

直线运动 2D 激光雷达的双正交平面标定方法^{*}

刘 昶 王彦博

(沈阳理工大学信息科学与工程学院 沈阳 110159)

摘要: 针对安装在直线运动机构上的 2D 激光雷达(LiDAR)的运动方向标定问题,提出了一种选用由 2 个正交平面构成的标定装置的方法。如果利用沿直线运动的 2D 激光雷达扫描标定装置 2 次或以上,由两个标定平面上的扫描线可得到关于激光雷达运动方向参数的几何约束,证明了运动参数必位于平面上的一条双曲线上;通过对不同位姿的标定装置的扫描,获取多条约束曲线;提出 4 种标定解算方法:线性最小二乘(LSM)、高斯-牛顿(G-N)、最优化点到约束曲线的最短距离平方和(Opt-D)、最优化重建后 2 个标定平面的正交性方法(Opt-O)。仿真实验表明 4 种方法中 Opt-O 具有最好的精度;真实实验中利用标定结果构建一个塑料球的 3D 点云,再利用该点云估计球面的方程,应用 G-N、Opt-D、Opt-O 的标定结果重建的点云样本到拟合的球表面的距离均值都小于 0.5 mm,标准差均小于 0.5 mm,验证了本文提出的标定方法的有效性。

关键词: 2D 激光雷达;标定;正交平面;几何约束;3D 点云

中图分类号: TN249 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.4030

Linearly moving 2D LiDAR calibration method using dual orthogonal planes

Liu Chang Wang Yanbo

(School of Information Science and Engineering, Shenyang Ligong University, Shenyang 110159, China)

Abstract: A method using a calibration device consisting of two orthogonal planes was proposed to address the moving direction calibration problem for 2D LiDAR mounted on a linearly moving platform. When the linearly moving 2D LiDAR performs two or more scans of the calibration device, geometric constraints on the motion parameters can be derived from the scan lines on the two calibration planes. The parameters must lie on a hyperbola on the parameter plane. Additional constraint hyperbolas are generated by adjusting the pose of the calibration device and conducting new scans. To solve the calibration problem, four algorithms were presented: Linear least squares method (LSM), Gauss-Newton method (G-N) and an optimization approach that minimizes the sum of squared shortest distances from a point to all constraint curves (denoted as Opt-D), as well as a method that optimizes the orthogonality of the reconstructed calibration planes (denoted as Opt-O). Simulation experiments demonstrated that the Opt-O method achieves the highest accuracy. In real experiments, a 3D point cloud of a plastic ball was constructed from the calibration results and was used to estimate the spherical equation. When using the results of G-N, Opt-D, or Opt-O methods, the mean distances between the reconstructed sampled points and the fitted sphere are all less than 0.5 mm, with the standard deviations all less than 0.5 mm. These results collectively validate the effectiveness of the proposed calibration method.

Keywords: 2D light detection and ranging; calibration; orthogonal planes; geometric constraint; 3D point cloud

0 引言

激光雷达(light detection and ranging, LiDAR)在目标检测^[1]、测量^[2]、定位与建图^[3]等方面都有广泛的应用,由于 2D LiDAR 只能扫描获取场景中一个平面上的深度信

息,为实现利用 2D LiDAR 进行场景的 3D 扫描,经常采用将 2D LiDAR 安装在机器人^[4]、转台^[5]或直线运动机构^[6]上的方案,需要提前对雷达和相关载体的外参进行标定。为了进行 2D LiDAR 相关的标定,一般都需要配置有针对性的标定装置,常用的标定装置包括标准球、圆柱、圆盘、具

有直线边缘的物体、平面或多个平面的组合、平面镂空结构等。其中标准球是被最广泛采用的标定装置^[4,6],当 2D LiDAR 扫描到标准球表面时,扫描点位于一段圆弧上,利用拟合出的圆弧方程及标准球的半径,可确定出球心在雷达坐标系下的坐标,从而得到一个点特征用于外参标定;高金锋等^[7]采用圆柱形标定装置进行机器人与 2D LiDAR 的手眼标定,经过 2 次或以上的扫描,可以获取圆柱轴的一条直线特征用于标定;Chen 等^[8]选用圆盘作为标定装置,直线运动的 LiDAR 在圆盘上的扫描线端点具有共椭圆的特性,同时圆盘表面还能提供一个方向特征;Xu 等^[9]选用具有直线边缘的标定装置,可以利用扫描线的边缘点共线的特性进行标定;Sharifzadeh 等^[10]选用平面作为标定装置,利用所有扫描点共面的特性进行标定。当采用由多个平面构成的标定装置进行标定时,还可以利用标定平面间的角度关系作为约束,如 Choi 等^[11]利用 2 个正交平面进行两个 2D LiDAR 相对位姿的标定;刘昶等^[12]利用 2 个平面构成的 V 形标定板进行转台上的 2D LiDAR 外参标定,不要求事先已知 2 个平面的夹角;屈海龙等^[13]采用了平面镂空圆孔的标定装置;黄志清等^[14]采用了平面镂空三角形和矩形的装置。目前也有学者提出不采用专门设计的标定装置,直接通过点云配准^[15]或三维重建^[16]的方法进行 LiDAR 的标定,但一般都存在计算量大的缺点。

