

边界判别投影在人脸识别上的应用<sup>\*</sup>

魏义康 金 聪

(华中师范大学 计算机学院 武汉 430079)

**摘 要:** 针对最大边界准则和边界 Fisher 分析在人脸特征提取过程中的不足,提出一种边界判别投影降维算法,利用类样本均值与其同类边界样本定义类内离散度,利用类样本均值与其异类边界样本定义类间离散度。同时结合最大边界准则解决类内离散度矩阵奇异的问题。与经典的边界判别投影算法相比,可以同时考虑样本的全局结构和局部结构,避免小样本问题。在人脸数据集上的实验表明,边界判别投影是一种有效的特征提取算法,提高了人脸识别准确率。

**关键词:** 边界判别投影;数据降维;人脸识别

**中图分类号:** TP391      **文献标识码:** A      **国家标准学科分类代码:** 510.4050

## Margin discriminant projection for face recognition

Wei Yikang Jin Cong

(School of Computer, Central China Normal University, Wuhan 430079, China)

**Abstract:** For the weakness of maximum margin criterion and margin fisher analysis in the process of human face feature extraction, this paper presents margin discriminant projection algorithm. We define within-class scatter matrix using class samples' mean and it's marginal samples of same class, and define the between-class scatter matrix using class samples' mean and it's marginal samples of other classes. At the same time, the maximum margin criterion is used to solve singularity of within-class scatter matrix. Compared with the classical maximum margin criterion and margin fisher analysis algorithm, margin discriminant projection can consider the global and local structure of samples at the same time, avoid small sample problem. The experiments on the face datasets show that the margin discriminant projection is a kind of effective feature extraction algorithm and has improved face recognition accuracy.

**Keywords:** margin discriminant projection; dimensionality reduction; face recognition

## 0 引 言

随着互联网和信息技术的迅速发展,对海量数据的处理和分析变得越来越普遍。数据维数过高导致数据分析和处理所需要的计算资源和存储空间更加庞大,甚至产生维度灾难<sup>[1]</sup>。因此对数据进行降维有着重大的意义。在人脸识别领域通过降维算法处理可以消除噪声,挖掘出数据的本质特征,利用低维空间中的特征更好地完成分类任务。

已有的降维算法可分为线性降维算法和非线性降维算法。经典的线性降维算法有主成分分析(principal component analysis, PCA)<sup>[2]</sup>和线性判别分析(linear discriminant analysis, LDA)<sup>[3]</sup>。其中 PCA 是一种无监督降维算法,目标是寻找一个投影矩阵使得投影后的样本在子空间中尽可能地相互远离以便于区分。LDA 是一种有

监督的降维算法,目标是求得一个投影矩阵使投影后的同类样本之间距离更近,异类样本之间距离更远。在人脸识别领域,PCA 和 LDA 分别发展为 EigenFace 和 FisherFace 两种经典的算法<sup>[4]</sup>。

研究表明高维数据在空间中的分布具有非线性结构<sup>[5]</sup>,因此以流形学习为代表的非线性降维算法更加关注数据的非线性特点。经典的流形学习降维算法有等度映射(isometric feature mapping, ISOMAP)<sup>[6]</sup>、局部线性嵌入(locally linear embedding, LLE)<sup>[7]</sup>、拉普拉斯特征映射(laplacian eigenmaps, LE)<sup>[8]</sup>、Hessian 特征映射(hessian eigenmaps, HLE)<sup>[9]</sup>、局部切空间重排列(local tangent space alignment, LTSA)<sup>[10]</sup>等。这些流形学习算法利用高维空间中样本的近邻关系来表示数据间的关系,利用这种关系在低维空间中还原数据的分布结构。在人脸识别、图

像检索、数据可视化领域,流形学习已经取得了较好的效果。流形学习通过样本的局部关系还原样本的整体结构<sup>[11]</sup>,仅仅利用了数据的局部结构,在样本数目少时样本的局部关系不能很好地反映全局关系。

最大边界准则(maximum margin criterion, MMC)<sup>[12]</sup>将 LDA 算法中的优化目标由迹商改为迹差,克服了 LDA 算法中类内离散度矩阵奇异的问题。MMC 是一种考虑数据全局结构的线性降维算法。边界 Fisher 分析(margin fisher analysis, MFA)<sup>[13]</sup>是一种流形学习算法,利用数据的类别信息与局部近邻关系构建样本的本征图和惩罚图, MFA 是一种考虑数据局部结构的非线性降维算法。MMC 从数据的全局结构出发寻求最优的投影矩阵, MFA 则考虑数据的局部结构获取最优的低维表示。

