DOI: 10. 19651/j. cnki. emt. 2416184

# 一种基于逐次变分模态分解的谐波检测方法\*

#### 张展扶铸杨晋张云鹏郭浩杰

(河南理工大学电气工程与自动化学院 焦作 454000)

摘 要:传统谐波检测算法受噪声影响导致检测精度低,并且边界处容易出现畸变。对此,本文基于逐次变分模态分解,提出一种结合小波降噪和特征波形匹配延拓的谐波检测方法。首先,通过构造的自适应小波阈值函数对信号进行平滑降噪,剔除不良数据对分解结果的干扰;其次,利用特征波形匹配延拓法对信号边缘进行延拓后再裁剪,遏制边界效应带来的波形端点处畸变;最后,使用逐次变分模态分解对谐波信号进行检测,提取稳态谐波的幅频信息以及定位暂态谐波的起止时刻。仿真实验表明,本文提出的方法有效降低了噪声的干扰,并减轻边界效应造成的波形畸变。在电弧炉实例信号仿真中,幅值平均误差和频率平均误差分别为 0.545%和 0.146%。

关键词:逐次变分模态分解;小波降噪;特征波形匹配;谐波检测

中图分类号: TM935; TN98 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 470.4017;510.4010

# A harmonic detection method based on successive variational mode decomposition

Zhang Zhan Fu Zhu Yang Jin Zhang Yunpeng Guo Haojie (School of Electrical Engineering and Automation, Henan Polytechnic University, Jiaozuo 454000, China)

Abstract: The traditional harmonic detection algorithm is affected by noise, resulting in low detection accuracy and easy distortion at the boundary. In this paper, based on successive variational mode decomposition, a harmonic detection method combining wavelet denoising and characteristic waveform matching extension is proposed. Firstly, the adaptive wavelet threshold function is used to smooth the signal noise and eliminate the interference of bad data to the decomposition results. Secondly, the characteristic waveform matching extension method is used to extend the edge of the signal and then cut it to curb the distortion at the end of the waveform caused by the boundary effect. Finally, the harmonic signal is detected by successive variational mode decomposition, the amplitude-frequency information of steady-state harmonics is extracted, and the start-stop time of transient harmonics is located. Simulation results show that the proposed method can effectively reduce the noise interference and reduce the waveform distortion caused by the boundary effect. In electric arc furnace example signal simulation, the average amplitude error and the average frequency error are 0.545% and 0.146% respectively.

**Keywords:** successive variational mode decomposition; wavelet noise reduction; characteristic wave matching; harmonic detection

# 0 引 言

随着大量的非线性负荷接入电网,电力系统中的谐波 含量出现激增并威胁着电网的稳定运行[1]。因此,快速准确的检测出谐波,对确保优质的电能具有重要意义[2]。

目前主流使用的谐波检测方法主要有快速傅里叶变换 (fast Fourier transform, FFT)[3]、小波变换(wavelet transform, WT)[4]、希尔伯特-黄变换(Hilbert-Huang

transform,HHT)<sup>[5]</sup>,以及变分模态分解(variational mode decomposition,VMD)<sup>[6-7]</sup>等。FFT 可以准确的提取信号中的整次谐波分量,但无法避免非同步采样引起的频率泄露和栅栏效应<sup>[6]</sup>。WT 具有良好的局部时频特征,但传统阈值降噪能力不足<sup>[9]</sup>,并且需要提前确定小波母函数与分解层数,若选取不当,会影响检测结果。HHT 可以分析非线性的复杂信号,不需要预设参数,但是容易引入虚假分量,并且在分解过程中存在模态混叠问题<sup>[10]</sup>。VMD 可以根据

收稿日期:2024-06-05

<sup>\*</sup>基金项目:省级自然科学基金(222102220014)项目资助

各分量中心频率构造变分模型,将非线性信号分解成不同频率的子信号。但是在实际应用中,存在着边界效应[11]、分解模态数难以确定的问题[12]。

针对谐波信号检测问题,文献[13]采用离散傅里叶变 换(discrete Fourier transform, DFT), 先通过频率偏移系 数对溃散值分类,再对达标能量进行迭代收集重构原始信 号,这种方法没有去噪环节,只适用于低分贝环境。文 献「147针对高分贝环境设计了一种小波软硬阈值结合的降 噪方法,并配合自适应补充经验模态分解(adaptive ensemble empirical mode decomposition, AEEMD)进行谐 波检测,虽然在一定程度上可以提高噪声鲁棒性,但由于软 硬阈值函数固有的偏差和不连续,导致在小波系数较小时, 去噪会出现过杀现象,造成信号主要信息丢失。文献[15] 提出了一种基于自适应噪声的完全集合经验模态分解 (complete ensemble empirical mode decomposition with adaptive noise, CEEMDAN)的 HHT 方法,通过向原始谐 波信号加入正、负自噪声对的方式,使得噪声的影响相互抵 消,取得了较好的降噪效果,但由于未进行边界波形匹配矫 正,信号边缘处的幅值起伏较大,影响了检测精度。文 献[16]使用极值波对信号进行匹配延拓,对于边界效应有 一定的抑制效果,但延拓仅考虑了子波三角形的全等程度, 判断特征量过于单一,匹配效果具有一定的随机性。文 献[17]以 VMD 为基础,采用双特征量的特征波形匹配延 拓方法对边界效应进行处理,检测结果精度高且边界效应 抑制明显,但是 VMD 分解依赖于提前设置的模态数,需要 通过其他方案进行定值,无形中增加了算法计算量。