对于采用直线运动机构搭载 2D LiDAR 进行场景扫描并生成场景点云的应用场景,考虑到直线运动机构的运动距离完全可控,可以认为是已知量,这时只要标定出直线运动机构的运动方向在雷达坐标系下的方向向量,即可将不同位置下雷达采集到的目标样本点坐标统一到一个坐标系下,从而构造出扫描目标的 3D 点云,完成目标的尺寸测量或相对位姿估计任务。刘昶等^[6]采用了标准球作为标定装置,方法具有一般性,但考虑到大尺寸的标准球不易制作,该方法仅适用于相对小场景的场合。

本文针对利用一维直线运动机构搭载 2D LiDAR 的应用中,直线运动机构的运动方向在 LiDAR 坐标系下的标定问题,提出采用具有 2 个相互正交的平面的标定装置进行标定的方法,利用 2D LiDAR 扫描正交平面时的扫描点得到运动参数需要满足的几何约束,提出相应的标定解算方法,实验验证了该标定方法的有效性,说明本文方法可用于场景的 3D 点云构造,实现目标测量等任务。

1 2D LiDAR 扫描正交平面的几何特征

1.1 坐标系定义

本文采用 2 个相互正交的平面作为标定装置,在标定过程中,首先令直线运动机构与标定装置的相对位姿不变,控制 2D LiDAR 在直线运动机构的不同位置对标定装置进行扫描,保证每次扫描均能扫描到 2 个标定平面,设雷达扫描的初始位置序号为 0,共进行 K_t 次扫描,要求 $K_t \geq 2$;再变换标定装置与直线运动机构的相对位姿,重复以上扫描

过程,设标定过程中标定装置变换位姿的总数为 T 。在以上扫描过程中,可以认为直线运动机构始终不动,仅标定装置的相对位姿发生变化,由此定义相关的坐标系如下:

记 $O - xyz$ 为根据固定在直线运动机构上的 2D LiDAR 定义的雷达坐标系,其中 O 为 LiDAR 的中心, 0° 角扫描线方向为 x 轴, 90° 扫描线方向为 y 轴,再按右手法则定义出 z 轴。当 LiDAR 在运动机构上移动时,雷达坐标系将发生平移,为便于区分,在标定装置第 t 个位姿时, LiDAR 位于运动机构初始位置时的雷达坐标系记为 $O^{(t,0)} - x^{(t,0)} y^{(t,0)} z^{(t,0)}$,运动到第 k 个位置时雷达的坐标系记为 $O^{(t,k)} - x^{(t,k)} y^{(t,k)} z^{(t,k)}$,则这些坐标系间仅存在平移关系,雷达在直线运动机构上受控运动时,这些坐标系原点的运动方向与直线运动机构的运动方向一致。记运动方向在 $O - xyz$ 坐标系下的单位方向向量为 $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)^T$,则雷达的运动方向可以在以上定义的任意坐标下描述,且均为 $\mathbf{v}$ 。记空间点 P 在 $O^{(t,0)} - x^{(t,0)} y^{(t,0)} z^{(t,0)}$ 和 $O^{(t,k)} - x^{(t,k)} y^{(t,k)} z^{(t,k)}$ 坐标系下的坐标分别为 $\mathbf{P}^{(t,0)} = (x^{(t,0)}, y^{(t,0)}, z^{(t,0)})^T$ 和 $\mathbf{P}^{(t,k)} = (x^{(t,k)}, y^{(t,k)}, z^{(t,k)})^T$,有:

$$\mathbf{P}^{(t,0)} = \mathbf{P}^{(t,k)} + d_{t,k} \cdot \mathbf{v} \quad (1)$$

式中: $d_{t,k}$ 是雷达在直线运动机构上的受控运动距离,亦为两个坐标系原点间的距离,是已知量。

1.2 扫描线的几何特征

图 1 描述了标定过程中 LiDAR 扫描到标定装置 2 个平面的示意图,在标定装置的第 t 个位姿下, LiDAR 每次扫描到 2 个标定平面时形成 2 条扫描直线,为简化表达,图 1 中仅绘制了 2 次扫描的情况。记两个标定平面分别为 $\pi_{t,1}$ 和 $\pi_{t,2}$; LiDAR 在初始位置和第 k 位置得到的两条扫描直线分别为 $L_{t,0,1}$ 、 $L_{t,0,2}$ 和 $L_{t,k,1}$ 、 $L_{t,k,2}$,有 $L_{t,0,1} \parallel L_{t,k,1}$, $L_{t,0,2} \parallel L_{t,k,2}$ 。在 $O^{(t,k)} - x^{(t,k)} y^{(t,k)} z^{(t,k)}$ 坐标系下 $L_{t,k,1}$ 和 $L_{t,k,2}$ 的直线方程可表示为:

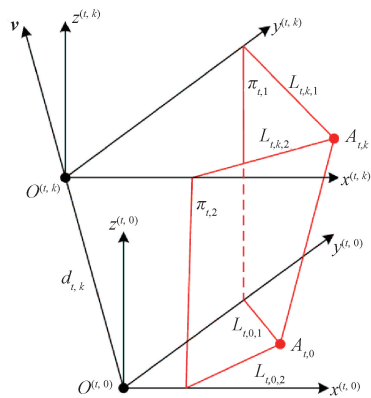


图 1 2D LiDAR 扫描 2 个标定平面示意

Fig. 1 Diagram of 2D LiDAR scanning two calibration planes

$$\begin{cases} L_{t,k,1}: y^{(t,k)} = \kappa_{t,1} x^{(t,k)} + \beta_{t,1} + d_{t,k} \cdot \Delta_{t,1} \\ L_{t,k,2}: y^{(t,k)} = \kappa_{t,2} x^{(t,k)} + \beta_{t,2} + d_{t,k} \cdot \Delta_{t,2} \end{cases} \quad (2)$$

式中: $k = 0, 1, \dots, K_t - 1$; $\kappa_{t,1}, \beta_{t,1}, \Delta_{t,1}, \kappa_{t,2}, \beta_{t,2}, \Delta_{t,2}$ 为直

线方程的参数,利用 LiDAR 的扫描样本点和最小二乘法可获得以上参数的估计值,从而得到直线 $L_{t,k,1}$ 和 $L_{t,k,2}$ 在 $O^{(t,k)} - x^{(t,k)} y^{(t,k)} z^{(t,k)}$ 坐标系下的直线方程,并进一步求得 $L_{t,k,1}$ 和 $L_{t,k,2}$ 的交点 $A_{t,k}$ 的坐标 $A_{t,k}^{(t,k)} = (x_{t,k,A}^{(t,k)}, y_{t,k,A}^{(t,k)}, 0)^T$, 式中:

$$\begin{cases} x_{t,k,A}^{(t,k)} = \frac{d_{t,k}(\Delta_{t,2} - \Delta_{t,1}) + \beta_{t,2} - \beta_{t,1}}{\kappa_{t,1} - \kappa_{t,2}} \\ y_{t,k,A}^{(t,k)} = \frac{d_{t,k}(\kappa_{t,1}\Delta_{t,2} - \kappa_{t,2}\Delta_{t,1}) + \kappa_{t,1}\beta_{t,2} - \kappa_{t,2}\beta_{t,1}}{\kappa_{t,1} - \kappa_{t,2}} \end{cases} \quad (3)$$

1.3 运动方向参数的约束曲线

由式(1)和(3),不妨选 $k = 1$, 可得标定板交线在 $O^{(t,0)} - x^{(t,0)} y^{(t,0)} z^{(t,0)}$ 坐标系下的方向向量 $\overrightarrow{A_{t,0}A_{t,1}}$ 为:

$$\overrightarrow{A_{t,0}A_{t,1}} = \begin{pmatrix} x_{t,1,A}^{(t,1)} - x_{t,0,A}^{(t,0)} \\ y_{t,1,A}^{(t,1)} - y_{t,0,A}^{(t,0)} \\ 0 \end{pmatrix} + d_{t,1} \begin{pmatrix} v_X \\ v_Y \\ v_Z \end{pmatrix} \quad (4)$$

由式(2)可得 $L_{t,0,1}$ 和 $L_{t,0,2}$ 的方向向量分别为 $\overrightarrow{L_{t,0,1}} = (1, \kappa_{t,1}, 0)^T$ 和 $\overrightarrow{L_{t,0,2}} = (1, \kappa_{t,2}, 0)^T$, 从而得到两个标定平面 $\pi_{t,1}$ 和 $\pi_{t,2}$ 的法向量 $n_{t,1}$ 和 $n_{t,2}$ 分别为:

$$\begin{cases} n_{t,1} = \overrightarrow{A_{t,0}A_{t,1}} \times \overrightarrow{L_{t,0,1}} = d_{t,1} \begin{pmatrix} -\kappa_{t,1}v_Z \\ v_Z \\ \kappa_{t,1}v_X - v_Y - \Delta_{t,1} \end{pmatrix} \\ n_{t,2} = \overrightarrow{A_{t,0}A_{t,1}} \times \overrightarrow{L_{t,0,2}} = d_{t,1} \begin{pmatrix} -\kappa_{t,2}v_Z \\ v_Z \\ \kappa_{t,2}v_X - v_Y - \Delta_{t,2} \end{pmatrix} \end{cases} \quad (5)$$