MMC 与 MFA 两种降维算法从不同的角度来获得高维数据在低维空间中的有效表示,分别在人脸识别领域取得了较好的效果,同时仍存在一些可以提升的地方。本文在 MMC 和 MFA 的基础上,结合两种算法的优势,同时从数据的全局结构和局部结构来考虑降维问题,提出基于边界的降维算法——边界判别投影(margin discriminant projection, MDP), MDP 重新定义了样本边界,通过最大化投影之后异类样本之间的距离,最小化投影后同类样本之间的距离来获得具有更好判别性能的低维数据表示,提高分类的精度。

## 1 相关算法

给定样本矩阵  $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_i, \dots, \mathbf{x}_n\} \in \mathbf{R}^{d \times n}$ , 其中  $\mathbf{x}_i$  为第  $i$  个  $d$  维列向量,  $n$  为样本的数目。  $C = \{1, 2, \dots, m\}$  表示样本类别集合,  $m$  为样本类别数目, 样本  $\mathbf{x}_i$  对应的类别  $l(\mathbf{x}_i) \in C$ , 样本  $\mathbf{x}_i$  通过投影矩阵  $\mathbf{V}$  的线性变换可以得到对应的低维空间表示  $\mathbf{y}_i$ , 即:

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{V}^T \mathbf{x}_i \quad (1)$$

投影矩阵  $\mathbf{V} = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_r\} \in \mathbf{R}^{d \times r}$ , 其中  $r < d$ 。

### 1.1 最大边界准则

MMC 通过最大化投影后的类间散度,最小化投影后的类内散度来求解一个投影矩阵。其中类内离散度矩阵  $\mathbf{S}_w$  和类间离散度矩阵  $\mathbf{S}_b$  定义如下:

$$\mathbf{S}_w = \sum_{i=1}^m \frac{n_i}{n} \sum_{l(\mathbf{x}_j)=i} (\mathbf{x}_j - \boldsymbol{\mu}_i)(\mathbf{x}_j - \boldsymbol{\mu}_i)^T \quad (2)$$

$$\mathbf{S}_b = \sum_{i=1}^m \frac{n_i}{n} (\boldsymbol{\mu}_i - \boldsymbol{\mu})(\boldsymbol{\mu}_i - \boldsymbol{\mu})^T \quad (3)$$

式中:  $n_i$  表示第  $i$  类样本的数目;  $\boldsymbol{\mu}_i$  表示第  $i$  类样本均值;  $\boldsymbol{\mu}$  是所有样本均值。

MMC 算法求解一个满足条件  $\mathbf{V}^T \mathbf{V} = \mathbf{I}$  的投影矩阵  $\mathbf{V}$ , 采用迹差的形式来优化模型,克服了类内离散度矩阵奇异的问题,优化目标如下:

$$\max \text{tr}(\mathbf{V}^T (\mathbf{S}_b - \mathbf{S}_w) \mathbf{V}) \quad (4)$$

投影矩阵  $\mathbf{V}$  可以通过下面矩阵的特征分解来求解:

$$(\mathbf{S}_b - \mathbf{S}_w) \mathbf{v}_i = \lambda_i \mathbf{v}_i \quad (5)$$

求出矩阵  $(\mathbf{S}_b - \mathbf{S}_w)$  的前  $r$  个最大的特征值  $\lambda_i$  对应的特征向量  $\mathbf{v}_i$  所组成的投影矩阵  $\mathbf{V} \in \mathbf{R}^{d \times r}$  即为所要求的结果。

### 1.2 边界 Fisher 分析

边界 Fisher 分析利用样本的局部关系构建权重矩阵,算法采用本征图  $\mathbf{G}^+ = \langle \mathbf{G}, \mathbf{W}^+ \rangle$  描述同类样本之间的近邻关系,惩罚图  $\mathbf{G}^- = \langle \mathbf{G}, \mathbf{W}^- \rangle$  描述异类样本之间的近邻关系。其中  $\mathbf{G}$  为样本所组成的节点集合,每一个样本是无向图中的一个节点,  $\mathbf{W}$  表示无向图中样本节点之间的权重值,具体定义如下:

$$\mathbf{W}_{i,j}^+ = \begin{cases} 1, & i \in M_{k_1}^+(j) \cup j \in M_{k_1}^+(i) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (6)$$

$$\mathbf{W}_{ij}^- = \begin{cases} 1, & i \in M_{k_2}^-(j) \cup j \in M_{k_2}^-(i) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (7)$$