综合以上分析,本文将不需要预设参数的逐次变分模态分解(successive variational mode decomposition, SVMD)[18] 作为谐波检测基础算法,围绕含噪谐波信号预处理以及边界效应问题两个方面进行改进。首先通过构造具有自衰减特性的新型小波阈值函数对谐波信号进行解析和重构,剔除无效的噪音干扰,保留有效的谐波信息;其次,提出基于余弦相似度并结合欧氏距离的特征波形匹配方法对信号进行端点延拓,遏制信号边缘出现抖动的状况。经过理论分析以及实验验证,本文方法有效的提高了含噪谐波信号的检测精度,并对边界效应问题有良好的改善。

#### 1 逐次变分模态分解原理

SVMD 是在变分模态函数的基础上进一步通过优化约束条件来构造变分方程并进行求解的信号处理方法,通过连续提取时间序列的模态,可以将多分量调幅调频信号分解为单分量的本征模态函数(intrinsic mode function, IMF),且不需要提前预设模态数,计算的复杂程度低于VMD。对于一个时间序列表达式 f(t), 若假设可以被分解为:

$$f(t) = u_L(t) + f_r(t) \tag{1}$$

式中:  $u_L(t)$  为 L 阶模态,  $f_r(t)$  为残差信号,包含所得模

态  $\sum_{i=1,l=1} u_i(t)$  和未处理部分  $f_u(t)$ 。

为保证上述假设的实现,可以将 SVMD 转为带约束的优化问题:

1) L 阶模态的最小化约束,条件如下:

$$J_{1} = \| \partial_{t} \left[ \left( \delta(t) + \frac{\mathsf{j}}{\pi t} \right) * u_{L}(t) \right] e^{-\mathsf{j}\omega_{L}t} \| \tag{2}$$

式中:  $\partial_t$  表示函数对时间t 求偏导,  $\delta(t)$  为一个脉冲函数, j 为虚数单位, \* 代表卷积的运算,  $\omega_L$  则表示 L 阶模态的中心频率,  $e^{-i\omega_L t}$  表示旋转因子。

2) 在  $u_L(t)$  具有有效分量的基础上,残差信号  $f_r(t)$  应该尽可能地最小化。为了保证此约束能够稳定的实现,应选用合适的滤波器,频率响应为:

$$\hat{\beta}_L(\omega) = \frac{1}{\alpha(\omega - \omega_L)^2} \tag{3}$$

式中:  $\omega$  为当前脉冲响应的中心频率,  $\alpha$  为平衡参数, 应建立的约束为:

$$J_2 = \|\hat{\boldsymbol{\beta}}_L(\boldsymbol{\omega}) * \boldsymbol{f}_r(t)\|_2^2 \tag{4}$$

3) 通过上述两个约束条件,无法辨别 L 阶模态和 L-1 阶模态,可以基于约束  $J_2$  的建立思路,所用滤波器的频率响应为:

$$\hat{\beta}_i(\omega) = \frac{1}{\alpha(\omega - \omega_L)^2}, i = 1, 2 \cdots, L - 1$$
 (5)

由此可以建立约束为:

$$J_{3} = \sum_{i}^{L-1} \| \beta_{i}(t) * u_{L}(t) \|_{2}^{2}$$
 (6)

式中:  $\beta_i(t)$  为式(2)的频率脉冲响应, \* 代表卷积运算。

4)在进行分解时,为保证信号能够完全重构,建立如下 约束为:

$$f(t) = u_L(t) + f_u(t) + \sum_{i=1,L-1} u_i(t)$$
 (7)

因此,提取模态分量的问题可以表示为有约束的最小 化问题:

$$\min_{\substack{u_L \cdot w_L \cdot f_r \\ s. t. u_L(t) + f_r(t) = f(t)}} (\alpha J_1 + J_2 + J_3) \tag{8}$$

SVMD 区别于传统 VMD 的地方在于将处于变分框架中的有约束模型转换为最小化约束,在每个迭代步骤中,通过最小化信号与模态函数之间的差异来更新数据。这个过程会不断重复,直到收敛为止。

# 2 小波降噪算法与特征波形匹配延拓

## 2.1 小波降噪算法

1995 年, Donoho 和 Johnstone 提出了小波降噪<sup>[19]</sup>,主要包括小波分解、阈值去噪以及信号重构 3 个方面。小波阈值降噪的效果主要取决于阈值门限和阈值函数。传统的阈值门限为:

$$\lambda = \sigma \sqrt{2 \ln N} \tag{9}$$

式中:N为信号长度, $\sigma$ 为自噪声方差。

由于小波系数随着分解尺度的增大而减小<sup>[20]</sup>,因此去噪时,阈值的大小也应该随着分解尺度的增大而减小。本文引入每一层分解的小波系数能量比,构建了新的阈值门限.

$$\lambda = \frac{\sigma(1 + w(j)) \sqrt{2\ln N}}{(j+1)e^{\frac{j-1}{3}}} \tag{10}$$

式中: j 为小波层数,w(j) 为每一层小波系数的能量比,w(j) = W(j)/sum(W(j)); W(j) 为每层小波系数的能量,sum(W(j)) 为小波系数的总能量。由于综合考虑了小波系数和能量分布的特点,有效降低了各层阈值的不平衡带来的影响。