由于 $\pi_{t,1} \perp \pi_{t,2}$, 有 $n_{t,1}^T n_{t,2} = 0$, 由(5)可得:

$$\begin{pmatrix} -\kappa_{t,1}v_Z \\ v_Z \\ \kappa_{t,1}v_X - v_Y - \Delta_{t,1} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} -\kappa_{t,2}v_Z \\ v_Z \\ \kappa_{t,2}v_X - v_Y - \Delta_{t,2} \end{pmatrix} = 0$$

$$(\kappa_{t,1}\kappa_{t,2} + 1)v_Z^2 + (\kappa_{t,1}v_X - v_Y - \Delta_{t,1})(\kappa_{t,2}v_X - v_Y - \Delta_{t,2}) = 0 \quad (6)$$

由于 $v = (v_X, v_Y, v_Z)^T$ 是单位向量,有 $v_Z^2 = 1 - v_X^2 - v_Y^2$, 代入(6)可得:

$$(\kappa_{t,1}\kappa_{t,2} + 1)(1 - v_X^2 - v_Y^2) + (\kappa_{t,1}v_X - v_Y - \Delta_{t,1})(\kappa_{t,2}v_X - v_Y - \Delta_{t,2}) = 0 \quad (7)$$

整理式(7)后可得:

$$v_X^2 + e_{t,1}v_Xv_Y + e_{t,2}v_Y^2 + e_{t,3}v_X + e_{t,4}v_Y + e_{t,5} = 0 \quad (8)$$

式中:

$$\begin{cases} e_{t,1} = \kappa_{t,1} + \kappa_{t,2} \\ e_{t,2} = \kappa_{t,1}\kappa_{t,2} \\ e_{t,3} = \kappa_{t,1}\Delta_{t,2} + \kappa_{t,2}\Delta_{t,1} \\ e_{t,4} = -\Delta_{t,1} - \Delta_{t,2} \\ e_{t,5} = -\kappa_{t,1}\kappa_{t,2} - \Delta_{t,1}\Delta_{t,2} - 1 \end{cases} \quad (9)$$

式(8)构成了关于 v_X 和 v_Y 的一个二次曲线约束方程, 即 (v_X, v_Y) 必位于以下曲线上:

$$F_t(x, y) = x^2 + e_{t,1}xy + e_{t,2}y^2 + e_{t,3}x + e_{t,4}y + e_{t,5} = 0 \quad (10)$$

考虑到 $\kappa_{t,1} \neq \kappa_{t,2}$, 有:

$$e_{t,1}^2 - 4e_{t,2} = (\kappa_{t,1} + \kappa_{t,2})^2 - 4\kappa_{t,1}\kappa_{t,2} = (\kappa_{t,1} - \kappa_{t,2})^2 > 0 \quad (11)$$

式(11)说明二次曲线式(10)的形状是双曲线。则在三维 $O - xyz$ 坐标系下,单位方向向量 v 必位于曲面 $F_t(x, y) = 0$ 与单位球面的交线 $\tilde{F}_t$ 上, $\tilde{F}_t$ 表示为:

$$\tilde{F}_t: \begin{cases} F_t(x, y) = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 1 \end{cases} \quad (12)$$

2 运动方向解算

2.1 运动方向标定的线性和非线性最小二乘方法

将式(8)中的 $e_{t,1}, e_{t,2}, \dots, e_{t,5}$ ($t = 1, 2, \dots, T$) 看作是样本,将 (v_X, v_Y) 视为参数,若忽略式中 v_X, v_Y 各一次项和二次项之间的约束关系,将它们看作是独立变量,记 $\eta = (\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4, \eta_5) = (v_X^2, v_Xv_Y, v_Y^2, v_X, v_Y)$, 则式(8)构成关于 η 的线性约束,当 $T \geq 5$ 时,可利用线性最小二乘法 (least squares method, LSM) 计算得到 η 的估计值 $\eta^* = (\eta_1^*, \eta_2^*, \eta_3^*, \eta_4^*, \eta_5^*)$, 则 (v_X, v_Y) 的估计值为 (η_4^*, η_5^*) 。该方法计算相对简单,但缺点是由于忽略了参数间的约束关系,所得的估计值缺乏明确的物理意义。

若考虑式(8)中 v_X 和 v_Y 间存在的非线性关系,以上述 LSM 方法的估计结果作为初值,应用非线性最小二乘的高斯-牛顿 (Gauss-Newton, G-N) 迭代方法可得到 (v_X, v_Y) 的进一步估计结果,该过程代数意义明确,是以最小化约束方程的残差平方和为目标,但其几何意义仍不明确。