其中,  $M_{k_1}^+(i)$  表示与样本  $\mathbf{x}_i$  同类的  $k_1$  个最近邻节点的下标集合,  $M_{k_2}^-(i)$  表示与样本  $\mathbf{x}_i$  异类的  $k_2$  个最近邻节点的下标集合。

定义  $\mathbf{D}$  为对角矩阵:

$$\mathbf{D}_{ii} = \sum_{j=1}^n \mathbf{W}_{ij} \quad (8)$$

定义 Laplacian 矩阵  $\mathbf{L}$  为:

$$\mathbf{L} = \mathbf{D} - \mathbf{W} \quad (9)$$

MFA 的优化目标可转化为:

$$\max \frac{\text{tr}(\mathbf{V}^T \mathbf{X} \mathbf{L}^- \mathbf{X}^T \mathbf{V})}{\text{tr}(\mathbf{V}^T \mathbf{X} \mathbf{L}^+ \mathbf{X}^T \mathbf{V})} \quad (10)$$

其中  $\mathbf{L}^- = \mathbf{D}^- - \mathbf{W}^-$  和  $\mathbf{L}^+ = \mathbf{D}^+ - \mathbf{W}^+$  分别是惩罚图和本征图对应的 Laplacian 矩阵。

## 2 边界判别投影

### 2.1 算法思想

样本的均值能够反映样本分布的集中趋势,记第  $i$  类样本的均值向量为  $\mathbf{m}_i$ ,  $\mathbf{m}_i$  表示的是第  $i$  类样本的集中分布;样本之间的局部关系反映的是样本在高维空间中的局部结构,通常使用样本之间的距离度量来表示这种关系,常用的距离度量有欧氏距离、余弦相似度等,本文采用欧氏距离。MDP 算法利用同类样本的均值来表示这一类样本的集中分布,用样本均值的局部边界来定义类内和类间离散度,通过最大化投影后的类间边界距离,最小化类内边界距离来得到最佳的投影矩阵。

**定义 1** 第  $i$  类样本个数为  $n_i$ , 这一类样本的均值  $\mathbf{m}_i$  定义为:

$$\mathbf{m}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{l(\mathbf{x}_j)=i} \mathbf{x}_j \quad (11)$$

**定义 2**  $\mathbf{m}_i$  为第  $i$  类样本的均值,定义距离  $\mathbf{m}_i$  的  $k_1$  个同类最远的样本为  $\mathbf{m}_i$  的同类边界样本点,  $\mathbf{m}_i$  的同类边界样本点的集合定义为  $N_{k_1}^+(i)$ 。

**定义 3**  $m_i$  为第  $i$  类样本的均值, 定义距离  $m_i$  的  $k_2$  个异类最近样本点为  $m_i$  的异类边界样本点,  $m_i$  的异类边界样本点的集合定义为  $N_{k_2}^-(i)$ 。

**定义 4**  $m_i$  的同类边界样本和异类边界样本统称为  $m_i$  的边界样本。

相似的样本在空间中位置通常是接近的, 同类样本之间具有更高的相似度, 因此样本均值很好地反映了同类样本分布的集中趋势, 而距离样本均值最远的几个同类样本点往往具有重要的判别信息, 决定了整个类别的样本的离散程度。样本均值距离同类边界样本距离越远表明该类样本在空间中的分布越分散, 反之若样本均值与同类边界样本点距离越近, 则表明该类样本的空间结构更紧密, 于是通过样本均值与其同类边界样本定义类内离散度矩阵:

$$S_w = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{1}{k_1} \sum_{x_j \in N_{k_1}^+(i)} (x_j - m_i)(x_j - m_i)^T \quad (12)$$

样本均值的异类近邻样本点通常是分类中容易错分的样本<sup>[14]</sup>, 利用这些样本点作为类与类之间的边界既可以有效地区分不同的类别同时也可以使降维过程更加关注区分不同类别的边界样本, 利用样本均值与异类边界样本定义类间离散度矩阵:

$$S_b = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{1}{k_2} \sum_{x_j \in N_{k_2}^-(i)} (x_j - m_i)(x_j - m_i)^T \quad (13)$$