针对软函数的偏差性和硬函数的不连续性,提出了一种融合指数函数的新阈值函数,具有明显的衰减特性,在小波系数趋于阈值附近或趋于无穷时,均可保证连续性和较好的偏差性,对数值不大的小波系数也有较好的筛分能力,新阈值函数:

$$\hat{\boldsymbol{\omega}}_{j,k} = \begin{cases} \operatorname{sgn}(\boldsymbol{\omega}_{j,k}) \left( \mid \boldsymbol{\omega}_{j,k} \mid -\frac{\lambda}{2} e^{a(\lambda - \mid \boldsymbol{\omega}_{j,k} \mid)} \right), & \mid \boldsymbol{\omega}_{j,k} \mid \geqslant \lambda \\ \operatorname{sgn}(\boldsymbol{\omega}_{j,k}) \frac{\boldsymbol{\omega}_{j,k}^{2}}{2\lambda} e^{\frac{\left( \mid \boldsymbol{\omega}_{j,k} \mid -\lambda \right)^{2}}{b}}, & \mid \boldsymbol{\omega}_{j,k} \mid < \lambda \end{cases}$$

(11)

式中:  $\omega_{j,k}$  为阈值处理前的小波系数,  $\hat{\omega}_{j,k}$  为阈值处理后的小波系数,  $\lambda$  为每一层的小波阈值, a 和 b 为形状调节因子, a 值可以调节曲线的光滑程度, b 值可以调节曲线在零点附近的收敛速度。改进的阈值函数(实线)与软阈值(虚线)、硬阈值(点线)的对比如图 1 所示。

为评价改进的小波阈值函数的去噪效果,设置一段含

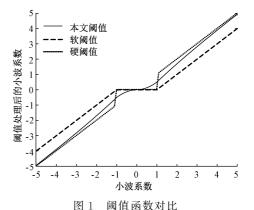


Fig. 1 Threshold function comparison

噪的谐波信号, f 取 50 Hz:

 $f(t) = \sin(2\pi f t) + 0. \ 1\sin(6\pi f t) + 0. \ 2\sin(10\pi f t) + 0. \ 15\sin(14\pi f t) + 0. \ 1\sin(22\pi f t) + 0. \ 03\sin(120\pi f t) + \varphi(t)$  (12)

令 $\varphi(t)$ 分别为 2 dB、12 dB、22 dB 的白噪音,采用本文方法、软阈值函数、硬阈值函数以及文献[20]提出的 ZR 阈值方法进行降噪处理,计算降噪后的信噪比(signal to noise ratio, SNR) 和均方根误差(root mean square error, RMSE),当 SNR 越大且 RMSE 越小时,表示降噪效果越好。

将几种阈值函数的去噪效果绘制成表 1,由表 1 可知,不同信噪比的情形下,本文去噪方法的 SNR 明显高于软阈值、硬阈值和 ZR 阈值法,并且本文方法的 RMSE 明显低于软阈值、硬阈值和 ZR 阈值法。综合来说,本文所改进的小波阈值函数的去噪效果更佳。

表 1 阈值函数去噪效果对比

Table 1 Comparison of denoising effect of threshold function

阈值函数	2 dB		12 dB		22 dB	
网围团纵	SNR	RMSE	SNR	RMSE	SNR	RMSE
软阈值	1.066 1	0.093 293	10.038 2	0.118 210	9.978 5	0.119 840
硬阈值	1.380 4	0.086 779	10.6713	0.102 170	11.086 6	0.092 853
ZR 阈值法	4.3365	0.046 925	10.2732	0.063 464	10.628 1	0.061 240
本文方法	8.027 2	0.023 338	13.204 9	0.023 877	13.815 1	0.022 257

# 2.2 特征波形匹配延拓

为了减小边界效应带来的影响,通常使用的方法是对信号两端分别进行有限个采样点的延拓后再分解,并对多出的采样区域进行裁切。常用的延拓方法除极值波延拓外,主要包括线性拟合<sup>[21]</sup>以及自回归模型<sup>[22]</sup>两种。考虑到信号本身具有一定的规律,延拓的波形必须在形状和幅值上都符和实际的变化,本文提出一种基于余弦相似度结合欧氏距离的双约束量匹配延拓方法,通过确定信号内的一个定点和两段距离来寻找最合适的匹配子波。

余弦相似度是通过计算向量夹角的余弦值来衡量个

体之间差异性的一种数学指标,在信号中,可以利用余弦相似度对比两个波形形状的相似之处,公式为:

$$\rho(x,y) = \cos\theta = \frac{x \cdot y}{\|x\|_2 \|y\|_2} = \frac{\sum x_i y_i}{\sqrt{\sum x_i^2} \sqrt{y_i^2}}$$

(12)

其中, x 和 y 为 n 维空间中的两条曲线, 余弦值取值范围在[-1,1]之间, 结果越大, 说明向量的夹角越小,则相似度越高。但使用余弦相似度只能反映形状上的相似, 为此, 引入欧氏距离的概念表现信号延拓后幅值产生的变

化,同样的,x 和 y 是 n 维空间上的两条曲线,则有:

$$d(x,y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x_i - y_i)^2}$$
 (14)

式中: d 表示在x 和y 两点上欧氏距离计算结果。

定义波形相似度指标 R 表达式为:

$$R = \frac{\gamma}{d} + (1 - \gamma) \times \rho \tag{15}$$

式中: $\rho$  为余弦相似度,d 为距离相似度, $\gamma$  为匹配参数,属 于(0,1),根据波形的实际情况可设置为不同值。R 越小 时,说明匹配程度越好。