2.2 基于最小化点到曲线距离的标定方法

2.1 节从代数的角度探讨了 LiDAR 运动方向的标定方法,本节将从几何的角度研究该问题。

式(10)显示出 (v_X, v_Y) 的约束曲线为一条二次曲线,对于 T 个标定板位姿,共存在 T 条约束曲线,理论上这些曲线应相交于一点,即为 (v_X, v_Y) 的真实值,但考虑到误差的原因,真实的 (v_X, v_Y) 不一定位于约束曲线上,对此可在 (x, y) 平面上寻找到每条约束曲线距离平方和最小的点,作为 (v_X, v_Y) 的估计值,其为以下优化问题的最优解:

$$(v_X^*, v_Y^*) = \underset{v_X, v_Y}{\operatorname{argmin}} L(v_X, v_Y) = \sum_{i=1}^T \|(v_X, v_Y), F_i(x, y)\|^2 \quad (13)$$

式中: $\|(v_X, v_Y), F_i(x, y)\|$ 表示平面点 (v_X, v_Y) 到约束曲线 $F_i(x, y) = 0$ 的最短距离,本文将该方法简记为 Opt-D。考虑到(10)是一条二次曲线,利用拉格朗日乘子法可将计算 $\|(v_X, v_Y), F_i(x, y)\|$ 的问题转化成一个求解一元四次方程的问题,该方程最多存在 4 个实根,利用闭式解法求出所有实根后选择使距离最小的解作为真解。进一步可计算出优化问题(13)中的目标函数 $L(v_X, v_Y)$ 在 $(v_X,$

v_Y) 点的函数值。

为了求解优化问题(13),本文利用 2.1 节的方法得到的估计结果作为初值,通过梯度法迭代求解,迭代中梯度的计算采用数值计算方法进行。这种基于点到曲线距离的参数估计方法,有较明确的几何意义,虽然算法中包括一个迭代过程,但计算量不大。

2.3 基于优化标定板平面正交性的标定方法

由式(1),若已知雷达运动方向的一个估计值 $\mathbf{v}$, 标定板第 $t(t = 1, 2, \dots, T)$ 个位姿下,第 $k(k = 1, 2, \dots, K_t - 1)$ 次扫描在 $\pi_j(j = 1, 2)$ 平面上的第 $i(i = 1, 2, \dots, M_{t,k,j}, M_{t,k,j}$ 为第 t 个位姿下的第 k 次扫描在 π_j 平面上的扫描点总数)个扫描点在 $O^{(t,0)} - x^{(t,0)}y^{(t,0)}z^{(t,0)}$ 和 $O^{(t,k)} - x^{(t,k)}y^{(t,k)}z^{(t,k)}$ 坐标系下的坐标 $\mathbf{P}_{t,k,j,i}^{(t,0)}$ 和 $\mathbf{P}_{t,k,j,i}^{(t,k)}$ 存在以下关系:

$$\mathbf{P}_{t,k,j,i}^{(t,0)} = \mathbf{P}_{t,k,j,i}^{(t,k)} + d_{t,k} \cdot \mathbf{v} \tag{14}$$

对于每个位姿 t , 分别针对每个平面 $\pi_j(j = 1, 2)$, 计算每个扫描点在 $O^{(t,0)} - x^{(t,0)}y^{(t,0)}z^{(t,0)}$ 坐标系下的坐标, 实现该位姿下所有扫描点坐标的坐标系统一。利用扫描点共面特性, 以这些坐标点作为样本, 由最小二乘法估计出该平面的单位法向量, 记为 $\bar{\mathbf{n}}_{t,j}$ 。由于 $\mathbf{P}_{t,k,j,i}^{(t,k)}$ 和 $d_{t,k}$ 均已知, 则 $\bar{\mathbf{n}}_{t,j}$ 可以看作是 $\mathbf{v}$ 的函数, 记为 $\bar{\mathbf{n}}_{t,j}(\mathbf{v})$ 。理论上应有 $\bar{\mathbf{n}}_{t,1}^T(\mathbf{v})\bar{\mathbf{n}}_{t,2}(\mathbf{v}) = 0$, 考虑到存在误差的因素, 可以将对 $\mathbf{v}$ 的估计问题看作是求解以下优化问题的最优解:

$$\begin{cases} \mathbf{v}^* = \underset{\mathbf{v}}{\operatorname{argmin}} J(\mathbf{v}) = \sum_{i=1}^T (\bar{\mathbf{n}}_{t,1}^T(\mathbf{v})\bar{\mathbf{n}}_{t,2}(\mathbf{v}))^2 \\ \text{s. t.} \quad \|\mathbf{v}\|^2 = 1 \end{cases} \tag{15}$$