MDP 算法的优化目标为:

$$\max \left( \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{1}{k_1} \sum_{x_j \in N_{k_1}^+(i)} V^T (x_j - m_i)^2 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{1}{k_2} \sum_{x_j \in N_{k_2}^-(i)} V^T (x_j - m_i)^2 \right) = \text{tr}(V^T (S_b - S_w) V) \quad (14)$$

目标函数与 MMC 的迹差形式一致, 这样可以避免类内离散度矩阵奇异导致的矩阵求逆问题。MDP 取样本均值的  $k_1$  个同类边界样本和  $k_2$  个异类边界样本的作法与 MFA 算法通过样本的局部近邻关系表示样本在高维空间中的分布结构类似。最大化目标函数相当于使投影后的同类边界样本更接近类均值, 异类边界样本远离类均值, 以此来达到使投影后的子空间中同类样本的分布更加集中, 异类样本彼此远离的目的。

对式(14)优化目标引入约束条件  $V^T V = I$  来保持数据的几何结构, 最终的目标函数可以表述为:

$$\begin{aligned} \max & \text{tr}(V^T (S_b - S_w) V) \\ \text{s.t. } & V^T V = I \end{aligned} \quad (15)$$

对于目标函数的求解与 MMC 算法类似, 对矩阵  $(S_b - S_w)$  进行特征分解, 求出前  $r$  个最大的特征值对应的特征向量  $v_1, v_2, \dots, v_r$ , 组成的矩阵  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_r\} \in R^{d \times r}$  即为所求的投影矩阵。

MDP 算法的思想来源于 MMC 考虑数据全局结构的降维思想和 MFA 考虑数据局部结构的降维思想, 与 MMC 和 MFA 算法相比, MDP 在理论上具有以下特点:

1) MDP 利用边界样本点来构建类内和类间离散度矩

阵, 这些边界样本点包含了与分类相关的重要判别信息, 与 MMC 利用类均值构建类内和类间离散度矩阵的做法相比利用了样本均值的局部边界信息, 更有利于区分不同类别的样本。

2) MDP 利用同类样本的相似性这一先验知识, 用类均值代替该类样本再通过样本均值的局部关系构建类内和类间离散度矩阵, 相比于 MFA 需要对每个样本进行局部邻域的计算而言减少了计算量, 同时类均值也是样本全局结构的一种体现, 这种做法避免了出现 MFA 在小样本情况下难以通过局部结构反映整体数据结构的弊端。

## 2.2 算法内容

MDP 算法的实现步骤如下:

输入已知训练集样本矩阵  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \in R^{d \times n}$  与样本对应的类别标签  $l = \{c_1, c_2, \dots, c_n\} \in R^{1 \times n}$ 、测试集样本  $x_i \in R^{d \times 1}$ , 人工指定约减的维数  $r$ 、类均值的最近同类样本个数  $k_1$  和类均值近邻的异类样本个数  $k_2$ 。

输出最佳投影矩阵  $V \in R^{d \times r}$ 、训练集样本矩阵  $X$  的低维表示  $Y \in R^{r \times n}$  和测试集样本  $x_i$  的低维表示  $y_i \in R^{r \times 1}$ , 其中训练集样本对应的类别不发生变化。

1) 计算训练集样本中每一类样本的均值。

2) 根据每一类样本的均值计算与其距离最近的  $k_1$  个同类样本点的集合, 与其最近的  $k_2$  个异类样本点的集合。

3) 根据式(12)计算类内离散度矩阵  $S_w$ , 根据式(13)计算类间离散度矩阵  $S_b$ 。

4) 根据式(15)的优化目标对  $(S_b - S_w)$  进行特征值分解, 求出前  $r$  个最大的特征值对应的特征向量构成投影矩阵  $V \in R^{d \times r}$ 。

5) 计算  $Y = V^T X$  得到训练集降维后的结果  $Y \in R^{r \times n}$ , 计算  $y_i = V^T x_i$  得到测试集样本  $x_i$  的降维结果  $y_i \in R^{r \times 1}$ 。

## 2.3 算法分析

MDP 算法的时间和空间复杂度分析:

步骤 1) 中计算每一类样本的均值的时间复杂度为  $O(nd)$ ;

步骤 2) 中计算每一类均值与同类中所有样本之间的欧氏距离、与异类中所有样本的欧氏距离的时间复杂度为  $O(mnd)$ , 对计算的距离用冒泡排序法排序的时间复杂度为  $O(n^2)$ ;

步骤 3) 利用式(13)和(14)计算类内和类间离散度矩阵的时间复杂度为  $O(m(k_1 + k_2))$ ;

步骤 4) 对矩阵进行特征分解的时间复杂度为  $O(d^3)$ ; MDP 算法的时间复杂度为  $O(d^3 + n^2 + mnd)$ 。

在计算过程中矩阵的最大规模为  $d \times d$ , 因此 MDP 算法的空间复杂度为  $O(d^2)$ 。

MDP 算法结合了 MFA 中通过样本局部信息还原整体样本几何结构、MMC 中用类均值来反映该类样本的集中分布的方法, 定义了类均值的边界样本并用来构建类内和类间离散度矩阵。利用类间离散度矩阵与类内离散度矩

阵迹差的形式来解决类内离散度矩阵奇异的问题,通过调节类均值的同类边界样本数目 $k_1$ 、异类边界样本数目 $k_2$ 这两个参数来使算法更好地适应不同的数据集。

3 实 验

为了验证边界判别投影算法的有效性,实验部分在人脸数据集 ORL 和 Yale 上对文中描述的 PCA、MMC、MFA、MDP 算法的效果进行比较。

3.1 数据集描述

ORL 人脸数据集包含 40 个不同人的共 400 幅图像,由英国剑桥的 Olivetti 研究实验室创建。每个人共有 10 幅  $112\times 92$  的灰度图像,这些图像在不同时间,不同光照,不同面部表情如睁眼或闭眼、微笑或不微笑以及不同面部细节如戴眼镜或不戴眼镜下采集,所有图像均为正脸或者略带偏斜。实验中对 ORL 数据集进行裁剪和缩放保留主要的面部信息,得到  $32\times 32$  的图像,预处理后的部分图像如图 1 所示。



图 1 预处理后的 ORL 人脸库中两个人各 10 幅图像

Yale 人脸数据集包含 15 个不同人的共 165 幅图像,每个人共有 11 幅图像,在不同的面部表情比如高兴、伤心、惊讶等,是否戴眼镜以及不同的光照方向等条件下拍摄。同样对 Yale 数据集进行裁剪和缩放预处理操作,得到尺寸  $32\times 32$  的图像,预处理后的部分图像如图 2 所示。



图 2 预处理后的 Yale 人脸库中两个人各 11 幅图像

实验中所使用的经过预处理的 ORL 和 Yale 人脸数据集的具体信息如表 1 所示。

表 1 数据集描述

名称	维数	样本数	类别数
ORL	$32\times 32$	400	40
Yale	$32\times 32$	165	15

实验过程中把人脸数据集随机划分为训练集和测试集,从每一类人脸中随机取出固定的  $L$  个样本作为训练集,其他的作为测试集,每次划分采用随机的方式,避免实验的偶然性。实验中先用 PCA、MMC、MFA、MDP 对数据进行降维,然后用 K 近邻分类算法<sup>[15]</sup>预测测试集的标签,K 值的选取根据实际情况确定,预测的准确率作为比较降

维算法效果的指标。其中 PCA、MMC 属于无参数的算法,不需要人工干预参数的选择,而 MFA、MDP 则需要调节两个参数来获得更好的效果。实验中 MFA 和 MDP 的参数是根据实际经验进行调整,取使分类准确率最高的值。

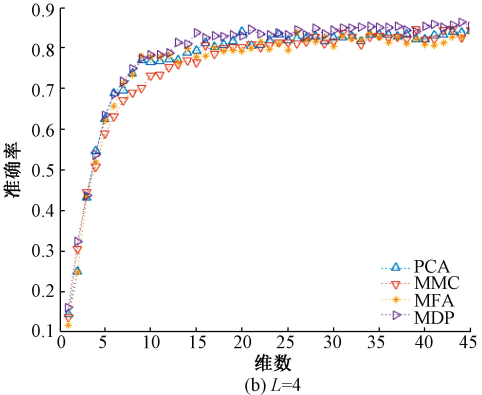
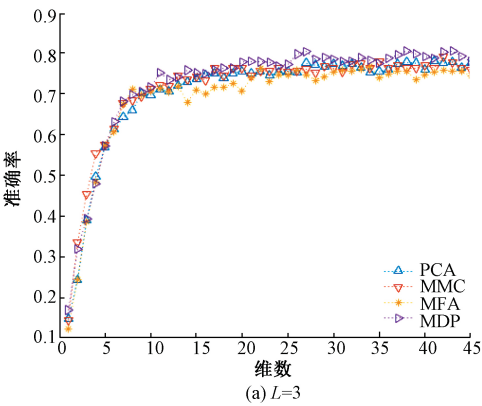
3.2 ORL 数据集上的实验