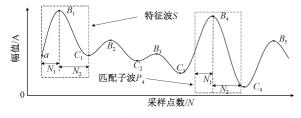
假设谐波信号为g(t),以左端点为例说明特征波匹 配法延拓的步骤:

1)设g(t) 左端点为a,定位出g(t) 中所有的极值点, 将极大值点设为集合  $B_i(i=1,2,3,\cdots)$ , 极小值点设为集 合  $C_i(i=1,2,3,\cdots)$ 。 若信号的第一个极值点为极大值 点,则左端点a到第一个极大值点 $B_1$ 的采样点个数记为  $N_1$ ,极大值点  $B_1$  到第一个极小值点  $C_1$  的采样点个数记为  $N_2$ ,得到波形为特征波,记为S;

2)以特征波 S 中包含的极大值点  $B_1$  为标准,在 g(t)中每一个极大值点的左端截取  $N_1$  采样点个数的信号段, 右端截取 N<sub>2</sub> 采样点个数的信号段,将得到的每一个波形 归为一个匹配波集合  $P_i(i=1,2,3,\cdots)$ , 保证集合中的波 形与特征波S的长度相等;

3)通过设置的波形相似度指标 R 进行波形筛选,取 R 计算最小值时的波形为最佳匹配波,以该波形左端点的前 一段为延拓波,按照设定好的延拓点数对 g(t) 左端进行 延拓;

4)同理,按照上述步骤对g(t)右侧进行处理。 特征波形匹配示意图如图 2 所示。



特征波形匹配示意图

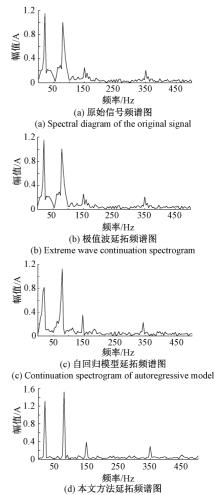
Fig. 2 Schematic diagram of characteristic waveform matching

规定一个谐波信号进行比较:

 $g(t) = 1.3\sin(2\pi \times 20t) + 1.5\sin(2\pi \times 80t) +$ 0.  $35\sin(2\pi \times 150t) + 0.25\sin(2\pi \times 350t) + \sigma(t)$ 

其中 $\sigma(t)$  为 25 dB 高斯白噪音,采样率 5 000 Hz,采 样点数 1 000。对两端分别使用极值波延拓、自回归模型 延拓以及本文提出的方法进行延拓,确定左右两端信号的 延拓长度为100点,对得到的信号分别绘制频谱如图3 所示。

从图 3(b)、(c)可知,极值波延拓和自回归模型延拓对 于复杂数据以及异常值较敏感,无法同时表征出频率和幅



(d) The proposed method extends the spectrogram 图 3 几种信号延拓频谱对

Fig. 3 Spectrum comparison of several signals

值的变化。由图 3(d)可知,本文方法采取的双约束量匹配 延拓方法,可以较好的保留延拓后信号的幅频特性,有效 跟踪仿真信号的变化规律。

#### 2.3 算法总体流程

基于 SVMD 的谐波检测方法流程如图 4 所示,具体的 实现步骤如下:

1)信号降噪:使用改进的小波阈值门限确定每一层的 阈值,再利用新的阈值函数对含有高斯白噪声的谐波信号 进行降噪处理;

2)信号延拓:对经步骤 1)处理后的信号进行特征波形 匹配延拓,找出集合 P, 计算所有匹配子波与特征波之间 的匹配度参数 R, 左端点选取对应最小值的波形的前一 段,有端点则选择对应波形的后一段,分别作为左右延拓 波,按给定的延拓点数加在信号的左端和右端;

3)SVMD 分解:将经步骤 1)、步骤 2)处理后的信号进 行分解得到模态分量,利用 Hilbert 变换获得稳态分量的 瞬时幅值、瞬时频率以及确定暂态分量的起止位置。

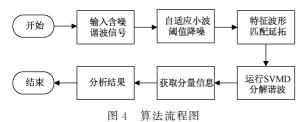


Fig. 4 Algorithm flow chart

# 3 仿真验证

本文的实验均在一台配备了 AMD Ryzen 5 3500U CPU 处理器(2.1 GHz)、12 GB RAM 和 512 GB SSD 存储的笔记本电脑上进行。实验使用的操作系统为 Windows 11。实验使用的软件平台为 MATLAB R2022b。

#### 3.1 稳态谐波仿真分析

参考文献[6],通过 MATLAB 仿真平台设一典型电力系统稳态谐波信号  $X_1(t)$ ,构建稳态谐波电流信号模型为:

$$X_1(t) = \sum_{i=1}^{5} A_i \sin(2\pi f_i t) + v(t)$$
 (17)

式中:  $A_1 = 1$ ;  $A_2 = 0$ . 6;  $A_3 = 0$ . 4;  $A_4 = 0$ . 75;  $A_5 = 0$ . 55;  $f_1 = 50$ ;  $f_2 = 110$ ;  $f_3 = 150$ ;  $f_4 = 250$ ;  $f_5 = 350$ ; v(t) 为信噪比 15 dB的高斯白噪声。该稳态谐波采样频率为5 000 Hz, 采样点数1 500, 包含基波、3 次谐波、5 次谐波、7 次谐波以及一个间谐波。稳态谐波信号如图5 所示。