将单位方向向量 $\mathbf{v}$ 表示成二维 (θ, φ) 形式, 记 $\mathbf{v}$ 在 xy 平面的投影向量与 x 轴的夹角为 $\theta, \theta \in [0, 2\pi)$; $\mathbf{v}$ 与 xy 平面的夹角为 $\varphi, \varphi \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, 则可将 $\mathbf{v}$ 表达为:

$$\mathbf{v} = (\cos\varphi \cdot \cos\theta, \cos\varphi \cdot \sin\theta, \sin\varphi)^T \tag{16}$$

进一步将优化问题(15)表达成以下 2 参数优化问题:

$$\begin{aligned} (\theta^*, \varphi^*)^T &= \underset{\theta, \varphi}{\operatorname{argmin}} J(\theta, \varphi) = \\ &\sum_{i=1}^T (\bar{\mathbf{n}}_{t,1}^T(\theta, \varphi)\bar{\mathbf{n}}_{t,2}(\theta, \varphi))^2 \end{aligned} \tag{17}$$

式(17)的求解, 可采用本文 2.1 或 2.2 节方法得到的

估计值作为初值, 通过梯度法迭代计算得到, 迭代中梯度的计算采用数值计算方法进行。得到 (θ, φ) 的最优值后, 再根据式(16)计算出 $\mathbf{v}$ 的估计值, 本文将该方法记为 Opt-O。该方法除初值估计外, 直接利用标定平面的正交性, 思路简单, 但计算过程中需要反复估计平面的单位法向量, 相比于前文提出的方法, 计算量相对较大。

3 实验研究

3.1 仿真实验

首先进行仿真实验, 实验中假设 2D LiDAR 的准确运动方向为 $(0.7, \sqrt{0.02}, 0.7)$, 共假设 $T = 20$ 个不同的标定板位姿, 每个位姿下均对标定装置进行 10 次扫描, 每次扫描时 LiDAR 的位移递增 5 mm, 在每个标定板平面均采集 10 个扫描点, 扫描的间隔角度为 1° 。实验中采用了简化的误差模型, 认为扫描线的方向准确, 仅在扫描结果的深度方向施加服从 $N(0, \sigma^2)$ 分布的干扰, 其中 σ 为干扰强度(单位为 mm); 以包含干扰的扫描点作为样本点, 在生成全部扫描样本后, 采用本文提出的 4 种方法计算标定结果。实验中以 C++ 语言编程, 在具有 i5 CPU 的计算机上以单线程方式运行。以标定结果与准确值的夹角评价标定效果; 对于以上方法中的迭代过程, 均采用 LSM 方法的结果作为初值, 进行 100 次迭代。调整干扰强度的大小, 重复以上实验过程。

表 1 给出了本文提出的 4 种方法在不同干扰强度下的仿真结果。可见当 $\sigma = 0$, 即无干扰时, 4 种标定方法均能标定出准确值, 说明对算法的编程正确; 随着干扰强度 σ 的增加, 4 种方法的标定结果误差均呈增加的趋势, 后 3 种方法的准确性显著优于 LSM 方法, 这主要是由于这 3 种方法都有较明确的数学意义导致的; 其中 Opt-O 方法均值和标准差均为最小, 说明该方法精度最好, 其误差水平随干扰强度的增加近似呈线性增长, 具有相对较好的可靠性。4 种方法的运行时间如表 2 所示, 其中后 3 种方法均进行 100 次迭代计算, 可见 Opt-O 方法的耗时最多, 但考虑到本文的标定问题是一个离线标定问题, 对算法的实时性要求不高, 该耗时水平也能够被接受。

表 1 仿真实验结果
Table 1 Simulation experimental results

$\sigma /$ mm	LSM/($^\circ$)		G-N/($^\circ$)		Opt-D/($^\circ$)		Opt-O/($^\circ$)	
	均值	标准差	均值	标准差	均值	标准差	均值	标准差
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.5	0.882 8	0.476 0	0.130 3	0.079 6	0.115 5	0.066 1	0.111 2	0.068 0
1.0	1.818 3	1.035 5	0.276 6	0.158 4	0.244 9	0.126 1	0.223 3	0.133 1
1.5	2.957 7	1.691 2	0.452 0	0.244 8	0.398 7	0.189 8	0.336 7	0.195 8
2.0	4.412 5	2.419 6	0.667 3	0.343 4	0.585 3	0.263 9	0.451 6	0.256 6
2.5	6.225 0	3.128 2	0.931 1	0.454 2	0.811 6	0.350 8	0.568 4	0.316 2
3.0	8.336 3	3.754 9	1.248 6	0.576 9	1.084 0	0.450 9	0.687 2	0.375 2

表 2 不同方法耗时对比

Table 2 Time consumption comparison for different methods			
LSM/ms	G-N/ms	Opt-D/ms	Opt-O/ms
<1	1	7	451