在 ORL 人脸数据集上的实验对训练集中每一类图像的数目  $L=3,4,5$ 。实验中 PCA、MMC、MFA 和 MDP 的降维维数取  $1\sim 45$ ,然后用 K 近邻分类算法进行分类得出准确率,取 10 次准确率的均值作为最终的结果以避免实验的偶然性。其中 MFA 算法的参数依据实验经验  $k_1=2, k_2=10$ ,MDP 算法的参数  $k_1=2, k_2=1$ ,由实验经验得出。

在 ORL 数据集上的实验结果如图 3 所示,实验结果表明随着训练样本数目的增多预测准确率呈上升趋势,但是随着降维维数的增加,预测准确率开始阶段处于上升的趋势,随后是波动的状态,由此可见降维的维数并非越高越好,表 2 记录了训练集中每类样本数目  $L$  取不同的值 PCA、MMC、MFA、MDP 对应的最高准确率,括号中是获得最高准确率时的降维维数。

表 2 ORL 上  $L$  取不同值对应的最高准确率

算法	$L=3$	$L=4$	$L=5$
PCA	0.780 4(41)	0.842 9(45)	0.881 0(38)
MMC	0.791 4(42)	0.845 8(43)	0.881 0(30)
MFA	0.768 6(34)	0.838 7(26)	0.881 0(31)
MDP	0.806 4(43)	0.862 9(44)	0.902 5(39)



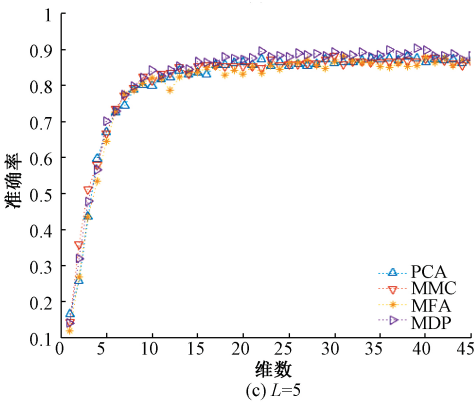


图 3 ORL 上  $L=3,4,5$  对应的准确率

从图 3 可以看出随着  $L$  取值的增大,各个算法对应的准确率都呈现增大的趋势。其中 MFA 算法在训练集每一类样本数目为 3 时对应的准确率比其他的算法低,这与 MFA 算法利用样本局部近邻关系的特点有关,在样本数目较少时局部关系不能充分地反映样本的全局结构,因此在  $L=3$  时对应的准确率低,随着  $L$  的增大,MFA 对应的准确率也增大,而且与其他算法之间的差距变小,在  $L=5$  时,MFA 对应的最高准确率和 PCA,MMC 的最高准确率相等,这与训练集样本数目的增多有直接关系。MMC 算法利用了数据的全局结构,和 PCA 相比,利用了数据的类别信息,从表 2 可以看出在  $L$  取不同值的情况下 MMC 对应的最高准确率都比 PCA 高。由于 MDP 算法结合 MMC 的全局思想与 MFA 的局部思想,通过两个参数可以灵活地调节算法以适应更多的情况,理论上能获得更高的分类准确率,实验结果表明在  $L$  不同取值的情况下 MDP 对应的准确率都高于另外 3 个算法。同时也注意到在 ORL 数据集上 4 个算法对应的准确率曲线比较接近,没有出现较大的差别,这种情况与算法本身有关,更重要的原因在于数据集本身没有体现出不同算法之间的差异性。