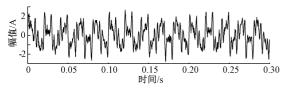


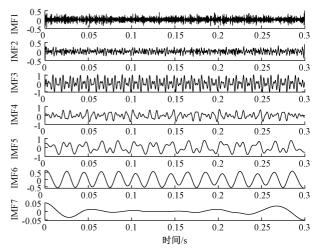
图 5 含噪稳态谐波信号

Fig. 5 Steady state harmonic signal with noise

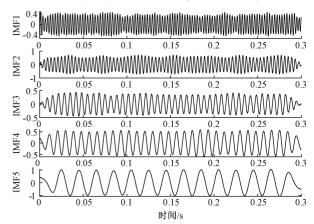
为体现分解效果,分别使用集合经验模态分解 (ensemble empirical mode decomposition, EEMD)、EMD-VMD<sup>[11]</sup>以及本文算法对信号进行处理。

EEMD 分解效果如图 6(a)所示,通过分解得到 7个 IMF 分量,对于含噪谐波信号,EEMD 的分解效果有限,不仅造成了模态混叠,而且在分解中出现了虚假分量,无法获得准确的时频信息。EMD-VMD 首先通过 EMD 分解获得模态分量个数,再执行 VMD 分解。由图 6(b)可知,5个谐波分量均被分解出来,也没有出现模态混叠现象,基波和间谐波波形没有发生明显的形变,但是 3 次、5 次以及7次谐波波形由于噪音干扰出现了明显形变,说明该方法只适用于低频段的纯净信号提取,对于高频段含噪谐波信号提取的能力不足,不能保证幅值的稳定性。在没有进行波形延拓的前提下,每个模态的边界处也出现了畸变。

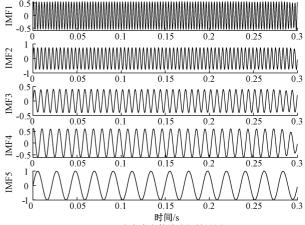
分析图 6(c)可知,信号经过降噪和特征波形匹配延拓



(a) 稳态EEMD分解效果图 (a) Steady-state EEMD decomposition effect diagram



(b) 稳态EMD-VMD分解效果图 (b) Steady-state EMD-VMD decomposition effect diagram



(c) 稳态本文算法分解效果图 (c) Steady-state algorithm decomposition effect diagram 图 6 几种分解方法对比

Fig. 6 Comparison of several decomposition methods

后再进行 SVMD 分解,可以将稳态谐波分解成多个独立的 模态,且每个模态都具有单一的频率,分解结果未产生模 态混叠现象,端点畸变同样得到了有效缓解,表明本文方 法对稳态谐波检测具有一定的有效性。 对于本文方法获取的分量进行瞬时参数提取,各模态分量的瞬时幅值和频率与理论值比较接近,表 2 给出了谐波参数检测结果。由表 2 可知,频率检测方面,在 150 Hz、250 Hz、350 Hz 时的检测误差分别为 0.017%、0.019 6%、0.019 4%,间谐波误差为 0.043%。幅值检测方面,文章算

法降低了噪声的影响,在幅值 1 A、0.75 A 与 0.55 A 时检测误差为 0.06%、0.13%与 0.15%,幅值检测结果较为精确。谐波参数检测结果表明文章提出的算法能够有效地抑制噪声和边界效应,保障了后续谐波参数测量的准确性。

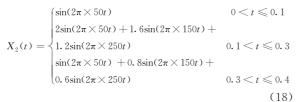
## 表 2 稳态谐波参数提取

Table 2 Steady state harmonic parameter extraction

谐波		幅值/A			频率/Hz	
次数	理论值	检测值	误差/%	理论值	检测值	误差/%
基波	1	0.9994	0.06	50	49.944	0.112
2.2	0.6	0.5993	0.12	110	109.953	0.043
3	0.4	0.398 6	0.35	150	149.974	0.017
5	0.75	0.751 0	0.13	250	249.951	0.019 6
7	0.55	0.549 2	0.15	350	349.932	0.019 4

# 3.2 暂态谐波仿真分析

由于电力系统中谐波具有时变特性,参考文献[7],通过 MATLAB 仿真平台设一个典型暂态谐波信号为 $X_{2}(t)$ ,并加入 20 dB 的高斯白噪音,如式(8)所示。



由暂态谐波表达式可知,基波在 0.1 s 出现了骤升,在 0.3 s 恢复。3 次谐波和 5 次谐波在 0.1 s 出现,0.3 s 发生 幅值变化,暂态谐波信号如图 7 所示。

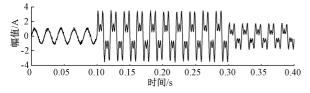
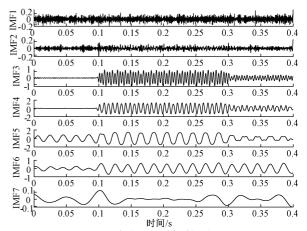


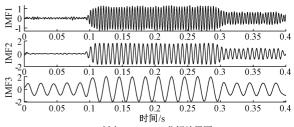
图 7 暂态含噪谐波信号

Fig. 7 Transient harmonic signal with noise

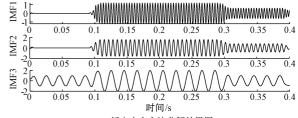
对目标信号分别进行 EEMD、EMD-VMD 以及本文算法进行检测,由图 8(a)的仿真结果可看出,在分解暂态含噪信号时,EEMD 出现严重失真,产生了两条虚假分量,在0.1~0.3 s之间,5 次谐波分量较基波和 3 次谐波分量变化幅度更大更明显,说明频率越大,越不适用于 EEMD 分解。由图 8(b)可知,EMD-VMD 方法虽然得到各模态分量,但同样在 5 次谐波中出现明显误差,0~0.1 s之间理论上应为纯净信号,但 5 次谐波上分布有噪音,去噪并不彻底。根据图 8(c)的结果,本文方法得到 3 个分量,基波、3 次和 5 次谐波均有效分离,5 次谐波没有出现明显的形变和噪音分布,且可以直观的观测到幅值变化情况,最大程度的保留了暂态谐波信息,在抗噪性能方面更具优势。