3.2 真实实验

在实验室进行 2D LiDAR 运动方向标定的真实实验,实验中的 2D LiDAR 选用杉川公司生产的 Delta 2D 型号的 2D LiDAR,该型号 LiDAR 的测量分辨率为 0.25 mm,角分辨率为 0.72°,量程为 0.07~8 m;图 2 展示了实验装置的构成,其中 LiDAR 通过一个约 45°的角铝支架固定在直线运动机构上,这时雷达运动方向与雷达扫描平面的角度大约为 45°;选择一块 0.44 m×0.44 m 的平面敷铜板作为标定板,将其固定在一个由铝型材搭建的矩形框架上,再竖直放置在桌面上,这样标定板与桌面构成一对正交平面。控制直线运动机构带动雷达运动,每隔 5 mm 停一次,采集一组当前位姿下两个标定平面上的扫描点坐标,共采集 10 组;通过调整直线运动机构支架的倾斜角度和标定板框架在桌面上的不同位置和角度,变换标定装置与直线运动机构间的相对位姿 $T=20$ 次,每个位姿下均重复以上采集过程,最后利用所有采集数据进行雷达运动方向标定。

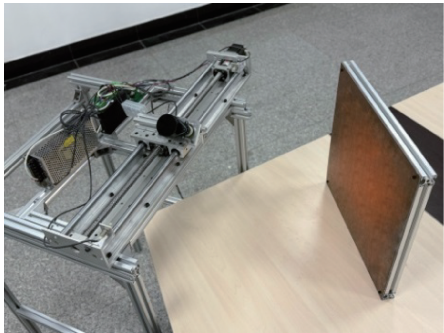


图 2 标定实验装置

Fig. 2 Image of the calibration experimental setup

标定结果如表 3 所示,其中夹角 ψ 表示该标定结果对应的雷达运动方向与雷达扫描平面间的夹角。可见,除 LSM 方法外,其他 3 种方法的标定结果相近,夹角 ψ 的值也更接近 45°,更符合实际。

表 3 真实标定实验结果

Table 3 Experimental results of real-world calibration		
方法	标定结果	夹角 $\psi/(^{\circ})$
LSM	(-0.623 4, -0.137 2, 0.769 8)	50.33
G-N	(-0.715 0, -0.148 3, 0.683 2)	43.09
Opt-D	(-0.717 3, -0.143 8, 0.681 8)	42.98
Opt-O	(-0.717 0, -0.144 8, 0.681 9)	42.98

3.3 真实测量实验

以一个半径为 70.65 mm(手工卡尺测量)的塑料圆球作为被测对象,仍然采用 3.2 节中的直线运动机构和 2D LiDAR,将该球放置在 LiDAR 前约 0.6 m 处,控制直线运动机构移动,每隔 5 mm 对该球进行一次扫描,共移动 40 个位置,利用 3.2 节中 4 种方法的标定结果分别生成球面 3D 点云作为样本点;再采用最小二乘方法拟合球面方程,利用球面方程计算出球半径,并计算每个样本点到对应的拟合球面的距离。变换球的位置,重复以上过程共 10 次,以所得 10 次半径测量结果及所有样本点到拟合球面距离结果的均值和标准差作为标定效果的评价指标,实验结果如表 4 所示,可见应用 G-N、Opt-D 和 Opt-O 方法的标定结果所测量出的球半径与实测结果非常接近,3D 样本点到球面的距离均值都小于 0.5 mm,标准差均小于 0.5 mm,验证了本文提出的标定方法的有效性;这 3 种方法的测量结果差距不大,均显著优于 LSM 方法,说明这 3 种方法在实践中均可应用。

表 4 半径测量与球面重建结果

Table 4 Radius measurement and sphere reconstruction results

方法	半径/mm		距离误差/mm	
	均值	标准差	均值	标准差
LSM	78.251	0.453	1.413	1.108
G-N	70.669	0.132	0.424	0.417
Opt-D	70.569	0.132	0.435	0.428
Opt-O	70.576	0.132	0.434	0.427

4 结 论

本研究提出一种以 2 个正交平面作为标定装置的直线运动 2D LiDAR 的运动方向标定方法,证明了利用标定平面的正交性可获得关于运动方向参数的几何约束,即其 x 、 y 分量必位于平面上的一条双曲线上,提出 3 种利用曲线约束的标定解算方法 LSM、G-N、Opt-D 和一种直接利用标定平面正交性的方法 Opt-O,其中 Opt-D 和 Opt-O 具有明确的几何意义。仿真实验表明,Opt-O 具有最好的精度;真实实验表明 G-N、Opt-D 与 Opt-O 的准确性相近,在实践中均可采用。

参考文献

[1] 李加定, 万若楠, 孙小广, 等. 基于球面投影的激光点云目标检测[J]. 电子测量技术, 2024, 47(8): 93-99.
LI J D, WAN R N, SUN X G, et al. Point cloud data processing and target recognition based on spherical projection[J]. Electronic Measurement Technology, 2024, 47(8): 93-99.