3.3 Yale 数据集上的实验

在 Yale 数据集上的实验设置与 ORL 上相同,训练集中每一类样本的数目  $L=3,4,5$ ,同样用 PCA、MMC、MFA、MDP 算法将数据降至 1~45 维,然后利用 K 近邻分类算法得出在测试集上对应的准确率,取 10 次准确率的均值作为结果。其中 MFA 算法的参数  $k_1=2, k_2=25$ ,MDP 算法的两个参数  $k_1=3, k_2=2$ 。在  $L=3,4,5$  时对应的 4 个算法把数据降至 1~45 维对应的准确率曲线如图 4 所示,表 3 为  $L$  取不同的值时 4 个算法的最高准确率以及取最高准确率时对应的降维维数。

通过图 4 可以看出在 Yale 数据集上 PCA、MMC、MFA 在  $L$  取不同值的情况下对应的准确率相差较大,尤其在  $L=3$  时 MDP 的准确率明显高于其他 3 个算法,从表 3 可知,在  $L=3$  时 MDP 的最高准确率比 MFA 高出 8.92%,比 MMC 高出 5.33%,比 PCA 高出 4.63%,可见

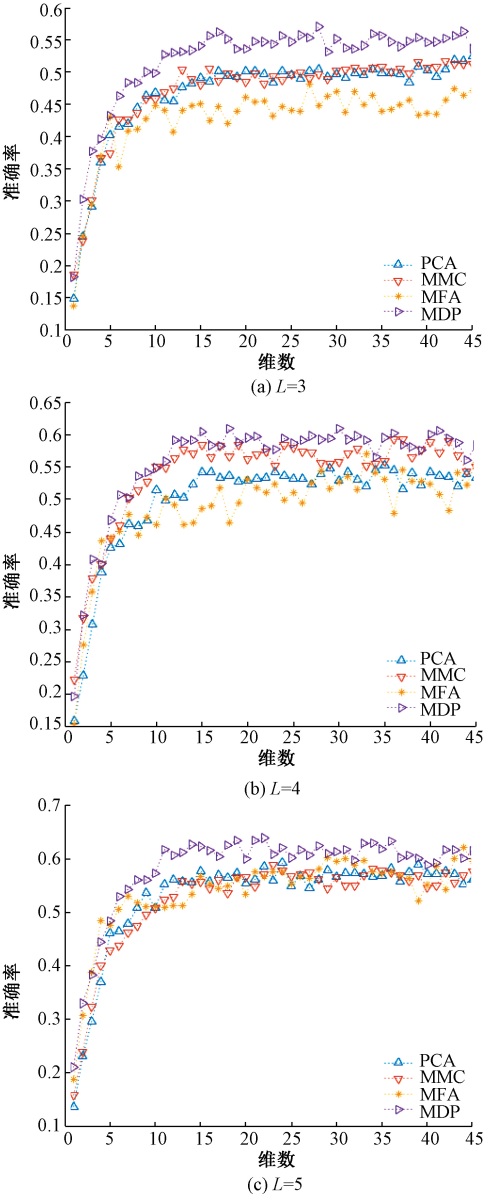


图 4 Yale 上  $L=3,4,5$  对应的准确率

表 3 Yale 上  $L$  取不同值对应的最高准确率

算法	$L=3$	$L=4$	$L=5$
PCA	0.523 7(45)	0.552 4(35)	0.592 2(24)
MMC	0.516 7(42)	0.593 3(37)	0.587 8(23)
MFA	0.480 8(27)	0.570 5(33)	0.620 0(44)
MDP	0.570 0(28)	0.609 5(30)	0.637 8(22)

MDP 算法在小样本时效果显著,随着训练集中每一类样本数目  $L$  的增加,MDP 对应的准确率与其他算法之间的差距在减小,但都高于其他算法。其中 MFA 算法在  $L=3$  时对应的准确率最低,随着  $L$  的增大对应的准确率与 MDP 之间的差距逐渐减小,最终在  $L=5$  时最高准确率达到 0.62,高于除 MDP 外的其他算法的最高准确率,这也说明



了MFA算法在小样本的情况下效果不好,在样本数目较多时能够发挥出较好的效果。PCA虽然能够去除噪声,保留数据的主要信息,但没有利用样本的类别信息,仅仅考虑的是投影后样本的协方差,因此得到的降维结果可能会将不同类别的样本混在一起,不利于分类,实验表明在Yale数据集上PCA算法对应的准确率始终低于MDP。MMC算法在 $L=4$ 时取得了较高的准确率,与MDP算法最为接近,但根据图4可知, $L=4$ 时MMC的准确率曲线波动较大,在 $L=5$ 时MMC的最高准确率没有 $L=4$ 时的最高准确率高,反映出MMC算法的不稳定性。