(a) 暂态EEMD分解效果图 (a) Transient EEMD decomposition effect diagram



(b) 暂态EMD-VMD分解效果图
(b) Transient EMD-VMD decomposition effect diagram



(c) 暂态本文方法分解效果图 (c) Transient decomposition effect diagram

图 8 时变谐波分解

Fig. 8 Time-varying harmonic decomposition

0.043

定义  $0.1\sim0.3$  s 时段为  $t_1$ ,  $0.3\sim0.4$  s 时段为  $t_2$ 。 对 图 8(c)中 3 个 IMF 分量进行 Hilbert 变换,获得基波和各 次谐波的幅值频率参数如表 3 所示。由表 3 可知,幅值平 均检测误差为 0.866%, 频率检测的平均误差为 0.105%。

在相同时段下,谐波次数越高,误差越大;在相同的频率之 下,幅值越大,检测的误差也越大。但总体幅值误差未超 过 2%, 频率误差未超过 0.5%, 证明了本文算法对于暂态 谐波检测同样具有较高精度。

Table 3         Extraction of transient harmonic parameters								
谐波	 时段	幅值/A			频率/Hz			
次数	刊权	理论值	检测值	误差%	理论值	检测值	误差%	
基波	$t_1$	2.0	1.995 4	0.230	50	49.959	0.082	
	$t_{2}$	1.0	1.002 4	0.240	50	49.892	0.216	
3	$t_1$	1.6	1.587 0	0.813	150	150.203	0.135	
	$t_2$	0.8	0.788 0	1.500	150	149.966	0.023	
-	$t_1$	1. 2	1.193 0	0.583	250	249.667	0.133	
Э								

1.830

表 3 暂态谐波参数提取

为准确获得暂态谐波发生变化的时刻,分别对图 8(c) 中的 IMF1 和 IMF2 的幅值曲线进行求导分析,由于一阶 导函数的绝对值越大变化率越大,当分量导函数图像出现 最大极值点时,即可获得幅值变化的时刻。将求导结果中 的一些干扰性扰动做置零处理后,IMF1 和 IMF2 分量的 导函数图像分别如图 9(a)和(b)所示,5次暂态谐波幅值变 化时刻分别为 0.099 8 s 与 0.296 8 s,3 次时变谐波幅值变 化时刻为 0.096 6 s 和 0.299 8 s,几乎与理论值相同。

0.6

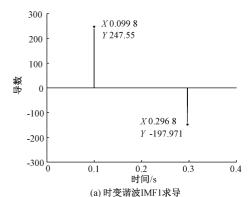
0.611 0

## 3.3 实例谐波仿真分析

大容量电弧炉的投入,对电力系统造成了一定的谐波 冲击,为进一步验证本文算法的有效性,参考文献[7]中的 部分三相电弧炉实例信号进行 Matlab 仿真验证,信号  $X_3(t)$  采样频率取 4 500 Hz,采样点数取 4 500,基波频率 为 60 Hz,并添加功率为 0.2 的白噪音  $\varepsilon(t)$ 。 波形如图 10 所示。

$$X_3(t) = 25.22\cos(2\pi \times 60t + 9^\circ) + 18.99\cos(2\pi \times 90t + 93^\circ) + 13.76\cos(2\pi \times 156t + 57^\circ) + \varepsilon(t)$$
 (19)

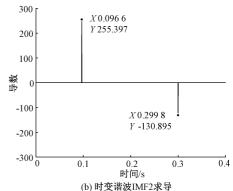
同时运用 EEMD、EMD-VMD 以及本文方法对电弧炉 信号进行处理,结果如图 11 所示。由图 11(a)可知, EEMD在面对电力系统中电弧炉实例信号时分解效果较 差,一共得出7个IMF分量,前6个分量都产生了模态混 叠,无法确定是否为信号的真值,第7条为虚假分量,没有 实际的物理意义,说明该方法有较大的分解误差,无法提 取模态信息。由图 11(b)可知,EMD-VMD 方法虽然准确 的分解出了不同频率的子信号,但出现了一条不规则的多 余分量,显然是 EMD 在确定 VMD 的分解模态数时,由于 信号复杂出现了判断失误,导致最终的结果出现过分解现 象,目该方法未经过波形延拓处理,边缘处幅值变化明显, 降低了整体测量的精度。从图 11(c)可看出,本文方法采 用先降噪后分解的方式,得到的 IMF1、IMF2、IMF3 几乎 可认为是均为分布的正弦信号,且可以和原始信号中的3



249.893

250

(a) Derivation of time-varying harmonics IMF1



(b)Derivation of time-varying harmonics IMF2

图 9 时变谐波 IMF 分量导函数

Fig. 9 Derivative function of time-varying harmonic IMF component

个分量对应,由于经过特征波形匹配延拓处理,对于端点 出现畸变的情况也具有一定的抑制效果。

使用 Hilbert 变换对图 11(c)中的 3 条分量进行解调, 提取的瞬时幅值和瞬时频率如图 12(a)和(b)所示,可以看 到除边缘以外,整体的变化趋势较平缓,几乎为一条直线。