- [2] 何赞泽, 郭猜, 郭隆强, 等. 基于视觉语义约束的激光雷达大目标尺寸测量方法[J]. 仪器仪表学报, 2025, 46(8): 244-254.
HE Y Z, GUO C, GUO L Q, et al. A large target size measurement method of LiDAR based on visual semantic constraints[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2025, 46(8): 244-254.
- [3] 刘同龔, 吴长水. 自主泊车场景下的激光雷达和 IMU 紧耦合的建图与定位方法[J]. 电子测量与仪器学报, 2025, 39(5): 95-102.
LIU T Y, WU C S. Tightly coupled algorithm for the LiDAR and IMU in the context of autonomous parking vehicle[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2025, 39(5): 95-102.
- [4] XU X H, ZHU D H, ZHANG H Y, et al. TCP-based calibration in robot-assisted belt grinding of aero-engine blades using scanner measurements[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2017, 90(1/4): 635-647.
- [5] 张宏群, 刘开辉, 郑峰, 等. 基于二维激光雷达植株高度测量系统的研究[J]. 电子测量技术, 2021, 44(4): 103.
ZHANG H Q, LIU K H, ZHENG F, et al. Research on plant height measurement system based on two-dimensional LiDAR [J]. Electronic Measurement Technology, 2021, 44(4): 103.
- [6] 刘昶, 罗寅, 王彦博, 等. 基于标准球的直线运动 2D 激光雷达标定[J]. 沈阳理工大学学报, 2025, 44(6): 36-41.
LIU C, LUO Y, WANG Y B, et al. 2D LiDAR calibration of linear movement based on standard sphere[J]. Journal of Shenyang Ligong University, 2025, 44(6): 36-41.
- [7] 高金锋, 梁冬泰, 陈叶凯. 基于标准圆柱的线激光轮廓扫描机器人手眼标定方法[J]. 机器人, 2022, 44(3): 321-332.
GAO J F, LIANG D T, CHEN Y K. A hand-eye calibration method of line laser profile scanning robot based on standard cylinder[J]. Robot, 2022, 44(3): 321-332.
- [8] CHEN W Y, DU J, XIONG W, et al. A noise-tolerant algorithm for robot-sensor calibration using a planar disk of arbitrary 3-D orientation[J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2018, 15(1): 251-263.
- [9] XU J, HOO J L, DRITSAS S, et al. Hand-eye calibration for 2D laser profile scanners using straight edges of common objects[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2022, 73: 102221.
- [10] SHARIFZADEH S, BIRO I, KINNELL P. Robust hand-eye calibration of 2D laser sensors using a single-plane calibration artefact[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2020, 61: 101823.
- [11] CHOI D G, BOK Y, KIM J S. Extrinsic calibration of 2-D lidars using two orthogonal planes [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2016, 32(1): 83-98.
- [12] 刘昶, 姜楠, 贾峻权, 等. 单轴转台上 2D 激光雷达的位姿估计[J]. 电子测量与仪器学报, 2023, 37(1): 87-95.
LIU C, JIANG N, JIA J Q, et al. Pose determination of 2D LiDAR on uniaxial turntable [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2023, 37(1): 87-95.
- [13] 屈海龙, 王世强, 孟召宗, 等. 多线激光雷达与外置转轴间关系标定方法[J]. 激光与光电子学进展, 2025, 62(10): 1015008.
QU H L, WANG S Q, MENG Z Z, et al. Calibration method for multibeam LiDAR and external rotating axis[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2025, 62(10): 1015008.
- [14] 黄志清, 苏毅, 王庆文, 等. 二维激光雷达与可见光相机外参标定方法研究[J]. 仪器仪表学报, 2020, 41(9): 121-129.
HUANG Z Q, SU Y, WANG Q W, et al. Research on extrinsic parameter calibration method of 2D laser rangefinder (LRF) and visible light camera [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(9): 121-129.
- [15] 陈恬宇, 孙立双, 车德福. 二维激光雷达的实时三维重建方法[J]. 测绘通报, 2023(10): 67-73.
CHEN T Y, SUN L S, CHE D F. Real-time 3D reconstructive techniques for 2D LiDAR[J]. Bulletin of Surveying and Mapping, 2023(10): 67-73.
- [16] LI M Y, DU Z J, MA X X, et al. A robot hand-eye calibration method of line laser sensor based on 3D reconstruction[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2021, 71: 102136.

作者简介

刘昶(通信作者), 博士, 教授, 主要研究方向为计算机视觉、嵌入式系统。

E-mail: syliuch@126.com

王彦博, 硕士研究生, 主要研究方向为计算机视觉。

E-mail: 839357445@qq.com