#### 4 结 论

在人脸识别领域降维是一种重要的提取特征方法,经过降维处理可以减少后续处理数据的计算量,同时获取更有价值的判别信息以提高人脸识别的准确率。本文从MMC和MFA两个算法的思想出发,结合数据的全局信息与局部信息,定义一种新的类内边界和类间边界,以此来获得具有更好判别信息的边界表示,按照最大化投影后的类间间距,最小化投影后的类内间距的思想来求解对应的投影矩阵。MDP寻找类均值边界样本的作法与MFA计算每个样本的边界相比克服了MFA小样本情况下分类效果差、大量样本的情况下计算复杂度高的两个问题。MDP相比于仅仅考虑数据全局信息的MMC算法,更加关注容易出现分类错误的边界样本,利用了数据的局部结构和全局结构。在ORL和Yale两个数据集上的实验结果表明,在不同样本数目情况下MDP降维的效果在分类任务中比PCA、MMC、MFA更好。

尽管在实验中MDP算法取得了较好的分类效果,但是算法仍具有可改进的地方。由于MDP算法需要人工选择两个参数,在实际应用中会产生参数选择的困难;算法取得最高分类准确率时对应的降维维数变化较大,在实际应用中难以快速确定。减少算法中需要人工干预的参数数量,根据数据集的特点产生最优的降维维数是接下来需要研究的问题。

#### 参考文献

- [1] HERRMANN F J, FRIEDLANDER M P, YILMAZ O. Fighting the curse of dimensionality: Compressive sensing in exploration seismology[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2012, 29(3):88-100.
- [2] MOON H, PHILLIPS P J. Computational and performance aspects of PCA-based face-recognition algorithms[J]. Perception, 2001, 30(3):303-321.
- [3] YU H, YANG J. A direct LDA algorithm for high-

dimensional data — with application to face recognition[J]. Pattern Recognition, 2001, 34(10):2067-2070.

- [4] API F R. Face recognition using Laplacianfaces[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence, 2005, 27(3):328-340.
- [5] TALWALKAR A, KUMAR S, ROWLEY H. Large-scale manifold learning[C]. IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2008:1-8.
- [6] CHOI H, CHOI S. Robust kernel isomap[J]. Pattern Recognition, 2007, 40(3):853-862.
- [7] BENGIO Y, VINCENT P, DELALLEAU O, et al. Out-of-sample extensions for LLE, isomap, MDS, eigenmaps, and spectral clustering[C]. International Conference on Neural Information Processing Systems, MIT Press, 2003:177-184.
- [8] BELKIN M, NIYOGI P. Laplacian eigenmaps for dimensionality reduction and data representation[J]. Neural Computation, 2014, 15(6):1373-1396.
- [9] SI S, TAO D, CHAN K P. Discriminative hessian eigenmaps for face recognition[C]. IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing, 2010:5586-5589.
- [10] ZHANG Z Y, ZHA H Y. Principal manifolds and nonlinear dimension reduction via local tangent space alignment[J]. Journal of Shanghai University, 2004, 8(4):406-424.
- [11] 黄启宏, 刘钊. 流形学习中非线性维数约简方法概述[J]. 计算机应用研究, 2007, 24(11):19-25.
- [12] CHEN Z, ZHANG B, XI W, et al. IMMC: Incremental maximum margin criterion[J]. Infection & Immunity, 2013, 82(6):2378-2389.
- [13] MARONIDIS A, TEFAS A, PITAS I. Subclass marginal fisher analysis[C]. IEEE Symposium Series on Computational Intelligence, 2015:1391-1398.
- [14] 甘炎灵, 金聪. 间距判别投影及其在表情识别中的应用[J]. 计算机应用, 2017, 37(5):1413-1418.
- [15] HORTON P, NAKAI K. Better prediction of protein cellular localization sites with the k nearest neighbors classifier[C]. PubMed, 1997:147-152.

#### 作者简介

魏义康,硕士研究生,主要研究方向为数字图像处理。

金聪,教授,主要研究方向为数字图像处理、图像水印、图像语义等。

E-mail:jinc26@aliyun.com