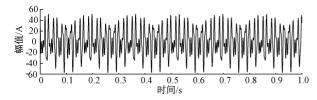
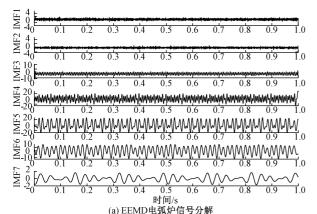
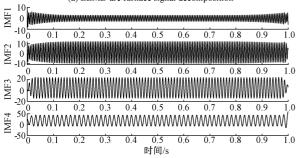


图 10 电弧含噪谐波信号

Fig. 10 Arc harmonic signal with noise

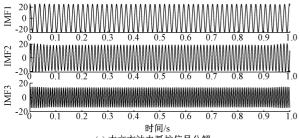


(a) EEMD are furnace signal decomposition



(b) EMD-VMD电弧炉信号分解

(b) EMD-VMD arc furnace signal decomposition



(c) 本文方法电弧炉信号分解

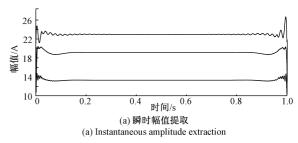
(c)Arc signal decomposing furnace for this method

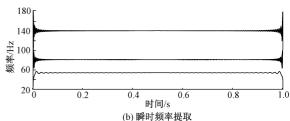
图 11 电弧炉信号分解对比

Fig. 11 Signal decomposition and comparison of electric arc furnace

说明经过本文方法处理后,降低了噪音对谐波信息提取的 影响,有效提高了检测精度。

对瞬时幅值和瞬时频率求取平均值,由表 4 可知,本文方法得到的测量值接近于理论值,幅值平均误差为 0.545%,频率平均误差为 0.146%,均满足电力系统谐波检测的要求,说明本方法对于谐波参数提取具有较好的准确度。





(b) Instantaneous frequency extraction 图 12 电弧炉信号瞬时幅频提取

Fig. 12 Amplitude and frequency information of EAF signal

表 4 电弧炉信号误差

Table 4 Signal error of electric arc furnace

	幅值/A			频率/Hz	
理论值	检测值	误差%	理论值	检测值	误差%
25. 22	25.3928	0.685	60	59.8997	0.167
18.99	19.1025	0.592	90	90.0139	0.154
13.76	13.809 1	0.357	156	155.815 3	0.118

# 4 结 论

本文以 SVMD 为基础,提出了一种小波降噪和波形延拓结合的谐波检测方法。首先,通过应用具有衰减特性的新型阈值函数对信号进行降噪,有效抑制了噪音对分解结果的干扰,提高了检测精度;其次,采用具有双特征量约束的波形匹配延拓方法,将波形畸变的部分限制在信号之外,有效遏制了 SVMD 中常见的边界效应问题;最后,本文方法实现了对稳态谐波幅频参数的精确计算,以及暂态谐波起止时间的准确定位。仿真结果表明,本方法可以有效抵抗噪音干扰,实现了复杂情况中对谐波的准确分析,但如何在保证噪声鲁棒性的前提下进一步提高分解的实时性,仍需要继续研究。

# 参考文献

[1] 窦嘉铭,马鸿雁.基于复调制细化和 Adaline 网络的谐 波检测方法[J].中国测试,2022,48(5):43-50.

DOU J M, MA H Y. Harmonic detection method based on complex modulation refinement and adaptive linear network[J]. China Measurement & Test, 2022, 48(5):43-50.

[2] 王清亮,宋曦,王旭东,等.背景谐波电压环境下的负载

谐波电流检测方法[J]. 电力系统保护与控制,2022,50(16):58-65.

WANG Q L, SONG X, WANG X D, et al. A load harmonic current detection method in a background harmonic voltage environment [J]. Power System Protection and Control, 2022, 50(16):58-65.

- [3] 杨喜,汪旭明,陈炳权,等.基于谱序列变换的高精度谐波参数估计算法[J].中南大学学报(自然科学版), 2020, 51(9): 2504-2513.
  - YANG X, WANG X M, CHEN B Q, et al. High precision harmonic parameter estimation algorithm based on spectral sequence transformation[J]. Journal of Central South University(Science and Technology), 2020, 51(9): 2504-2513.
- [4] 刘科研,叶学顺,李昭,等. 基于多分辨率小波变换的配电网高阻接地故障检测方法[J]. 高电压技术,2023,49(10):4247-4256.

LIU K Y, YE X SH, LI ZH, et al. Detection method of high impedance fault in distribution network based on multi-resolution wavelet transform [J]. High Voltage Engineering, 2023,49(10):4247-4256.

- [5] 张敢,施火泉,饶琨.基于 HHT 谐波与间谐波检测研究[J]. 电源学报,2019,17(4):155-161.
  - ZHANG G,SHI H Q,RAO K. Research on detection of haemonics and inter-harmonics based on HHT[J]. Journal of Power Supply, 2019,17(4): 155-161.
- [6] 陈陈,李晓明,杨玲君,等.变分模态分解在电力系统谐波检测中的应用[J].电力系统保护与控制,2018,46(14):63-70.
  - CHEN CH, LI X M, YANG L J, et al. Application of variational mode decomposition in power system harmonic detection [J]. Power System Protection and Control, 2018, 46(14):63-70.
- [7] 郑晓娇,王斌,李卜娟,等. 基于参数优化变分模态分解的间谐波检测[J]. 电力系统保护与控制, 2022, 50(11):71-79.
  - ZHENG X J, WANG B, LI B J, et al. Inter-harmonics detection based on parameter optimization variational mode decomposition[J]. Power System Protection and Control, 2022, 50(11):71-79.
- [8] LIU H W, HU H B, CHEN H, et al. Fast and flexible selective harmonic extraction methods based on the generalized discrete fourier transform [J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2018, 33 (4): 3484-3496.
- [9] 杨瑞,李维勤,白清,等. CEEMDAN-WT 降噪提升 BOTDA 信噪比研究[J]. 电子测量与仪器学报,2022, 36(12):28-36.

