressed sensing [C]. IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2012: 2729-2732.
- [13] TROPP J A, GILBERT A C, STRAUSS M J. Simultaneous sparse approximation via greedy pursuit[C]. IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2005(5): 721- 724.
- [14] DONOHO D L, TSAIG Y, DRORI I, et al. Sparse solution of underdetermined systems of linear equations by stagewise orthogonal matching pursuit [J]. Information Theory, IEEE Transactions on, 2012, 58(2): 1094-1121.

## 作者简介

周颖(通讯作者),1990年出生,硕士研究生。主要研究方向光场渲染、压缩感知等。

E-mail: zouying@shu.edu.cn

尹艳鹏,1989年出生,硕士研究生。主要研究方向模式识别、图像处理等。

雷蕊,1990年出生,博士研究生。主要研究方向模式识别、压缩感知等。

张之江,1968年出生,教授。主要研究方向计算机视觉、数字全息等。