- YANG R, LI W Q, BAI Q, et al. Signal-to-noise ratio improvement for BOTDA using CEEMDAN-WT method[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2022, 36(12);28-36.
- [10] 张安安,周志通,曲广龙,等.基于 HHT 一化迭代的输电线路故障测距研究[J].电子测量与仪器学报,2021,35(3):165-172.
  - ZHANG AN AN, ZHOU ZH T, QU G L, et al. Study on fault location of transmission line based on HHT iteration[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2021,35(3):165-172.
- [11] 沈友东,贺小星,张云涛. EMD 与 VMD 组合站坐标时间序列降噪方法[J]. 海洋测绘,2023,43(1):44-48.

  SHEN Y D, HE X X, ZHANG Y T. Noise reduction method of EMD and VMD combined for station coordinate time series[J]. Hydroaphic Surveying and Charting, 2023,43(1):44-48.
- [12] 陈庆堂,黄宜坚. VMD 滤波重构的时间序列自回归建模研究 [J]. 电子测量与仪器学报,2020,34(3): 155-162.
  - CHEN Q T, HUANG Y J. Research of time series autoregressive modeling based on VMD filtering reconstruction[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2020,34(3):155-162.
- [13] 商立群,许海洋,臧鹏,等. 基于 DFT 和群组谐波能量 回收理论的谐波与间谐波检测算法[J]. 电力系统保护与控制,2022,50(15):91-98.

  SHANG L Q, XU H Y, ZANG P, et al. A harmonic
  - and interharmonic detection algorithm based on DFT and groupharmonic energy recovery theory[J]. Power System Protection and Control, 2022, 50(15):91-98.
- [14] 邱彬, 江浩然, 周朋祥, 等. 改进型小波阈值去噪的 AEEMD 谐波检测算法[J]. 传感器与微系统, 2020, 39(7):115-118.
  - QIU B, JIANG H R, ZHOU P X, et al. AEEMD harmonic detection algorithm based on improved wavelet threshold denoising [J]. Transducer and Microsystem Technologies, 2020,39(7):115-118.
- [15] 张慧,孟克其劳,张占强,等.基于 CEEMDAN 和 HHT的谐波检测方法[J]. 电子测量技术,2020,43(6):83-87.
  - ZHANG H, MENG K Q L, ZHANG ZH Q, et al. Harmonic detection method based on CEEMDAN and HHT[J]. Electronic Measurement Technology, 2020, 43(6):83-87.
- [16] 杨小强,李沛,黄杰,等.基于极值波延拓的端点效应处理 方法[J]. 系统工程与电子技术,2016,38(9):1987-1992. YANG X Q, LI P, HUANG J, et al. Method based on

- extension of extreme wave in dealing with end effect[J]. Systems Engineering and Electronics, 2016, 38(9): 1987-1992.
- [17] 计志勇,唐求,李雅鑫,等.基于 AVMD 与改进能量算子的非稳态谐波分析[J]. 仪器仪表学报,2022,43(7):209-217.
  - JI ZH Y, TANG Q, LI Y X, et al. Power system harmonic analysis under non-stationary situations based on AVMD and improved energy operator [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2022,43(7): 209-217
- [18] MOJTABA N, SAYED M S. Successive variational mode decomposition [J]. Signal Processing, 2020, 174: 107610.
- [19] DONOHO D L, JOHNSTONE I M. Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage [J]. Journal of the American Statistical Association, 1995, 90(432): 1200-1224.
- [20] 沙磊. 一种新小波阈值算法的变形监测数据去噪方法[J]. 大地测量与地球动力学,2023,43(8):847-850. SHA L. A new wavelet threshold algorithm for denoising deformation monitoring data[J]. Journal of

- Geodesy and Geodynamics, 2023,43(8):847-850.
- [21] 何振鹏,朱志琪,谢海超,等.基于最小二乘法线性拟合 抑制 EMD 端点效应[J]. 系统仿真学报,2018,30(9): 3377-3385.
  - HE ZH P, ZHU ZH Q, XIE H CH, et al. Restrain boundary effect of EMD based on least square fitting[J]. Journal of System Simulation, 2018, 30 (9): 3377-3385.
- [22] 李宇祖,刘景良,廖飞宇,等. 基于向上取整的多重同步挤压变换识别时变结构瞬时频带[J]. 振动与冲击, 2022,41(21):201-208.
  - LIYZ, LIUJL, LIAOFY, et al. Identification of instantaneous frequency band of time-varying structure based on multi-synchrosqueezing transform with ceiling method[J]. Journal of Vibration Shock, 2022, 41(21):201-208.

# 作者简介

**张展**,副教授,硕士研究生,主要研究方向为电力系统分析、运行与控制。

扶铸(通信作者),硕士研究生,主要研究方向为电网电能质量检测与优化。

E-mail: fuzhuzf@163. com